

修士論文

Simons Observatory 実験で用いる偏光角較正装置の  
系統誤差に関する研究

京都大学大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻  
物理学第二分野 高エネルギー物理学研究室  
星野 大輝

2025年2月21日





## 概要

宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) には宇宙初期から現在に至るまで様々な宇宙の情報が含まれ、その観測はこれまでに標準宇宙モデルの構築に重要な役割を果たしてきた。現在はその偏光パターンの測定が注目されている。その理由は B モードと呼ばれる偏光パターンにはインフレーションによる原始重力波の痕跡が残ると期待されているからである。Simons Observatory 実験では、海拔 5200 m のチリ・アタカマ砂漠に設置した複数の CMB 望遠鏡を用いて CMB 偏光の精密測定を行うことで、原始重力波の検出を目指す。具体的には、その強度指標テンソルスカラー比  $r$  に対しての誤差  $\sigma(r) = 0.003$  という精度で測定することを目指している。この精度を実現するためには、検出器の応答する偏光軸の向き (偏光角) を  $< 0.1^\circ$  という精度で較正することが要求される。この要求を満たすため、スペースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置の開発・配備が行われてきた。スペースワイヤーグリッドは疎に張られた金属ワイヤーが周囲の熱放射を反射し、ワイヤーに沿う方向に直線偏光した光を生成する装置である。スペースワイヤーグリッドが生成する直線偏光を較正源として使う場合にはワイヤーが張られている方向を把握する必要があり、その把握精度が偏光角の較正精度を左右する。

ワイヤーの向きと天球座標上の向きを対応づけるには、スペースワイヤーグリッドが重力となす角度が必要である。この角度を測定するために 2 軸の重力参照計を導入した。本研究では、この重力参照計の精度の評価を行った。長期的に安定した精度が維持されるか確認するために、1 ヶ月間にわたって出力値の安定性を評価した。また、観測サイトにおける過酷な気温変動 ( $-20^\circ\text{C}$  から  $20^\circ\text{C}$ ) のもとで精度を維持することを確認するために、恒温槽を用いて出力の温度変動を評価した。以上 2 つの評価により、2 軸のうち 1 軸は出力角度の精度が  $< 0.04^\circ$  と要求性能を満たす結果であった。もう 1 軸については初期不良により満たさなかったが、修理することで同じく  $< 0.04^\circ$  の精度が期待できる。

偏光角の較正において、ワイヤーのたわみも系統誤差の要因となる。先行研究ではたわみ量の評価を手動にて行っていたため、人依存のバイアスが含まれる可能性とともに多大な労力がかかっていた。本研究では、ワイヤーのたわみ量を自動で評価する装置を開発し、人の手を介さず以前よりも高精度 ( $15 \mu\text{m}$ ) でのたわみ量の評価が可能となった。また、実際に使用されるスペースワイヤーグリッドに対してたわみ量の評価を行い、ワイヤーのたわみに由来する偏光角構成の系統誤差を  $0.03^\circ$  程度に抑えられることを確認した。

以上の系統誤差の評価研究により、偏光角較正の系統誤差に対して要求精度 ( $< 0.1^\circ$ ) を満たせることを確認した。

# 目 次

<b>第 1 章 CMB 偏光観測</b>	<b>1</b>
1.1 $\Lambda$ CDM モデル . . . . .	1
1.2 インフレーションモデル . . . . .	3
1.3 CMB の温度異方性と偏光 . . . . .	5
1.3.1 CMB の温度異方性とパワースペクトル . . . . .	5
1.3.2 四重極温度異方性による偏光の生成 . . . . .	6
1.3.3 スカラー揺らぎが作る偏光 . . . . .	7
1.3.4 テンソル揺らぎが作る偏光 . . . . .	8
1.3.5 テンソルスカラー比 . . . . .	8
1.4 本論文の構成 . . . . .	9
<b>第 2 章 Simons Observatory 実験</b>	<b>11</b>
2.1 Simons Observatory 実験 . . . . .	11
2.2 Small Aperture Telescope (SAT) . . . . .	12
2.2.1 焦点面検出器 . . . . .	14
2.2.2 極低温連続回転式半波長板 (HWP) . . . . .	15
2.3 偏光角較正の重要性とその手法 . . . . .	17
2.3.1 偏光角の誤較正に伴う偏光の漏れ込み . . . . .	17
2.3.2 偏光角較正手法 . . . . .	18
<b>第 3 章 スペースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置</b>	<b>22</b>
3.1 金属ワイヤーによる偏光信号の生成原理 . . . . .	22
3.2 偏光角較正の原理 . . . . .	23
3.3 較正装置の設計と特徴 . . . . .	25
3.3.1 スペースワイヤーグリッドの設計 . . . . .	25
3.3.2 回転機構 . . . . .	27
3.3.3 切り替え機構 . . . . .	27
3.3.4 重力参照計 . . . . .	28
3.4 系統誤差 . . . . .	31
3.4.1 ワイヤーの設置精度に伴う系統誤差 . . . . .	31
3.4.2 エンコーダの測定精度に伴う系統誤差 . . . . .	31
3.4.3 エンコーダの零点測定に伴う系統誤差 . . . . .	31
3.4.4 重力参照計の精度に伴う系統誤差 . . . . .	31
3.4.5 ワイヤーのたわみに伴う系統誤差 . . . . .	32
3.4.6 系統誤差のまとめと本論文の位置付け . . . . .	32

<b>第4章 重力参照計の評価</b>	<b>33</b>
4.1 要求精度と評価内容 . . . . .	33
4.2 重力参照計の概要 . . . . .	34
4.3 長期間測定における出力の安定性の評価 . . . . .	34
4.3.1 評価手法 . . . . .	34
4.3.2 評価結果とその考察 . . . . .	35
4.4 温度変動による出力の変化の評価 . . . . .	37
4.4.1 評価手法 . . . . .	37
4.4.2 評価結果とその考察 . . . . .	38
4.5 初期不良の検証 . . . . .	40
4.5.1 評価系 . . . . .	40
4.5.2 評価結果とその考察 . . . . .	41
4.6 まとめと偏光角較正への影響 . . . . .	42
4.6.1 まとめ . . . . .	42
4.6.2 偏光角較正への影響 . . . . .	43
<b>第5章 ワイヤーのたわみ量の自動評価装置の開発</b>	<b>44</b>
5.1 過去の測定手法における問題点とそれを解決する開発目標の設定 . . . . .	44
5.1.1 過去の測定手法の概要 . . . . .	44
5.1.2 過去の測定手法の問題点 . . . . .	47
5.1.3 開発目標の設定 . . . . .	48
5.2 評価系の概要と評価原理 . . . . .	48
5.2.1 評価系の概要 . . . . .	48
5.2.2 評価原理 . . . . .	51
5.3 解析手法 . . . . .	54
5.3.1 解析の流れ . . . . .	54
5.3.2 スケーラの fitting . . . . .	55
5.3.3 ストレートエッジとワイヤーの fitting . . . . .	57
5.3.4 $z$ の算出 . . . . .	61
5.3.5 カテナリーでの fitting . . . . .	62
5.4 開発した評価装置の妥当性の検証 . . . . .	64
5.4.1 検証手法 . . . . .	64
5.4.2 評価結果とその考察 . . . . .	65
5.5 まとめ . . . . .	65
<b>第6章 スペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価</b>	<b>66</b>
6.1 評価されたスペースワイヤーグリッドのワイヤーの張り方 . . . . .	66
6.2 評価結果とその考察 . . . . .	66
6.3 奇数番目のワイヤーを修繕後の評価結果とその考察 . . . . .	68
6.4 たわみ角が $0.05^\circ$ 以上であるワイヤーを修繕後の評価結果とその考察 . . . . .	69
6.5 今後、さらに良くするためには？ . . . . .	70
<b>第7章 まとめと今後の展望</b>	<b>71</b>
7.1 まとめ . . . . .	71
7.2 今後の展望 . . . . .	72

<b>付録 A ストークスパラメータ</b>	<b>73</b>
A.1 ストークスパラメータの定義 . . . . .	73
A.2 座標回転に対するストークスパラメータの変換 . . . . .	74

# 第1章 CMB 偏光観測

宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background: CMB) とは、宇宙の創生から 38 万年後に物質から脱結合した光子のことであり、我々が観測できる最古の光である。その発見はベンジアスとウィルソンによって 1965 年に行われ<sup>[1]</sup>、その後 Cosmic Background Explorer(COBE)衛星により強度の周波数依存性(スペクトル)が測定された<sup>[2]</sup>。測定されたスペクトルは温度が 2.725 K の黒体輻射のスペクトルと一致し(図 1.1)、CMB の強度が天球面上の各点においてわずかな違いはあるが、ほとんど一様な等方であることも確認された。この事実はかつて宇宙が熱平衡状態にあったことを示し、宇宙が高温高密度の状態から膨張して現在に至るビッグバン宇宙モデルを支持する強力な証拠となった。こうして現代の宇宙論の基礎を築き、発展させてきた CMB は、現在ではその偏光情報からインフレーション宇宙論の証拠を探すことができると期待されている。

本章では、はじめに現在の標準的な宇宙モデルである  $\Lambda$ CDM モデルの概要と抱える問題について述べ、次いでその問題の解決策としてインフレーションモデルについて述べる。その後、インフレーション由来が増幅する時空の歪みが、CMB の温度異方性と偏光パターンにどのような変化をもたらすかについて述べ、宇宙初期において B モード偏光パターンが原始重力波によって生じることを紹介する。最後に本論文の構成について述べる。

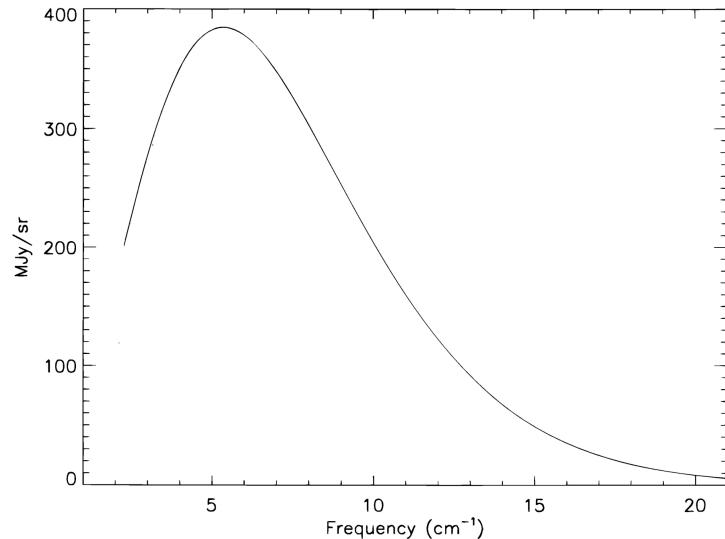


図 1.1: COBE 衛星による CMB のスペクトル測定値を黒体輻射のスペクトルで fitting した結果。横軸は周波数を表し、縦軸は輝度を表す。

## 1.1 $\Lambda$ CDM モデル

現在の標準的な宇宙モデルである  $\Lambda$ CDM モデルについて述べる。まず、AINSHUTAIN 方程式は、計量テンソル  $g_{\mu\nu}$ 、AINSHUTAIN テンソル  $G_{\mu\nu}$  とエネルギー運動量テンソル  $T_{\mu\nu}$  を用

いて

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

とかける。ここで、 $G$  は重力定数、 $\Lambda$  は宇宙定数である。また、自然単位系を採用した。一様等方な宇宙では、その計量はフリードマン・ルメートル・ロバートソン・ウォーカー計量(以下、FLRW 計量と呼ぶ)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \quad (1.2)$$

で記述される。ここで、 $a(t)$  はスケールファクター、 $K$  は宇宙の曲率を表す。また、宇宙の物質が完全流体であることを仮定すると、エネルギー運動量テンソルを

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

と表すことができる。ここで、 $\rho$  はエネルギー密度、 $P$  は圧力である。エネルギー運動量テンソルを用いてエネルギー保存則を考えると

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P) = 0 \quad (1.4)$$

を得る。式 (1.2)、式 (1.3) を式 (1.1) に代入し、 $(0, 0)$  成分に注目すると

$$H^2 := \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (1.5)$$

を得る。これをフリードマン方程式と呼ぶ。 $H := \dot{a}/a$  はハッブル定数である。エネルギー密度  $\rho$  は、物質による寄与と放射による寄与とに大別することができる。各々のエネルギー密度  $\rho_m$ 、 $\rho_r$  はそれぞれ  $a^{-3}$ 、 $a^{-4}$  に比例するため、フリードマン方程式は

$$H^2 = H_0^2 \left[ \frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_r}{a^4} + \frac{\Omega_K}{a^2} + \Omega_\Lambda \right] \quad (1.6)$$

と書ける。ここで、 $H_0$  は現在のハッブル定数、 $\Omega_m$ 、 $\Omega_r$ 、 $\Omega_K$ 、 $\Omega_\Lambda$  はそれぞれ物質、放射、曲率、宇宙定数の密度パラメータであり

$$\Omega_m := \frac{8\pi G \rho_m}{3H_0^2}, \quad \Omega_r := \frac{8\pi G \rho_r}{3H_0^2}, \quad \Omega_K := \frac{-K}{H_0^2 a^2}, \quad \Omega_\Lambda := \frac{\Lambda}{3H_0^2} \quad (1.7)$$

と表される。これらの密度パラメータは

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (1.8)$$

を満たすが、これまでの CMB の観測は  $\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = 1$  という結果を示しているため、 $\Omega_K = 0$  であり、宇宙は平坦であると考えられている<sup>[3]</sup>。

$\Lambda$ CDM モデルは、以下の 3 つの問題をもつ。

1. 地平線問題：CMB の温度揺らぎは天球面上のどの方向を見ても  $\Delta T/T \sim 10^{-5}$  と非常に小さい。これは因果関係を持たないはずの 2 点の温度が高い精度で一致していることを意味しており、 $\Lambda$ CDM モデルはこの理由を説明できない。
2. 平坦性問題：これまでの観測によれば、現在の宇宙は曲率がほとんどゼロである。宇宙の曲率の密度パラメータ  $\Omega_K$  は、時間発展とともに成長するため、宇宙初期に遡ると  $\Omega_K$  は不自然なほどに小さくなければならない。
3. モノポール問題：大統一理論などの素粒子標準理論を超えた理論は、しばしば宇宙初期に磁気モノポールが生成されることを予言する。しかし、現在にいたるまで磁気モノポールは発見されていない。

## 1.2 インフレーションモデル

前節にて述べた 3 つの問題の解決策として有力視されている理論が、宇宙初期において宇宙が指數関数的に膨張したとするインフレーションモデルである。この急激な膨張は因果律を持つ領域を急激に拡大し、空間を平坦にし、モノポールの濃度を薄めることで地平線問題、平坦性問題、モノポール問題を解決することができる。

インフレーションモデルは佐藤、グースらによって 1981 年に提唱された<sup>[4][5]</sup> が、現在では多種多様なバリエーションを有する<sup>[6]</sup>。ここでは、宇宙初期にインフラトンというスカラー場  $\phi$  によって引き起こされ、スローロール近似を課したインフレーションについて紹介する。

一様等方な宇宙のもとでのインフラトンの運動方程式は

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + c^2 \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (1.9)$$

と与えられる。 $H$  はハッブル定数である。また、曲率  $K = 0$  のフリードマン方程式 (1.5) はインフラトンのエネルギー密度の寄与が主要であるとすると

$$3H^2 M_{\text{pl}}^2 = \frac{1}{2c^2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (1.10)$$

となる。 $M_{\text{pl}} = \sqrt{1/8\pi G}$  は換算プランク質量である。ここで、スローロール近似と呼ばれる、インフレーションが十分長い時間続くための近似

$$\left| \frac{\dot{\phi}^2}{V(\phi)} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \right| \ll 1 \quad (1.11)$$

を課す。式 (1.9) と (1.10) から

$$H^2 = \frac{V(\phi)}{3M_{\text{pl}}} \quad (1.12)$$

$$\dot{H} = -\frac{\dot{\phi}}{2c^2 M_{\text{pl}}^2} \quad (1.13)$$

を得る。以上から、インフレーション中のスケール因子  $a$  は

$$a \propto e^{\mathcal{N}} \quad (1.14)$$

$$\mathcal{N} := - \int_{t_f}^t H dt = - \frac{1}{M_{\text{pl}}^2} \int_{\phi_f}^{\phi} \frac{V}{\partial V / \partial \phi} d\phi \quad (1.15)$$

のように指数関数的に増大していく。ここで、 $t$  はインフレーション中の時刻、 $t_f$  はインフレーションが終わる時刻であり、 $\phi_f$  はインフレーションが終わる時刻での  $\phi$  である。 $\mathcal{N}$  は e-folding 数と呼ばれ、地平線問題・平坦性問題を解決するためには典型的に  $50 < \mathcal{N} < 60$  程度であればよいと考えられている。

インフレーションにおけるスケール因子の指数関数的増加は空間の指数関数的膨張を引き起します。また、この膨張に伴い、時空の量子揺らぎを古典的なスケールに引き延ばす。具体的には、FLRW 計量 (1.2) をデカルト座標系で書き直した上で

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi) dt^2 + a^2(1 - 2\Psi)(\delta_{ij} + h_{ij}) dx_i dx_j \quad (1.16)$$

といった揺らぎを与える。ここで、 $\Phi$  は重力ポテンシャル、 $\Psi$  は曲率揺らぎ、 $h_{ij}$  はテンソル揺らぎを表し、いずれも微少量である。 $h_{ij}$  は原始重力波として見なすことができ、 $z$  軸正の方向に進む重力波は

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

と 2 つの基本モード (+ モードと × モード) を用いて表すことができる。図 1.2 に + モードと × モードが作る空間の歪みを示す。

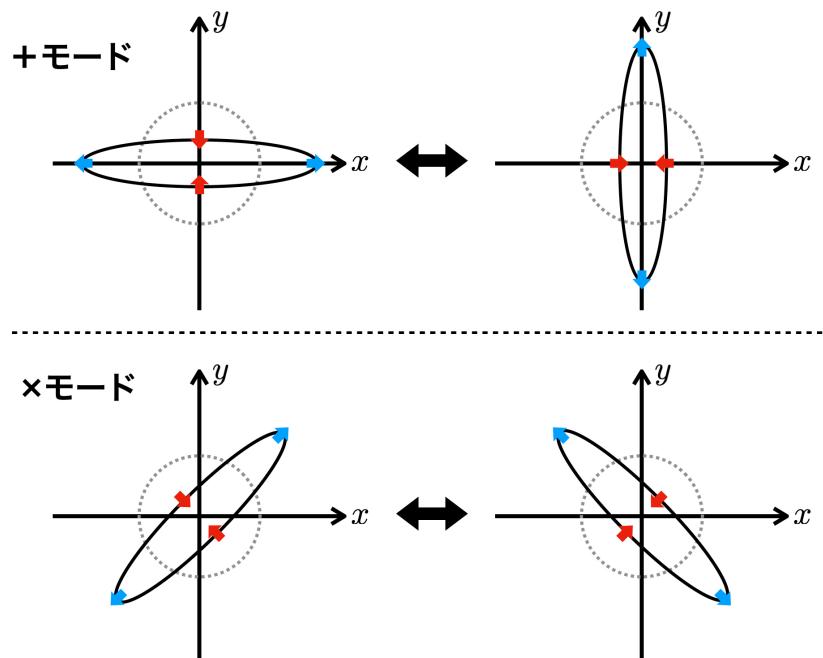


図 1.2: 重力波の + モード (上) と × モード (下) が作る空間の歪み。歪みのない時空上の円 (点線) が、時空が歪むことで伸び縮みされ橢円 (実線) になっている。

## 1.3 CMB の温度異方性と偏光

インフレーションによって生じた時空の歪みは、CMB の温度に異方性を作る [7]。式 (1.16) 中の  $\Phi, \Psi$  はスカラー揺らぎと呼ばれる原始揺らぎに基づく温度の揺らぎを、 $h_{ij}$  はテンソル揺らぎと呼ばれる原始揺らぎに基づく温度の揺らぎを作る。CMB の偏光に E モードと呼ばれる偏光パターンを、B モードと呼ばれる特有の偏光パターンを生む。本節では、はじめに CMB の温度異方性をどのように定式化するか述べ、過去の観測実験による結果を述べる。その後、温度異方性がどのような偏光パターンを生むかについて述べる。

### 1.3.1 CMB の温度異方性とパワースペクトル

天球面上の各点における CMB の温度  $T$  に対して、温度揺らぎを  $\Delta T = T - \bar{T}$  と定義する。 $\bar{T}$  は平均温度である。この温度揺らぎ  $\Delta T$  を、球面調和関数  $Y_{\ell m}$  で展開すると

$$\Delta T = \sum_{\ell=1}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m} \quad (1.18)$$

となる。この展開係数  $a_{\ell m}^T$  を用いて、に渡って CMB パワースペクトル  $C_{\ell}^{TT}$  を

$$C_{\ell}^{TT} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} (a_{\ell m}^T)^* a_{\ell m}^T \quad (1.19)$$

と書く。これは座標系によらないという点で優れた統計量となっている。また、 $\ell$  は天球を見込む立体角  $\Delta\Omega$  と対応づいており、おおよそ  $\Delta\Omega \simeq 180^\circ/\ell$  と結びつく。

図 1.3 に Planck 衛星によって観測された CMB の温度異方性の全天マップを示す。また、図 1.4 に同じく Planck 衛星によって得られたパワースペクトルを示す [8]。

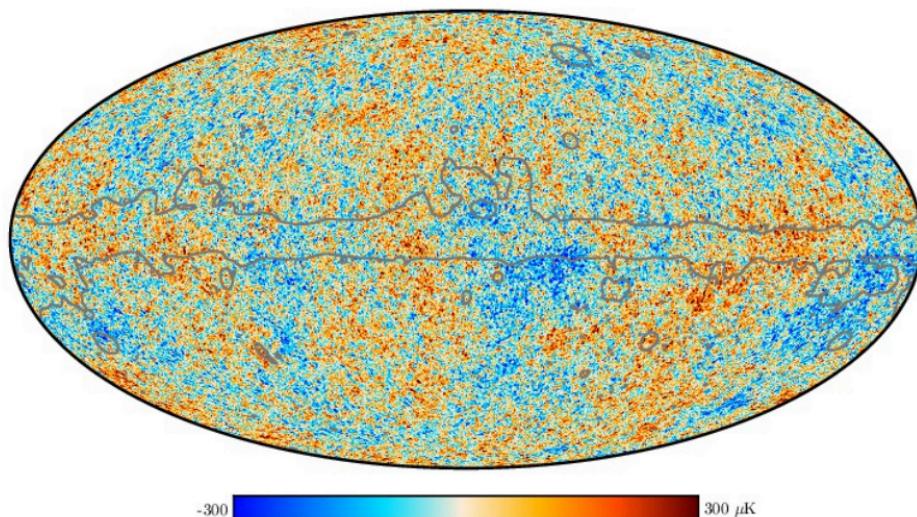


図 1.3: Planck 衛星によって得られた温度異方性の全天マップをモルワイデ図法で描いたもの [8]。色の分布は平均温度との差を表しており、赤色が平均よりも高温な部分、青色が平均よりも低温な部分を表す。

