Statisztika GI II félév

Paraméteres

Desc Linkek

Paraméteres

Egymintás

Várható érték

Szórásnégyzet-szórás

Arány

Paraméteres

Várható érték

Z-próba

t-próba

Egymintás

Z-próba

Desc képlet

Fa palack

Fa tea

Várható érték

képlet

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

σ ismert

$$H_0 : \mu = \mu_0 \ \ldots$$

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0, 1)$$

Z-próba

Fa palack

Egy teherautórakománnyi félliteres üdítőitalból `10` palackot véletlenszerűen kiválasztva és lemérve azok űrtartalmát az alábbi, milliliterben kifejezett értékeket kaptuk:

499 525 498 503 501 497 493 496 500 495

Ismert, hogy a palackokba töltött üdítőital mennyisége `normális` eloszlású `3` ml szórással. `95` %-os döntési szintet használva vizsgálja meg a gyártó azon állítását, hogy a palackokba átlagosan `fél liter` üdítőitalt töltöttek!

Mo palack Z-próba

1-mintás z-próba

$$n = 10$$

$$\overline{X} = \frac{499.00 + \ldots + 495.00}{10} = \frac{5007.00}{10} = 500.70$$

$$z = \frac{500.70 - 500.00}{0.95} = \frac{0.70}{0.95} = 0.74$$

$$z_{0.950} = 1.645 \qquad z_{0.975} = 1.960$$

Fa palack Z-próba

Fa tea

Az Ezt idd teát 200 grammos dobozokban árulják, a csomagológép szórása `4` gramm. A Fogyasztóvédelmi Felügyelőség lemérte `öt` véletlenszerűen kiválasztott teásdoboz tömegét, melyekre az alábbi grammban kifejezett értékek adódtak:

196 202 198 197 190

Hipotéziseit pontosan megfogalmazva és feltételezve, hogy a teásdobozok tömege normális eloszlást követ, döntsön `98` %-os szinten arról, hogy az átlagos töltőtömeg tényleg `200` gramm, avagy kevesebb annál!

Mo tea Z-próba

1-mintás z-próba

$$n = 5$$

$$\overline{X} = \frac{196.00 + \ldots + 190.00}{5} = \frac{983.00}{5} = 196.60$$

$$z = \frac{196.60 - 200.00}{1.79} = \frac{-3.40}{1.79} = -1.90$$

$$z_{0.980} = 2.054 \qquad z_{0.990} = 2.326$$

t-próba

Desc képlet

Fa búza

Fa szintidő

Fa kokszföld

Várható érték

képlet

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

σ-t nem ismerjük

$$H_0 : \mu = \mu_0 \ \ldots$$

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s}\sqrt{n} \quad \overset{H_0}{\sim} \quad t^{(n-1)}$$

$$s = \left(\frac{(X_1 - \overline{X})^2 + \ldots + (X_n - \overline{X})^2}{n-1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

t-próba

Fa búza

Egy gabonaraktárban 60 kg-os kiszerelésben búzát csomagolnak. A havi minőségellenőrzés során azt is meg akarták vizsgálni, hogy a raktárból kikerülő zsákokban tényleg 60 kg búza van-e, ezért lemértek `tíz` darab véletlenül kiválasztott zsákot. Eredményül a következőket kapták:

60.2 63.4 58.8 63.6 64.7 62.5 66.0 59.1 65.1 62.0

Hipotéziseit pontosan megfogalmazva döntsön `95` %-os szinten arról, hogy a zsákok átlagos töltőtömege tényleg `60` kg-e! Feltételezzük, hogy a zsákok töltőtömege normális eloszlású.

