

Numerikus matematika GI

[Lebegőpontos számok](#)

[Vektor, mátrix normák](#)

[Matlab alapok](#)

Desc [Linkek](#)

Lebegőpontos számok

Desc [Bevezető](#)

Fa [számuk](#)

Fa [M_∞](#)

Fa [ε₀](#)

Fa [az 1 társai](#)

Numerikus matematika GI

Desc Bevezető

Adott $a > 1$, $k_- < 0 < k_+$, $t > 1$ egész számok esetén az

$$x = \pm a^k 0.x_1 \dots x_t$$

$$k_- \leq k \leq k_+$$

$$x_1 > 0 \text{ normalizált}$$

$$0 \leq k = 0 \text{ és } x_i = 0 \forall i$$

alakú számok összeségét vizsgáljuk.

Lebegőpontos számok

Fa számuk

Adott lebegőpontos rendszerben hány pozitív szám van?

Mo számuk

Lebegőpontos számok

Mo számuk

$$\begin{aligned}(k_+ - k_- + 1)(a^t - a^{t-1}) &= \\ &= (k_+ - k_- + 1)(a - 1)a^{t-1}\end{aligned}$$

(csak a normalizáltakat számoljuk)

Fa számuk

Lebegőpontos számok

Fa M_∞

Adott lebegőpontos rendszerben mi a legnagyobb pozitív szám ?

Mo M_∞

Lebegőpontos számok

Mo M_∞

$$M_\infty =$$

$$= a^{k+0} \cdot (a-1) \dots (a-1)$$

$$= a^{k+} (1 - a^{-t})$$

(mindent maximálisra állítunk)

Fa M_∞

Lebegőpontos számok

Fa ε_0

Adott lebegőpontos rendszerben mi a legkisebb pozitív szám ?

Mo ε_0

Lebegőpontos számok

Mo ε_0

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= \\ &= a^{k-1} \cdot 0.10 \dots 0 \\ &= a^{k-1}\end{aligned}$$

(mindent minimálisra állítunk)

Fa ε_0

Lebegőpontos számok

Fa az 1 társai

Adott lebegőpontos rendszerben mi az 1 bal és jobboldali szomszédja?

Mo az 1 társai

Lebegőpontos számok

Mo az 1 társai

$$1_+ = a^1 (0.1 + a^{-t}) = 1 + a^{1-t}$$

(a lehető legkevesebbel **növeljük** a törtrészt)

$$1 = a^0 1.0 \text{ denormalizált-alak}$$

$$1_- = a^0 (1.0 - a^{-t}) = 1 - a^{-t}$$

(a lehető legkevesebbel **csökkentjük** a törtrészt) Látható hogy a egész hatványai körül aszimmetrikusan vannak a legközelebbi társak. A **0** -hoz közeledve egyre közelebb.

Fa az 1 társai

Lebegőpontos számok

Vektor, mátrix normák

Desc [Bevezető](#)

Numerikus matematika GI

Desc Bevezető

A norma egy vektortér elemeihez rendelt mennyiség, mely:

$$||0|| = 0, \text{ egyébként: } ||x|| > 0$$

$$||cx|| = |c| ||x||$$

teljesül a \triangle -egyenlőtlenség

Legismertebb vektor-normák:

$$||x||_p = (|x_1|^p + \dots |x_n|^p)^{\frac{1}{p}} \quad p \geq 1$$

$$||x||_\infty = \max_k (|x_k|)$$

Ez $p = 2$ esetén a szokásos euklidészi-norma, $p = 1$ -re az ún. Manhattan-norma. A harmadik neve max-norma.

Mátrixokra a legelterjedtebb az indukált-norma használata. Kiindulva egy $||\cdot||_v$ vektornormából, a

$$||A||_v = \sup_{||x||=1} ||Ax||_v = \max_{||x||=1} ||Ax||_v$$

mennyiségről belátható, hogy norma az $n \times n$ -es mátrixok vektorterén.
(n rögzített)

Vektor, mátrix normák

Matlab alapok

Desc [Bevezető](#)

Desc [Számológép](#)

Fa [Torony](#)

Fa [Összeg 1](#)

Fa [Összeg 2](#)

Desc [az `ans` változó](#)

Fa [Hatványok](#)

Desc [Vektorok létrehozása](#)

Desc [Vektorok összeadása-kivonása](#)

Desc [Műveletek: vektor és skalár](#)

Desc [Elemenkénti szorzás-osztás: `./` és `.*`](#)

Desc [Vektorok létrehozása: `:` \(rang\)](#)

Desc [Változók](#)

Desc [Függvények I](#)

Fa [Összeg 2 újra](#)

Fa [Hatvány sorozat](#)

