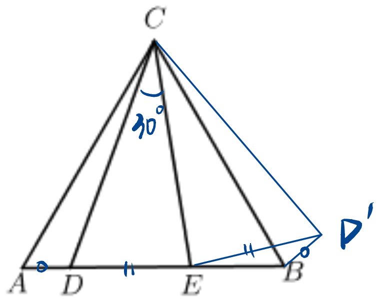
学霸闯关

1．已知：如图，等边三角形ABC中，点D、E在边AB上，且$\angle DCE=30^{\circ}$．则以线段ED、AD、EB为边长的三角形的形状是（ C ）．



A．锐角三角形　　B．直角三角形　　C．钝角三角形　　D．不确定

2．通过类比联想、引申拓展研究典型题目，可达到解一题知一类的目的．下面是一个案例，请补充完整．

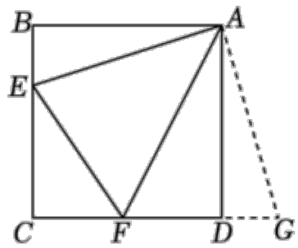


图1

原题：如图1，点E，F分别在正方形$ABCD$的边BC，CD上，$\angle EAF=45^{\circ}$，连接EF，则$EF=BE+DF$，试说明理由．

（1）思路梳理

$\because AB=CD$，$\therefore$把$\triangle ABE$绕点A逆时针旋转90°至$\triangle ADG$，可使AB与AD重合．$\because \angle ADC=\angle B=90^{\circ}$，$\angle FDG=180^{\circ}$，$\therefore$点$F$，$D$，$G$共线．根据 SAS （从SSS，ASA，AAS，SAS”中选择填写），易证$\triangle AFG\cong$ △AFE ，得$EF=BE+DF$．

（2）类比引申

如图2，四边形$ABCD$中，$AB=AD$，$\angle BAD=90°$，点E，F分别在边BC，CD上，$\angle EAF=45°$．若$\angle B$，$\angle D$都不是直角，则当$\angle B$与$\angle D$满足等量关系$\underline{\angle B+\angle D=180°}$时，仍有$EF=BE+DF$．

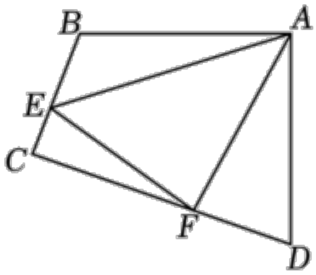


图2

（3）联想拓展

如图3，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，点D，E均在边BC上，且$\angle DAE=45°$．猜想BD，DE，EC应满足的等量关系，并写出推理过程．

$BD^2+EC^2=DE^2$.

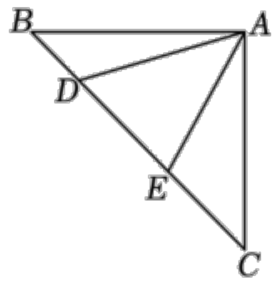
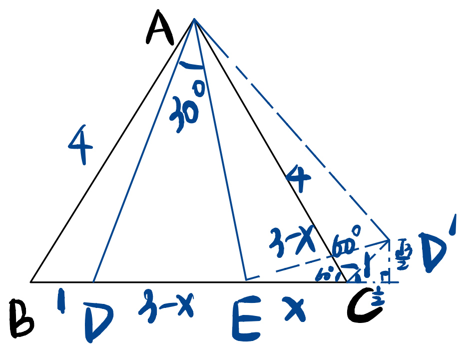


图3

（4）思维深化

如图4，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，$AB=AC$，点D，E均在直线BC上，点D在点E的左边，且$\angle DAE=30°$，当$AB=4$，$BD=1$时，直接写出CE的长．

解: $CE=\frac{8}{7}$或$\frac{8}{3}$.