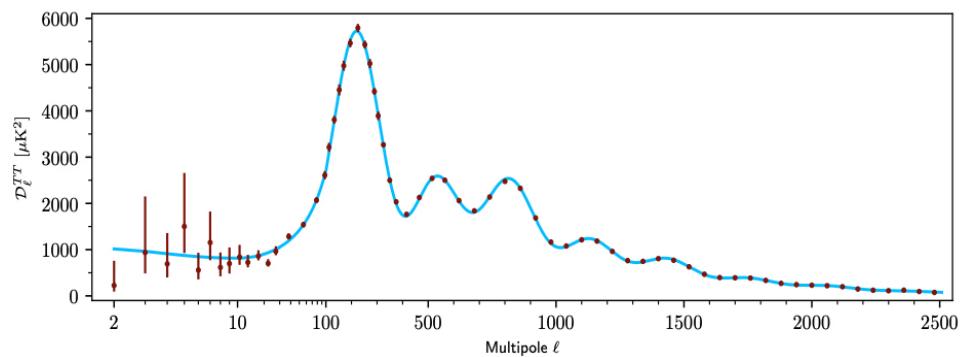


図 1.4: Planck 衛星によって得られたパワースペクトル<sup>[8]</sup>。横軸に  $\ell$ 、縦軸は  $D_\ell^{TT} = \ell(\ell+1)C_\ell^{TT}/2\pi$  を示している。

### 1.3.2 四重極温度異方性による偏光の生成

スカラー揺らぎとテンソル揺らぎは、CMB に四重極温度異方性を生じさせ、四重極温度異方性はトムソン散乱の散乱角の異方性と相まって CMB に偏光を生じさせる。図 1.5 に四重極温度異方性を持つ空間と、トムソン散乱による偏光の生成メカニズムを示す。最終散乱面上に  $xy$  平面上にとり、最終散乱面から観測者に向かって  $z$  軸をとる。 $xy$  平面上には  $x$  軸上に高温領域が、 $y$  軸上に低温領域があるような四重極の温度異方性があるとする。このとき、 $xy$  平面上の原点にある電子は、周囲からやってくる光をトムソン散乱にしたがって観測者に向かって散乱する。トムソン散乱により観測者が偏光として観測できるのは、もともと  $xy$  平面上に偏光方向を持っていた光の成分のみであり、高温領域の光は低温領域よりも強度が高いため、観測者が見る偏光方向は低温領域を繋げたような直線偏光となる。

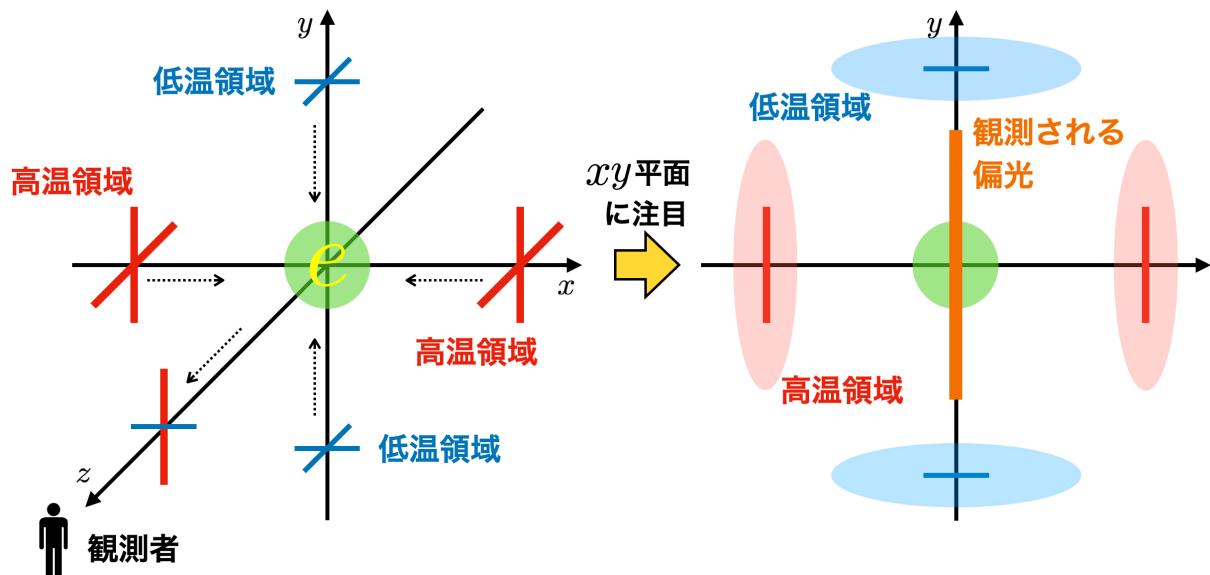


図 1.5: (左) 四重極に分布する高温領域と低温領域からくる光が電子によってトムソン散乱され観測者に届く様子。赤色、青色の直線はそれぞれ高温領域からやってくる光と、低温領域からやってくる光の直線偏光方向を示す。(右) 観測者から見た  $xy$  平面の様子。橙色で描いた線が観測者が見る直線偏光である。橙色の線のみは見やすさのため過剰に大きく描いているため、その長さが強度と結びつかないことに注意。

### 1.3.3 スカラー揺らぎが作る偏光

スカラー揺らぎは音波のような疎密波として伝わっていると理解され、疎密波の進む方向に対して交互に高温領域と低温領域が並ぶこととなる。図1.6にスカラー揺らぎが生成する温度異方性により生まれる偏光パターンを示す。最終散乱面上の  $x, y$  平面にて、 $y$  軸方向に疎密波が進み、高温領域と低温領域を交互に作っている。また、天頂からの角度が  $\theta$  であるような天球面上の偏光を観測者が見ると、図1.7のようになる。

観測されるスカラー揺らぎの作る偏光パターンは図1.8(左)のようになる。この偏光パターンはEモードとして知られ、空間対称なパターンを示す。

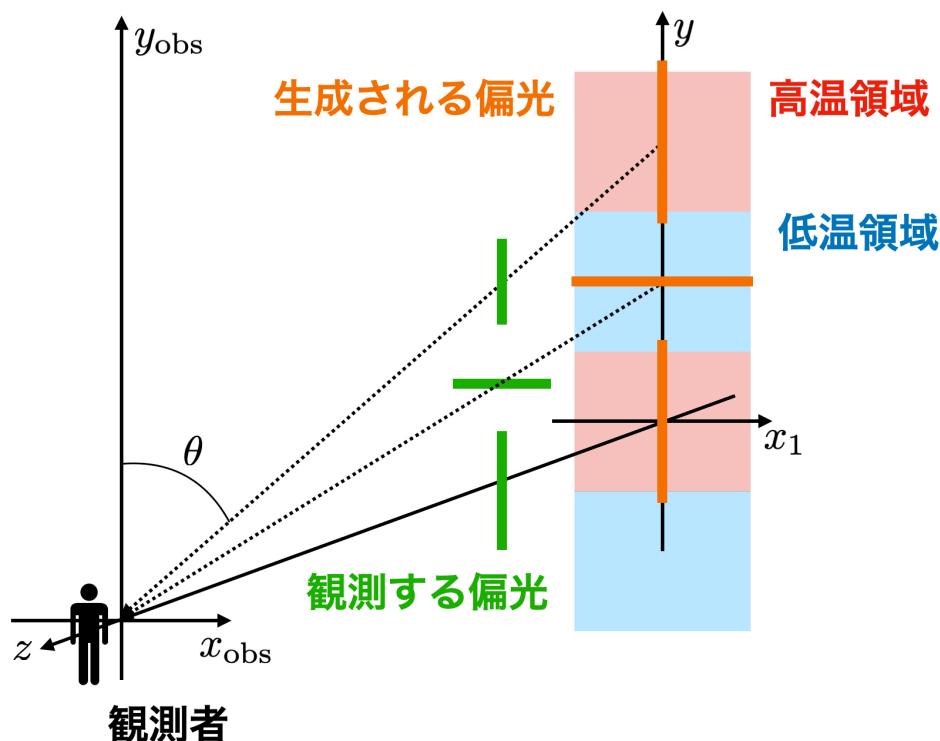


図 1.6: スカラー揺らぎが生成する温度異方性により生まれる偏光。最終散乱面上での交互に高温・低温を繰り返す温度分布が偏光を生成し、観測者に届けている。

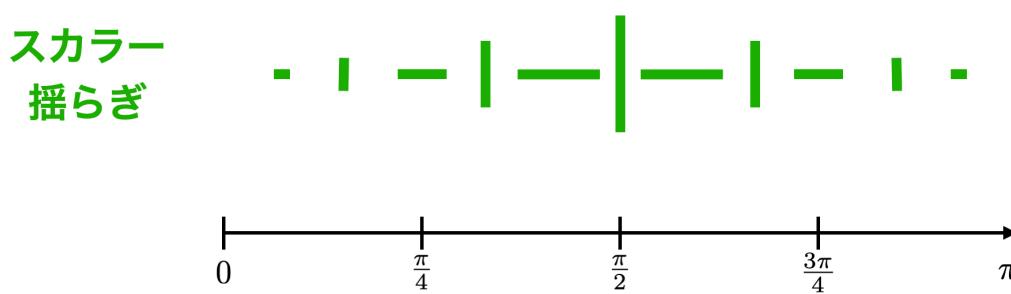


図 1.7: 天球面上の天頂からの角度  $\theta$  の地点を見たときのスカラー揺らぎによって生成された偏光。線の長さは偏光信号の強度を示している。

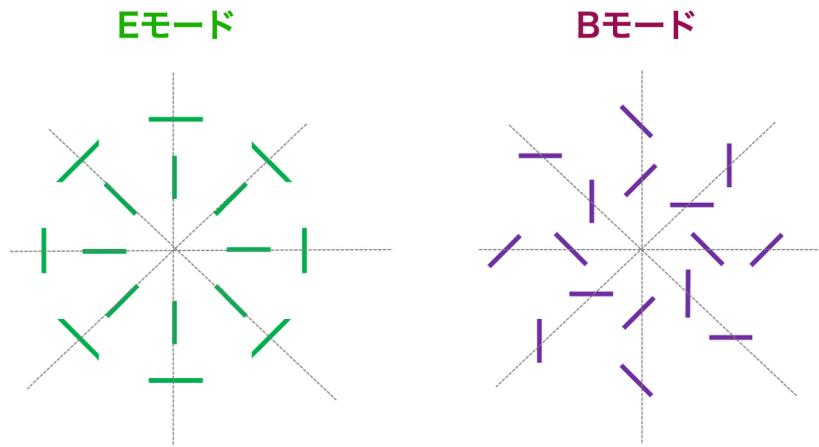


図 1.8: (左) スカラー揺らぎが作る E モード偏光パターン。空間対象な形をしている。(右) テンソル揺らぎが作る B モード偏光パターン。空間反対称な形をしている。

### 1.3.4 テンソル揺らぎが作る偏光

テンソル揺らぎ、すなわち原始重力波の伝搬に伴う四重極の温度異方性を考える。図 1.2 にて示した伝搬モードにおいて、収縮している部分は空間を縮め、光子の波長を短くするため温度が高くなり、膨張している部分は空間を広げ、光子の波長を長くするために温度が低くなる。図 1.9 に  $h_x$  モードが  $y$  軸正の方向に伝搬する際に生む偏光を示す。この偏光は重力波の進行方向に対して  $45^\circ$  だけ傾いている。観測者が方位角に  $45^\circ$ 、すなわち、 $y_{\text{obs}}$  軸まわりに  $45^\circ$  だけ回転し、もともと見ていた  $h_x$  モードが作っていた信号を見ると、 $h_+$  が作る偏光と同一のものが見える。図 1.10 に、 $h_x$  モードと  $h_+$  モードが天頂からの角度  $\theta$  の地点で作る偏光を示す。

このように、テンソル揺らぎによって作られる偏光は空間反対称なものである。図 1.8(右) に観測される偏光パターンを示す。これは B モードとして知られる。宇宙初期において、B モードは原始重力波によってのみ生成される。そのため、B モード偏光パターンの観測こそがインフレーションの直接的証拠となる。

### 1.3.5 テンソルスカラー比

テンソルスカラー比  $r$  は、原始重力波の相対的な振幅を表す量である。 $\Phi, \Psi$  による空間のスカラー揺らぎと、 $h_{ij}$  によるテンソル揺らぎの振幅をそれぞれ  $A_s, A_t$  としたとき、テンソルスカラー比  $r$  を

$$r := \frac{A_s}{A_t} \quad (1.20)$$

と定義する。 $r$  が大きいほどテンソル揺らぎはスカラー揺らぎに比べて大きいこととなる。 $r$  が 0 でないことはテンソル揺らぎの存在の証明となり、インフレーションの証明となる。テンソル揺らぎは B モード偏光を引き起こすため、CMB 偏光観測実験により測定することができる。これまでの観測により、 $r < 0.032$ (95%信頼区間)を得ている<sup>[9]</sup>。

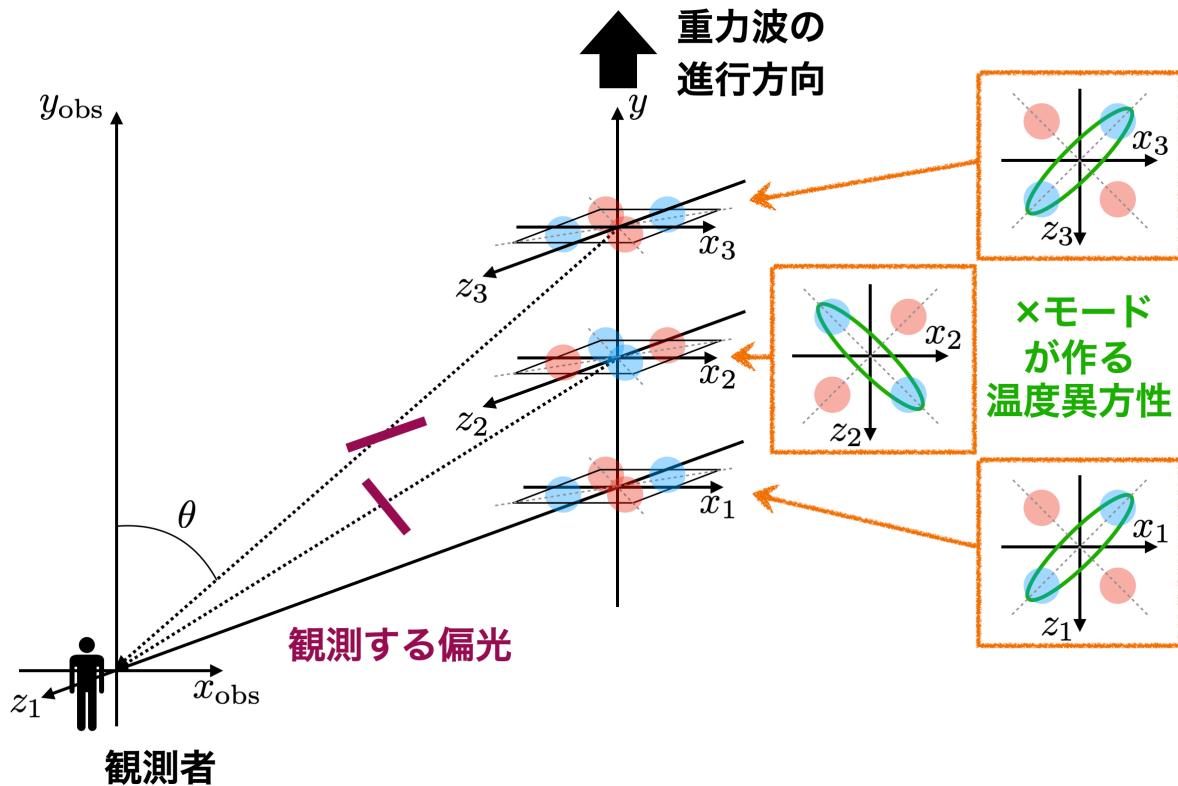


図 1.9: テンソル揺らぎのうち、 $h_x$  モードが作る偏光。観測者が方位角方向に  $45^\circ$ だけ回転することで、 $h_+$  モードが作る偏光と同一のものが見える。

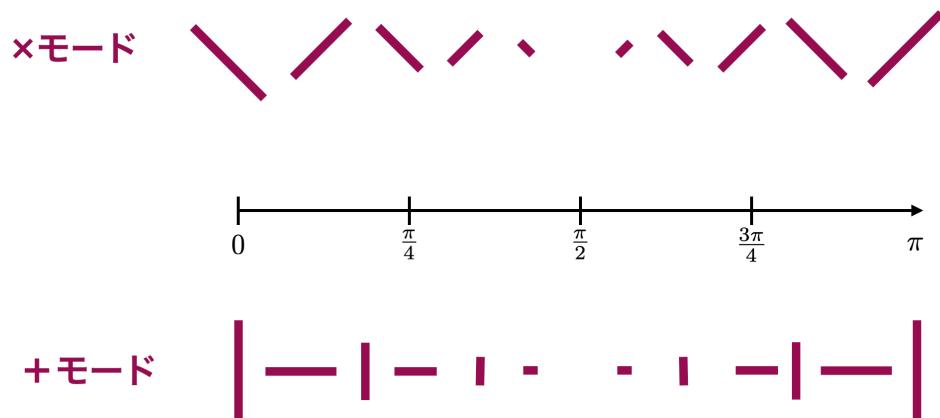


図 1.10: (上) 天球面上の天頂からの角度  $\theta$  の地点を見たときの  $h_x$  モードが生成する偏光。  
 (下) 天球面上の天頂からの角度  $\theta$  の地点を見たときの  $h_+$  モードが生成する偏光。これは、観測者が方位角方向に  $45^\circ$ だけ回転して  $h_x$  モードが生成するを見たときのもとの同一である。

## 1.4 本論文の構成

本論文では、続く2章でCMB偏光観測実験Simons Observatoryの概要について述べ、原始重力波由来のBモード偏光観測に向けて検出器の応答偏光方向(偏光角)を $\delta\theta < 0.1^\circ$ という精度で較正しなければならないことを説明する。3章では $\delta\theta < 0.1^\circ$ での偏光角較正を実現するために使

用する、スペースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置の概略について述べる。また、本較正装置が持つ系統誤差について述べ、その問題点を指摘する。4章では絶対角度較正、すなわち、検出器の偏光角が天球面上の座標でどの方向に対応するかを実現するために使用される重力参照計の評価を行い、その精度が要求を満たすものであることを述べる。5章では、系統誤差の要因の1つであるワイヤーのたわみを自動で評価する装置の開発について述べる。6章では5章にて開発した装置を用いて、実際に使用されるスペースワイヤーグリッドのたわみを評価する。最後に7章にて、本論文のまとめと今後の展望について述べる。

# 第2章 Simons Observatory 実験

## 2.1 Simons Observatory 実験

Simons Observatory 実験(以後、SO と呼ぶ)は、チリのアタカマ砂漠を拠点とする史上最大規模の地上 CMB 観測実験である。現在、口径 0.5 m の小口径望遠鏡(Small Aperture Telescope, SAT)3 台と、口径 6 m の大口径望遠鏡(Large Aperture Telescope, LAT)1 台を用いた観測が進められており<sup>[10]</sup>、今後さらに日本製の 1 台の SAT(JSAT)と、イギリス製の 2 台の SAT が追加される予定である。図 2.1 に観測サイトの概観を示す。検出器としては TES(Transition Edge Sensor)ボロメータを採用しており、SAT にはそれぞれ約 1 万個ずつ、LAT には約 3 万個の検出器が搭載されている。多数の検出器を用いた CMB 偏光の高精度測定は、さまざまな物理へのアプローチを可能にする。例えば、SAT ではインフレーションに由来する原始重力波の検出をテンソルスカラー比  $r$  にして  $\sigma(r) = 0.003$  の精度で行う。また、LAT ではニュートリノの有効世代数  $N_{\text{eff}}$  を  $\sigma(N_{\text{eff}}) = 0.07$ 、ニュートリノ質量和  $\Sigma m_\nu$  を  $\sigma(\Sigma m_\nu) = 0.04 \text{ eV}$  の精度での測定を目指す<sup>[11]</sup>。

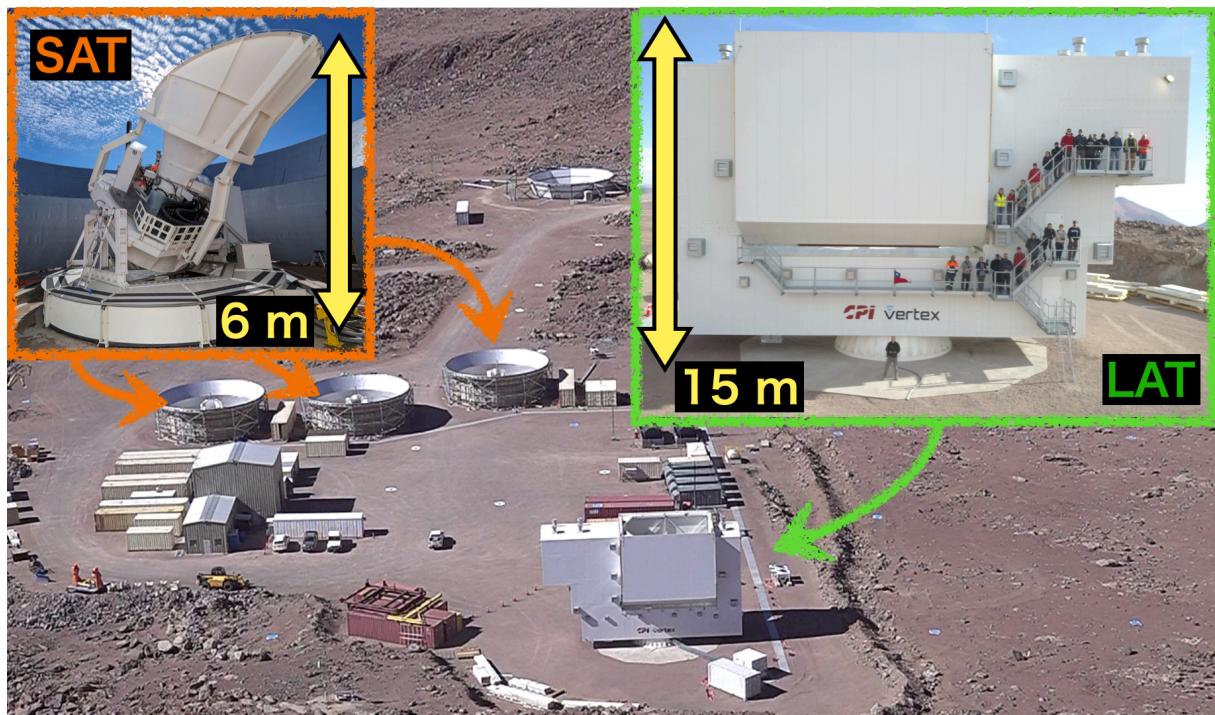


図 2.1: Simons Observatory 実験の観測サイトの概観。左側に 3 台並んで建設されているのが SAT であり、右側手前に 1 台建設されているのが LAT である。

