

Statisztika GI II félév

Paraméteres

Paraméteres

Egymintás

Kétmintás

Statisztika GI II félév

Egymintás

Várható érték

Szórásnégyzet-szórás

Arány

Paraméteres

Várható érték

Z-próba

t-próba

Egymintás

Z-próba

Desc λ képlet

Fa λ palack

Fa λ tea

Várható érték

Desc képlet

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

σ ismert

$$H_0 : \mu = \mu_0 \dots$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \stackrel{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0, 1)$$

Z-próba

Fa palack

Egy teherautórakománnyi félliteres üdítőitalból 10 palackot véletlenszerűen kiválasztva és lemérve azok űrtartalmát az alábbi, milliliterben kifejezett értékeket kaptuk:

499 525 498 503 501 497 493 496 500 495

Ismert, hogy a palackokba töltött üdítőital mennyisége normális eloszlású 3 ml szórással. 95 %-os döntési szintet használva vizsgálja meg a gyártó azon állítását, hogy a palackokba átlagosan fél liter üdítőitalt töltöttek!

Mo palack

Z-próba

Mo palack

1-mintás z-próba

$$n = 10$$

$$\bar{X} = \frac{499.00 + \dots + 495.00}{10} = \frac{5007.00}{10} = 500.70$$

$$z = \frac{500.70 - 500.00}{0.95} = \frac{0.70}{0.95} = 0.74$$

$$z_{0.950} = 1.645 \quad z_{0.975} = 1.960$$

Fa palack

Z-próba

Fa tea

Az Ezt idd teát 200 grammos dobozokban árulják, a csomagológép szórása 4 gramm. A Fogyasztóvédelmi Felügyelőség lemérte öt véletlenszerűen kiválasztott teásdoboz tömegét, melyekre az alábbi grammokban kifejezett értékek adódtak:

196 202 198 197 190

Hipotéziseit pontosan megfogalmazva és feltételezve, hogy a teásdobozok tömege normális eloszlást követ, döntsön 98 %-os szinten arról, hogy az átlagos töltőtömeg tényleg 200 gramm, avagy kevesebb annál!

Mo tea

Z-próba

Mó té

1-mintás z-próba

$$n = 5$$

$$\bar{X} = \frac{196.00 + \dots + 190.00}{5} = \frac{983.00}{5} = 196.60$$

$$z = \frac{196.60 - 200.00}{1.79} = \frac{-3.40}{1.79} = -1.90$$

$$z_{0.980} = 2.054 \quad z_{0.990} = 2.326$$

Fa té

Z-próba

t-próba

Desc [képlet](#)

Fa [búza](#)

Fa [szintidő](#)

Fa [kocszföld](#)

Várható érték

Desc képlet

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

σ -t nem ismerjük

$$H_0 : \mu = \mu_0 \dots$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s} \sqrt{n} \stackrel{H_0}{\sim} t^{(n-1)}$$

$$s = \left(\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n - 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

t-próba

Fa búza

Egy gabonaraktárban 60 kg-os kiszerelésben búzát csomagolnak. A havi minőségellenőrzés során azt is meg akarták vizsgálni, hogy a raktárból kikerülő zsákokban tényleg 60 kg búza van-e, ezért lemérték **tíz** darab véletlenül kiválasztott zsákot. Eredményül a következőket kapták:

60.2 63.4 58.8 63.6 64.7 62.5 66.0 59.1 65.1 62.0

Hipotéziseit pontosan megfogalmazva döntsön **95** %-os szinten arról, hogy a zsákok átlagos töltőtömege tényleg **60** kg-e! Feltételezzük, hogy a zsákok töltőtömege normális eloszlású.