Mo búza t-próba

1-mintás t-próba

$$n = 10$$

$$\overline{X} = \frac{60.20 + \ldots + 62.00}{10} = \frac{625.40}{10} = 62.54$$

$$s = \left(\frac{(60.20 - 62.54)^2 + \ldots + (62.00 - 62.54)^2}{9} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{56.64}{9} \right)^{\frac{1}{2}} = 2.51$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2.51}{3.16} = 0.79$$

$$t = \frac{62.54 - 60.00}{0.79} = \frac{2.54}{0.79} = 3.20$$

$$t^{(9)}_{0.950} = 1.833 \qquad t^{(9)}_{0.975} = 2.262$$

Fa szintidő

Egy üzem gyártósorán az egyik szerelési feladatra megadott szintidő `9` perc. Ezen feladaton dolgozó alkalmazottak már többször kérték a szintidő felemelését, mivel véleményük szerint az nem elegendő a feladat elvégzésére. Az üzem vezetősége egy ellenőrt küldött ki, aki `12` véletlenszerűen kiválasztott alkalommal megmérte a feladat elvégzéséhez szükséges időt, és a következőket kapta:

9.4 8.8 9.3 9.1 9.4 8.9 9.3 9.2 9.6 9.3 9.3 9.1

Feltételezve, hogy a feladat elvégzéséhez szükséges idő normális eloszlású, hipotéziseit pontosan megfogalmazva döntsön `99` %-os szinten, `igazuk van-e` a munkásoknak!

Mo szintidő t-próba

1-mintás t-próba

$$n = 12$$

$$\overline{X} = \frac{9.40 + \ldots + 9.10}{12} = \frac{110.70}{12} = 9.22$$

$$s = \left(\frac{(9.40 - 9.22)^2 + \ldots + (9.10 - 9.22)^2}{11}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{0.54}{11}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.22$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.22}{3.46} = 0.06$$

$$t = \frac{9.22 - 9.00}{0.06} = \frac{0.22}{0.06} = 3.51$$

$$t^{(11)}_{0.990} = 2.718 \qquad t^{(11)}_{0.995} = 3.106$$

Fa kokszföld

Az atlétikai világbajnokságon résztvevő kokszföldi csapat néhány versenyzője arra panaszkodott, hogy a leadott doppingtesztjeiket nem megfelelően analizálták és az egyik szernek túlságosan `magas` koncentrációját mutatták ki, minek következtében a versenybíróság törölte az eredményeiket. A Kokszföldi Atlétikai Szövetség a laboratóriumot tesztelendő `nyolc` mintát küldött, melyek mindegyikében a kérdéses anyag koncentrációja pontosan `0.500` g/l volt. A laboratórium az alábbi eredményeket szolgáltatta:

0.485 0.518 0.460 0.530 0.560 0.550 0.490 0.575

A labor méréseit normális eloszlásúnak tételezve fel, döntsön `95` %-os szinten, `igazuk van-e` az atlétáknak!

Mo kokszföld t-próba

1-mintás t-próba

$$n = 8$$

$$\overline{X} = \frac{0.48 + \ldots + 0.57}{8} = \frac{4.17}{8} = 0.52$$

$$s = \left(\frac{(0.48 - 0.52)^2 + \ldots + (0.57 - 0.52)^2}{7} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{0.01}{7} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.04$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.04}{2.83} = 0.01$$

$$t = \frac{0.52 - 500.00}{0.01} = \frac{-499.48}{0.01} = -35090.52$$

$$t^{(7)}_{0.950} = 1.895 \qquad t^{(7)}_{0.975} = 2.365$$

Szórásnégyzet-szórás

χ^2-próba

Egymintás

χ^2-próba

Desc képlet

Fa űrlapok

Fa csővágó

Szórásnégyzet-szórás

képlet

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma) \qquad \mu \text{ ismert}$$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = (n-1)\left(\frac{s}{\sigma_0}\right)^2 \overset{H_0}{\sim} \chi^2_{df=n-1}$$

χ^2-próba

Fa űrlapok

Űrlapok kitöltésével kapcsolatos - monoton - munkát végzők bizonyos hibaszázalékkal dolgoznak. Hosszútávú megfigyelések szerint egy hónapban `35` darab az elrontott űrlapok várható száma. A vizsgált változó normális eloszlása feltételezhető. A szórás korábbi tapasztalatok szerint `6` darab. Egy `tíz` főre kiterjedő mintában az elrontott űrlapok száma egy hónapban az alábbi volt:

30 20 46 33 24 25 31 32 38 31

Hipotézisét pontosan megfogalmazva `95` %-os szinten döntsön arról, hogy a hibás űrlapok számának szórása lehet-e 6 darab!

