$$\exists \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

$b_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$. A számtani-mértani közép miatt:

$$1\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < \left(\frac{1+1+\frac{1}{n}+\cdots+1+\frac{1}{n}}{n+1}\right)^{n+1} = \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$$

az $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ szigorúan monoton nő.

A mértani-harmonikus közép miatt:

$$1\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} > \left(\frac{n+2}{1+1+\frac{1}{n}+\cdots+1+\frac{1}{n}}\right)^{n+2} = \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+2}$$

az $b_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ szigorúan monoton csökken.