Mo búza

t-próba

Mo búza

1-mintás t-próba

$$n = 10$$

$$\bar{X} = \frac{60.20 + \dots + 62.00}{10} = \frac{625.40}{10} = 62.54$$

$$s = \left(\frac{(60.20 - 62.54)^2 + \dots + (62.00 - 62.54)^2}{9} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{56.64}{9} \right)^{\frac{1}{2}} = 2.51$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2.51}{3.16} = 0.79$$

$$t = \frac{62.54 - 60.00}{0.79} = \frac{2.54}{0.79} = 3.20$$

$$t_{0.950}^{(9)} = 1.833 \quad t_{0.975}^{(9)} = 2.262$$

Fa búza

t-próba

Fa szintidő

Egy üzem gyártósorán az egyik szerelési feladatra megadott szintidő 9 perc. Ezen feladaton dolgozó alkalmazottak már többször kérték a szintidő felemelését, mivel véleményük szerint az nem elegendő a feladat elvégzésére. Az üzem vezetősége egy ellenőrt küldött ki, aki 12 véletlenszerűen kiválasztott alkalommal megmérte a feladat elvégzéséhez szükséges időt, és a következőket kapta:

9.4 8.8 9.3 9.1 9.4 8.9 9.3 9.2 9.6 9.3 9.3 9.1

Feltételezve, hogy a feladat elvégzéséhez szükséges idő normális eloszlású, hipotéziseit pontosan megfogalmazva döntsön 99 %-os szinten, igazuk van-e a munkásoknak!

Mo szintidő

t-próba

Mo szintidő

1-mintás t-próba

$$n = 12$$

$$\bar{X} = \frac{9.40 + \dots + 9.10}{12} = \frac{110.70}{12} = 9.22$$

$$s = \left(\frac{(9.40 - 9.22)^2 + \dots + (9.10 - 9.22)^2}{11} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{0.54}{11} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.22$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.22}{3.46} = 0.06$$

$$t = \frac{9.22 - 9.00}{0.06} = \frac{0.22}{0.06} = 3.51$$

$$t_{0.990}^{(11)} = 2.718 \quad t_{0.995}^{(11)} = 3.106$$

Fa szintidő

t-próba

Fa kokszföld

Az atlétikai világbajnokságon résztvevő kokszföldi csapat néhány versenyzője arra panaszkodott, hogy a leadott doppingtesztjeiket nem megfelelően analizálták és az egyik szernek túlságosan **magas** koncentrációját mutatták ki, minek következtében a versenybíróság törölte az eredményeiket. A Kokszföldi Atlétikai Szövetség a laboratóriumot tesztelendő **nyolc** mintát küldött, melyek mindegyikében a kérdéses anyag koncentrációja pontosan **0.500** g/l volt. A laboratórium az alábbi eredményeket szolgáltatta:

0.485 0.518 0.460 0.530 0.560 0.550 0.490 0.575

A labor méréseit normális eloszlásúnak tételezve fel, döntsön **95** %-os szinten, **igazuk van-e** az atlétáknak!

Mo kokszföld

t-próba

Mo kokszföld

1-mintás t-próba

$$n = 8$$

$$\overline{X} = \frac{0.48 + \dots + 0.57}{8} = \frac{4.17}{8} = 0.52$$

$$s = \left(\frac{(0.48 - 0.52)^2 + \dots + (0.57 - 0.52)^2}{7} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{0.01}{7} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.04$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.04}{2.83} = 0.01$$

$$t = \frac{0.52 - 500.00}{0.01} = \frac{-499.48}{0.01} = -35090.52$$

$$t_{0.950}^{(7)} = 1.895 \quad t_{0.975}^{(7)} = 2.365$$

Fa kokszföld

t-próba

Szórásnégyzet-szórás

χ^2 -próba

Egymintás

χ^2 -próba

Desc [képlet](#)

Fa [űrlapok](#)

Fa [csővágó](#)

Szórásnégyzet-szórás

Desc képlet

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma) \quad \mu \text{ ismert}$$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = (n-1) \left(\frac{s}{\sigma_0} \right)^2 \stackrel{H_0}{\sim} \chi_{df=n-1}^2$$

χ^2 -próba

Fa űrlapok

Űrlapok kitöltésével kapcsolatos - monoton - munkát végzők bizonyos hibaszázalékkal dolgoznak. Hosszútávú megfigyelések szerint egy hónapban **35** darab az elrontott űrlapok várható száma. A vizsgált változó normális eloszlása feltételezhető. A szórás korábbi tapasztalatok szerint **6** darab. Egy **tíz** főre kiterjedő mintában az elrontott űrlapok száma egy hónapban az alábbi volt:

30 20 46 33 24 25 31 32 38 31

Hipotézisét pontosan megfogalmazva **95** %-os szinten döntsön arról, hogy a hibás űrlapok számának szórása lehet-e 6 darab!

