Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών

Συστήματα και Τεχνολογίες Γνώσης

8^o Εξάμηνο - Ροή Λ

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Δημήτρης Δήμος - 031 17 165
dimitris.dimos647@gmail.com

Αθήνα
Άνοιξη, 2021

Περιεχόμενα

Ερώτημα 1

1.(α')

Μοντέλο $\mathcal{I} : \Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\},\ A^{\mathcal{I}} = \{a\},\ B^{\mathcal{I}} = \{a, b\},\ C^{\mathcal{I}} = \{b, c\},\ R^{\mathcal{I}} = \{(a, a), (b, a), (a, c), (a, b)\}$

1.(β')

Μοντέλο $\mathcal{I} : \Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b\},\ A^{\mathcal{I}} = \{b\},\ B^{\mathcal{I}} = \{b\},\ C^{\mathcal{I}} = \varnothing,\ D^{\mathcal{I}} = \{b\},\ R^{\mathcal{I}} = \{(a, b), (b, a)\}$

2.(α')

Θεωρούμε το μοντέλο $\mathcal{I}$ της έννοιας. Είναι:

$$
\begin{aligned}
D^{\mathcal{I}} \cap B^{\mathcal{I}} &\subseteq (\Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}) \cap (A^{\mathcal{I}} \cup C^{\mathcal{I}}) \\
&= A^{\mathcal{I}} \cap (\Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}) \\
&\subseteq A^{\mathcal{I}}
\end{aligned}
$$

Επομένως, η υπαγωγή ισχύει.

2.(β')

Από την οντολογία $\mathcal{T}$ έχουμε:

$$
\begin{aligned}
C &\sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists R.B) \\
&\sqsubseteq \exists R.(A \sqcap D) \\
&\sqsubseteq \neg(C_1 \sqcap C_2)
\end{aligned}
$$

Θεωρούμε μοντέλο $\mathcal{I}$ με $C^{\mathcal{I}} = \{b, c\},\ C_1^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\},\ C_2^{\mathcal{I}} = \{a\}$ στο οποίο ικανοποιείται το TBox, αφού $C \sqsubseteq \{b, c\}$, αλλά όχι η υπαγωγή $C \sqsubseteq \{a\}$. Άρα, η υπαγωγή δεν ισχύει.

Ερώτημα 2

$$
\begin{aligned}
(\forall r^-.\forall s.\bot)^{\mathcal{I}} &= \{a_2, a_4\} \\
(\exists s.\exists r^-.\top)^{\mathcal{I}} &= \{a_1, a_2, a_4\} \\
(\forall s.(A \sqcup \exists r.\top))^{\mathcal{I}} &= \{a_1, a_2, a_3, a_4\} \\
(\exists r.\exists r.\exists r^-.\top)^{\mathcal{I}} &= \{a_2, a_3\} \\
(\geq 2r.(A \sqcup C))^{\mathcal{I}} &= \{a_2\} \\
(B \sqcap \exists s.Self)^{\mathcal{I}} &= \{a_4\}
\end{aligned}
$$

Ερώτημα 3

Λόγω της ποσότητας $\exists r.B \sqcap \exists r.\neg B$ το πεδίο ερμηνείας θα έχει τουλάχιστον 2 στοιχεία.

$$\Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b\},\ B^{\mathcal{I}} = \{a\},\ C^{\mathcal{I}} = \{b\},\ r^{\mathcal{I}} = \{(a, a), (a, b), (b, b)\}$$

Ερώτημα 4

1.

Σύνταξη	**Σημασιολογία**
$r \sqcup s$	$r^{\mathcal{I}} \cup s^{\mathcal{I}} = \{(x, y) \mid$ ισχύει $r(x, y)$ ή ισχύει $s(x, y)\}$
$r \sqcap s$	$r^{\mathcal{I}} \cap s^{\mathcal{I}} = \{(x, y) \mid$ ισχύουν $r(x, y)$ και $s(x, y)\}$
$\top_R$	$\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
$\bot_R$	$\varnothing$

2.

$A \sqcap B \quad \sqsubseteq \bot$

$r \sqcap s \quad \sqsubseteq \bot_R$

3.

