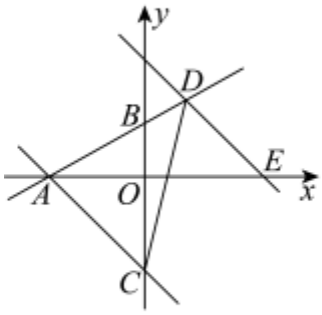
初二秋季四大自招班第二讲课前小测

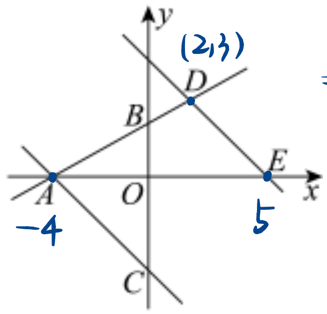
课前小测

此题需要严格按过程要求进行作答

1　2023~2024学年广东深圳福田区初二上学期期末第22题15分

如图，在平面直角坐标系中，直线$AB\colon y=\frac{1}{2}x+m$与x轴交于点A，与y轴交于点$B(0,2)$，直线$AC$经过y轴负半轴上的点C，且$\angle ACO=45^\circ$．





备用图

(3) $\angle AED=\angle MEN$

→ ① $\triangle EAD\cong\triangle EMN$

$EN=ED$

② $\triangle EAD\cong\triangle ENM$

$EN=EA$

代数法求N.

(1)　求直线AC的函数表达式；

(2)　直线AC向上平移9个单位，平移后的直线与直线AB交于点D，连结DC，求$\triangle ACD$面积；

(3)　在（2）的条件下，平移后的直线与x轴交于点E，点M为x轴上的一点，直线DE上是否存在点N（不与点D重合），使以点E，M，N为顶点的三角形与$\triangle ADE$全等，若存在，请直接写出点N的坐标；若不存在，请说明理由．

答案

(1)　$y=-x-4$

(2)　18

(3)　$(8,-3)$或$\left(5+\frac{9\sqrt{2}}{2},-\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)$或$\left(5-\frac{9\sqrt{2}}{2},\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)$

解析

(1)　由点B的坐标可求得m的值，然后根据直线AB的解析式可以求得A的坐标，再结合$OA=OC$得到C的坐标，然后用待定系数法求出直线AC的解析式；

解：将点$B(0,2)$代入直线$AB\colon y=\frac{1}{2}x+m$，得到$m=2$，

$\therefore$直线$AB\colon y=\frac{1}{2}x+2$，令$y=0$，得到$x=-4$，

$\therefore A(-4,0)$，$OA=4$，

$\because \angle ACO=45^\circ$，

$\therefore OA=OC$，

$\therefore C(0,-4)$，

设直线AC的表达式为$y=kx+b$，则$\begin{cases}-4k+b=0\\ b=-4\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\ b=-4\end{cases}$，

$\therefore$直线AC的表达式为$y=-x-4$，

(2) 根据直线的平移规律得到直线DE的解析式，从而求得D的坐标，然后根据

$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle BCD}$即可求解；

解：$\because$直线AC向上平移9个单位，

$\therefore$直线DE的解析式为$y=-x-4+9=-x+5$，

$\because$平移后的直线与直线AB交于点D，

$\therefore\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+2\\ y=-x+5\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=2\\ y=3\end{cases}$，

$\therefore D(2,3)$，

$\because B(0,2)$，$C(0,-4)$，

$\therefore BC=6$，

$\therefore S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle BCD}$

$=\frac{1}{2}BC\cdot OA+\frac{1}{2}BC\times 2$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 4+\frac{1}{2}\times 6\times 2=18$；

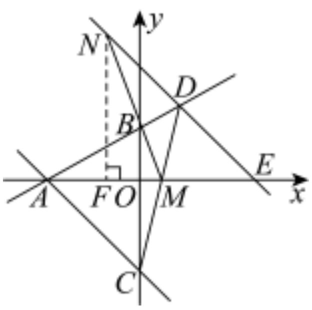
(3) 先根据直线DE的解析式求出点E，根据勾股定理以及平行四边形的性质，分三种情况可得到点N的坐标．