立体角  $\Omega$ 、開口面積  $A$ 、観測波長  $\lambda$  について、回折限界の関係式<sup>[12]</sup>

$$\Omega \approx \frac{\lambda^2}{A} \quad (2.1)$$

を考えると、より大きな口径  $A$  を持つ望遠鏡ほどより高い角度分解能を有し、小角度の相関を観測するのに適していることがわかる。その一方で、大口径の望遠鏡は一度に観測できる範囲も小さくなるため、大角度の相関を観測するのに時間を要し、時間変動による大気揺らぎの影響を受けやすくなってしまう。以上の理由から、小口径で大角度相関を調べる SAT と、大口径で小角度相関を調べる LAT を組み合わせることで、広大な  $\ell$  に渡って CMB パワースペクトルの精密な測定を行い、前述した様々な物理へのアプローチを実現する。

## 2.2 Small Aperture Telescope (SAT)

前述の通り、SAT は小口径の望遠鏡であり、CMB の大角度相関、特に  $30 < \ell < 300$  を観測するために最適化されている。3 台の SAT のうち 2 台は 93 GHz、145 GHz 帯 (MF 帯) での観測を行い、1 台は 225 GHz、280 GHz 帯 (UHF 帯) での観測を行う。また、日本グループが主導して追加される 1 台の SAT は 27 GHz、39 GHz 帯 (LF 帯) での観測を行う。このように複数の帯域に渡って観測を行う理由は、星間物質中の塵が熱的に放射するダスト放射や、超新星残骸中の磁場などによって加速された荷電粒子が放出するシンクロトロン放射などのフォアグラウンドを除去するためである。図 2.2 に SAT の観測帯域と、CMB 偏光信号、ダスト放射、シンクロトロン放射の輝度温度の周波数依存性を示す。

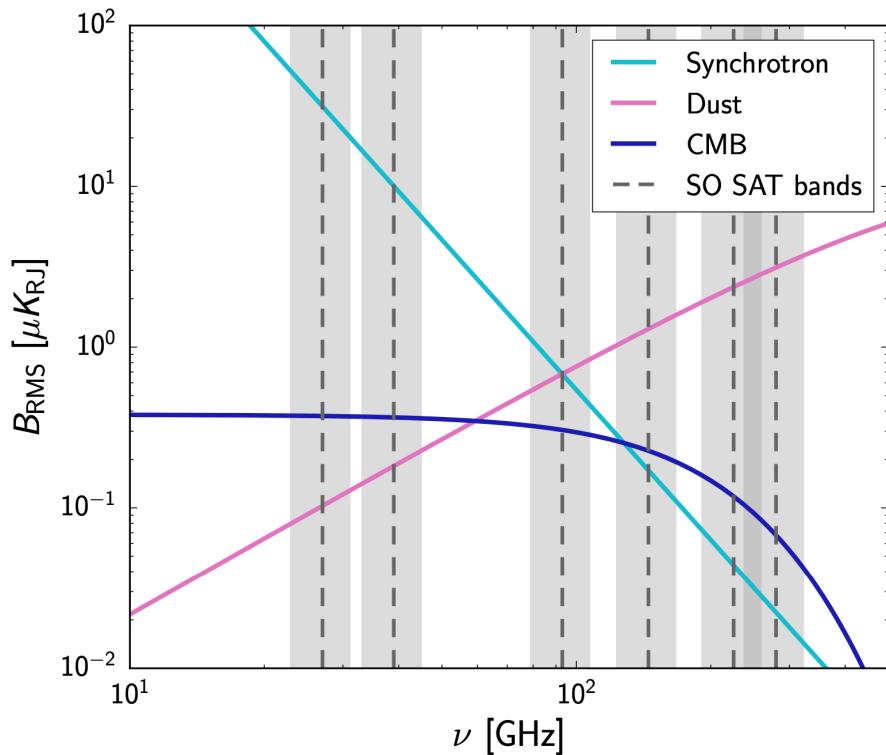


図 2.2: SAT の観測帯域と、CMB 偏光信号、ダスト放射、シンクロトロン放射の輝度温度の周波数依存性の比較。

図 2.3 に SAT の概観を示す。SAT にはフォアバッフル・コムービングシールド・グラウンドスクリーンの 3 つのバッフル群を用いて地面からの熱放射や、近くの山からの照り返しを受信機が受信してしまうことで生じるノイズを抑えている<sup>[13]</sup>。フォアバッフルは SAT の受信機に取り付けられており、コムービングシールドは SAT を支える構造物に取り付けられ、望遠鏡と共に動く。グラウンドスクリーンは SAT を取り囲むように設置され、地面からの照り返しを遮断する。

図2.4にSATの回転軸を示す。SATはelevationと呼ばれる仰角方向の角度と、azimuthと呼ばれる方位各方向に回転させることができる。また、一部のSATではboresightと呼ばれる視線方向に対する回転も可能である。

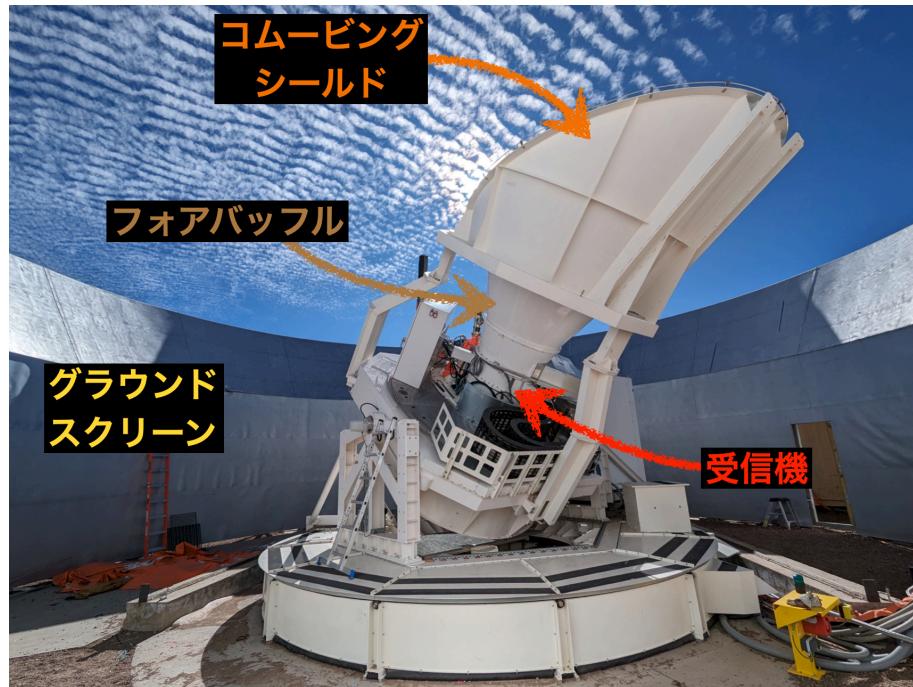


図2.3: SATのもつ3つのバッフル群。これらのバッフルによって、地面からの熱放射や近隣の山からの照り返しに由来するノイズを削減する。

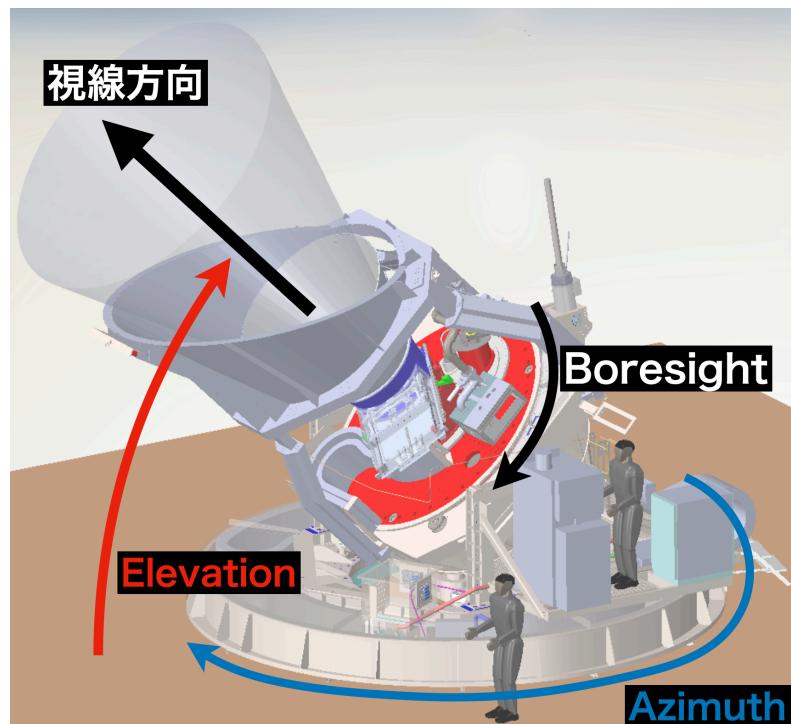


図2.4: SATの回転軸。Elevation = 50°がSATの基本姿勢である。

図2.5にSATの受信機部分の断面図を示す。空から降ってきた光は窓を透過後、後述する極低温連続回転式半波長板(HWP)を通過・変調されたのちに光学筒を通して焦点面検出器に到達する。光学筒には3枚のシリコンレンズが搭載されており、入射してきた光を集光する。焦点面には後述するTESボロメータと呼ばれる超伝導検出器が搭載されており、受信機に斜めに挿さっている希釈冷凍機システムによって100mKにまで冷却されている<sup>[14]</sup>。

望遠鏡の窓の前面には、本論文にて扱うスペースワイアーグリッドを用いた偏光角較正装置が取り付けられている。光学系の目の前に設置されているため、望遠鏡の窓から焦点面に至るまでのすべての光学系により生まれる偏光角の系統誤差を丸ごと較正することができる。また、望遠鏡の視野を覆うように配置されているため、すべての検出器を一度に較正することができる。

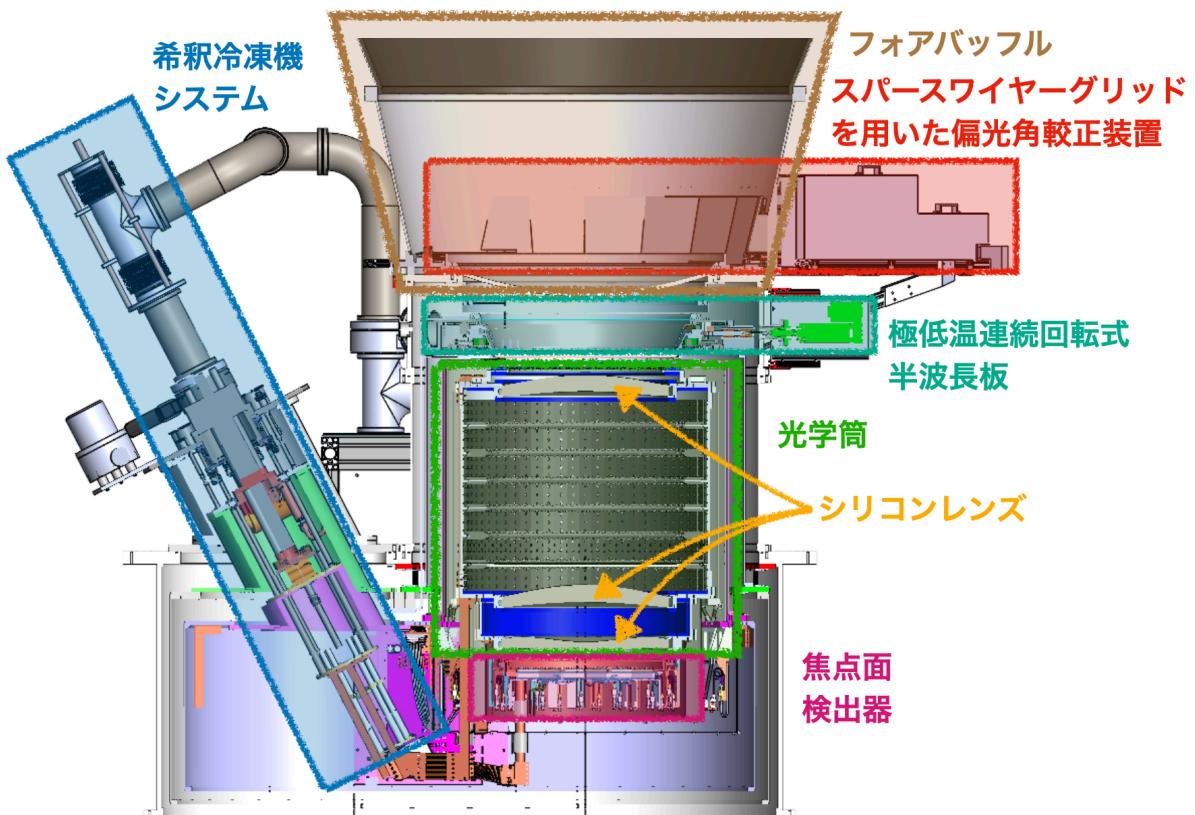


図2.5: SATの受信機部分の断面図。

### 2.2.1 焦点面検出器

超伝導物質は転移点付近で電気抵抗が急激にゼロに近づく性質を持つ。転移点以下の温度に制御された超伝導物質に光吸収体を接続すると、入射してきた光信号を光吸収体が熱に変換し、超伝導物質を温める。これによりその温度が転移点を超えて、超伝導物質の電気抵抗が急激に増加する。この電気抵抗が急激に増加するのを読み取ることで、入射した光の強度を測定する装置、すなわちボロメータを作ることができる。このような装置はTES(Transition Edge Sensor)ボロメータと呼ばれる。

SOの焦点面検出器には、TESボロメータが使用されている。図2.6にUHF帯を観測するSATに搭載されている検出器と、MF帯を観測するSATに搭載されている検出器を示す。TESボロメータにはOMT(Ortho-Mode Transducer)とフィードホーンが取り付けられており、入射して

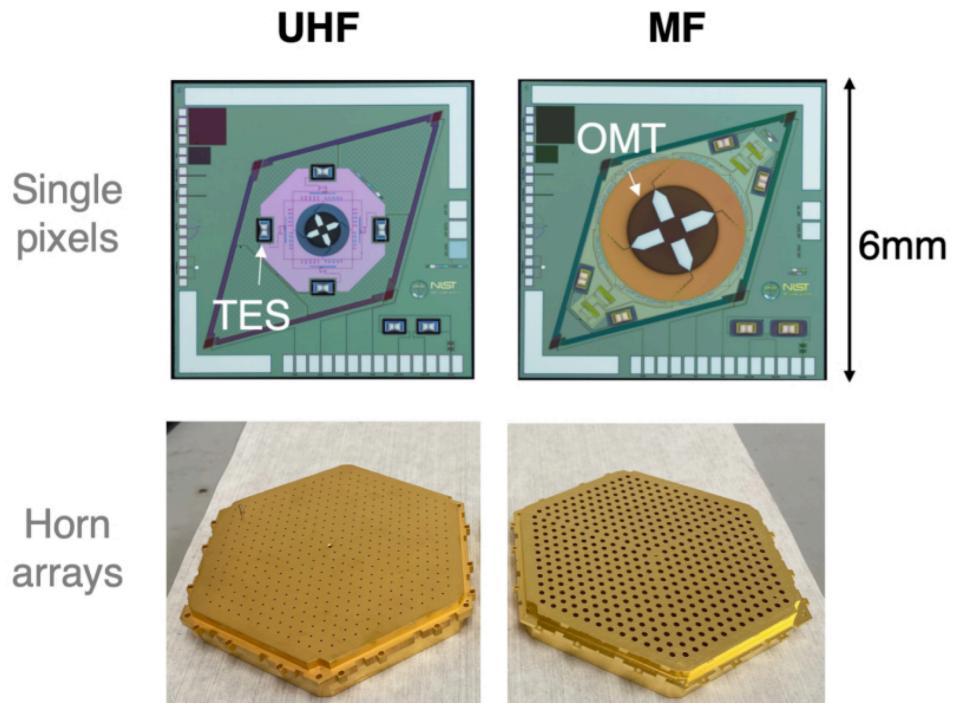


図 2.6: (上)SAT の焦点面検出器 (1 pixel)。左側が UHF 帯を観測する SAT に搭載されている検出器で、右側が MF 帯を観測する SAT に搭載されている検出機である。どちらの検出器も、TES とボロメータを組み合わせた検出器である。(下) それぞれ UHF 帯・MF 帯で使用されるフィードホーン群。1 つのホーンに対し、1 つの検出器が組み合 われる。

きた光をフィードホーンによって OMT に導き、OMT によって直交する 2 つの偏光方向に分ける<sup>[15]</sup>。分けられた光はそれぞれ別の TES ボロメータに導かれ、各 TES ボロメータで光の強度が測定される。このようにして、焦点面検出器は入射してきた光の偏光方向に対して感度を獲得して いる。

### 2.2.2 極低温連続回転式半波長板 (HWP)

宇宙から降り注ぐ CMB と望遠鏡の間には地球の大気がある。そして大気の無偏光熱放射は時事 刻々と変化する(つまり、常に揺らいでいる)。これは大気による  $1/f$  ノイズとして知られ、CMB 偏光観測実験においては、このノイズと CMB 偏光信号を分離することが重要である。SAT では、この大気による熱放射を取り除くために、極低温連続回転式半波長板(cryogenic continuously rotating Half-Wave Plate, 以後、単に HWP と呼ぶ)を用いる<sup>[16]</sup>。

一般に、HWP は複屈折の特性を持つ素材からなり、素子中のある決まった軸(光軸)に対して電場成分を反転させる。すなわち、HWP に入射する光の電場  $\mathbf{E}$  は HWP を通過することで

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_1 \quad (2.2)$$

$$\mathbf{E}_2 = -\mathbf{E}_2 \quad (2.3)$$

となる。ここで、1 軸は HWP の光軸、2 軸は 1 軸に垂直な HWP 平面上の軸を表し、1 軸に対し て電場成分が反転している。入射光として偏光角が HWP の 1 軸から測って  $\chi$  であるような直線

偏光した光を考える。HWP を通過した後の偏光角は  $-\chi$  となり、偏光が 1 軸対称に反転、つまり  $-2\chi$  だけ変化する(図 2.7)。この性質により、ストークスパラメータ(定義は付録 A を参照)がそれぞれ  $I_{\text{in}}(t), Q_{\text{in}}(t), U_{\text{in}}(t)$  であるような直線偏光した入射光を、HWP を通過したあとに 1 軸方向に感度を持つ片偏波のアンテナで電場強度を測った際の出力信号  $d_m(t)$  は

$$d_m(t) = I_{\text{in}}(t) + \varepsilon \operatorname{Re} [(Q_{\text{in}}(t) + iU_{\text{in}}(t)) \exp(-i4\chi)] \quad (2.4)$$

となる。ここで、 $\varepsilon$  は変調効率である。つまり、SO のように、HWP を 2 Hz で回転させると、連続的に入射する直線偏光の信号を 8 Hz に変調して出力することになる。HWP の角振動数を  $\omega_{\text{HWP}}$  とし、初期位相を  $\chi_0$  とすると、 $\chi(t) = \omega_{\text{HWP}}t + \chi_0$  と表され、出力信号は

$$d_m(t) = I_{\text{in}}(t) + \varepsilon \operatorname{Re} [(Q_{\text{in}}(t) + iU_{\text{in}}(t)) \exp(-i(4\omega_{\text{HWP}}t + 4\chi_0))] \quad (2.5)$$

となる。検出器はある偏光角方向  $\theta_{\text{det}}$  にのみ感度を持つため、最終的に検出器が読み出す信号  $d_{m,\text{det}}$  は

$$d_{m,\text{det}}(t) = I_{\text{in}}(t) + \varepsilon \operatorname{Re} [(Q_{\text{in}}(t) + iU_{\text{in}}(t)) \exp \{-i(4\omega_{\text{HWP}}t + 4\chi_0 - 2\theta_{\text{det}})\}] \quad (2.6)$$

となる。この式はその偏光角がほとんど時間変化しない信号  $Q_{\text{in}} + iU_{\text{in}}$  が HWP を通過することで、周波数  $4\omega_{\text{HWP}}$  のところに変調されることを示している。このようにして、元々  $1/f$  ノイズが大きかった低周波帯の信号を、ノイズの少ない高周波帯に変換できる。 $Q_{\text{in}} + iU_{\text{in}}$  を得るために、 $+4\omega_{\text{HWP}}$  のまわりのみを通すバンドパスフィルタ  $\mathcal{F}^{\text{BPF}}$  を通した後、2 倍して位相を元に戻せば良い。つまり、復調後に得られる信号  $d_{d,\text{det}}$  は

$$d_{d,\text{det}}(t) = \mathcal{F}^{\text{BPF}}[d_{m,\text{det}}(t)] \times 2 \exp \{i(4\omega_{\text{HWP}}t + 4\chi_0)\} \quad (2.7)$$

$$= \varepsilon [Q_{\text{in}}(t) + iU_{\text{in}}(t)] \exp [i(2\theta_{\text{det}} + 4\chi_0)] \quad (2.8)$$

となる。ここで、 $\chi_0$  は HWP に搭載されているエンコーダによって決定されるオフセットである。

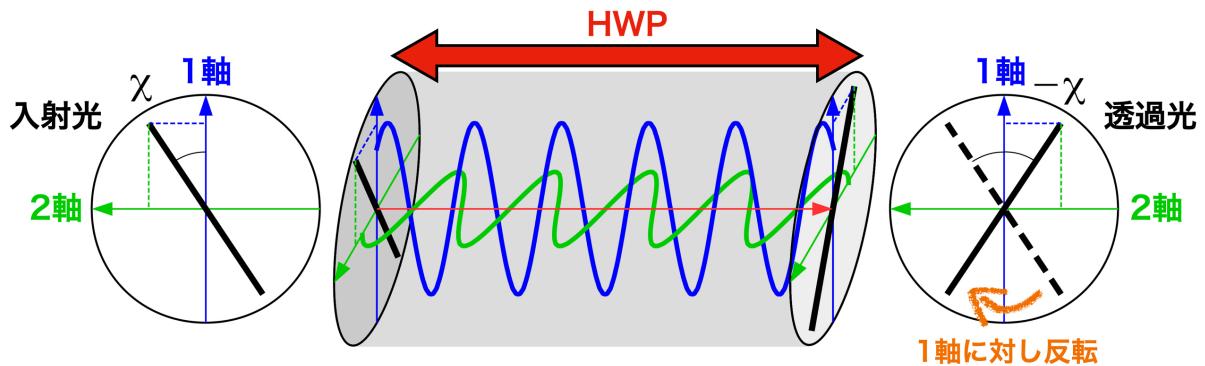


図 2.7: HWP を通過することで偏光角が変化することを示した概念図<sup>[17]</sup>。左から右に向かって直線偏光が HWP を通過している。

## 2.3 偏光角較正の重要性とその手法

### 2.3.1 偏光角の誤較正に伴う偏光の漏れ込み

CMB 偏光観測実験での B モード観測において、検出器の偏光角  $\theta_{\text{det}}$  を精度よく知ることは極めて重要である。その重要性を示すため、本項では偏光角の誤較正が観測された B モード偏光にどのような影響を及ぼすかを考え、SO においての要求偏光角較正精度を定める。