συμμετρικός: $r \sqsubseteq r^{-}$

αντισυμμετρικός: $r \sqsubseteq \neg r^{-}$

ανακλαστικός: $\top \sqsubseteq \exists r.Self$

μη ανακλαστικός: $\exists r.Self \sqsubseteq \bot$

Ερώτημα 5

Νέοι ρόλοι:

1. έχειΓονέα $\equiv$ έχειΠαιδί$^-$
2. έχειΑδερφό $\equiv$ έχειΓονέα $\circ$ έχειΠαιδί
   $\exists$ έχειΑδερφό.Self $\sqsubseteq \bot$
3. έχειΕτεροθαλήΑδερφό $\equiv$ έχειΑδερφό $\sqcap$ (έχειΓονέα $\circ\ \neg$ έχειΠαιδί)
4. έχειΕγγόνι $\equiv$ έχειΠαιδί $\circ$ έχειΠαιδί

Οι ρόλοι (1) και (4) είναι εμφανείς ως προς τη σημασιολογία τους.

Ο ρόλος (2) περιλαμβάνει ζεύγη (Π_1,Π_2) που το καθένα είναι ένα παιδί. Το Π_1 θά έχει έναν γονέα Γ, ο οποίος θα έχει ένα παιδί Π_2. Άρα ο γονέας Γ έχει δύο παιδιά Π_1 και Π_2, που είναι αδέρφια. Για να μην προκύπτουν ανακλαστικά ζεύγη από αυτόν τον ορισμό, δηλώνουμε ότι ο ρόλος (2) είναι μη ανακλαστικός.

Ο ρόλος (3) περιλαμβάνει ζεύγη παιδιών που είναι αδέρφια (λόγω του πρώτου μέλους της τομής). Ταυτόχρονα, τα αδέρφια αυτά θα πρέπει να είναι και ζεύγη του ρόλου του δεύτερου μέλους της τομής. Αυτό με τη σειρά του προκύπτει ως εξής: $(\Pi_1, \Gamma) \circ \neg (\Gamma, \Pi_2) \equiv (\Pi_1, \Pi_2)$, δηλαδή περιέχει ζεύγη παιδιών που έχουν έναν **μη κοινό** γονέα. Τα ζεύγη παιδιών που είναι αδέρφια και, ταυτόχρονα, έχουν έναν μη κοινό γονέα είναι ετεροθαλή. Άρα η τομή των δύο συνόλων είναι τα ζεύγη ετεροθαλών αδερφών.

Νέες Έννοιες:

1. Άνθρωπος $\sqcap\ \geq 1$ έχειΕτεροθαλήΑδερφό.Άνθρωπος $\sqcap\ \leq 1$ έχειΕτεροθαλήΑδερφό.Άνθρωπος $\sqcap$
   $\exists$έχειΕτεροθαλήΑδερφό.(Άνθρωπος $\sqcap\ \geq 2$ έχειΠαιδί.Άνθρωπος $\sqcap\ \leq 2$ έχειΠαιδί.Άνθρωπος $\sqcap$
   $\exists$έχειΠαιδί.(Άνθρωπος $\sqcap\ \forall$έχειΣύζυγο.$\bot$) $\sqcap$
   $\exists$έχειΠαιδί.(Άνθρωπος $\sqcap\ \geq 1$ έχειΣύζυγο.Άνθρωπος $\sqcap\ \leq 1$ έχειΣύζυγο.Άνθρωπος) $\sqcap$
   ≥ 3 έχειΠαιδί.Άνθρωπος $\sqcap\ \leq 3$ έχειΠαιδί.Άνθρωπος))
2. Άνθρωπος $\sqcap\ \exists$έχειΑδερφό.(Άνθρωπος $\sqcap\ \forall$έχειΣύζυγο.$\bot\ \sqcap\ \exists$έχειΠαιδί.Άνθρωπος $\sqcap$
   ≥ 2 έχειΕγγόνι.Άνθρωπος $\sqcap\ \leq 2$ έχειΕγγόνι.Άνθρωπος)
3. Άνθρωπος $\sqcap\ \forall$έχειΠαιδί.$\bot\ \sqcap\ \exists$έχειΑδερφό.(Άνθρωπος $\sqcap\ \forall$έχειΣύζυγο.$\bot\ \sqcap\ \exists$έχειΠαιδί.Άνθρωπος $\sqcap$
   ≥ 1 έχειΕγγόνι.Άνθρωπος $\sqcap\ \leq 1$ έχειΕγγόνι.Άνθρωπος)

Η σημασία της κάθε έννοιας είναι φανερή, αφού κάθε ιδιότητα που πρέπει να πληρούν τα στοιχεία της καθεμιάς, είναι καλά ορισμένη μέσω των ρόλων που έχουν εξηγηθεί παραπάνω και έχει αντιπροσωπευτικό όνομα. Σημειωτέον, οι παρενθέσεις τοποθετούνται ώστε τα όσα εμπεριέχονται να αφορούν τα κατάλληλα στοιχεία.