1. Áttekint

- **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
- **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**
  - **??**

2. Egymintás

2.1. egymintás Z-próba (u), képlet

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \overset{H_0}{\sim} \quad \mathcal{N}(0,1)$$

2.2. egymintás Z-próba (u), példa 1.1 (üdítőitalos) várható értékre irányuló kérdés, ismert szórás, kétoldali jellegű, normális sokaság.

$$X = 499, 525, 498, 503, 501, 497, 493, 496, 500, 495$$

$$\sigma = 3,\ n = 10,\ \alpha = 0.05$$

$$\overline{X} = \frac{499 + 525 + \ldots + 500 + 495}{10} = 500.7$$

$$H_0 : \mu = 500$$

$$H_1 : \mu \neq 500$$

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.975} = 1.96$$

$$Z = \frac{500.7 - 500}{\frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{0.7\sqrt{10}}{3} = 0.73786$$

$$|Z| < z_{0.975} = 1.96$$

ezért H_0-t nincs okom elvetni. 95%-os szinten a gyártó állítása elfogadható.

2.3. egymintás t-próba, képlet

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \overset{H_0}{\sim} t_{df=n-1}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$$

2.4. egymintás t-próba, példa 1.4 (munkások szintidő) várható értékre irányuló kérdés, ismeretlen szórás, egyoldali jellegű, normális sokaság.

$$n = 12,\ \sigma \text{ nem ismert}, \alpha = 0.01$$

$$X = 9.4, 8.8, 9.3, 9.1, 9.4, 8.9, 9.3, 9.2, 9.6, 9.3, 9.3, 9.1$$

$$\overline{X} = \frac{9.4 + 8.8 + \ldots + 9.3 + 9.1}{12} = 9.225$$

$$s^2 = \frac{(9.4 - 9.225)^2 + (8.8 - 9.225)^2 + \ldots + (9.1 - 9.225)^2}{12 - 1} =$$

$$= 0.049318 \implies s = 0.22208$$

$$H_0 : \mu \leq 9$$

$$H_1 : \mu > 9$$

$$t = \frac{(9.225 - 9)\sqrt{12}}{0.22208} = 3.5097 > c_f = t_{df=11,\ 0.99} = 2.718$$

tehát adott szinten a minta ellentmond H_0-nak $\implies$ a munkások állítása elfogadható.

2.5. szórásra irányuló χ^2-próba, képlet

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \overset{H_0}{\sim} \chi^2_{df=n-1}$$

2.6. szórásra irányuló χ^2-próba, példa 2.1 (űrlapok) szórásra irányul, kétoldali, normális sokaság.

$$X = 30, 20, 46, 33, 24, 25, 31, 32, 38, 31$$

$$n = 10,\ \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \sigma^2 = 36$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq 36$$

$$\overline{X} = \frac{30 + \ldots + 31}{10} = 31$$

$$s^2 = \frac{(30-31)^2 + \ldots + (31-31)^2}{9} = 54$$

$$\chi^2 = \frac{9 \cdot 54}{36} = 13.5$$

$$c_a = \chi^2_{df=9,\ 0.025} = 2.7,\ c_f = \chi^2_{df=9,\ 0.975} = 19.02$$

$$c_a = 2.7 < \chi^2 = 13.5 < c_f = 19.02$$

vagyis adott szinten a minta nem mond ellen a H_0-nak, a szórás lehet 6 darab.

2.7. egymintás aránypróba, képlet

$$H_0 : p = p_0$$

$$Z = \frac{\frac{k}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$$

vagy más jelöléssel:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$$

2.8. egymintás aránypróba, példa

3.2 (barackos) arányra vonatkozó kérdés, baloldali jellegű

$$n = 50,\ \alpha = 0.05,\ p_0 = 0.15,\ k = 3,\ \hat{p} = \frac{k}{n} = \frac{3}{50}$$

$$H_0 : p \geq 0.15$$

$$H_1 : p < 0.15$$

$$Z = \frac{\frac{3}{50} - 0.15}{\sqrt{\frac{0.15 \cdot 0.85}{50}}} = -1.7823$$

$$z_{0.95} = 1.65 \implies c_a = -1.65$$

$$Z = -1.7823 < c_a$$

ez azt jelenti, hogy adott szinten a minta ellentmond H_0-nak, vagyis megérte lecserélni a beszállítót.

3. Kétmintás

3.1. kétmintás Z, képlet

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = \delta_0$$

$$Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$$

3.2. kétmintás Z, példa 4.1 (kávés) $\sigma_x = \sigma_y = 1$-et feltesszük. normális és független sokaságok, ismertek a szórások. X : Mokka, Y: Koffe

$$X = 8.2, 5.0, 6.8, 6.7, 5.8, 7.3, 6.4, 7.8$$

$$Y = 5.1, 4.3, 3.4, 3.7, 6.1, 4.7$$

$$n_x = 8,\ n_Y = 6\ \alpha = 0.05,\ \sigma_x = \sigma_y = 1$$

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y \leq 0$$

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y > 0$$

$$\overline{X} = 6.75,\ \overline{Y} = 4.55$$

$$Z = \frac{6.75 - 4.55}{\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{6}}} = 4.0736$$

$$\text{táblázatból: } c_f = z_{0.95} = 1.65$$

$$4.0736 = Z > c_f = 1.65$$

tehát adott szinten a minta ellentmond H_0-nak - elvetjük, vagyis elfogadható, hogy Mokka lassabban oldódik.

3.3. kétmintás (független) t-próba, képlet

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = \delta_0$$

$$t = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - \delta_0}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} \quad \overset{H_0}{\sim} \quad t_{df=n_X+n_Y-2}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_X - 1)s_x^2 + (n_Y - 1)s_y^2}{n_X + n_Y - 2}}$$

3.4. kétmintás (független) t-próba, példa 4.1 (kávés) normális és független sokaságok, nem ismertek a szórások, de feltesszük hogy egyenlőek. X : Mokka, Y: Koffe

$$X = 8.2, 5.0, 6.8, 6.7, 5.8, 7.3, 6.4, 7.8$$

$$Y = 5.1, 4.3, 3.4, 3.7, 6.1, 4.7$$

$$n_X = 8,\ n_Y = 6\ \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y \leq 0$$

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y > 0$$

$$\overline{X} = 6.75,\ \overline{Y} = 4.55$$

$$s_X^2 = 1.0857,\ s_Y^2 = 0.967$$

$$s_p = \sqrt{\frac{7 \cdot 1.0857 + 5 \cdot 0.967}{12}} = 1.0180$$

$$t = \frac{6.75 - 4.55}{1.0180 \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{6}}} = 4.0017$$

$$c_f = t_{df=12,0.95} = 1.782$$

$$t \geq c_f$$

tehát adott szinten a minta nem támasztja alá H_0-at - elvetjük, vagyis elfogadható az az állítás hogy a Mokka lassabban oldódik.