今、すべての検出器における偏光角を  $\delta\theta$  だけ誤って較正してしまったとすると、観測されるストークスパラメータ  $Q_{\text{obs}}, U_{\text{obs}}$  は真のストークスパラメータ  $Q, U$  に対して

$$Q_{\text{obs}} \pm iU_{\text{obs}} = e^{\pm i2\delta\theta}(Q \pm iU) \quad (2.9)$$

$$= e^{\pm i2\delta\theta} \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} {}_{\pm 2}a_{\ell m} {}_{\pm 2}Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.10)$$

とバイアスされた値となる<sup>[18][19]</sup>。E モード、B モード偏光を表現する係数  $a_{\ell m}^E, a_{\ell m}^B$  を用いると、スピン 2 の球面調和関数で展開する際の係数  ${}_{\pm 2}a_{\ell m}$  は

$${}_{\pm 2}a_{\ell m} = -(a_{\ell m}^E \pm ia_{\ell m}^B) \quad (2.11)$$

であるから

$$Q_{\text{obs}} \pm iU_{\text{obs}} = \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} [-(a_{\ell m}^E \pm ia_{\ell m}^B)] e^{\pm i2\delta\theta} {}_{\pm 2}Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.12)$$

$$= \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} [-(a_{\ell m, \text{obs}}^E \pm ia_{\ell m, \text{obs}}^B)] {}_{\pm 2}Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.13)$$

が観測されることとなる。したがって、パワースペクトル

$$C_{\ell}^{XX'} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \left\langle (a_{\ell m}^X)^* a_{\ell m}^{X'} \right\rangle \quad (2.14)$$

は、偏光角の誤較正によって

$$\begin{pmatrix} C_{\text{obs}, \ell}^{TT} \\ C_{\text{obs}, \ell}^{TE} \\ C_{\text{obs}, \ell}^{TB} \\ C_{\text{obs}, \ell}^{EE} \\ C_{\text{obs}, \ell}^{BB} \\ C_{\text{obs}, \ell}^{EB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\delta\theta) & 0 & -\sin(2\delta\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \sin(2\delta\theta) & 0 & \cos(2\delta\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos^2(2\delta\theta) & \sin^2(2\delta\theta) & -\sin(4\delta\theta) \\ 0 & 0 & 0 & \sin^2(2\delta\theta) & \cos^2(2\delta\theta) & \sin(4\delta\theta) \\ 0 & 0 & 0 & \sin(4\delta\theta)/2 & -\sin(4\delta\theta)/2 & \cos(4\delta\theta)/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\ell}^{TT} \\ C_{\ell}^{TE} \\ C_{\ell}^{TB} \\ C_{\ell}^{EE} \\ C_{\ell}^{BB} \\ C_{\ell}^{EB} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

となる。標準宇宙モデルが正しく、原始密度ゆらぎがパリティ不变だった場合では  $C_{\ell}^{TB} = C_{\ell}^{EB} = 0$  であるが、それでも偏光角の誤較正是  $C_{\ell}^{EE}$  から  $C_{\ell}^{BB}$  への漏れ込みを引き起こす。式 (2.15) から

算出すると

$$C_{\text{obs}, \ell}^{BB} = \sin^2(2\delta\theta)C_\ell^{EE} + \cos^2(2\delta\theta)C_\ell^{BB} \quad (2.16)$$

式(2.16)に基づき、偏光角の誤較正が  $C_\ell^{EE}$  から  $C_{\text{obs}, \ell}^{BB}$  への漏れ込みとして及ぼす影響を図2.8に示す<sup>\*1</sup>。テンソルスカラー比  $r$  は、BICEP/Keck と Planck の統合解析によって得られた  $r = 0.032$  を上限とし、 $r = 0.001$  までを描いた。誤較正の目安として、 $\delta\theta = 10^\circ, 1^\circ, 0.1^\circ$  の場合をプロットした。 $\delta\theta = 10^\circ$  や  $\delta\theta = 1^\circ$  では  $C_\ell^{EE}$  の漏れ込みが  $C_\ell^{BB}$  の大きさ以上に残ってしまう。この図からは、偏光角較正の要求精度が  $\delta\theta < 0.1^\circ$  であることが直感的に理解できる。

偏光角較正の要求精度は望遠鏡の感度や、ノイズなどにも依存する。SO では、ノイズとして最も悲観的な場合を考えた場合でも  $\delta\theta \leq 0.1^\circ$  であればこの漏れ込みが生むテンソルスカラー比  $r$  への系統誤差は無視できるほどに小さくなる<sup>[20]</sup>。以上の理由から、SO での偏光角較正の要求精度を  $\delta\theta \leq 0.1^\circ$  と定める。

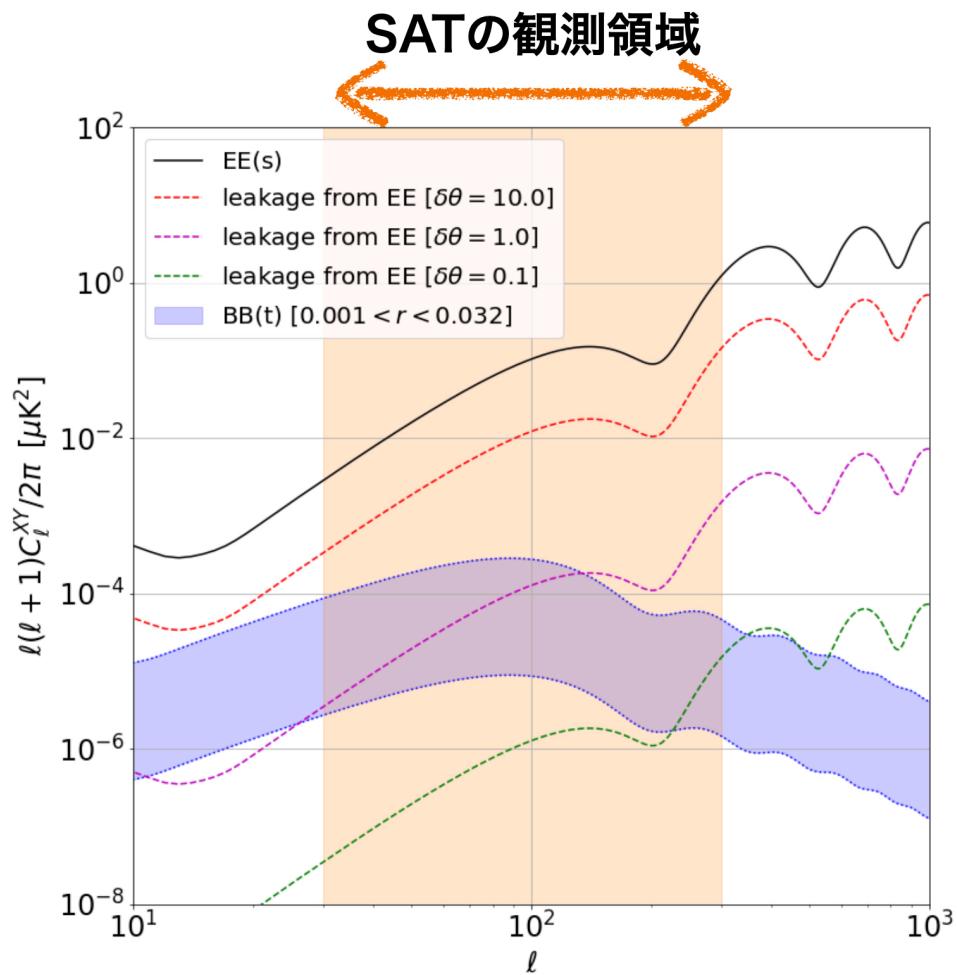


図 2.8: 偏光角の誤較正が  $C_\ell^{EE}$  から  $C_\ell^{BB}$  への漏れ込みとして及ぼす影響。BICEP/Keck と Planck の統合解析によって得られた  $r = 0.032$  を上限とし、 $r = 0.001$  までを描いた。

### 2.3.2 偏光角較正手法

偏光角較正には、検出器間の相対的な偏光角を較正する相対角度較正と、天球面上においてどの向きに検出器の偏光角が対応するかを較正する絶対角度較正が存在する。本項では代表的な較

<sup>\*1</sup> 図の作成には CLASS を用いた。

正手法を紹介したのち、先行研究においてどのような手法をとり、その精度がどの程度であったかをまとめる。

### 2.3.2.1 牡牛座かに星雲 (Tau A)

Tau A は北天に昇る、強い直線偏光を放射する超新星残骸である。その光の偏光角は観測周波数に依存している可能性が指摘されており、さらに高分解能望遠鏡による観測では天体表面上の異なる位置での偏光方向の違いが見えるため、偏光角を一意に決定することが難しく、系統誤差の見積もりに  $0.4^\circ$  の不定性があるという課題がある。また、偏光角は他の実験の観測結果にも依存しており、これらが潜在的な系統誤差として存在する。小さい天体であるために検出器全てを一度に照らすことができず、全ての検出器を較正するためにはスキャンを行う必要があるため、全検出器を同時に構成することができない。さらに、SO の拠点であるチリのアタカマ砂漠は南半球に位置しており、TauA の昇る高度が高くないため SAT では検出器の一部でしか観測できない。

### 2.3.2.2 ケンタウルス座 A (Cen A)

Cen A は南天に昇る、直線偏光を放射する電波銀河である。QUaD 実験にて、 $0.5^\circ$  の絶対角度較正精度が保証された検出器群を用いて 90 GHz と 150 GHz の波長帯で観測され、その偏光角が測定されている<sup>[21]</sup>。南天に登るため南半球で比較的観測しやすいが、偏光角の観測周波数依存性や高分解能望遠鏡で見える内部構造の影響、他の実験の観測結果による依存といった Tau A と同様の要因による系統誤差を持ち得る。

### 2.3.2.3 月

月はその表面で反射された光が月の中心から放射状に広がった偏光信号となる。月の観測は TauA と同様に観測する月の表面上の位置による偏光角の違いが問題となり、ポインティング精度由來の系統誤差を生じる。また、月は非常に明るいため TES 検出器のダイナミックレンジを超えてしまい、SAT では観測が困難である。

### 2.3.2.4 誘電体シート

誘電体シートとは、膜状に張られたポリマーがよって環境熱放射を反射させ、直線偏光を作り出す装置である。その厚みを変えることで明るさの調整が容易であるが、望遠鏡の視野をすべて覆うためには装置が大型化する傾向にある。また、周波数ごとに偏光特性が異なるため、較正に使用するためには高精度な周波数依存性の測定が必要である。

### 2.3.2.5 デンスワイヤーグリッド

デンスワイヤーグリッドは、金属ワイヤーを入射光に対して十分短い間隔で平行に張り巡らせた光学素子である。近似的にはワイヤーが張られた方向に対しては電流を流すが、それに直行する方向には電流を流さない金属板として振る舞う。そのため、入射光がワイヤーに沿った方向に偏光している場合には反射され、直行する方向に偏光している光は透過する。

デンスワイヤーグリッドは口径に対して平行に設置してしまうと検出器アレイとの間に多重反射が生じ、系統誤差を生じる。これを抑制するため、デンスワイヤーグリッドを口径に対して傾

けて設置する使用例が多い。望遠鏡の口径を覆い、全検出器を同時に較正するためにはデンスワイヤーグリッド自体が大型化する必要があり、作成する際にはワイヤー間隔を高精度に制御、長期間保つことが困難である。

### 2.3.2.6 スペースワイヤーグリッド

スペースワイヤーグリッドは、金属ワイヤーを入射光に対して十分長い間隔で平行に張り巡らせた光学素子である。原理は3.1節にて後述するが、環境熱放射をワイヤーが反射することによりワイヤーに沿った方向に偏光した光を作り出す。

スペースワイヤーグリッドはワイヤー間隔が広いために多重反射を起こしにくく、望遠鏡の口径に対して平行に設置することができる。そのため、デンスワイヤーグリッドよりも小型化が可能であり、製造難易度が比較的低い。また、ワイヤー間隔が十分長いとみなせる範囲においては周波数依存性が小さいため、広い周波数帯で均一に偏光を生成することが可能である。

### 2.3.2.7 自己較正

標準宇宙モデルでは  $C_\ell^{EB} = 0$  である。これを利用して、相対角度較正を十分に行なった上で  $C_\ell^{EB} = 0$  とおくことで  $\delta\theta$  を求め、絶対角度較正を行う手法を自己較正と呼ぶ。自己較正の精度は相対角度較正の精度と検出データ量に依存するため、検出器数が増大によって精度の向上が期待される。しかし、 $C_\ell^{EB} = 0$  を仮定してしまうため、標準宇宙モデルを超えるような物理に対する感度を捨てる可能性がある。別の言い方をすれば、標準宇宙モデルを仮定したデータ解析となってしまう。そのため、この自己較正以外の手法を用いて絶対角度較正を行うことが重要である。

### 2.3.2.8 偏光角較正手法のまとめとスペースワイヤーグリッドの採用理由

先行研究における偏光角較正の手法と、その精度を表2.1にまとめる。いずれの手法においても、精度  $\delta\theta < 0.1^\circ$  を達成したものはない。SATではスペースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正を採用することで、この精度を目指す。スペースワイヤーグリッドは周波数依存性が小さく、広い周波数帯で均一に直線偏光を作り出せるという点と、望遠鏡の視野を全て覆うような装置として作成可能なため、全ての検出器を同時に較正可能である点が優れている。また、自己較正のように標準宇宙モデルを超える物理に対する感度を捨てることもない。このような理由から、他の手法よりも系統誤差の削減が期待でき、採用に至った。

表 2.1: 先行研究における偏光角較正手法とその絶対角度較正精度の比較。どの手法においても  $\delta\theta < 0.1^\circ$  を達成したものはない。

実験	観測周波数帯 [GHz]	較正手法	$\delta\theta$
POLARBEAR <sup>[22]</sup>	150	Tau A	0.43°
		自己較正 <sup>*1</sup>	0.2°
DASI <sup>[23]</sup>	26 ~ 36	月, デンスワイヤーグリッド	0.4°
BICEP <sup>[24]</sup>	100, 150, 220	誘電体シート	0.7°
BICEP2 <sup>[25]</sup>	150	自己較正 <sup>*1</sup>	1°
SPTpol <sup>[26]</sup>	150	デンスワイヤーグリッド	1°
	95		1.5°
ABS <sup>[27]</sup>	145	スペースワイヤーグリッド	1.1°
		Tau A	1.9°
		自己較正 <sup>*1</sup>	1.6°
QUIET <sup>[28]</sup>	43, 94	月	1°
		Tau A, スペースワイヤーグリッド	3°
SPT-3G <sup>[29]</sup>	90 150 220	Cen A	2.0°
			2.2°
			4.5°

<sup>\*1</sup> 標準宇宙モデル ( $C_\ell^{EB} = 0$ ) を仮定した手法であり、究極の較正手段とはなり得ない。

## 第3章 スパースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置

SOでは検出器の偏光角較正のために、人工偏光光源としてスパースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置を使用する<sup>[30][31]</sup>。本章では、偏光角の較正原理について述べたのちに、装置の設計、考えられている系統誤差の要因とその測定値について述べる。

### 3.1 金属ワイヤーによる偏光信号の生成原理

金属製のワイヤーが、周囲から来た入射光を反射することを考える。入射光の波長がワイヤーの直径よりも十分に長い場合、ワイヤー中の自由電子はワイヤーに沿う方向のみに動くと見なすことができ、ワイヤーは自身の軸に沿った偏光状態を持つ光のみを反射する。図3.1に、ワイヤーの向きと揃った偏光方向をもつ入射光をワイヤーが反射する様子を示す。このようなワイヤーを望遠鏡の視野に置くと、ワイヤーは周囲の環境から来る熱放射を反射し、ワイヤー軸と同じ方向に偏光した光を望遠鏡に送り込む。実際には望遠鏡は空も視野に含み、無偏光な大気放射、ワイヤーからの偏光信号の重ね合わせが見える。2.2.2項にて述べた、極低温連続回転式半波長板という光学素子を用いることで無偏光な大気放射を取り除き、ワイヤーからの偏光信号のみを抽出して偏光角較正に用いる。また、ワイヤー間隔を調整することで実行的な放射温度を調整し、CMB望遠鏡の検出器に入射する光の強度を調整することができる。

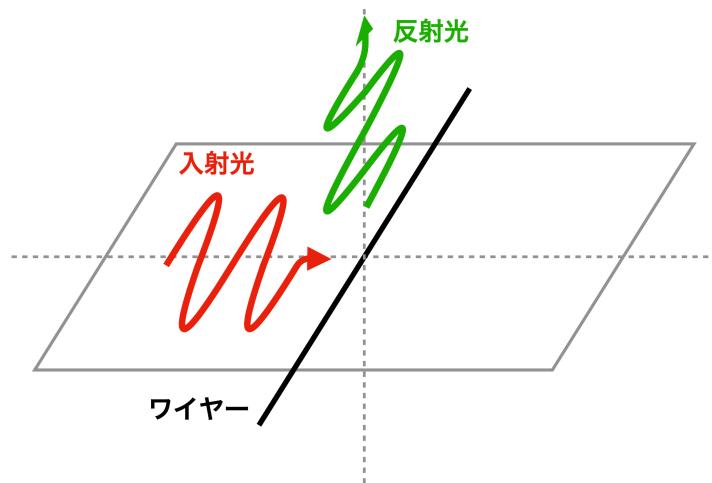


図3.1: ワイヤーが作る偏光信号のイメージ。ワイヤーに沿う方向に偏光した光が入射し、まわりに散乱・透過する様子。

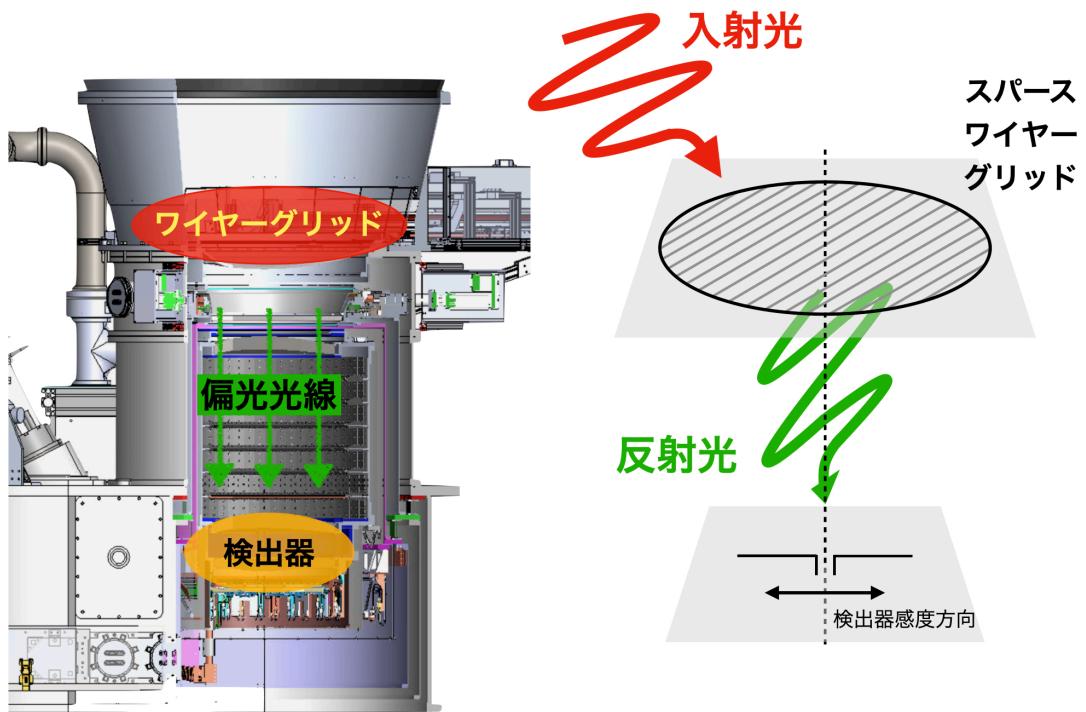


図 3.2: スペースワイヤーグリッド周囲の熱放射を反射し、その反射光が検出器に入射するイメージ。簡略化のため、本来スペースワイヤーグリッドと検出器の間に入っている HWP を描いていない。

### 3.2 偏光角較正の原理

スペースワイヤーグリッドは望遠鏡の窓の前に設置され、前述した原理により直線偏光した光を望遠鏡に送り込む。望遠鏡とその窓の前に置かれたスペースワイヤーグリッドの概念図を図 3.3 に示す。本節では、生成された直線偏光がどのように焦点面検出器に到達し、偏光角較正に用いられるかを述べる。式 (2.6)において、入射光としてワイヤー由来の偏光角  $\theta_{\text{wire}}$  の直線偏光した光を考える。 $Q_{\text{in}}(t) + iU_{\text{in}}(t) = \exp [2i\theta_{\text{wire}}]$  となるため、

$$d_{\text{m,det}}(t) = I_{\text{in}}(t) + \varepsilon \operatorname{Re} [\exp \{-i(4\omega_{\text{HWP}}t + 4\chi_0 - 2\theta_{\text{det}} - 2\theta_{\text{wire}})\}] \quad (3.1)$$

となる。ワイヤー由来の光の強度はほとんど時間変化しないため、 $I_{\text{in}}(t) \simeq \text{const.}$  とみなせる。したがって、この変調信号は時系列データとして位相オフセット  $4\chi_0 + 2(\theta_{\text{det}} + \theta_{\text{wire}})$  を持った角振動数  $4\omega_{\text{HWP}}$  の正弦波としてみえる。理想的な時系列データのイメージを図 3.4 に示す。縦軸は検出器が受け取った光の強度であり、横軸は時間を表す。 $\chi_0 = 0$ ,  $\theta_{\text{det}} = 30^\circ$  とし、 $\theta_{\text{wire}} = 0^\circ, 15^\circ, 60^\circ$  に対して時系列データのイメージを描いた。これを復調することで、式 (2.8) より

$$d_{\text{d,det}} = \varepsilon \exp [i2(\theta_{\text{wire}} + \theta_{\text{det}})] \quad (3.2)$$

という偏光情報のみを得る。望遠鏡では光学系により生まれる偽偏光や、環境熱放射が非等方だった場合にはワイヤー角度に対して非等方な強度のワイヤー由来の偏光が観測され得る。これを取り除くため、さまざまなワイヤーの角度  $\theta_{\text{wire}}$  でこの  $d_{\text{d,det}}$  を測定し、複素平面上で円(較正円と呼ぶ)を描く。図 3.5 に理想的な較正円のイメージを示す。 $\theta_{\text{wire}}$  を光学系による偽偏光は較正円の

原点がズレる効果として現れ、環境熱放射の非等方性は較正円を歪ませる効果として現れる。この較正円を用いて補正を加え、最終的に検出器の偏光角  $\theta_{\text{det}}$  を較正する。