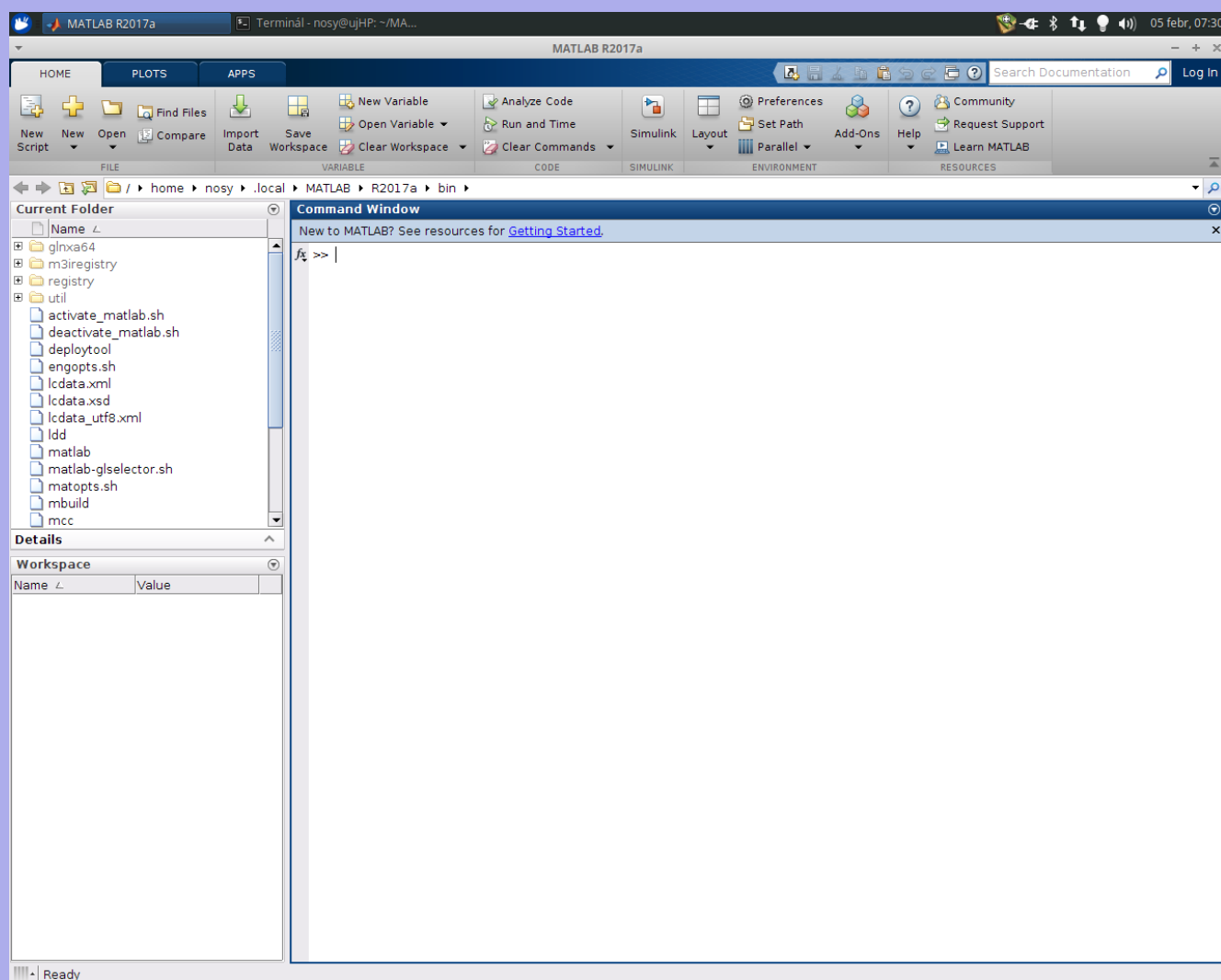
Fa [\$\(-1\)^n\$ sorozat](#)

Desc [Függvények II](#)

Numerikus matematika GI

Desc Bevezető

A MATLAB egy program, melyet 1970 körül kezdtek el fejleszteni mátrixszámítások megkönnyítésére. Elnevezése a MATrix LABoratory rövidítéséből ered. Mérnöki, oktatási körökben elterjedt. A [MathWorks](#) cég fejleszti, évenkénti kiadásokkal, Windows, MacOS és Linux operációs rendszerekre. Nem ingyenes szoftver.



Fontos, hogy van szabad és ingyenes alternatíva, mely egy bizonyos szintig egyenértékű: az [Octave](#).