Mo űrlapok χ^2-próba

1-mintás χ^2-próba

$$n = 10$$

$$s = \left(\frac{(30.00 - 35.00)^2 + \ldots + (31.00 - 35.00)^2}{9} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{646.00}{9} \right)^{\frac{1}{2}} = 7.35$$

$$\chi^2 = 9 \left(\frac{7.35}{6.00} \right)^2 = 13.50$$

$$\chi^2_{0.950,\ df=9} = 16.919 \qquad \chi^2_{0.975,\ df=9} = 19.023$$

$$\chi^2_{0.050,\ df=9} = 3.325 \qquad \chi^2_{0.025,\ df=9} = 2.700$$

Fa csővágó

Egy csővágó-automata gépnek `1200` mm hosszú csődarabokat kell levágnia. a gyártásközi ellenőrzés feladata annak megállapítása, hogy a gép által gyártott darabok hosszmérete megfelel-e az előírásoknak. Előző adatfelvételből ismert, hogy a szóban forgó gép által gyártott darabok hossza normális eloszlású `3` mm szórással. Az ellenőrzéshez kiválasztottak egy `16` elemű mintát. A csődarabok hossza a mintában:

1208 1204 1202 1202 1194 1195 1205 1194

1197 1193 1205 1202 1191 1195 1194 1187

A gyár részlegvezetője azt mondja, hogy a csövek hosszának szórása nem haladja meg a `3` mm-t. Hipotézisét pontosan megfogalmazva döntsön `99` %-os szinten arról, hogy igaza van-e a részlegvezetőnek!

Mo csővágó χ^2-próba

Mo csővágó

1-mintás χ^2-próba

$$n = 16$$

$$s = \left(\frac{(1208.00-1200.00)^2+\ldots+(1187.00-1200.00)^2}{15}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{608.00}{15}\right)^{\frac{1}{2}} = 6.02$$

$$\chi^2 = 15\left(\frac{6.02}{3.00}\right)^2 = 60.44$$

$$\chi^2_{0.990,\ df=15} = 30.578 \qquad \chi^2_{0.995,\ df=15} = 32.801$$

$$\chi^2_{0.010,\ df=15} = 5.229 \qquad \chi^2_{0.005,\ df=15} = 4.601$$

Fa csővágó χ^2-próba

Arány

Desc képlet

Fa dalfesztivál

Fa beszállító

Egymintás

képlet

$$H_0 : p = p_0 \; (\dots)$$

$$Z = \frac{\frac{k}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \overset{H_0}{\approx} \mathcal{N}(0,1)$$

A póbastatisztika normalitása csak közelítőleg teljesül, a gyakorlatban

$$\min(np_0, n(1-p_0)) \geq 5$$

esetén elfogadhatónak tartják a közelítést.

Arány

Fa dalfesztivál

Egy négy évvel ezelőtti felmérés során azt az eredményt kapták, hogy a középiskolák diákjainak 43 %-a nézte az Eurovíziós Dalfesztivál magyarországi nemzeti válogatóját. A napokban hasonló felmérést végeztek az iskolákban: 750 megkérdezett közül 550 diák nézte idén a válogatót. 90 %-os szinten döntsön arról, hogy változott-e a a döntőt nézők aránya a négy évvel ezelőttihez képest!

