

찐유의 블로그

수학

대각선이 지나는 단위정사각형



군계일학
2006. 5. 19. 3:43

이웃추가

'대각선이 지나는 단위정사각형'에 대한 문제 중 직사각형의 각 변을 m, n 이라고 할때 공식은 $m + n - (m \text{과} n \text{의 최대공약수})$ 입니다.

그 때 공식을 유도 하던 과정에서 대각선이 지나는 사각형들을 모두 변으로 모으면 'ㄱ'모양이나 'ㄴ'모양으로 되는 것을 이용합니다. 왜 항상 'ㄱ'이나 'ㄴ' 모양으로 모이게 되는지 알려주세요

1)

왜 'ㄱ' 혹은 'ㄴ' 모양이 되는가..

대각선은 선분으로 일정방향으로 진행되기 때문입니다.

자.. 대각선이 한 꼭지점에서 출발해서 다른 꼭지점을 향해 출발합니다.

예를 들어 좌측 아래에서 우측 상단을 향해 출발한다고 합시다.

처음에는 좌측 맨 아래 사각형이 칠해지겠죠..

다음엔 어느 쪽이 칠해 질까요.. 변의 길이에 따라 전에 칠해졌던 사각형의

우측이나 위의 사각형이 칠해지겠죠..

쭉.. 가다 어느 사각형이 칠해지고 나면

반드시 그 위의 사각형이나 우측의 사각형이 칠해지겠죠..

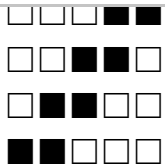
왜냐하면 대각선이 지나는 사각형을 칠하는 것이고

대각선은 지금 우상향으로 진행하는 중이기 때문입니다.

절대로 좌측이나 아래로 꺾이는 일이 없습니다.

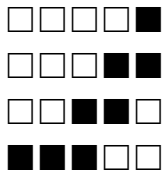
그러면 아래와 같이 변형시킬 수 있습니다.

찐유의 블로그



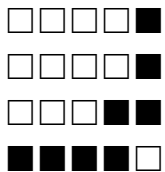
이렇게 칠해지겠죠..

이 중 꺾이는 위치에서 좌측 상단에 있는 놈들을 우측 하단으로 옮겨도
갯수 세는 데에는 문제가 없겠죠..

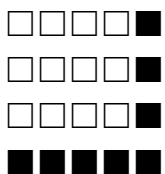


이렇게 말이죠..

또 반복해 보죠..



또 해 보면



이렇게 벽에 완전히 붙일 수 있게 됩니다.

칠해진 사각형의 갯수는 $5+4-1 = 8$ 개 입니다.

그러면 공식에서는 왜 -1 이 아니고 최대공약수를 뺄까요?

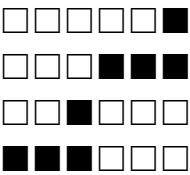
그것은 변의 길이가 서로소가 아니면 대각선이 중간에 점을 지나기 때문입니다.

예를 들어 6×4 사각형을 봅시다.



찐유의 블로그

이 글에는 3x2 사각형 네개도 눈앞에서 생각됩니다.



3x2 사각형에서 칠해진 갯수는 $3+2-1 = 4$ 개
그게 두 세트 있으니까 6x4 사각형에서는 8개..

다시 좀 논리적으로 하자면

$m \times n$ 사각형에서
 m 과 n 의 최대공약수가 a 라고 할 때
 $m = ab$
 $n = ac$ 라고 합시다. (b, c 는 당연히 서로소)

$m \times n$ 사각형은
 a^2 개의 $b \times c$ 사각형으로 분할할 수 있고
대각선이 지나가는 $b \times c$ 사각형은 a 개입니다.
 b, c 가 서로소이므로 $b \times c$ 사각형에서 대각선이 지나가는 단위사각형은
 $b+c-1$ 이고
 $m \times n$ 사각형 전체적으로 보면
 $a(b+c-1) = ab+ac-a = m+n-a$ 입니다.

0



군계일학

안녕하세요

이웃추가

이 블로그 수학 카테고리 글

1. 수학 문제 풀기

0

찐유의 블로그

초등 서술·논술형 수학 대비 ② 논술형

2006. 5. 24.

0

대각선이 지나는 단위정사각형

2006. 5. 19.

0

[공유] 2006 hme 해법수학 학력평가가 해답 및 해설

2006. 5. 17.

0

지도의 축척과 도형의 닮음비

2006. 5. 14.

0



이 블로그 인기글

뉴튼산

2006. 7. 23.

0

[기능시험] 운전장치조작- 등화스위치, 방향지시등, 와이퍼 조작

2012. 6. 4.

0

0

피타고라스의 업적

2006. 7. 23.

24

거상 루트

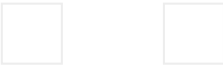
0

찐유의 블로그

vdisk 파일 받는 법(어린이용)

2006. 2. 21.

0



맨 위로

PC버전으로 보기