Mo űrlapok

χ^2 -próba

Mo őrlapok

1-mintás χ^2 -próba

$$n = 10$$

$$s = \left(\frac{(30.00 - 35.00)^2 + \dots + (31.00 - 35.00)^2}{9} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{646.00}{9} \right)^{\frac{1}{2}} = 7.35$$

$$\chi^2 = 9 \left(\frac{7.35}{6.00} \right)^2 = 13.50$$

$$\chi^2_{0.950, df=9} = 16.919 \quad \chi^2_{0.975, df=9} = 19.023$$

$$\chi^2_{0.050, df=9} = 3.325 \quad \chi^2_{0.025, df=9} = 2.700$$

Fa őrlapok

χ^2 -próba

Fa csővágó

Egy csővágó-automata gépnek 1200 mm hosszú csődarabokat kell levágnia. a gyártásközi ellenőrzés feladata annak megállapítása, hogy a gép által gyártott darabok hosszmérete megfelel-e az előírásoknak. Előző adatfelvételből ismert, hogy a szóban forgó gép által gyártott darabok hossza normális eloszlású 3 mm szórással. Az ellenőrzéshez kiválasztottak egy 16 elemű mintát. A csődarabok hossza a mintában:

1208 1204 1202 1202 1194 1195 1205 1194

1197 1193 1205 1202 1191 1195 1194 1187

A gyár részlegvezetője azt mondja, hogy a csövek hosszának szórása nem haladja meg a 3 mm-t. Hipotézisét pontosan megfogalmazva döntsön 99 %-os szinten arról, hogy igaza van-e a részlegvezetőnek!

Mo csővágó

χ^2 -próba

Mo csővágó

1-mintás χ^2 -próba

$$n = 16$$

$$s = \left(\frac{(1208.00 - 1200.00)^2 + \dots + (1187.00 - 1200.00)^2}{15} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{608.00}{15} \right)^{\frac{1}{2}} = 6.02$$

$$\chi^2 = 15 \left(\frac{6.02}{3.00} \right)^2 = 60.44$$

$$\chi^2_{0.990, df=15} = 30.578 \quad \chi^2_{0.995, df=15} = 32.801$$

$$\chi^2_{0.010, df=15} = 5.229 \quad \chi^2_{0.005, df=15} = 4.601$$

Fa csővágó

χ^2 -próba

Arány

Desc [képlet](#)

Fa [dalfesztivál](#)

Fa [beszállító](#)

Egymintás

Desc képlet

$$H_0 : p = p_0 \ (\dots)$$

$$Z = \frac{\frac{k}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \stackrel{H_0}{\approx} \mathcal{N}(0, 1)$$

A póbastatisztika normalitása csak közelítőleg teljesül, a gyakorlatban

$$\min(np_0, n(1 - p_0)) \geq 5$$

esetén elfogadhatónak tartják a közelítést.

Arány

Fa dalfesztivál

Egy négy évvel ezelőtti felmérés során azt az eredményt kapták, hogy a középiskolák diákjainak **43** %-a nézte az Eurovíziós Dalfesztivál magyarországi nemzeti válogatóját. A napokban hasonló felmérést végeztek az iskolákban: **750** megkérdezett közül **550** diák nézte idén a válogatót. **90** %-os szinten döntsön arról, hogy változott-e a döntőt nézők aránya a négy évvel ezelőttihez képest!