Mo dalfesztivál Arány

Mo dalfesztivál

1-mintás arány-próba

$$\left(\frac{0.43\,(1-0.43)}{750.0}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{0.25}{750.0}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.02$$

$$z = \frac{0.73-0.43}{0.02} = \frac{0.30}{0.02} = 16.7795$$

$$\text{küszöb} = 750.0\min(0.43, 0.57) = 322.50$$

$$z_{0.900} = 1.282 \qquad z_{0.950} = 1.645$$

$$z_{0.100} = -1.282 \qquad z_{0.050} = -1.645$$

Fa beszállító

Egy élelmiszerbolt-hálózat üzleteibe érkező import baracknak eddig átlagosan `15` %-a sérült meg szállítás közben. Miután beszállítót váltottak, az új szállítmányból megvizsgáltak `50` barackot. Ezek között `3` sérültet találtak. `95` %-os szinten döntsön arról, hogy megérte-e lecserélni a régi beszállítót.

Mo beszállító Arány

Mo beszállító

1-mintás arány-próba

$$\left(\frac{0.15\,(1-0.15)}{50.0}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{0.13}{50.0}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.05$$

$$z = \frac{0.06-0.15}{0.05} = \frac{-0.09}{0.05} = -1.7823$$

$$\text{küszöb} = 50.0\min(0.15, 0.85) = 7.50$$

$$z_{0.950} = 1.645 \qquad z_{0.975} = 1.960$$

$$z_{0.050} = -1.645 \qquad z_{0.025} = -1.960$$

Fa beszállító Arány

Kétmintás

Várható érték

Paraméteres

Várható érték

Z-próba

t-próba (független)

páros mintás t-próba

Kétmintás

Z-próba

Desc képlet

Fa ic, hóesés

Várható érték

Desc **képlet**

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = \delta_0 \ldots$$

$$Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} \quad \overset{H_0}{\sim} \quad \mathcal{N}(0,1)$$

Z-próba

Fa ic, hóesés

Egy átlagos januári napon 6 InterCity vonatot vizsgáltak, hogy mennyi idő alatt (perc) teszi meg a Debrecen-Budapest utat. A menetidők:

$$155, 162, 158, 164, 157, 156$$

Két nap múlva leesett 10 cm hó. Ezen a napon 7 InterCity vonat menetidejét (perc) mérték le Debrecen és Budapest között. Akkor az alábbi időket kapták:

$$177, 183, 169, 178, 166, 191, 168$$

A vonatok menetidejét normális eloszlásúnak tekintjük. Az utasok szerint a hóesés `több mint 10` perces késést eredményezett ezen a vonalon. 95 %-os szinten döntsünk, igazuk van-e az utasoknak, ha korábbi tapasztalatokból tudjuk, hogy amikor nincs hó, akkor a menetidő szórása 3 perc, míg hóeséskor 10 perc!

Mo ic, hóesés Z-próba

Mo ic, hóesés

$$n_x =?,\ n_Y =?\ \alpha =?,$$

$$H_0 :?$$

$$H_1 :?$$

$$\overline{X} =?,\ \overline{Y} =?$$

$$Z =?$$

táblázatból: $c_f =?, c_a =?$

Tehát adott szinten a minta...

t-próba (független)

Desc képlet

Fa kávé

Fa golflabda

Várható érték

Desc **képlet**

független-mintás t-próba. normális független sokaságok, a szórások `nem` ismertek, de `egyenlőnek` tételezzük fel őket.

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = \delta_0$$

$$t = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - \delta_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} \overset{H_0}{\sim} t_{df=n_X+n_Y-2}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_X - 1)s_x^2 + (n_Y - 1)s_y^2}{n_X + n_Y - 2}}$$

t-próba (független)

Fa kávé

Kétfajta instant kávé oldódási idejét tesztelték, melyekből minden alkalommal azonos mennyiséget tettek 1 dl forrásban levő vízbe. A kísérletek eredményei az alábbiak voltak:

$$\text{Mokka Makka: } 8.2, 5.0, 6.8, 6.7, 5.8, 7.3, 6.4, 7.8$$

$$\text{Koffe In: } 5.1, 4.3, 3.4, 3.7, 6.1, 4.7$$

Az oldódási időket normálisnak tételezve fel, 95 %-os szinten vizsgáljuk meg azt az állítást, hogy a Mokka Makka kávé lassabban oldódik, mint a Koffe In!