$\because$直线DE：$y=-x+5$与x轴交于点E，

$\therefore$点$E(5,0)$，

$\therefore AE=9$，

当$EN=AE=9$时，过点N作x轴的垂线交x轴于一点F，如图所示：



设$N(a,-a+5)$，

则$NF=|-a+5|$，$FE=5-a$，

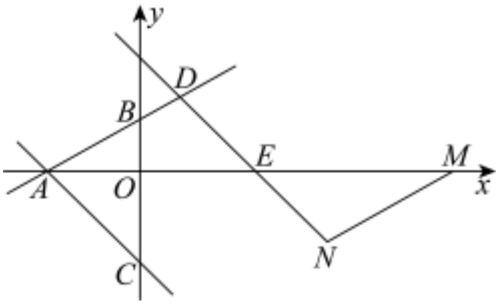
在△ NEF中，$NF^2+EF^2=NE^2$，

即$(-a+5)^2+(5-a)^2=9^2$，

解得$a=5\pm\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore N\left(5+\dfrac{9\sqrt{2}}{2},-\dfrac{9\sqrt{2}}{2}\right)$或$N\left(5-\dfrac{9\sqrt{2}}{2},\dfrac{9\sqrt{2}}{2}\right)$；

当$DE=EN$时，如图所示：



$\because$△ $ADE\cong$△ MNE，

$\therefore\angle ADE=\angle MNE, DE=NE$，

$\therefore$点E为DN的中点，

$\because D(2,3)$，$E(5,0)$，

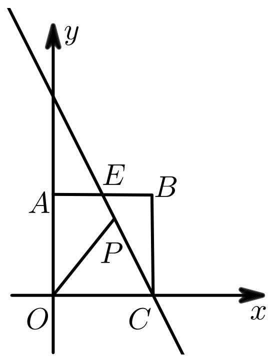
$\therefore N(8,-3)$，

综上，存在，此时点N的坐标为$(8,-3)$或$\left(5+\dfrac{9\sqrt{2}}{2},-\dfrac{9\sqrt{2}}{2}\right)$或$\left(5-\dfrac{9\sqrt{2}}{2},\dfrac{9\sqrt{2}}{2}\right)$．

本题考查了一次函数的图像、待定系数法求一次函数解析式、一次函数图像的平移、平面直角坐标系中求图形的面积、求两直线交点坐标，分类讨论，数形结合是解答本题的关键．

课后挑战

2 如图，已知点$C(4,0)$是正方形$AOCB$的一个顶点，直线PC交AB于点E，若E是AB的中点



(1) 求点E的坐标；

(2) 求直线PC的解析式；

(3) 若点P是直线PC上第一象限的一个动点，当点P运动到什么位置时，图中存在与$\triangle AOP$全等的三角形？请求出P点的坐标，并说明理由．

答案

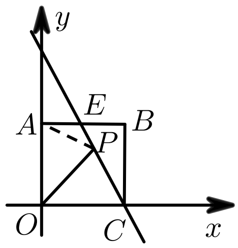
(1) E点坐标是$(2,4)$

(2) PC的解析式：$y=-2x+8$

(3) $(2,4)$或$(\frac{8}{3},\frac{8}{3})$；证明见解析．

解析

(1) 如图所示：



因为四边形$ABCO$是正方形，

所以$A(0,4)$，$B(4,4)$，

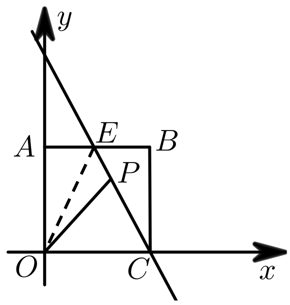
E是AB中点，所以E点坐标是$(2,4)$；

(2) C点坐标是$(4,0)$，

设PC解析式为：$y=kx+b$，

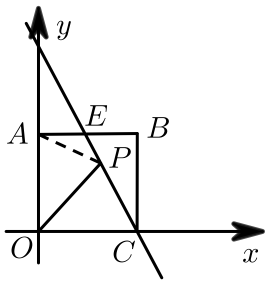
将C和E的坐标代入即可得出PC的解析式：$y=-2x+8$

(3) 如图所示：



当P在E点时，$\triangle OAP\cong\triangle CBE$，

P的坐标为$(2,4)$；



当AP等于CP时，即OP平分$\angle AOC$时，$\triangle OAP\cong\triangle OCP$，

其中直线OP时斜率为1 的函数，所以直线OP的解析式为：$y=x$，

与PC交于P的坐标为$(\frac{8}{3},\frac{8}{3})$．