

Nevezetes határértékek

Tartalom

[e-szám](#)

e-szám

Tartalom-e

e-1

Tartalom

e-1

$$\exists \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

e-1-Mo

Tartalom-e

e-1-Mo

A számtani-mértani közép miatt:

$$1\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < \left(\frac{1 + 1 + \frac{1}{n} + \cdots + 1 + \frac{1}{n}}{n+1}\right)^{n+1} = \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$$

az $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ szigorúan monoton nő.

A mértani-harmonikus közép miatt:

$$\begin{aligned} 1\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} &> \left(\frac{n+2}{1 + 1 - \frac{1}{n+1} + \cdots + 1 - \frac{1}{n+1}}\right)^{n+2} = \\ &= \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+2} \end{aligned}$$

az $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ szigorúan monoton csökken. Könnyen látható, hogy:

$$\begin{aligned} a_n &< b_m \quad \forall m, n \\ b_n - a_n &= \frac{a_n}{n} \end{aligned}$$

Mindezek miatt a sorozatok konvergensnek és a határértékeik egybeesnek. Ezt a számot e -vel szokták jelölni.

e-1