Matlab alapok

Desc Számológép

Ismerkedésként próbáljuk meg számológépként használni a rendszert:

```
>> 197/12
```

```
ans =
```

```
16.4167
```

```
>> 3^2+4^2
```

```
ans =
```

```
25
```

```
>> 3**2
```

```
3**2
```

```
^
```

```
Error: Unexpected MATLAB operator.
```

```
>> (1+2+3+4+5+6)/7
```

```
ans =
```

```
3
```

```
>> pi + 1
```

```
ans =
```

```
4.1416
```

```
>> sin(pi/2)^2 + cos(pi/2)^2
```

```
ans =
```

```
1
```

`pi` a szokásos konstans.

Fa Torony

Számoljuk ki a következő kifejezés értékét:

$$2^{(2^{2^2})}$$

Mo Torony

Matlab alapok

Mo Torony

Használjuk a hatványozás operátort (`^`) és zárójeleket (ezzel a kiértékelés sorrendjét tudjuk szabályozni). Az eredmény `65536` .

Fa Torony

Matlab alapok

Fa Összeg 1

Számoljuk ki a következő összeget:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2}$$

Mo Összeg 1

Matlab alapok

Mo Összeg 1

Egyszerűen írjuk a parancs-ablakba a kifejezést:

```
>> 1/1^2+1/2^2+1/3^2+1/4^2+1/5^2+1/6^2+1/7^2  
ans =  
1.5118
```

Fa Összeg 1

Matlab alapok

Fa Összeg 2

Számoljuk ki a következő összeget:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{98^2} + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}$$

Mo Összeg 2

Matlab alapok

Mo Összeg 2

Ezt később tudjuk majd hatékonyan (sok gépelés nélkül) megoldani.

Fa Összeg 2

Matlab alapok

Desc az `ans` változó

A kiértékelések eredményei egy `ans` nevű változóba kerülnek, ez felhasználható további számolásokra:

```
>> 120/10
```

```
ans =
```

```
    12
```

```
>> ans+ans
```

```
ans =
```

```
    24
```

Matlab alapok


Fa Hatványok

Számoljuk ki az `ans` segítségével az első néhányat a kettőhatványok sorozatából.

Mo [Hatványok](#)

[Matlab alapok](#)

Mo Hatványok

A már egyszer beírt kifejezések/parancsok előhívhatóak a  billentyűvel:

```
>> 2
ans =
     2
>> ans*2
ans =
     4
>> ans*2
ans =
     8
>> ans*2
ans =
    16
>> ans*2
ans =
    32
```

Desc Vektorok létrehozása

A matematikai számításoknál alapvető a vektorok használata. Vektorokat létrehozhatunk az elemeik felsorolásával (üres hellyel vagy vesszővel elválasztva), speciális határolóelemekkel - `[` és `]` - körbezárva:

```
>> [ 1 2 3 ]  
ans =  
      1      2      3  
  
>> [ sin(1), sin(2), sin(3) ]  
ans =  
    0.8415    0.9093    0.1411
```

Tehát azonos típusú vektorok között a `+` és `-` műveletek az ismert - elemenkénti - módon hajtódnak végre.

Matlab alapok

Desc Vektorok összeadása-kivonása

Azonos típusú vektorok között az `+` és `-` az elvárt - elemenkénti módon hajtódik végre:

```
>> [ 1 2 3 ] + [ 3 2 1 ]
```

```
ans =
```

```
     4     4     4
```

```
>> [1 2 3 ] - [ 1 2 3 ]
```

```
ans =
```

```
     0     0     0
```

```
>> [ 3 2 1 ] - [ 3 2 ]
```

```
Matrix dimensions must agree.
```

Matlab alapok

Desc Műveletek: vektor és skalár

Vektor és skalárok viszonya:

```
>> [ 1 2 3 ] + 1
```

```
ans =
```

```
     2     3     4
```

```
>> [ 1 2 3 ] * 2
```

```
ans =
```

```
     2     4     6
```

```
>> 1 / [ 1 2 3 ]
```

```
Error using /
```

```
Matrix dimensions must agree.
```

```
>> [ 1 2 3 ] / 10
```

```
ans =
```

```
    0.1000    0.2000    0.3000
```

```
>> [ 10 20 30 ] -10
```

```
ans =
```

```
     0    10    20
```

Desc Elemenkénti szorzás-osztás: `./` és `.*`

Vektor elemenkénti osztása/szorzása a megfelelő műveleti jel elé írt `.` módosítóval lehetséges. (tehát `./` és *nem* `./`)

```
>> [ 1 1 1 ] ./ [ 1 2 3 ]  
ans =  
    1.0000    0.5000    0.3333  
  
>> [ 1 2 3 ] .* [ 1 2 3 ]  
ans =  
     1     4     9  
  
>> [ 1 2 3 ] .^ 2  
ans =  
     1     4     9  
  
>> 1 ./ [ 1 2 3 ]  
ans =  
    1.0000    0.5000    0.3333
```