Mo dalfesztivál

Arány

Mo dalfesztivál

1-mintás arány-próba

$$\left(\frac{0.43(1 - 0.43)}{750.0} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{0.25}{750.0} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.02$$

$$z = \frac{0.73 - 0.43}{0.02} = \frac{0.30}{0.02} = 16.7795$$

$$\text{küszöb} = 750.0 \min(0.43, 0.57) = 322.50$$

$$z_{0.900} = 1.282 \quad z_{0.950} = 1.645$$

$$z_{0.100} = -1.282 \quad z_{0.050} = -1.645$$

Fa dalfesztivál

Arány

Fa beszállító

Egy élelmiszerbolt-hálózat üzleteibe érkező import baracknak eddig átlagosan 15 %-a sérült meg szállítás közben. Miután beszállítót váltottak, az új szállítmányból megvizsgáltak 50 barackot. Ezek között 3 sérültet találtak. 95 %-os szinten döntsön arról, hogy megérte-e lecserélni a régi beszállítót.

Mo beszállító

Arány

Mo beállító

1-mintás arány-próba

$$\left(\frac{0.15(1 - 0.15)}{50.0} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{0.13}{50.0} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.05$$

$$z = \frac{0.06 - 0.15}{0.05} = \frac{-0.09}{0.05} = -1.7823$$

$$\text{küszöb} = 50.0 \min(0.15, 0.85) = 7.50$$

$$z_{0.950} = 1.645 \quad z_{0.975} = 1.960$$

$$z_{0.050} = -1.645 \quad z_{0.025} = -1.960$$

Fa beállító

Arány

Kétmintás

Várható érték

Paraméteres

Várható érték

Z-próba

t-próba (független)

páros mintás t-próba

Kétmintás

Z-próba

Desc μ képlet

Fa μ , hóesés

Várható érték

Desc képlet

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = \delta_0 \dots$$

$$Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} \stackrel{H_0}{\sim} \mathcal{N}(0, 1)$$

Z-próba

Fa ic, hóesés

Egy átlagos januári napon **6** InterCity vonatot vizsgáltak, hogy mennyi idő alatt (perc) teszi meg a Debrecen-Budapest utat. A menetidők:

155, 162, 158, 164, 157, 156

Két nap múlva leesett **10** cm hó. Ezen a napon **7** InterCity vonat menetidejét (perc) mérték le Debrecen és Budapest között. Akkor az alábbi időket kapták:

177, 183, 169, 178, 166, 191, 168

A vonatok menetidejét normális eloszlásúnak tekintjük. Az utasok szerint a hóesés **több mint 10** perces késést eredményezett ezen a vonalon. **95** %-os szinten döntsünk, igazuk van-e az utasoknak, ha korábbi tapasztalatokból tudjuk, hogy amikor nincs hó, akkor a menetidő szórása **3** perc, míg hóeséskor **10** perc!

Mo ic, hóesés

Z-próba

Módoic, hőesés

$$n_x = ?, \ n_Y = ? \ \alpha = ?,$$

$$H_0 : ?$$

$$H_1 : ?$$

$$\overline{X} = ?, \ \overline{Y} = ?$$

$$Z = ?$$

$$\text{táblázatból: } c_f = ?, c_a = ?$$

Tehát adott szinten a minta...

Faóic, hőesés

Z-próba

t-próba (független)

Desc [képlet](#)

Fa [káv](#)

Fa [golflabda](#)

Várható érték

Desc képlet

független-mintás t-próba. normális független sokaságok, a szórások **nem** ismertek, de **egyenlőnek** tételezzük fel őket.

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = \delta_0$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} \stackrel{H_0}{\sim} t_{df=n_X+n_Y-2}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_X - 1)s_x^2 + (n_Y - 1)s_y^2}{n_X + n_Y - 2}}$$

t-próba (független)

Fa kávé

Kétfajta instant kávé oldódási idejét tesztelték, melyekből minden alkalommal azonos mennyiséget tettek 1 dl forrásban levő vízbe. A kísérletek eredményei az alábbiak voltak:

Mokka Makka: 8.2, 5.0, 6.8, 6.7, 5.8, 7.3, 6.4, 7.8

Koffe In: 5.1, 4.3, 3.4, 3.7, 6.1, 4.7

Az oldódási időket normálisnak tételezve fel, **95** %-os szinten vizsgáljuk meg azt az állítást, hogy a Mokka Makka kávé lassabban oldódik, mint a Koffe In!