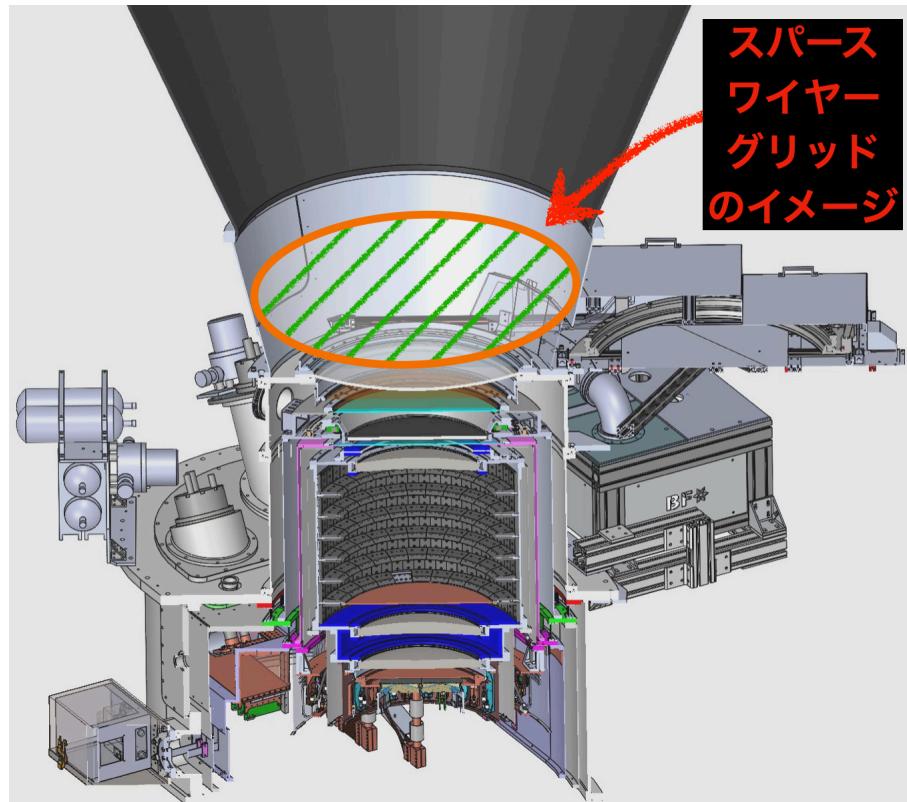


図 3.3: 望遠鏡の窓の前に設置されたスパースワイヤーグリッドの概念図。見やすさのため、スパースワイヤーグリッドは本来設置される位置よりも空側に描いている。

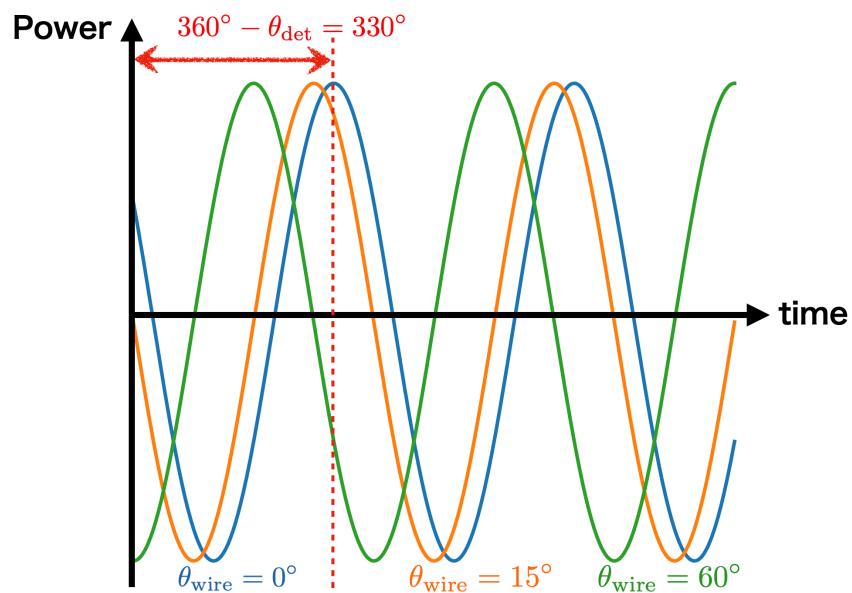


図 3.4: スパースワイヤーグリッドによって生成される偏光信号の時系列データイメージ。

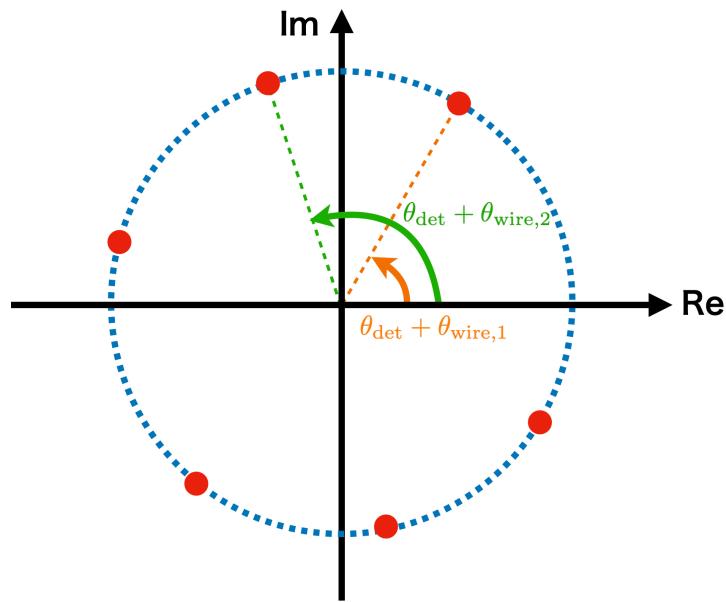


図 3.5: 理想的な較正円のイメージ。

### 3.3 較正装置の設計と特徴

較正円を描くためにはスパースワイヤーグリッドを回転させ、ワイヤーの角度を変化させる必要がある。また、本装置は望遠鏡の窓の前に設置されるという特性上、CMB 観測時にはそれを取り外さなければならない。先行研究ではこのような回転・切り替え作業を手動にて行ってきたが、それに伴って高い頻度での再較正が困難であった。そこで、本装置ではワイヤーの回転と観測・較正の切り替えを自動で行う機構が開発・搭載され、10 分程度での較正が実現されている。また、重力参照計を搭載しワイヤー絶対角度の高精度な測定を実現する。本節ではスパースワイヤーグリッド本体の設計、自動化機構と重力参照計を用いた絶対角度の測定方法について述べる。

#### 3.3.1 スパースワイヤーグリッドの設計

スパースワイヤーグリッドの概観を図 3.6(a) に示す。これは金属製のワイヤーを、入射光の波長(最大 11 mm)よりも十分長い間隔で平行に張ったものであり、ワイヤー軸に沿った偏光を生成する。SO ではアルミニウム製の内径 790 mm、外径 830 mm の円環に、直径 0.1 mm のタンゲステンワイヤーを 20 mm 間隔で 39 本張り巡らせたものを使用する<sup>[32]</sup>。

アルミニウムリング上には 0.2 mm の幅で刻まれた溝があり、これによりワイヤーの位置を決める。図 3.7 のように、230 g の重りをワイヤーにくくりつけてこの溝の上にワイヤーが沿うように設置することでピンと張った状態にし、Henkel 社製の LOCTITE STYCAST 2850FTJ という接着剤を用いて固定する。なお、隣り合うワイヤーでは重りが干渉してしまうため、2 回に分けてワイヤーを張る。接着剤による固定部分はサンドブラストされたネジ頭となっており、このネジを取り替えることで接着後であってもワイヤーを張り直すことができるようになっている。図 3.6(b) にワイヤー接着部分の詳細を示す。

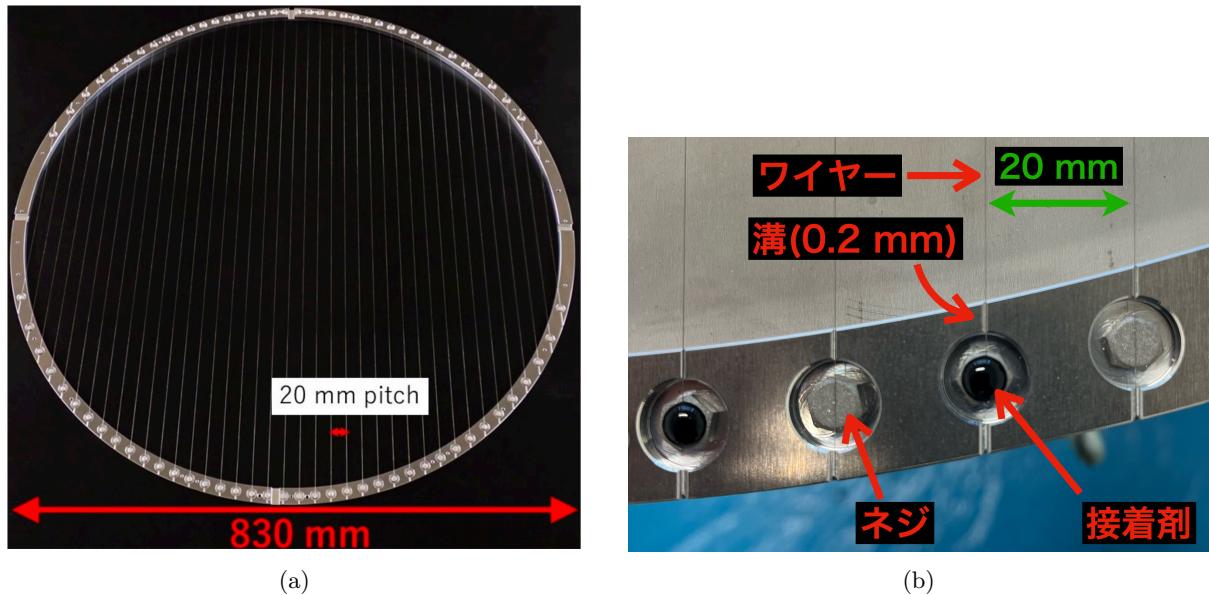


図 3.6: (a) スペースワイヤーグリッドの概観<sup>[31]</sup> (b) ワイヤー接着部分の詳細

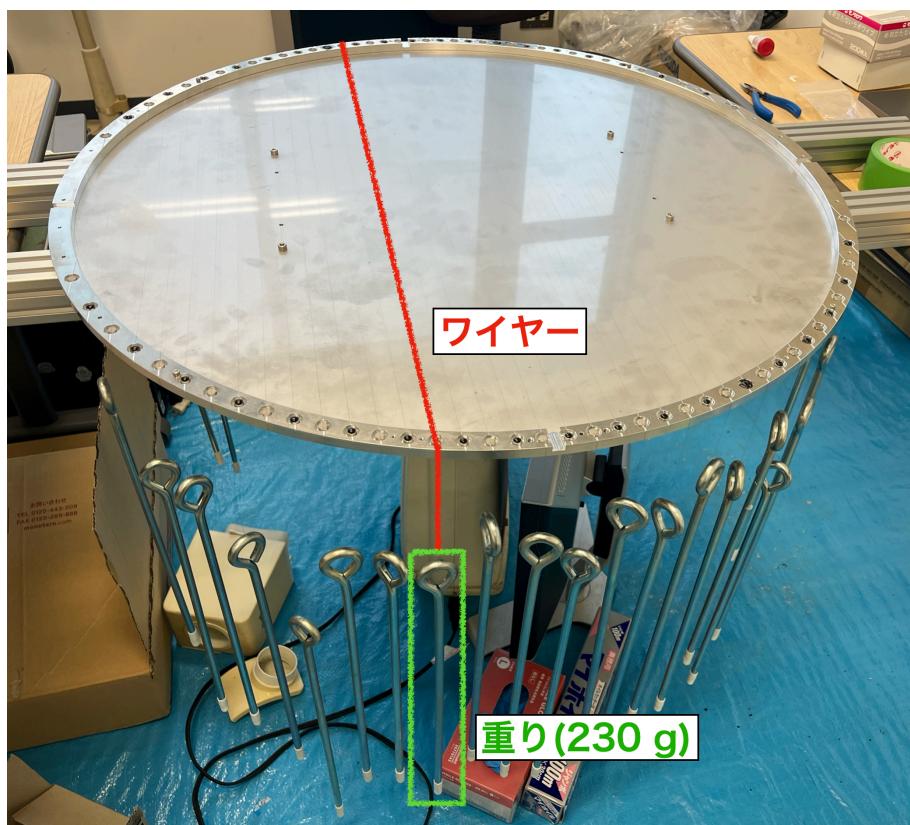


図 3.7: ワイヤーを張るときの様子。ワイヤーの両端に 230 g の重りをつけ、張力をかけている。

### 3.3.2 回転機構

Crouzet USA 社製の STANDARD MOTOR 2900 RPM 12V という DC モーターを使用し、スパースワイヤーグリッドを回転させる。図 3.8 に回転機構の概観を示す。回転角度は RENISHAW 社製の LM15IC という角度にして 0.004° の分解能を持つ磁気エンコーダを用いて測定されており、0.03° の精度で常にモニターされる。モニターされた角度を用いて DC モーターへの電流を制御するシステムが開発されており、これによりスパースワイヤーグリッドを  $\mathcal{O}(1^\circ)$  の精度で 22.5° ずつ回転させ、較正円を描く [33]。

### 3.3.3 切り替え機構

本較正装置では CMB 観測モードと較正モードの切り替えを 2 本のアクチュエータによってスパースワイヤーグリッドを出し入れすることで実現している。図 3.9 に切り替え機構の概観を示す。アクチュエータのモーターには Oriental motor 社製の PK269JDA という 2 相式ステッピングモーターを使用しており、アクチュエータの両端にあるリミットスイッチによりスパースワイヤーグリッドが端まで移動したことを認識、動作を止める。本機構によるスパースワイヤーグリッドの出し入れは片道で 90 秒程度となっており、CMB 観測の時間を無駄にすることなく較正を行うことに貢献している [33]。

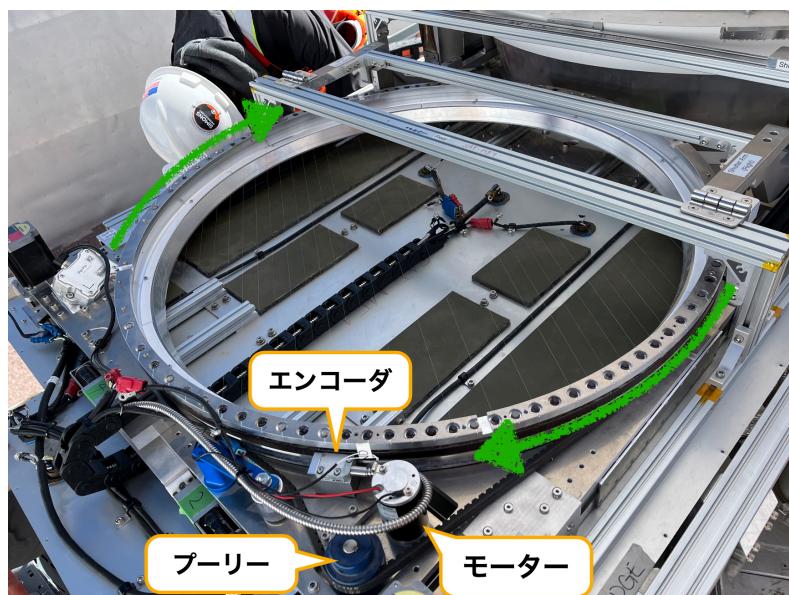


図 3.8: スパースワイヤーグリッドに搭載された回転機構の概観

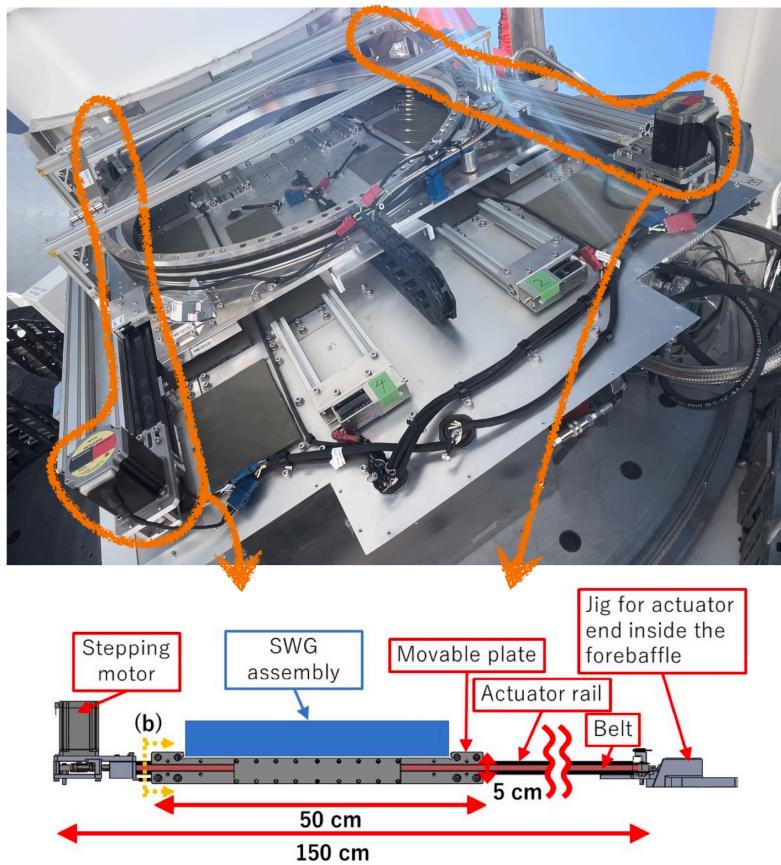


図 3.9: スパースワイヤーグリッドに搭載された切り替え機構の概観。上図が観測サイトにインストールされた較正装置であり、オレンジの線で囲んだ部分の詳細を下図に示している [31]。

### 3.3.4 重力参照計

#### 3.3.4.1 重力参照計を用いた $\theta_{\text{wire}}$ の測定

式(3.2)において、 $\theta_{\text{wire}}$  は天球面上におけるワイヤーが作り出す偏光角(絶対角度)である。エンコーダはスパースワイヤーグリッドがその平面内において回転したワイヤーの角度(相対角度)を出力するので、別の手段を用いてこの平面が天球面上のどこに位置しているかを知る必要がある。これをるために、重力を参照してその平面がどう傾いているのかを出力する 2 軸の重力参照計を導入する。ここでは、絶対角度がどのように測られるかについて述べる。

図 3.10(a)のように各種平面、角度を定義する。 $xy$  平面として重力に対して垂直な平面を取り、 $z$  軸負の方向が重力方向となるように座標系を取る。図中に円環として描かれているのがスパースワイヤーグリッドであり、重力参照計が持つ 2 軸を  $x'$ ,  $y'$  軸とする。 $\alpha$ ,  $\beta$  は重力参照計が測定する角度であり、 $x'$ ,  $y'$  軸が  $xy$  平面となす角度である。図中にある horizontal line とは、 $xy$  平面と  $x'$ ,  $y'$  平面が交わる直線である。以上の定義から、 $x'$  軸と horizontal line がなす角  $\theta_{\text{sens}}$ (図 3.10(b)) は

$$\theta_{\text{sens}} = \arctan \left( \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) \quad (3.3)$$

と表される [31]。図 3.10(b) にスパースワイヤーグリッド平面における各種測定角度と、ワイヤーの絶対角度  $\theta_{\text{wire}}$  の関係を示す。 $\theta_{\text{enc}}$  はエンコーダによって測定された値であり、 $\theta_{\text{enc}0}$  はエンコー

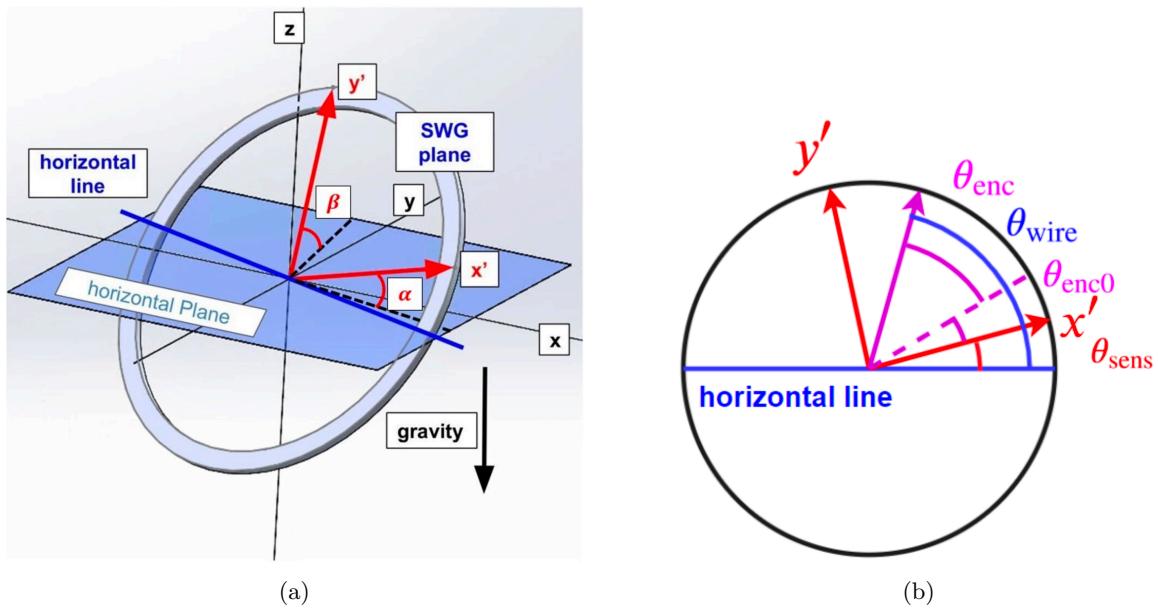


図 3.10: (a) 絶対角度測定のための各種平面と角度の定義 (b) スペースワイヤーグリッド平面における回転角と絶対角度

ダの零点と  $x'$  軸のなす角である。以上を用いることで、絶対角度は

$$\theta_{\text{wire}} = \theta_{\text{enc}} + \theta_{\text{enc0}} + \theta_{\text{sens}} \quad (3.4)$$

と測定される。

### 3.3.4.2 重力参照計の設置

重力参照計は自身の  $X$  軸、 $Y$  軸が重力に対して垂直な水平面に対する角度を出し、スペースワイヤーグリッドの回転機構のベースプレートに取り付けられている。SAT は elevation 50° の観測を主要としており、スペースワイヤーグリッドは boresight 60° のオフセットを持って設置されているため、これらのオフセットを打ち消し、重力参照計が両軸とともに 0° を指すように設置されている。図 3.11 に重力参照計を設置する治具を示す。上記のオフセットを打ち消すため、治具にスロープが切られている。スペースワイヤーグリッドに取り付けられた重力参照計の様子を図 3.12、3.13 に示す。図 3.12 中の  $x'$  軸と  $y'$  軸は図 3.10a(b) 中の  $x'$  軸と  $y'$  軸と同一のものであり、 $X$  軸と  $Y$  軸は重力参照計の軸を表す。