$(x+\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=(3-x)^2$

$x^2+x+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=9+x^2-6x$

$7x=8$

$x=\frac{8}{7}$

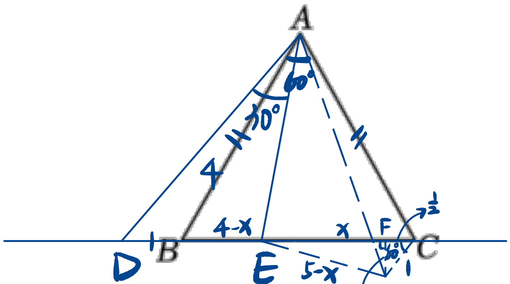


图4

$(x-\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=(5-x)^2$

$x^2-x+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=25+x^2-10x$

$9x=24$

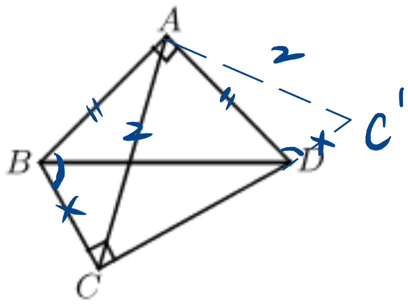
$x=\frac{8}{3}$

3．四边形$ABCD$被对角线BD分为等腰直角三角形ABD和直角三角形CBD，其中$\angle A$和$\angle C$都是直角，另一条对角线AC的长度为2，求四边形$ABCD$的面积．

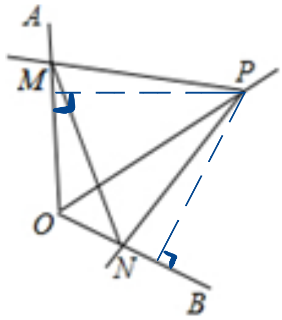
解：$S_{四ABCD} = S_{等腰Rt\triangle ACC'}$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2$

$= 2$

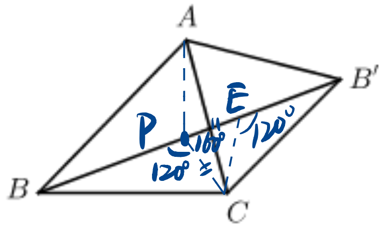


4．如图，点 P 为定角$\angle AOB$的平分线上的一个定点，且$\angle MPN$与$\angle AOB$互补，若$\angle MPN$在绕点 P 旋转的过程中，其两边分别与 OA、OB 相交于 M、N 两点，则以下结论：（1）$PM = PN$恒成立；（2）$OM + ON$的值不变；（3）四边形 $PMON$ 的面积不变；（4）MN的长不变，其中正确的个数为___B___。



A．4　　　　B．3　　　　C．2　　　　D．1

5．若P为$\triangle ABC$所在平面上一点，且$\angle APB=\angle BPC=\angle CPA=120^\circ$，则点$P$叫做$\triangle ABC$的费马点．如图，在锐角$\triangle ABC$外侧作等边$\triangle ACB'$，连接$BB'$．求证：$BB'$过$\triangle ABC$的费马点$P$，且$BB'=PA+PB+PC$．



证明：在BB'上取点P，使∠BPC=120°.

连接AP，再在PB'上截取PE=PC，连接CE.

∵∠BPC=120°

∴∠EPC=60°

∴△PCE为等边三角形.

∴PC=PE，∠PCE=60°，∠CEB'=120°.

∵△ACB'为等边三角形.

∴AC=B'C，∠ACB'=60°.

∴∠PCA=∠ECB'

∴△ACP≌△B'CE (SAS)

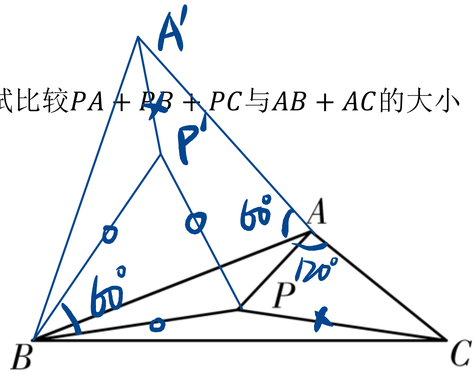
∴∠APC=∠B'EC=120°，PA=B'E

∴∠APB=∠APC=∠BPC=120°

∴P为△ABC的费马点.

∴BB'过△ABC的费马点P，且BB'=PA+PB+PC

6．如图所示，在△ABC中，$\angle BAC=120°$，P是△ABC内部一点，试比较$PA+PB+PC$与$AB+AC$的大小关系．



解析：$PA+PB+PC=A'P'+P'P+PC>A'C=AB+AC$.