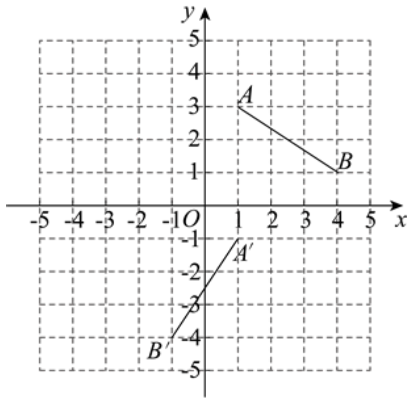
初二秋季四大自招班第四讲课前小测

1 如图，已知点$A\left(1,3\right)$，$B\left(4,1\right)$，将线段AB绕点M逆时针旋转到$A'B'$，点A与A'是对应点，点B与B'是对应点，则点M的坐标是（　）.

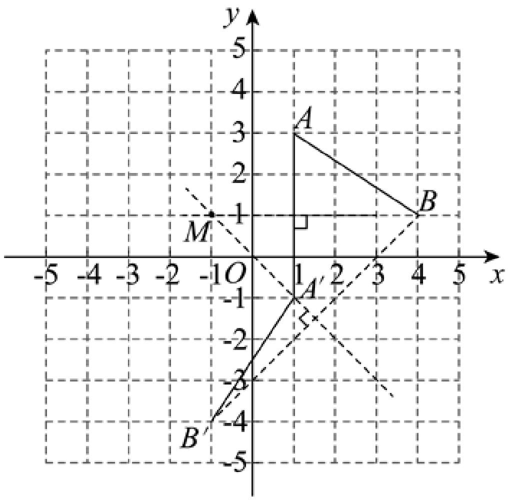


A. $(-1,-2)$　　B. $(1,0)$　　C. $(-1,1)$　　D. $(1,-3)$

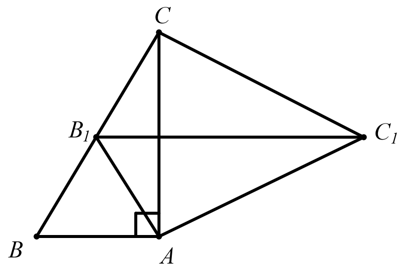
答案 C

解析 如图，连接AA'、BB'，作线段AA'的垂直平分线，线段BB'的垂直平分线，交点即为点M，旋转中心M即为所求．由图可得点M的坐标是$(-1,1)$．

故选C．



2 如图，在$Rt\triangle ABC$中,$\angle BAC=90^\circ$,$AB=1$.将$\triangle ABC$绕点A按顺时针方向旋转至$\triangle AB_1C_1$的位置时，点B_1恰好落在边BC的中点处，则CC_1的长为



A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

答案 B

解析 解：∵在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^{\circ}$，$AB=1$，将其进行顺时针旋转，B_1落在BC的中点处，

$\therefore\mathrm{Rt}\triangle AB_1C_1$是由$\mathrm{Rt}\triangle ABC$旋转得到，

$\therefore AB_1=AB=1$，

$\because\angle BAC=90^{\circ}$，点$B_1$恰好落在边$BC$的中点处，

$\therefore BC=2AB_1=2$，

根据勾股定理：$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{3}$，

又$\because AB_1=AB=1$，且$BB_1=\dfrac{1}{2}BC=1$，

$\therefore\triangle\mathrm{ABB_1}$为等边三角形，

$\therefore$旋转角$\angle BAB_1=60^{\circ}$，

$\therefore\angle CAC_1=60^{\circ}$，且$AC_1=AC=\sqrt{3}$，

$\therefore\triangle ACC_1$也是等边三角形，

$\therefore CC_1=\sqrt{3}$，

因此正确答案为：B．

3 请阅读下列材料：

问题：如图1，在等边三角形ABC内有一点P，且$PA=2$，$PB=\sqrt{3}$，$PC=1$，求$\angle BPC$度数的大小和等边三角形ABC的边长．

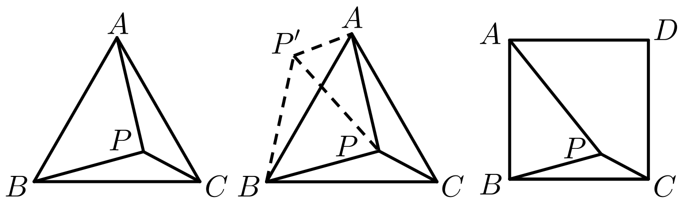


图 1　图 2　图 3

(1) 李明同学的思路是：将$\triangle BPC$绕点B逆时针旋转60°，画出旋转后的图形(如图2)，连接PP'，可得$\triangle P'PB$是等边三角形，而$\triangle PP'A$又是直角三角形(由勾股定理的逆定理可证)，从而得到$\angle BPC=\angle AP'B=$ ____ ，进而求出等边$\triangle ABC$的边长为 ____ ，问题得到解决．

(2) 请你参考李明同学的思路，探究并解决下列问题：如图3，在正方形$ABCD$内有一点P，且$PA=\sqrt{5}$，$BP=\sqrt{2}$，$PC=1$．求$\angle BPC$度数的大小和正方形$ABCD$的边长．

答案　(1) 150°；$\sqrt{7}$．

(2) $\angle BPC=135^\circ$，正方形边长为$\sqrt{5}$．

解析　(1) 根据旋转可知：

$\angle AP'B=150^\circ$，$\angle BPC=\angle AP'B=150^\circ$，

等边三角形ABC的边长为$\sqrt{7}$．

故答案为：150°；$\sqrt{7}$．

(2) 解：将$\triangle BPC$绕点B逆时针旋转90°，得

$\triangle BP'A$，则$\triangle BPC\cong\triangle BP'A$．

$\therefore AP'=PC=1, BP=BP'=\sqrt{2}$；

连接PP'，

在$\mathrm{Rt}\triangle BP'P$中，

$\because BP=BP'=\sqrt{2}, \angle PBP'=90^\circ$，

$\therefore PP'=2$，$\angle BP'P=45^\circ$；

在$\triangle AP'P$中，$AP'=1, PP'=2, AP=\sqrt{5}$，

$\because 1^2+2^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$，即$AP'^2+PP'^2=AP^2$；

$\therefore \triangle AP'P$是直角三角形，即$\angle AP'P=90^\circ$，

$\therefore \angle AP'B=135^\circ$，

$\therefore \angle BPC=\angle AP'B=135^\circ$．

过点B作$BE \perp AP'$，交AP'的延长线于点E；则$\triangle BEP'$是等腰直角三角形，

$\therefore \angle EP'B = 45^\circ$，

$\therefore EP' = BE = 1$

$\therefore AE = 2$；

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，由勾股定理，得$AB = \sqrt{5}$；$\therefore \angle BPC = 135^\circ$，正方形 边长为$\sqrt{5}$．