$X$  軸と  $Y$  軸は  $x'$  軸と  $y'$  軸の間の変換について述べる。初めに、 $x'y'z'$  座標系が右手系になるように  $z'$  軸を取り、 $XYZ$  座標系が右手系になるように  $Z$  軸を取る。 $x', y', z'$  軸の基底ベクトルを  $\hat{e}_{x'}, \hat{e}_{y'}, \hat{e}_{z'}$  とし、 $X, Y, Z$  軸の基底ベクトルを  $\hat{e}_X, \hat{e}_Y, \hat{e}_Z$  とする。基底の変換は

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{e}}_X \\ \hat{\mathbf{e}}_Y \\ \hat{\mathbf{e}}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{\text{slope}2} & \sin \theta_{\text{slope}2} \\ 0 & -\sin \theta_{\text{slope}2} & \cos \theta_{\text{slope}2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{\text{slope}1} & \sin \theta_{\text{slope}1} & 0 \\ -\sin \theta_{\text{slope}1} & \cos \theta_{\text{slope}1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{e}}_{x'} \\ \hat{\mathbf{e}}_{y'} \\ \hat{\mathbf{e}}_{z'} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

となる。これはすなわち、 $x'$ ,  $y'$  軸を  $z'$  軸まわりに  $\theta_{\text{slope}1}$  だけ回転し、これによって移った  $x'$  軸まわりに  $\theta_{\text{slope}2}$  だけ回転することで  $X$ ,  $Y$  軸を得ることを意味する。これらの変換行列や角度

は治具のデザインによって決まり、角度の設計値は  $\theta_{\text{slope}1} = 210^\circ$ ,  $\theta_{\text{slope}2} = 40^\circ$  である。

望遠鏡の姿勢からくる角度のオフセットを消すことにより、重力参照計が出力する角度は式(3.3)における  $\alpha$ ,  $\beta$  と一致しなくなる。このオフセットを考慮して、 $\alpha$ ,  $\beta$  を  $\theta_X$ ,  $\theta_Y$  を用いて表すと、式(3.5)から

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \cos \theta_{\text{slope}1} \sin \theta_X - \sin \theta_{\text{slope}1} \cos \theta_{\text{slope}2} \sin \theta_Y \\ &\quad + \sin \theta_{\text{slope}1} \sin \theta_{\text{slope}2} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_X - \sin^2 \theta_Y}\end{aligned}\quad (3.6)$$

$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin \theta_{\text{slope}1} \sin \theta_X - \sin \theta_{\text{slope}1} \cos \theta_{\text{slope}2} \sin \theta_Y \\ &\quad - \cos \theta_{\text{slope}1} \sin \theta_{\text{slope}2} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_X - \sin^2 \theta_Y}\end{aligned}\quad (3.7)$$

となることがわかる。

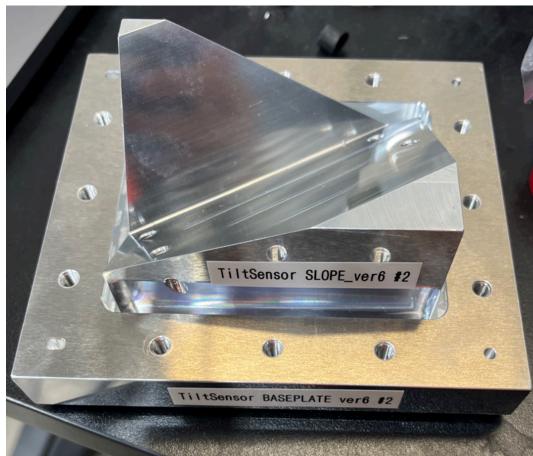


図 3.11: 重力参照計を設置するスロープが切られた治具

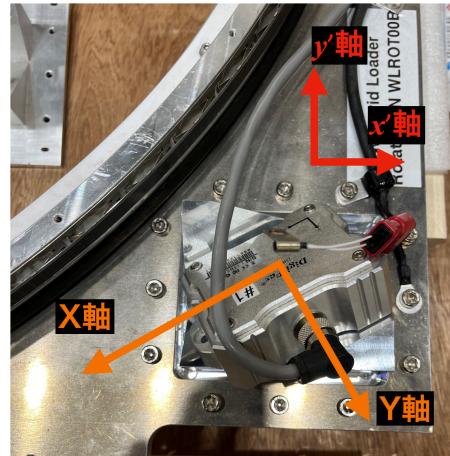


図 3.12: 設置された重力参照計の詳細と各軸のイメージ

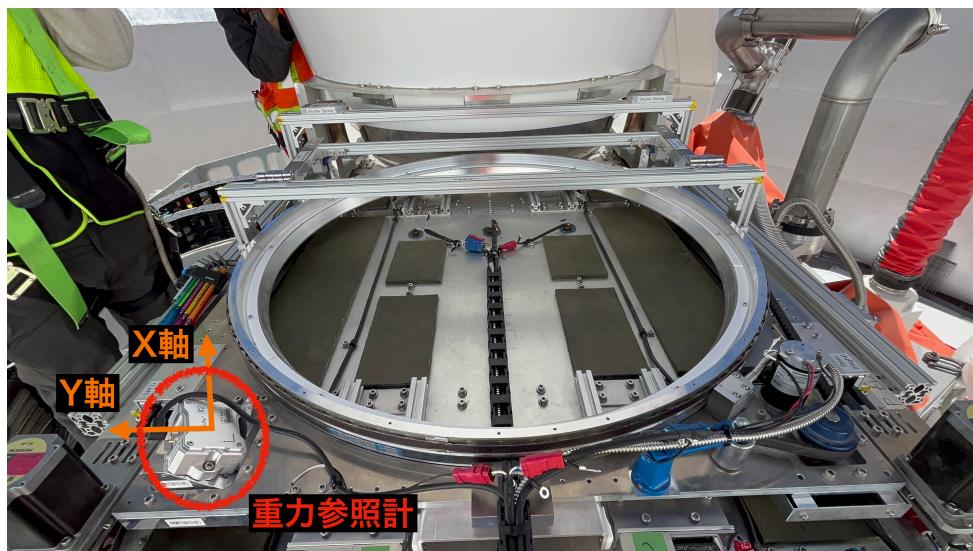


図 3.13: 重力参照計の設置状況

### 3.4 系統誤差

本節では、ワイヤーの絶対角度を測定するにあたって考えられる系統誤差の要因と、先行研究による評価について述べる。それぞれの系統誤差要因の評価方法について述べた評価を見直すべき点をまとめ、本論文の位置付けについて述べる。初めに表3.1に先行研究によって評価された系統誤差の要因と、その値をまとめる。また、本研究での改善があったものには、その詳細を述べる章番号を記す。

表3.1: 先行研究によって評価された系統誤差

系統誤差要因	先行研究	本研究での改善の有無
ワイヤー設置精度	< 0.02°	
エンコーダ精度	< 0.03°	
エンコーダ零点	< 0.04°	
重力参照計	> 0.1°	本研究で改善(4章)
ワイヤーのたわみ	< 0.05°	本研究で改善(5章・6章)
合計	> 0.1°	

#### 3.4.1 ワイヤーの設置精度に伴う系統誤差

ワイヤーは 0.2 mm の溝に沿うような形で設置される。この範囲でのみワイヤーは動くと考えると、アルミニウムリングの中心部では 0.02° の精度でワイヤーを揃えて張ることが可能である。

#### 3.4.2 エンコーダの測定精度に伴う系統誤差

磁気エンコーダが行う回転角度  $\theta_{enc}$  の測定において、磁気エンコーダ自体の角度分解能は 0.004° に相当する。しかし、回転機構のペアリングのステーターと巻きつけられた磁気テープの中心が完全に一致しない偏心の影響や、磁気テープが巻き付けられる回転部分の金属部品が工作精度の下で梢円に歪むことの影響を受け、 $\theta_{enc}$  の精度は必ずしも 0.004° になるとは限らない。先行研究<sup>[34]</sup>では Faro 社製の 3 次元測定器 Faro Edge を用いてこの精度を確認し、その精度として < 0.03° を得ている。

#### 3.4.3 エンコーダの零点測定に伴う系統誤差

$\theta_{enc0}$  は実験室にて測られるエンコーダの零点である。ワイヤーの絶対角度が  $\theta_{wire} = 0^\circ$  となった状態で  $\theta_{enc}$  と  $\theta_{sens}$  を測定することで決定され、その精度は < 0.04° と測定されている<sup>[34]</sup>。

#### 3.4.4 重力参照計の精度に伴う系統誤差

重力参照計が出力する角度の精度は、 $\theta_{sens}$  の誤差として現れる。重力参照計が満たすべき要求として、

- 長期間の測定において、そのオフセットの変動が小さいこと

- 観測サイトにおける気温変動を考慮し、 $-20^{\circ}\text{C} \sim 20^{\circ}\text{C}$  での出力変動が小さいこと

が挙げられる。これまで、Digi-Pas 社製の DWL5000-XY という製品の使用を予定されていたが、先行研究<sup>[34]</sup>にて 2 ヶ月の期間をあけて水平面を測定したところ、 $0.3^{\circ}$  近くの変動があり、SO における要求絶対角度較正精度  $\delta\theta \leq 0.1^{\circ}$  を満たさないことが示された。

### 3.4.5 ワイヤーのたわみに伴う系統誤差

較正に使う直線偏光の方向はワイヤーに沿う方向であるため、ワイヤーがたわんでいる部分がつくる直線偏光はその偏光角がワイヤーの絶対角度  $\theta_{\text{wire}}$  からずれてしまい、系統誤差になる。詳細な手法は 5 章にて述べるが、先行研究<sup>[32][34]</sup>では、スパースワイヤーグリッドに張られたワイヤーの写真を、ワイヤーの両端と中心で撮影することで評価を行った。その結果、ワイヤーのたわみに起因する偏光角較正への誤差  $\theta_{\text{sag}}$  は  $\theta_{\text{sag}} < 0.05^{\circ}$  と評価されている。この評価手法では、全ての写真を人間が撮影していたため、その評価値には人依存のバイアスやふらつきを含む可能性がある。また、撮影自体にも時間がかかるため、何度も繰り返し測定を行うことが難しいという問題があった。

### 3.4.6 系統誤差のまとめと本論文の位置付け

表 3.1 に、先行研究において調べられた系統誤差の結果をまとめる。SO において要求される絶対角度較正精度は  $\delta\theta < 0.1^{\circ}$  であるが、表 3.1 中の評価値はこれを満たしていない。

特に問題となるのが重力参照計の精度であり、特に長期間の出力安定性という点で要求精度を満たしていない。要求精度を満たすため、新たに Sherborne Sensors 社製の DSIC-2051-60 という重力参照計の導入を予定している。この新しい重力参照計の精度の検証を、4 章にて行う。

次点で系統誤差を生んでいるワイヤーのたわみに関しては、撮影箇所を人が決めていることに起因するバイアスが含まれている可能性があるだけでなく、1 つのワイヤーに対して。また、測定精度が低く測定にかかる時間が長いことから、測定されたたわみから品質の低いワイヤーを選別して修繕を行う、といった品質を保証するためのフィードバックをかけることが困難である。さらに、観測サイトにおける品質管理の面を考えると、定期的かつ容易に測定できるようなシステムの開発が望まれる。こういった状況を受け、より正確にワイヤーのたわみを評価する手法と、その自動化手法を確立した。5 章にてこの詳細を論ずる。また、実際に使用されるスパースワイヤーグリッドのたわみを開発した装置を用いて評価した。6 章にてこの詳細を述べる。

# 第4章 重力参照計の評価

3章にて述べたように、本較正装置では重力参照計を用いて絶対角度を測定する。これまでに使用が想定されていた Digi-Pas 社製の DWL5000-XY は長期間の測定における出力の変化が約 0.3°となり、要求性能を満たさなかった。今回新たに候補となった Sherborne Sensors 社製の DSIC-2051-60 を、長期間における出力の安定性と出力の温度依存性という観点から評価し、その精度を決定した。本章では、はじめに要求精度と評価すべき項目について確認したのち、本重力参照計の概要を共有、各評価項目の手法と結果について述べる。

## 4.1 要求精度と評価内容

要求される精度は、表3.1 中にある値から合計誤差が  $\delta\theta < 0.1^\circ$  となることであり、式(3.3)で表される  $\theta_{\text{sens}}$  にして  $\delta\theta_{\text{sens}} < 0.06^\circ$  である。これを重力参照計の要求精度に換算する。式(3.6)(3.7)より、重力参照計の各 X 軸、Y 軸の誤差を  $\delta\theta_X, \delta\theta_Y$  とすると、 $\theta_{\text{sens}}$  の誤差  $\delta\theta_{\text{sens}}$  は

$$\delta\theta_{\text{sens}} = \sqrt{\left(\frac{\sin \beta}{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta} \delta(\sin \alpha)\right)^2 + \left(\frac{\sin \alpha}{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta} \delta(\sin \beta)\right)^2} \quad (4.1)$$

$$\delta(\sin \alpha) = \sqrt{\left(\frac{d \sin \alpha}{d \theta_X} \delta\theta_X\right)^2 + \left(\frac{d \sin \alpha}{d \theta_Y} \delta\theta_Y\right)^2} \quad (4.2)$$

$$\delta(\sin \beta) = \sqrt{\left(\frac{d \sin \beta}{d \theta_X} \delta\theta_X\right)^2 + \left(\frac{d \sin \beta}{d \theta_Y} \delta\theta_Y\right)^2} \quad (4.3)$$

$$\frac{d \sin \alpha}{d \theta_X} = \cos \theta_{\text{slope1}} \cos \theta_X - \sin \theta_{\text{slope1}} \sin \theta_{\text{slope2}} \frac{\sin \theta_X \cos \theta_X}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_X - \sin^2 \theta_Y}} \quad (4.4)$$

$$\frac{d \sin \alpha}{d \theta_Y} = -\sin \theta_{\text{slope1}} \cos \theta_{\text{slope2}} \cos \theta_Y - \sin \theta_{\text{slope1}} \sin \theta_{\text{slope2}} \frac{\sin \theta_Y \cos \theta_Y}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_X - \sin^2 \theta_Y}} \quad (4.5)$$

$$\frac{d \sin \beta}{d \theta_X} = \sin \theta_{\text{slope1}} \cos \theta_X + \cos \theta_{\text{slope1}} \sin \theta_{\text{slope2}} \frac{\sin \theta_X \cos \theta_X}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_X - \sin^2 \theta_Y}} \quad (4.6)$$

$$\frac{d \sin \beta}{d \theta_Y} = \cos \theta_{\text{slope1}} \cos \theta_{\text{slope2}} \cos \theta_Y + \cos \theta_{\text{slope1}} \sin \theta_{\text{slope2}} \frac{\sin \theta_Y \cos \theta_Y}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_X - \sin^2 \theta_Y}} \quad (4.7)$$

のように表される。 $\theta_{\text{slope1}} = 210^\circ, \theta_{\text{slope2}} = 40^\circ$  は 3.3.4.2 にて導入したスロープの角度である。重力参照計の両軸とともに同程度の誤差を持つと仮定し、スロープの角度から生じる誤差を無視すると、およそ  $\delta\theta_X \sim \delta\theta_Y \leq 0.04^\circ$  が要求精度となる。

SO は数年以上の長期間の実験期間が見込まれるため、それに応じて重力参照計も長期使用に耐え得る性能であることが求められる。また、観測サイトはその気温が  $-20^\circ\text{C} \sim 20^\circ\text{C}$  と変動する過酷な環境であり、この温度変動に対してもその精度を欠くことがない性能が必要である。これらの状況を踏まえ、以下の 2 点について評価を行う。

1. 長期間測定における出力の安定性
2. 温度変動による出力の変化

## 4.2 重力参照計の概要

図4.1に本重力参照計の外観を示す。図中のX軸、Y軸と重力に対して垂直に交わる水平面のなす角が $\theta_X$ ,  $\theta_Y$ であり、これを出力する。また、各軸は対応するセンサの温度も出力することができる。公称の精度は0.08°であるため、その精度を再評価し、要求精度を満たすかを確認する必要がある。

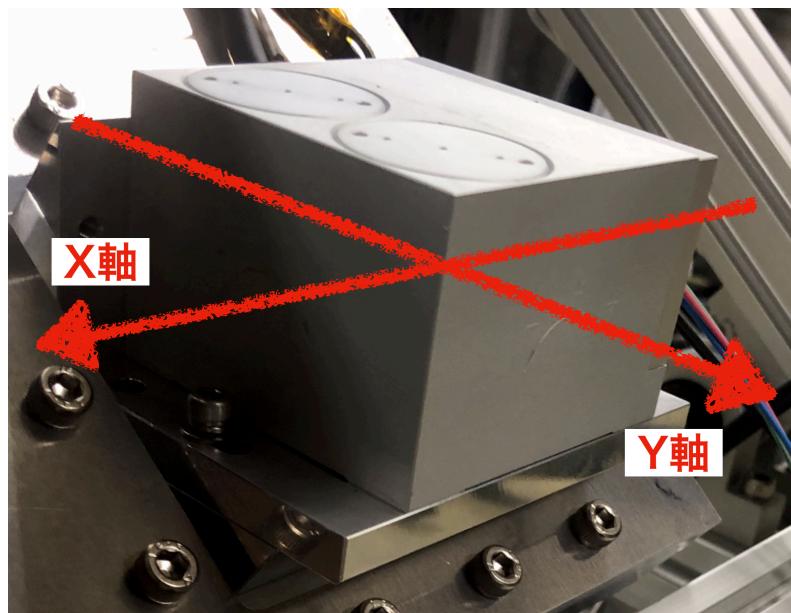


図4.1: 重力参照計 Sherborne Sensors 社 DSIC-2051-60 の外観

## 4.3 長期間測定における出力の安定性の評価

### 4.3.1 評価手法

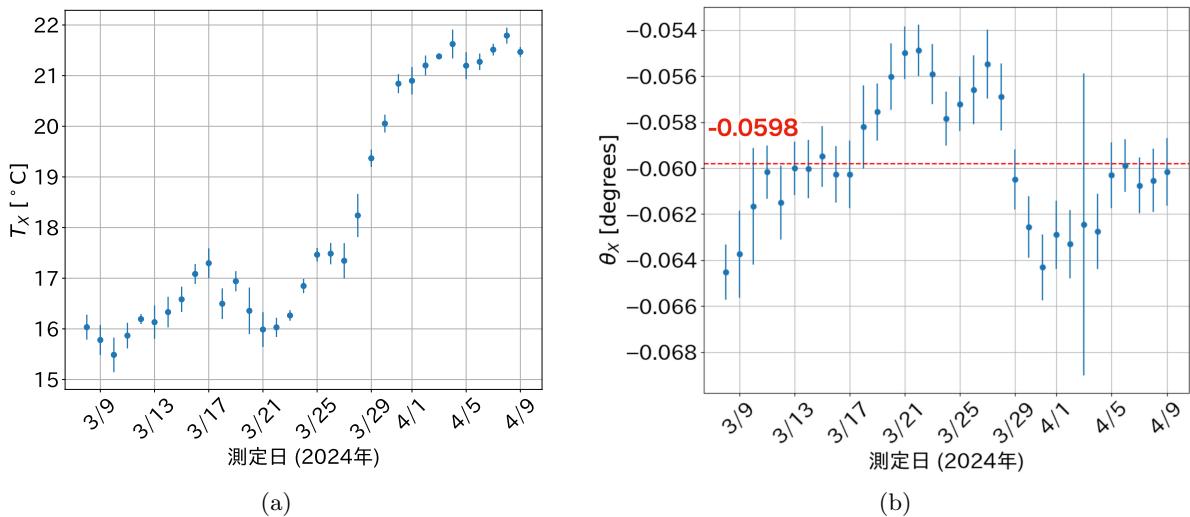
図4.2に評価系を示す。重力参照計を鉄製の厚み10mmのプレートの上に設置した。このプレートには3つのアジャスターが取り付けられており、これを回すことによりプレートの傾きを調整できる。プレートには新潟精機製の気泡管水準器FLW-200002を2つ互いに垂直になるように設置し、これを参照してプレート全体が水平になるようにアジャスターで調整した。この時の水平度の精度は気泡管水準器の精度によって決まり、 $< 0.01^\circ$ である。この系を長期間保持したまま、重力参照計の出力する温度と角度を測定した。測定期間は2024年3月8日から4月9日までの32日間である。また、測定系はカメラによって1時間ごとに撮影され、気泡管水準器の気泡の位置が変化していないかを確認した。その結果、気泡の位置に変動はあったものの水平度が $< 0.01^\circ$ に収まっていることが確認できた。



図 4.2: 長期間測定における重力参考計の評価系

### 4.3.2 評価結果とその考察

図 4.3 および 4.4 に測定された温度と角度を日毎に平均をとった結果を示す。誤差として、各日のデータ群の標準偏差を示している。X 軸については、日毎に平均された出力角度の平均が  $-0.0598^\circ$  となり、その標準偏差は  $0.0028^\circ$  であった。この結果から、X 軸の時間変化による出力角度の変化の精度を  $\delta\theta_{X,\text{time}} = 0.003^\circ$  であると結論づける。Y 軸については、日毎に平均された出力角度の平均が  $-0.012^\circ$  となり、その標準偏差は  $0.034^\circ$  であった。この結果から、Y 軸の時間変化による出力角度の変化の精度を  $\delta\theta_{Y,\text{time}} = 0.034^\circ$  であると結論づける。表 4.1 にこれらの結果をまとめると。

図 4.3: 日毎に平均化された 1 ヶ月間の X 軸の温度と角度の変化。(a) X 軸の出力温度  $T_X$  の変化。(b) X 軸の出力角度  $\theta_X$  の変化。

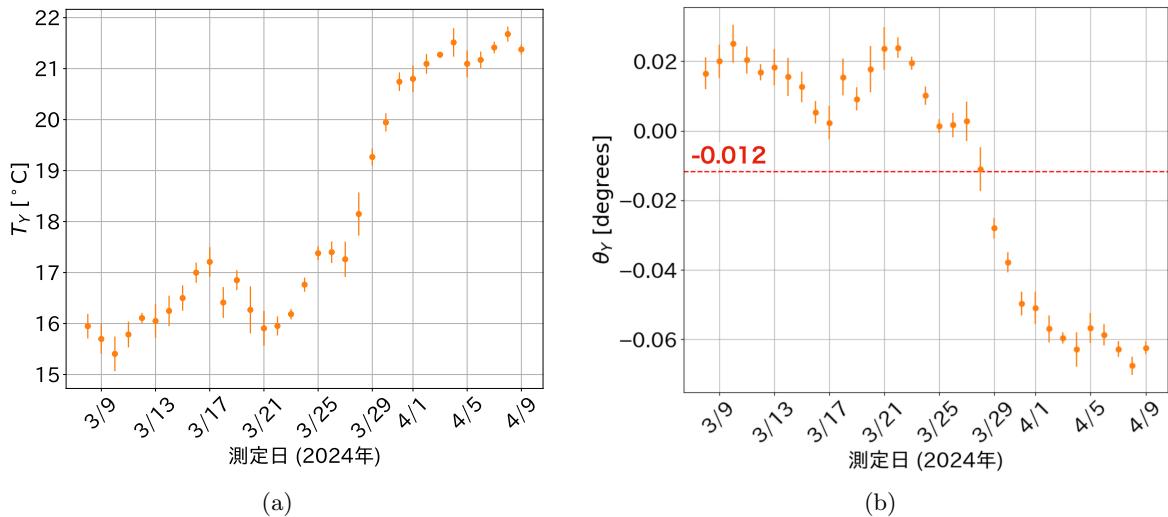


図 4.4: 日毎に平均化された 1 ヶ月間の  $Y$  軸の温度と角度の変化。(a)  $Y$  軸の出力温度  $T_Y$  の変化。(b)  $Y$  軸の出力角度  $\theta_Y$  の変化。