Mo kávé t-próba (független)

független sokaságok, nem ismertek a szórások, de feltesszük hogy `egyenlőek` . jelölés: X : Mokka, Y: Koffe

$$n_X = 8,\ n_Y = 6\ \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y \leq 0$$

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y > 0$$

$$\overline{X} = 6.75,\ \overline{Y} = 4.55$$

$$s_X^2 = 1.0857,\ s_Y^2 = 0.967$$

$$s_p = \sqrt{\frac{7 \cdot 1.0857 + 5 \cdot 0.967}{12}} = 1.0180$$

$$t = \frac{6.75 - 4.55}{1.0180 \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{6}}} = 4.0017$$

$$c_f = t_{0.95,\ df=12} = 1.782, \qquad t \geq c_f$$

Tehát adott szinten a minta nem támasztja alá H_0-at - elvetjük, vagyis elfogadható az az állítás hogy a Mokka lassabban oldódik.

Fa golflabda

Az angliai New Dumber golflabdagyárában egy újfajta golflabda borítást fej- lesztettek ki. A tesztek azt mutatták, hogy ez az új borítás jóval ellenállóbb, mint a hagyományos. Felmerült azonban a kérdés hogy az új borítás nem változtatja-e meg az átlagos ütéstávolságot. Ennek eldöntésére 42 labdát próbáltak ki, 26 hagyományosat és 16 labdát az újak közül. A labdákat géppel lőtték ki, elkerülve ezzel az emberi tényező okozta szóródást. A yardban mért ütéstávolságok összesítő adatait, mely távolságokat mindkét esetben normális eloszlásúnak tételezzük fel, az alábbi láthatjuk:

$$\text{Hagyományos:}\quad n = 26,\quad \text{átlag} = 271.4,\quad s^2 = 35.58$$

$$\text{Új:}\quad n = 16, \text{átlag} = 268.7,\quad s^2 = 48.47$$

90 %-os szinten vizsgáljuk meg, hogy az új borítás megváltoztatja-e az átlagos ütéstávolságot!

Mo golflabda t-próba (független)

Mo golflabda

független sokaságok, nem ismertek a szórások, de feltesszük hogy `egyenlőek` . jelölés: X : Hagyományos, Y: Új

$$n_X = 26, \quad n_Y = 16 \quad \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$$

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y \neq 0$$

$$s_p = ?$$

$$t = ?$$

$$c_f = t_{?,\ df=?} = ?,$$

Tehát adott szinten a minta ...

Fa golflabda t-próba (független)

páros mintás t-próba

Desc képlet

Fa pulzus

Várható érték

Desc **képlet**

páros-mintás t-próba, a különbség normális, ismereteln szórás

$$H_0 : \mu_d = \delta_0 \ldots$$

$$t = \frac{\overline{d} - \delta_0}{s_d} \quad \overset{H_0}{\sim} \quad t_{df=n-1}$$

páros mintás t-próba

Fa pulzus

Egy felmérésben `12` azonos életkorú sportoló pulzusát mérik terhelés után `azonnal` és `egy perc múlva` . Az eredmények az alábbiak voltak:

170	165	148	175	165	140	160	145	160	140	156	140
140	160	140	136	160	130	110	125	113	132	150	132

Döntsön `90` %-os szinten arról, igaz-e hogy a terhelés után egy perccel átlagosan `20` -szal kevesebb a sportolók pulzusa!

Mo pulzus páros mintás t-próba

Mo pulzus

Fa pulzus páros mintás t-próba

Linkek

jelenléti

képletek

feladatsor

táblázatok

adatok