Desc Vektorok létrehozása: `:` (rang)

Nagyobb vektorok létrehozására a `:`-szerkezet használható:

```
>> 1:7
```

```
ans =
```

```
     1     2     3     4     5     6     7
```

```
>> 1:3:20
```

```
ans =
```

```
     1     4     7    10    13    16    19
```

```
>> 3:-1/2:1
```

```
ans =
```

```
 3.0000  2.5000  2.0000  1.5000  1.0000
```

Matlab alapok

Desc Változók

A kifejezések értékét szabadon választott nevű változóknak tárolhatjuk, ezekre a tárolóhelyekre a nevükkel hivatkozunk, felhasználjuk őket bonyolultabb kifejezésekben:

```
>> a=[1 2 3]
a =
     1     2     3
>> b=[ 10 , 20 , 30 ]
b =
    10    20    30
>> c = a + b
c =
    11    22    33
>> d=c ./ b
d =
    1.1000    1.1000    1.1000
```

Matlab alapok

Desc Függvények I

Nagyon fontos a `help` függvény , mellyel a keresett függvényről kapunk leírást:

```
>> help tan  
  
tan      Tangent of argument in radians.  
  
tan(X) is the tangent of the elements of X.  
  
...
```

Matematikai függvények `sin, cos, exp, log, ...` vektor argumentumot is elfogadnak melynek minden elemére végrehajtódik az adott függvény:

```
>> a=(1:3)*pi  
  
a =  
  
    3.1416    6.2832    9.4248  
  
>> cos(a)  
  
ans =  
  
    -1     1    -1  
  
>> log( a .* a )  
  
ans =  
  
    2.2895    3.6758    4.4867
```

A legfontosabb vektorokkal kapcsolatos függvények :

sum, prod, mean, linspace

```
>> a=1:100;
>> sum(a)
ans =
    5050
>> mean(a)
ans =
    50.5000
>> prod(-5:2:5)
ans =
   -225
>> linspace(1,5,5)
ans =
     1     2     3     4     5
>> linspace(1,5,6)
ans =
     1.0     1.8     2.6     3.4     4.2     5.0
```

A kifejezés végén a `;` -miatt csendben hajtódik végre a kiértékelés.

Fa Összeg 2 újra

Számoljuk ki a következő összeget:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{98^2} + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}$$

Mo Összeg 2 újra

Matlab alapok

Mo Összeg 2 újra

Az eddig tanultak segítségével:

```
>> sum(1./(1:100).^2)  
  
ans =  
  
    1.6350
```

Fa Összeg 2 újra

Matlab alapok

Fa Hatvány sorozat

Adott $q > 1$ valós, és $n > 0$ egész szám esetén hozzunk létre egy olyan vektort mely az

$$1, q, q^2, \dots, q^{n-1}$$

számokat tartalmazza ilyen sorrendben.

Mo Hatvány sorozat

Matlab alapok

Mo Hatvány sorozat

```
>> exp(log(q)*(0:n-1))
```

```
ans =
```

```
1.0    2.0    4.0    8.0   16.0   32.0
```

Fa Hatvány sorozat

Matlab alapok

Fa $(-1)^n$ sorozat

Adott $n > 0$ egész szám esetén hozzunk létre egy n -elemű vektort mely az

$$-1, 1, -1, \dots, (-1)^n$$

számokat tartalmazza (felváltva -1 -ek és 1 -ek).

Mo $(-1)^n$ sorozat

Matlab alapok

Mo $(-1)^n$ sorozat

hatványozással:

```
>> n=5;  
>> (-1).^(1:n)  
  
ans =  
  
    -1     1    -1     1    -1
```

repmat, floor, mod, x=[x,y], if :

```
>> n=5;  
>> valasz=repmat([ 1, -1 ], 1, floor(n/2));  
>> if mod(n, 2)>0, valasz=[valasz, 1]; end  
>> valasz  
  
valasz =  
  
     1     -1     1     -1     1
```

Fa $(-1)^n$ sorozat

Matlab alapok

Desc Függvények II

Nézzünk még néhány hasznos függvényt.

`floor, ceil, round` -

kerekítés:

```
>> [floor(1.49), ceil(1.49), round(1.49)]
```

```
ans =
```

```
1      2      1
```

```
>> [floor(1.5), ceil(1.5), round(1.5)]
```

```
ans =
```

```
1      2      2
```

`ones, zeros` -speciális vektorok:

```
>> ones(1,5)
```

```
ans =
```

```
1      1      1      1      1
```

```
>> zeros(1,5)
```

```
ans =
```

```
0      0      0      0      0
```

Matlab alapok

Desc Linkek

Baran tanárnő honlapja

lebegőpontos

norma

Numerikus matematika GI