表 4.1: 長期間測定における重力参照計の出力の安定性の評価結果

	平均	標準偏差	精度
$X$ 軸	-0.0598°	0.0028°	0.003°
$Y$ 軸	-0.012°	0.034°	0.034°

$Y$  軸の長期間測定に対する精度は  $X$  軸のものに比べ非常に悪い値となっている。この原因を探るため、図 4.5 に示すように  $X$  軸と  $Y$  軸の温度変化に対する出力角度の変化を比較した。この図から、 $X$  軸は温度の変化に対する相関がほとんどないのでに対し、 $Y$  軸は温度変化に対する相関が極めて強いことが見て取れる。すなわち、長期間測定に対する安定性として評価された  $Y$  軸の精度は温度変化による影響を強く受けており、 $X$  軸の精度よりも悪い結果となっていると考えられる。次節にて温度変動による出力の変化を恒温層を用いて詳細に評価する。

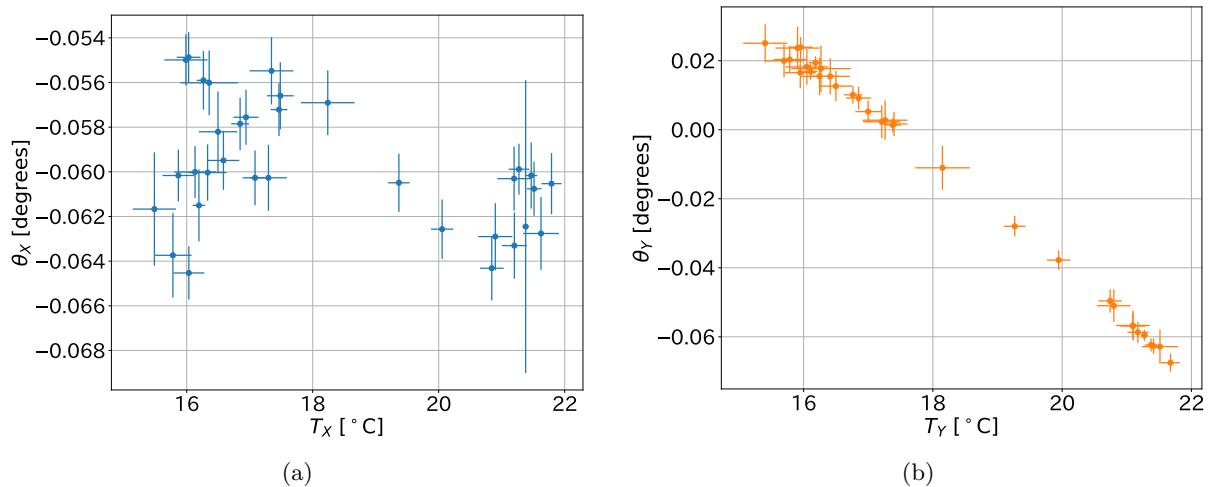


図 4.5: 出力角度の温度変化に対する影響。(a)  $X$  軸の温度変化に対する出力角度  $\theta_X$  の変動。(b)  $Y$  軸の温度変化に対する出力角度  $\theta_Y$  の変動。 $Y$  軸の温度相関が極めて強いことが見て取れる。

## 4.4 温度変動による出力の変化の評価

### 4.4.1 評価手法

図4.6に評価系を示す。重力参照計をアルミニウム製の厚み30mmのプレートの上に設置した。長期間測定における出力の変化の評価の際と同様に、このプレートには3つのアジャスターが取り付けられており、これを回すことでプレートの傾きを調整できる。プレートには新潟精機製の気泡管水準器FLW-200002を2つ互いに垂直になるように設置し、これを参照してプレート全体が水平になるようにアジャスターで調整した。この時の水平度の精度は気泡管水準器の精度によって決まり、 $< 0.01^\circ$ である。また、プレート上にはUSB温度計を設置し、周囲の空気の温度を測定した。以上の測定系を恒温槽<sup>\*2</sup>に入れ、温度を変化させたときの出力を測定した。

図4.7にUSB温度計を用いて測定した恒温槽内の温度 $T_{USB}$ の変化の様子を示す。20°Cから-20°Cまで冷却したのち、再び20°Cまで昇温し、出力の変化を測定した。各温度10°C刻みで3時間ほどかけて変化させ、温度が安定している状態が生まれるようにした。測定中にはWebカメラを用いて10分ごとに撮影し、気泡管水準器の気泡の位置が変化していないかを確認した。例として、図4.8(a)に $T_{USB} \sim 12^\circ\text{C}$ で撮影された写真を、図4.8(b)に $T_{USB} \sim -18^\circ\text{C}$ で撮影された写真を示す。全ての写真を確認したところ、気泡の位置に変動はあったものの水平度が $< 0.01^\circ$ に収まっていることが確認できた。

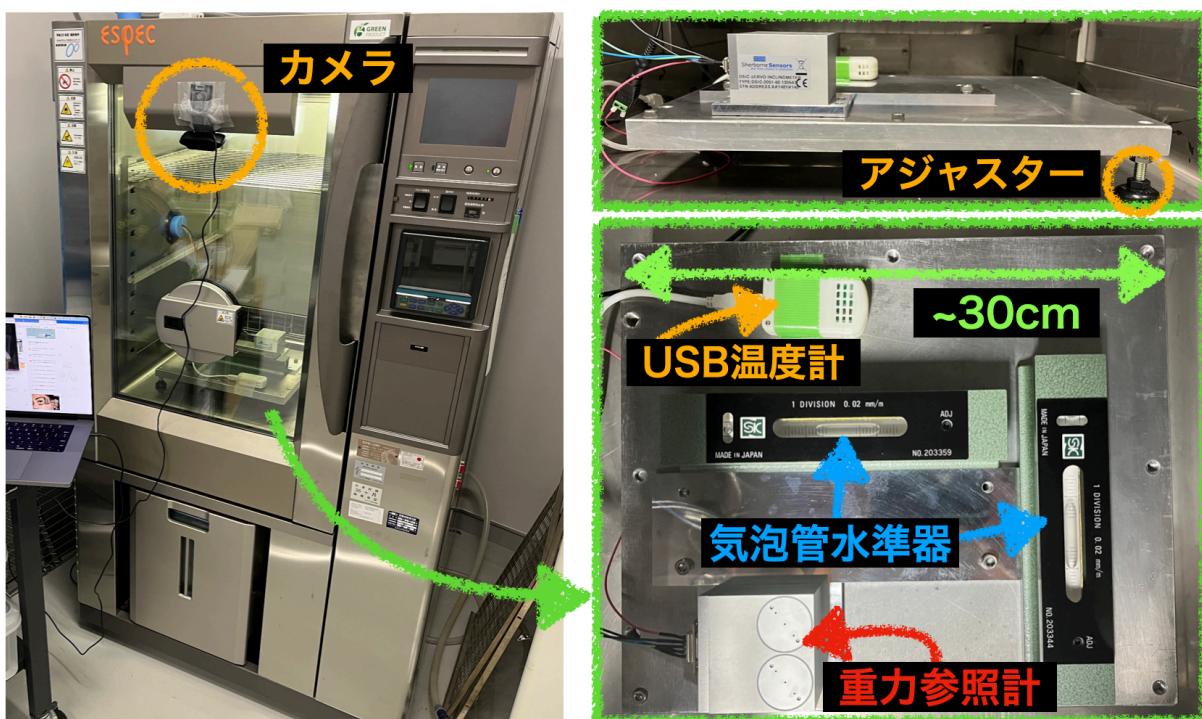


図4.6: 恒温槽を用いた重力参照計の温度変化評価系

<sup>\*2</sup> 恒温槽は京都市産業技術研究所より拝借した。

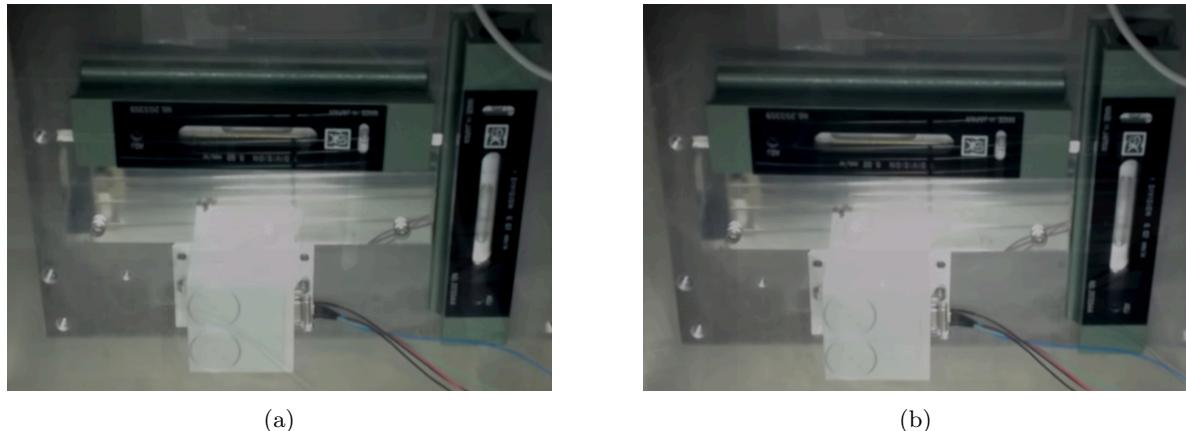


図 4.8: Web カメラを用いて撮影された恒温槽内の様子。(a)  $T_{\text{USB}} \simeq 12^\circ\text{C}$  で撮影された写真。(b)  $T_{\text{USB}} \simeq -18^\circ\text{C}$  で撮影された写真。

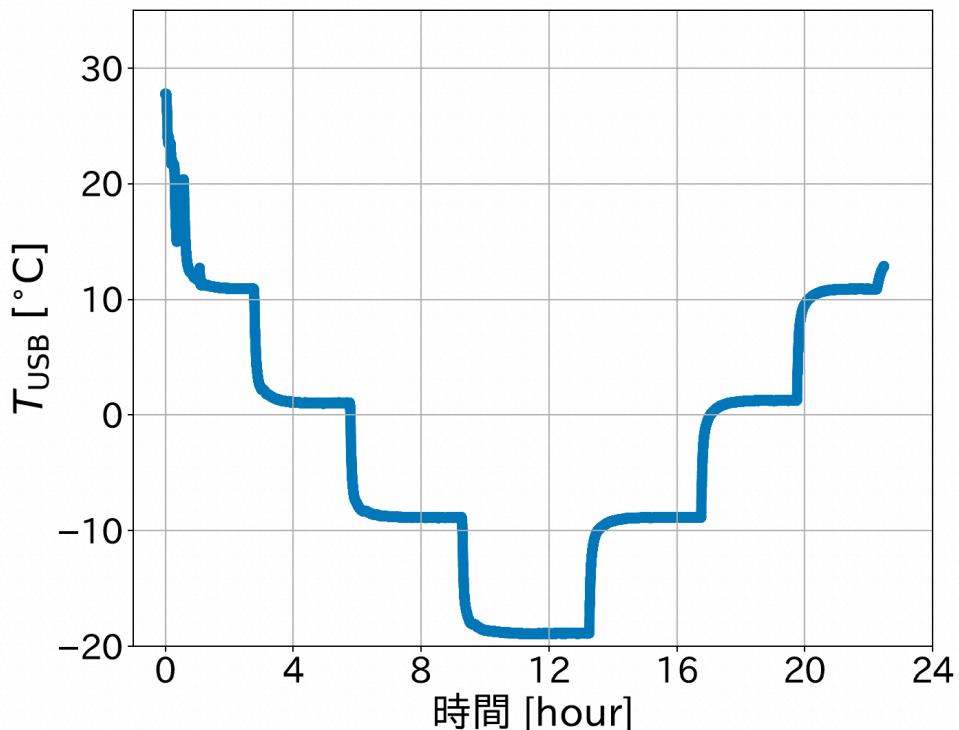


図 4.7: 恒温槽の温度変化

#### 4.4.2 評価結果とその考察

観測サイトでの気温変動は十分ゆっくりであるか、較正の時間帯を選ぶことで急激な温度変化を避けることができるため、恒温槽の温度が安定し、評価計全体と熱平衡であるような状態のデータを用いて評価を行う。図 4.9 に重力参照計の  $X$  軸が output する温度  $T_X$  と、その温度が安定的になったときの出力角度  $\theta_X$  の変化を、図 4.10 に  $Y$  軸について同様の結果を示す。温度安定区間は、図 4.9(a)、図 4.10(a)において、緑色でマスクした部分である。各温度安定時の出力角度は、それぞれ平均を取り、その標準偏差と気泡管水準器が保証する  $0.01^\circ$  を誤差として示している。ど

ちらの軸に関しても、ヒステリシスを見るために冷却時と昇温時のデータを分けて示している。

$X$  軸については、温度変化に対する出力角度の平均が  $-0.023^\circ$  となり、その誤差の平均は  $0.011^\circ$  であった。この結果から、それぞれの絶対値の和を取ることで  $\theta_X$  の精度を  $\delta\theta_{X,temp} = 0.033^\circ$  であると結論づける。 $Y$  軸については、温度変化に対する出力角度の平均が  $1.18^\circ$  となり、その誤差の平均は  $0.014^\circ$  であった。図 4.10(b) に示すように温度変化に対する出力角度の変化が  $2.0^\circ$  以上と非常に大きく、絶対角度較正には使用できない精度であることがわかる。これにより、前節の長期間の出力の安定性の評価において  $Y$  軸の精度が  $X$  軸に比べて悪かったことが、温度変動による出力角度の変化によるものであると説明できる。要求精度を満たさない結果が得られたが、この結果は公称精度  $0.08^\circ$  を大きく上回っており、初期不良の可能性が疑われる。次節にて、この初期不良の可能性を検証する。また、表 4.2 にこれらの結果をまとめると。

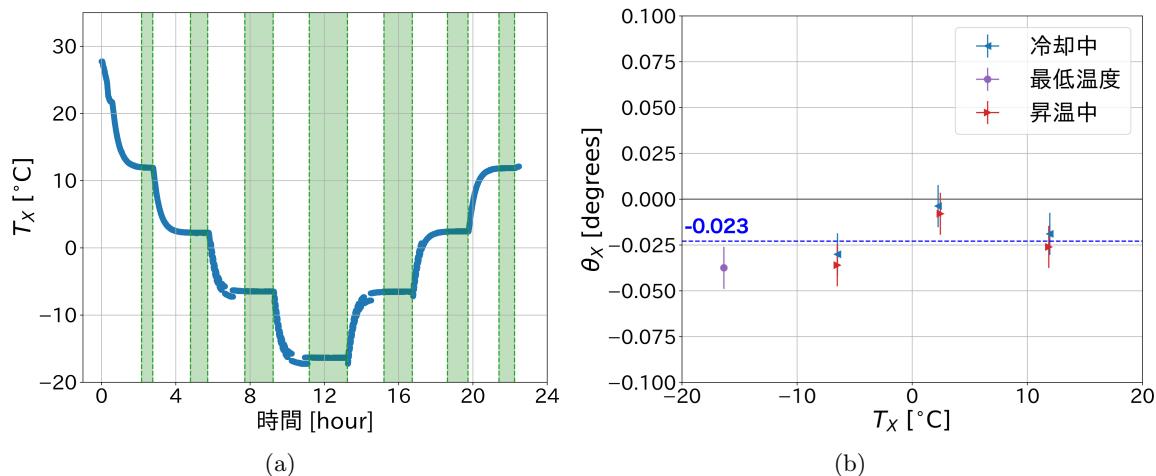


図 4.9: 重力参照計の  $X$  軸の温度変化と出力角度の変化。(a)  $X$  軸の温度  $T_X$  の変化と切り取った温度安定区間。(b)  $X$  軸の出力角度  $\theta_X$  の温度依存性。

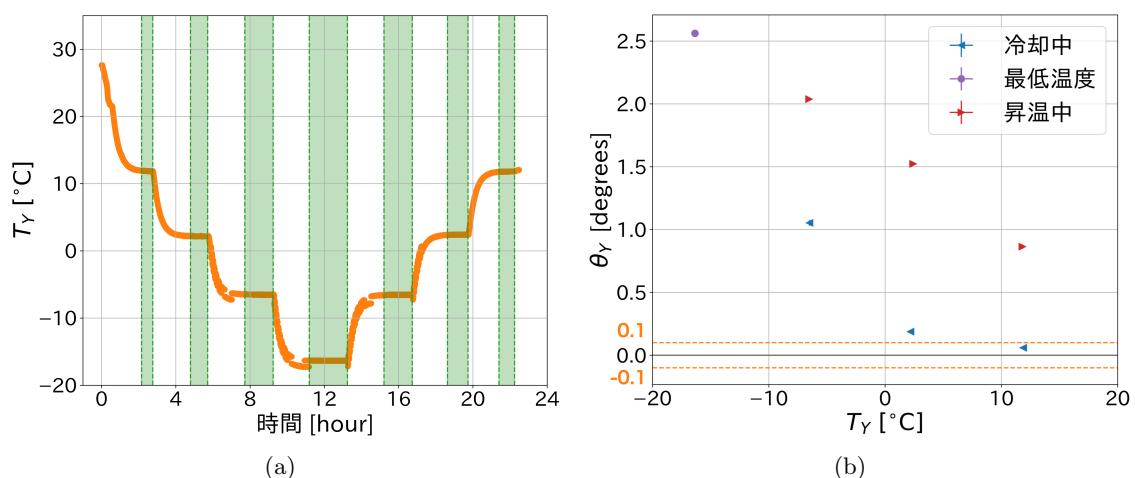


図 4.10: 重力参照計の  $Y$  軸の温度変化と出力角度の変化。(a)  $Y$  軸の温度  $T_Y$  の変化と切り取った温度安定区間。(b)  $Y$  軸の出力角度  $\theta_Y$  の温度依存性。

表 4.2: 溫度変動による重力参照計の出力の変化の評価結果

	平均	誤差の平均	精度
X 軸	-0.023°	0.011°	0.033°
Y 軸	1.18°	0.014°	> 1°

## 4.5 初期不良の検証

### 4.5.1 評価系

前節にて行った温度変化に対する出力角度の評価にて判明した Y 軸の出力角度の精度不良が初期不良によるものなのか、それとも評価系の問題によるものなのかを検証するため、京都大学についていくつかの条件のもと評価を行った。評価系を図 4.11 および図 4.12 に示す。

- 条件 1. 前節と同じ評価系を再現し、恒温槽に入れて温度変化に対する出力角度の変化を測定する。(図 4.12(a))
- 条件 2. 条件 1. の評価系において、アルミプレートごと系全体を 90° 回転させ、温度変化に対する出力角度の変化を測定する。これにより、恒温槽の床が温度変化により傾き、Y 軸の出力角度に影響を与えたのかを検証する。(図 4.12(b))
- 条件 3. 条件 2. の評価系において、重力参照計を 90° 回転させ、再び温度変化に対する出力角度の変化を測定する。これにより、アルミプレート自体が温度変化により傾き、それが Y 軸の出力角度に影響を与えたのかを検証する。(図 4.12(c))

恒温槽は ETAC 社の HIFLEX FL211C を使用した。温度変化は 30°C から -20°C まで 90 分かけて冷却し、恒温槽の温度と重力参照計の温度が安定するまで待った。その後再び 90 分ほどかけて 30°C まで昇温した。

