

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS



PARTICIPACIÓN 05
Subdivisiones

PRESENTA

Valeria Camacho Hernández - 322007273

ASIGNATURA

Gráficas y Juegos 2025-2

PROFESOR

César Hernández Cruz

AYUDANTE

Iñaki Cornejo de la Mora

FECHA

Viernes 14 de marzo del 2025

Participación 05

1. Demuestre que si una gráfica G distinta de K_2 no tiene vértices de corte, entonces la gráfica G' obtenida al subdividir una arista en G tampoco tiene vértices de corte.

Respuesta: Sea una gráfica G , la cual no es K_2 , es decir, no es solo dos vértices conectados por una arista, y que además no tiene vértices de corte. Entonces, eliminar cualquier vértice de G , no desconecta la gráfica.

Por demostrar: Al subdividir cualquier arista en G , la nueva gráfica G' tampoco tendrá vértices de corte.

Sea una arista uv en G , la cual subdividimos. Entonces agregamos un nuevo vértice w en medio de uv y reemplazamos uv por dos nuevas aristas uw y wv . Con esto obtenemos la subgráfica G' .

El nuevo vértice w nos da 2 casos:

- 1) Si eliminamos w , las aristas uw y wv desaparecen, entonces la gráfica G' termina siendo simplemente G . Luego, como G es conexa por hipótesis, entonces sigue existiendo un camino entre u y v en G . Por lo tanto, w no es un vértice de corte, pues G' sin w sigue siendo conexa.
- 2) Sea x un vértice propio de G , distinto a w . Si eliminamos x de G , la gráfica sigue siendo conexa, pues sabemos que G no tiene vértices de corte, por lo que G no se desconecta. Luego, si eliminamos x en G' , tampoco se desconecta la gráfica porque la única diferencia con G es la subdivisión de una arista, lo cual no cambia la conectividad de la gráfica. Sin embargo, como G es conexa sin x , entonces G' también lo será. Por lo tanto, cualquier vértice original x distinto a w tampoco es un vértice de corte.

En ambos casos, el nuevo vértice w ni los vértices originales de G generan desconexiones. Entonces la eliminación de cualquier vértice en G' no desconecta la gráfica. Por lo tanto, G' sigue siendo conexa tras eliminar cualquier vértice.

∴ Como ni el nuevo vértice w ni los vértices originales son de corte, G' tampoco tiene vértices de corte. ★