

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS



PARTICIPACIÓN 02

Nuevo vértice

PRESENTA

Valeria Camacho Hernández - 322007273

ASIGNATURA

Gráficas y Juegos 2025-2

PROFESOR

César Hernández Cruz

AYUDANTE

Iñaki Cornejo de la Mora

FECHA

Miércoles 12 de marzo del 2025

Participación 03

1. Sea G un bloque con al menos dos vértices. Demuestre que si H es la gráfica obtenida de G al agregar un vértice nuevo w , y hacerlo adyacente a dos vértices distintos en G , digamos u y v , entonces H es un bloque

Respuesta: Sea G un bloque con al menos dos vértices. Es decir, G es una gráfica sin vértices de corte, por lo que no hay vértices que al eliminarlos desconecten la gráfica. Además, supongamos G tiene al menos dos vértices.

Por demostrar: La gráfica H es un bloque, es decir, es conexo.

Procedo a construir un H , a partir de G , agregando un nuevo vértice w de tal manera que es adyacente a dos vértices distintos, u y v , en G .

Al eliminar cualquier vértice de H , tenemos los tres posibles siguientes casos:

- 1) Si eliminamos w . Entonces obtenemos a G , que por hipótesis, es un bloque, así que no tiene vértices de corte y es conexo. Por lo tanto H sin w sigue siendo conexo.
- 2) Si eliminamos w en G y distinto a u y v . Como G es un bloque, eliminar w no desconecta a G , así que G sin w sigue siendo conexo. Además, en H , w sigue estando conectado a u y v , quienes están en G sin w , de manera que tenemos un camino de w hacia otro cualquier vértice en H sin w . Por lo tanto, H sin w sigue siendo conexo.
- 3) Si eliminamos u o v .

- Si eliminamos u . Como G es un bloque, G sin u sigue siendo conexo. Ahora, el vértice w sigue conectado a v , quién está en G sin u , de manera que tenemos un camino de w hacia los demás vértices de G . Por lo tanto H sin u sigue siendo conexo.
- Si eliminamos v . Se procede de manera similar que para u , pero ahora w sigue conectado a u , así que H sin v sigue siendo conexo.

Por los casos anteriores, tenemos que al eliminar cualquier vértice de H sigue siendo conexa, por lo que ningún vértice de H es de corte, por lo que H es un bloque.

∴ Como H es conexa y no tiene vértices de corte, H es un bloque. ★