Mo kávé

t-próba (független)

Mo kávé

független sokaságok, nem ismertek a szórások, de feltesszük hogy
egyenlőek . jelölés: X : Mokka, Y : Koffe

$$n_X = 8, \quad n_Y = 6 \quad \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y \leq 0$$

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y > 0$$

$$\bar{X} = 6.75, \quad \bar{Y} = 4.55$$

$$s_X^2 = 1.0857, \quad s_Y^2 = 0.967$$

$$s_p = \sqrt{\frac{7 \cdot 1.0857 + 5 \cdot 0.967}{12}} = 1.0180$$

$$t = \frac{6.75 - 4.55}{1.0180 \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{6}}} = 4.0017$$

$$c_f = t_{0.95, df=12} = 1.782, \quad t \geq c_f$$

Tehát adott szinten a minta nem támasztja alá H_0 -at - elvetjük, vagyis elfogadható az az állítás hogy a Mokka lassabban oldódik.

Fa kávé

t-próba (független)

Fa golflabda

Az angliai New Dumber golflabdagyárában egy újfajta golflabda borítást fejlesztettek ki. A tesztek azt mutatták, hogy ez az új borítás jóval ellenállóbb, mint a hagyományos. Felmerült azonban a kérdés, hogy az új borítás nem változtatja-e meg az átlagos ütéstávolságot. Ennek eldöntésére 42 labdát próbáltak ki, 26 hagyományosat és 16 labdát az újak közül. A labdákat géppel lötték ki, elkerülve ezzel az emberi tényező okozta szóródást. A yardban mért ütéstávolságok összesítő adatait, mely távolságokat mindkét esetben normális eloszlásnak tételezzük fel, az alábbi láthatjuk:

Hagyományos: $n = 26$, $\text{átlag} = 271.4$, $s^2 = 35.58$

Új: $n = 16$, $\text{átlag} = 268.7$, $s^2 = 48.47$

90 %-os szinten vizsgáljuk meg, hogy az új borítás megváltoztatja-e az átlagos ütéstávolságot!

Mo golflabda

t-próba (független)

Mo golflabda

független sokaságok, nem ismertek a szórások, de feltesszük hogy
egyenlőek . jelölés: X : Hagyományos, Y : Új

$$n_X = 26, \quad n_Y = 16 \quad \alpha = 0.05$$

$$H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$$

$$H_1 : \mu_X - \mu_Y \neq 0$$

$$s_p = ?$$

$$t = ?$$

$$c_f = t?, \quad df = ? = ?,$$

Tehát adott szinten a minta ...

Fa golflabda

t-próba (független)

páros mintás t-próba

Desc t képlet

Fa t pulzus

Várható érték

Desc képlet

páros-mintás t-próba, a különbség normális, ismeretlen szórás

$$H_0 : \mu_d = \delta_0 \dots$$
$$t = \frac{\bar{d} - \delta_0}{s_d} \stackrel{H_0}{\sim} t_{df=n-1}$$

páros mintás t-próba

Fa pulzus

Egy felmérésben 12 azonos életkorú sportoló pulzusát mérik terhelés után azonnal és egy perc múlva . Az eredmények az alábbiak voltak:

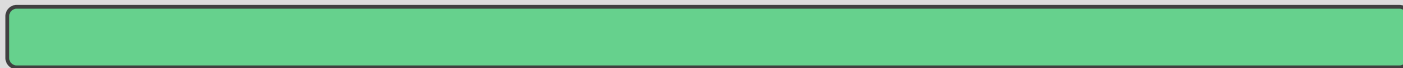
170	165	148	175	165	140	160	145	160	140	156	140
140	160	140	136	160	130	110	125	113	132	150	132

Döntsön 90 %-os szinten arról, igaz-e hogy a terhelés után egy perccel átlagosan 20 -szal kevesebb a sportolók pulzusa!

Mo pulzus

páros mintás t-próba

Mo pulzus



Fa pulzus

páros mintás t-próba