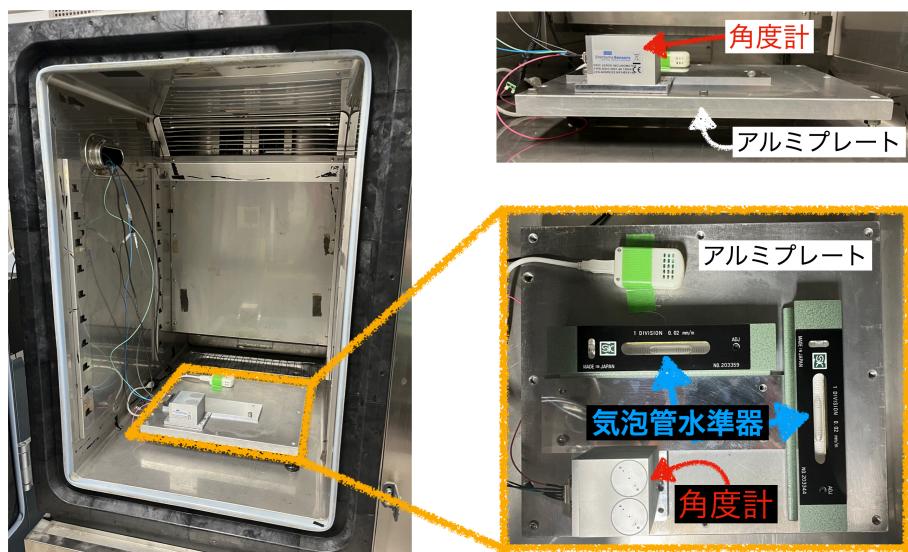


図 4.11: 京都大学における重力参照計の初期不良検証系と恒温槽

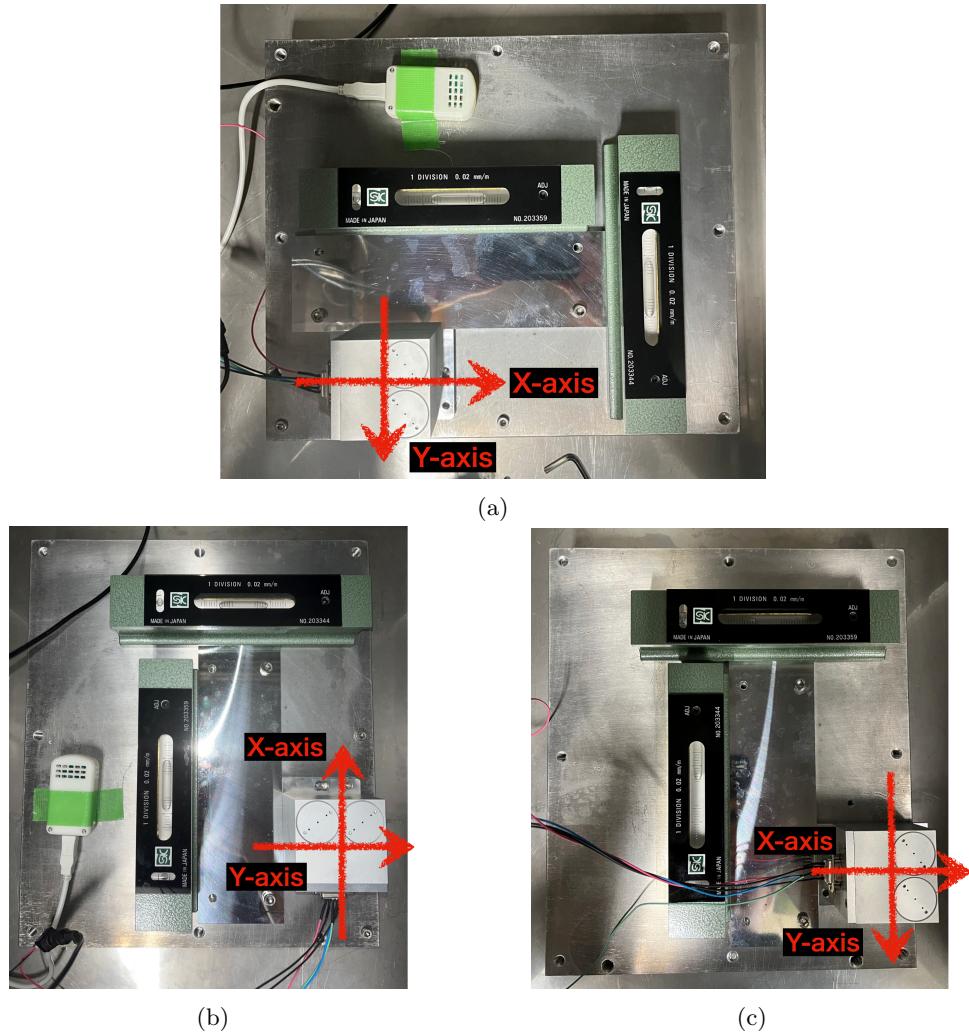
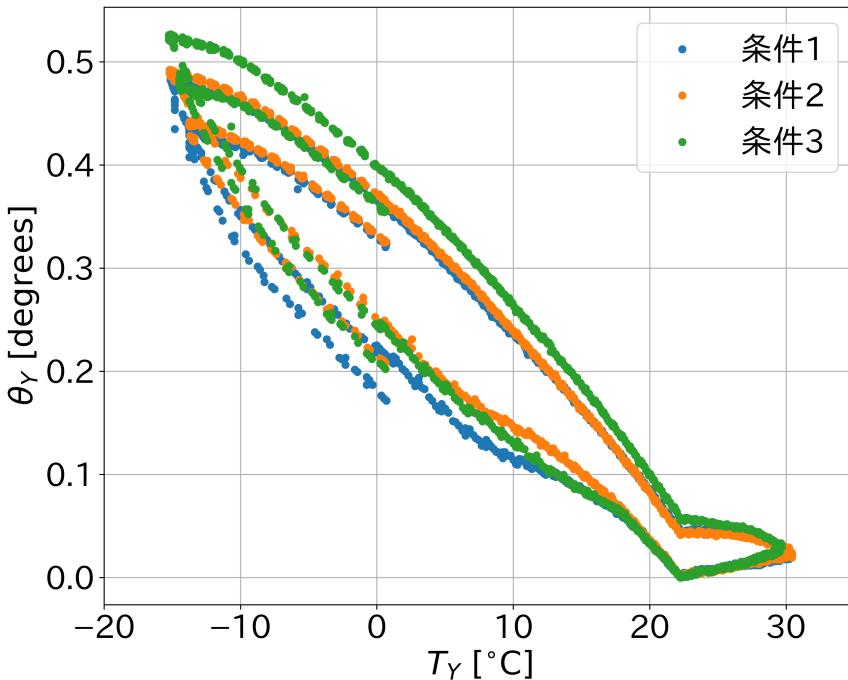


図 4.12: 各条件による重力参考計の初期不良検証系の違い。(a) 条件 1. の評価系。(b) 条件 2. の評価系。(c) 条件 3. の評価系。

#### 4.5.2 評価結果とその考察

図 4.13 に、各条件 1 ~ 3 での温度変化に対する Y 軸の出力角度の変化を示す。いずれの条件においても、公称精度である  $0.08^\circ$  を大きく上回る出力角度の変化が見られた。また、その傾向はいずれの条件においても一致しており、恒温槽の床の変形やアルミプレートの変形が原因ではないと結論づけられる。以上の検証をもとに本重力参考計は初期不良があると判断し、メーカーによる修理を依頼した。修理が終了し次第、Y 軸の精度を再評価する必要がある。

なお、氷点下の温度において測定値のばらつきが生じているが、本測定では 90 分で  $50^\circ\text{C}$  近く温度を上げ下げする急激な温度変化を行っており、重力参考計の温度が安定しているときにはこのようなばらつきは見られなかったため、このばらつきは温度の急激な変化によるものだとみなすことができる。観測サイトではこのような急激な温度変化は生じないため、偏光角較正装置に搭載する際には問題ないと考えられる。

図 4.13: 各条件における  $Y$  軸の出力角度の温度変化

## 4.6 まとめと偏光角較正への影響

### 4.6.1 まとめ

本章では、重力参照計 Sherborne Sensors 社 DSIC-2051-60 の評価を行った。長期間の実験期間にて絶対角度の精度を保証するため、長期間の出力の安定性を評価した。また、観測サイトの気温の変化に耐えうるかを確認するため、恒温槽を用いて温度変化に対する出力角度の変化を測定した。長期安定性に関しては、 $X$  軸の精度が  $\delta\theta_{X,\text{time}} = 0.003^\circ$  であり、 $Y$  軸の精度が  $\delta\theta_{Y,\text{time}} = 0.034^\circ$  と評価された。温度変化に対する出力角度の変化に関しては、 $X$  軸の精度が  $\delta\theta_{X,\text{temp}} = 0.033^\circ$  であり、 $Y$  軸の精度が  $\delta\theta_{Y,\text{temp}} > 1^\circ$  と評価された。この結果から、 $\theta_X$  の精度を

$$\delta\theta_X = \sqrt{(\delta\theta_{X,\text{time}})^2 + (\delta\theta_{X,\text{temp}})^2} \simeq 0.033^\circ < 0.04^\circ \quad (4.8)$$

であると結論づけた。これは要求精度を満たすものである。 $Y$  軸に関しては、公称精度を大きく上回る  $2.0^\circ$  以上の出力角度の変化が見られ、初期不良の可能性が疑われた。その後の検証を経て、初期不良であることが確認され、メーカーによる修理を依頼した。

$Y$  軸は初期不良により要求を満たさなかったが、修理により  $X$  軸と同程度の精度を達成できると期待される。すなわち、本重力参照計の各軸の精度は  $\delta\theta_X \sim \delta\theta_Y < 0.04^\circ$  となり、要求精度を満たすと見込んでいる。

#### 4.6.2 偏光角較正への影響

ワイヤーの絶対角度には、重力参照計の値は式(3.3)で表される  $\theta_{\text{sens}}$  として効く。つまり、望遠鏡の偏光角較正の精度には、重力参照計の誤差  $\delta\theta_X, \delta\theta_Y$  が式(4.1)～(4.7)を介して  $\theta_{\text{sens}}$  の誤差  $\delta\theta_{\text{sens}}$  として現れる。今回得られた  $\delta\theta_X < 0.04^\circ$  と見込んでいる精度  $\delta\theta_Y < 0.04^\circ$  がどの程度の  $\delta\theta_{\text{sens}}$  を与えるのか計算する。ただし、 $\delta\theta_{\text{sens}}$  は望遠鏡の姿勢、すなわち elevation と boresight の値によって変動する。なぜなら、望遠鏡の姿勢の変化は  $\theta_X, \theta_Y$  の値を変えるからである。ここでは較正が行われる基本姿勢である  $\text{elevation} = 50^\circ$  と、 $\text{boresight} = 0^\circ$  のときを仮定して  $\delta\theta_{\text{sens}}$  を算出する。望遠鏡がこの姿勢のとき、 $\theta_X = \theta_Y = 0$  となるようにスロープを切った治具をつけているので、(3.3.4.2 項を参照)

$$\delta\theta_{\text{sens}} \simeq 0.057^\circ \quad (4.9)$$

となる。すなわち、重力参照計が与える偏光角較正の精度への影響は

$$\delta\theta_{\text{sens}} < 0.06^\circ \quad (4.10)$$

と評価できる。

# 第5章 ワイヤーのたわみ量の自動評価装置の開発

較正に使う直線偏光はワイヤーに沿う方向に生成されるため、ワイヤーがたわんでいる部分がつくる光はその偏光角がワイヤーの絶対角度からずれる。そのため、ワイヤーのたわみは較正の精度に影響を及ぼし、系統誤差を生む。本章では、初めに3.4.5項にて触れた先行研究<sup>[32][34]</sup>にて行われたワイヤーのたわみの評価手法について説明し、その問題点を明らかにするとともに開発目標を設定する。続いて、本研究で過去の手法の問題点を解決するために開発したワイヤーのたわみの自動評価装置について説明する。その後、評価装置の妥当性の検証を行い、評価装置のもつ誤差について議論する。

## 5.1 過去の測定手法における問題点とそれを解決する開発目標の設定

### 5.1.1 過去の測定手法の概要

まず、ワイヤーのたわみ量  $d_{\text{sag}}$  とたわみ角  $\theta_{\text{sag}}$  という量の定義を述べる。図5.1に示すように、ワイヤーは両端を固定された状態で重力によってたわんでいる。固定された両端を直線で結び、その直線とワイヤーの最下部との距離をたわみ量  $d_{\text{sag}}$  とする。また、固定されたワイヤーの両端の距離を  $L_{\text{frame}}$  としたとき、たわみ角  $\theta_{\text{sag}}$  を

$$\theta_{\text{sag}} = \arctan \left( \frac{d_{\text{sag}}}{L_{\text{frame}}/2} \right) \quad (5.1)$$

と定める<sup>\*3</sup>。この  $\theta_{\text{sag}}$  こそが、較正精度に生じる系統誤差の一因であり、評価対象である。

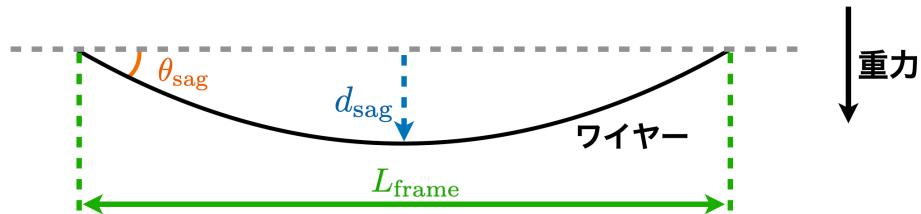


図 5.1: ワイヤーのたわみ量  $d_{\text{sag}}$  とたわみ角  $\theta_{\text{sag}}$  の定義。重力に対して垂直に定義される水平面上にワイヤーの固定端が存在するようにワイヤーを配置したときに、ワイヤーの両端を結んだ直線と、重力によってたわんだワイヤーの最下部との距離をたわみ量  $d_{\text{sag}}$  と定義する。また、ワイヤーの端とワイヤーの最下部を結んだ直線と、水平面とのなす角をたわみ角  $\theta_{\text{sag}}$  と定義する。

過去の評価系の概要を図5.2に示す。スペースワイヤーグリッドを重力に対して垂直な水平面上に置き、その上に十分な真直度が保証されたストレートエッジを設置する。ストレートエッジの位

<sup>\*3</sup> 厳密にはワイヤーの端における接線と重力に対して垂直に交わる水平面のなす角として定義するべきであるが、 $L_{\text{frame}}$  に対して  $d_{\text{sag}}$  が小さいため、式(5.1)の定義はこれと近似的に同値な定義である。

置をワイヤーの近くに調節し、カメラで撮影すると、撮影された画像におけるストレートエッジとワイヤーの間の距離  $z'$  を pixel 数から推定できる。撮影された写真の例を図 5.3 に示す。ストレートエッジにはスケーラが取り付けられており、スケーラの目盛間隔 1 mm が写真の pixel 数にしていくつなのか測ることで、1 pixel の長さを較正する。使用されたストレートエッジは大西測定株式会社製の 140-1000B であり、このストレートエッジは真直度 A 級 30  $\mu\text{m}$  が保証されている。

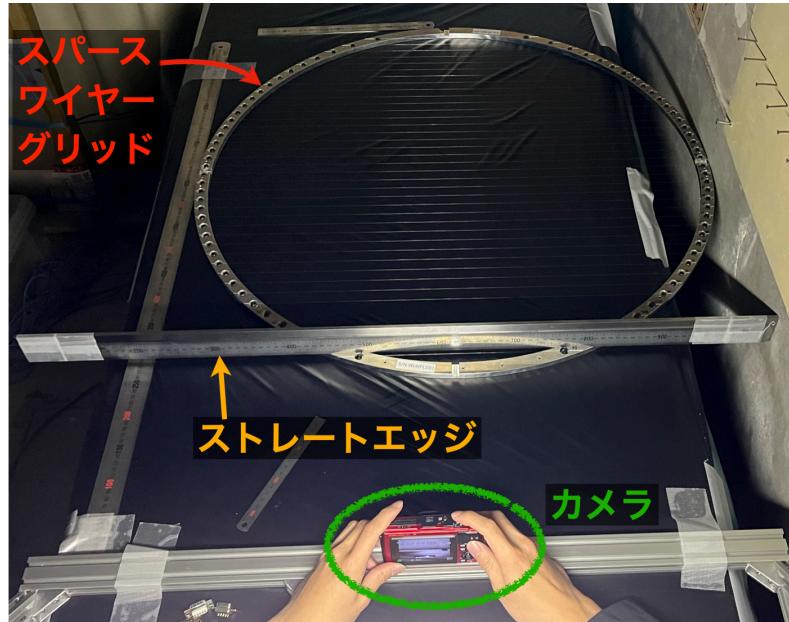


図 5.2: 先行研究におけるワイヤーのたわみを評価する系の概要。スペースワイヤーグリッドの上にストレートエッジを置き、ストレートエッジとワイヤーが同時に映る写真をカメラで撮影している。

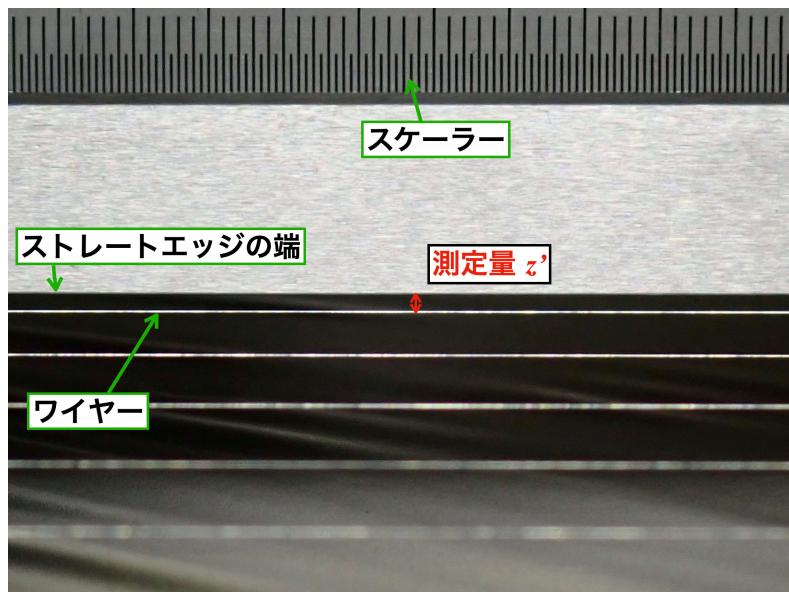


図 5.3: 先行研究でのワイヤーのたわみの評価にて撮影された写真の例。基準となるストレートエッジとワイヤーが同時に映るように撮影されている。1 pixel が対応する長さを較正するためのスケーラがストレートエッジに取り付けられている。

評価系を横から見たときの概念図を図 5.4 に、評価系を正面から見たときの概念図を図 5.5 に示

す。各種パラメータを表5.1のように定義すると、 $z'$ とストレートエッジから測った実際のワイヤーのたわみ $z$ の間の関係は

$$z = \frac{z'}{\cos \phi} - \alpha \tan \phi - z_s \quad (5.2)$$

$$\phi = \arctan \left( \frac{L}{\alpha + \beta} \right) \quad (5.3)$$

となる。写真をワイヤーの両端・中心で撮影することで $z_{\text{left}}$ ,  $z_{\text{center}}$ ,  $z_{\text{right}}$ を測定し、たわみ量 $d_{\text{sag}}$ を

$$d_{\text{sag}} = z_{\text{center}} - \frac{1}{2}(z_{\text{left}} + z_{\text{right}}) \quad (5.4)$$

と評価する。さらに、式(5.1)を用いてたわみ角 $\theta_{\text{sag}}$ を評価する。39本のワイヤーに対してこの評価を行った結果が、図5.6である。横軸のwire numberはワイヤーの通し番号であり、縦軸はたわみ量を表す。先行研究<sup>[32]</sup>では、たわみ角 $\theta_{\text{sag}}$ の平均値が0.02°、各 $\theta_{\text{sag}}$ の誤差の平均値が0.03°であると評価されている。これらの和をとることで、ありうる最大のたわみ角を<0.05°と評価した。

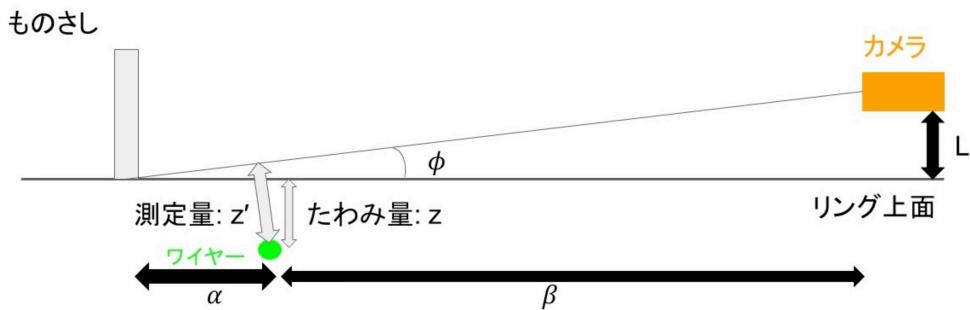


図5.4: 先行研究におけるワイヤーのたわみを評価する系の概念図<sup>[32]</sup>。

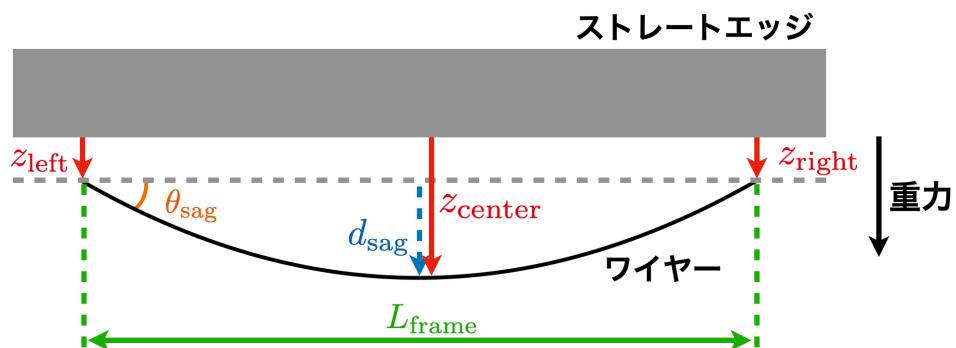


図5.5: 先行研究におけるワイヤーのたわみを評価する系を正面からみたときの概念図。  
 $z_{\text{left}}$ ,  $z_{\text{center}}$ ,  $z_{\text{right}}$ を測定することでたわみ量 $d_{\text{sag}}$ を評価する。

表 5.1: たわみ評価における各種パラメータの定義。

パラメータ	定義
$L$	アルミニウムリング上面からカメラまでの鉛直距離
$\phi$	ストレートエッジの下端を見るカメラの視線がリング上面となす角
$\alpha$	ストレートエッジからワイヤーまでの水平距離
$\beta$	カメラからワイヤーまでの水平距離
$z_s$	ストレートエッジの真直度
$z$	オフセット付きのワイヤーのたわみ量
$z'$	カメラで撮影した画像から測定されるストレートエッジとワイヤーの距離

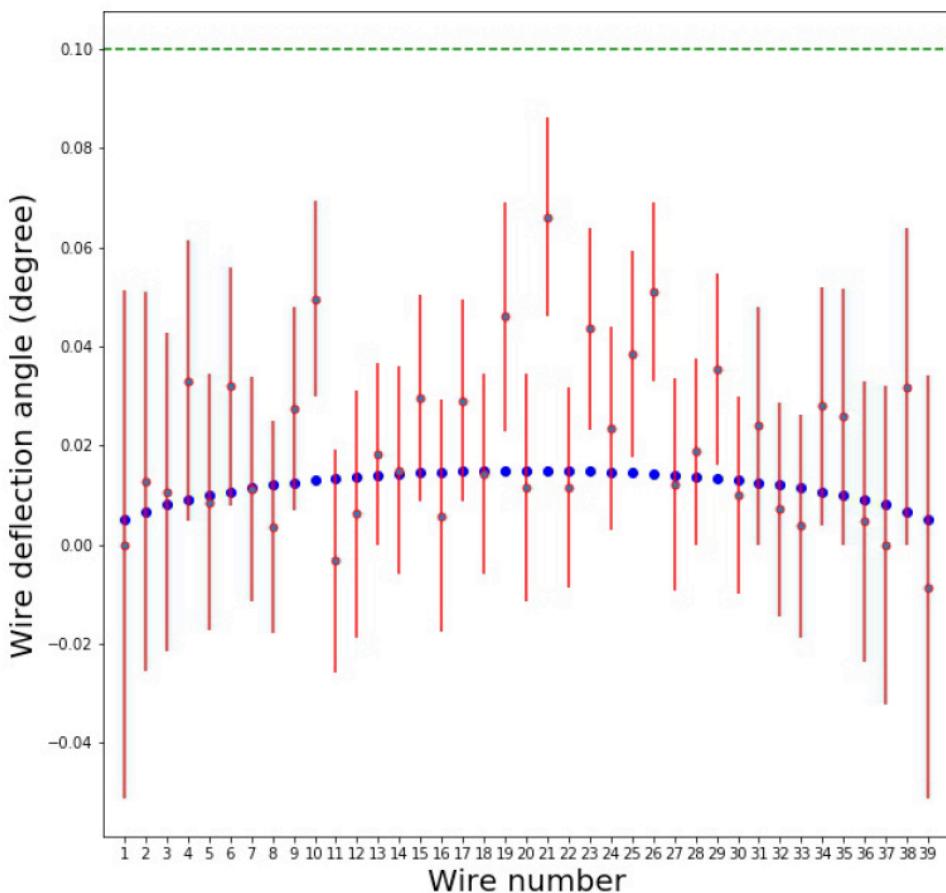


図 5.6: ワイヤーのたわみ評価の結果の例 [32]。横軸はワイヤーの通し番号を示し、縦軸はワイヤーのたわみ角を示す。

### 5.1.2 過去の測定手法の問題点

先行研究 [32][34] による手法には、いくつか問題点がある。1つ目の問題点は、その測定精度が低いことである。これにより、たわみ量の系統誤差への寄与を必要以上に大きく見積もっている疑いがある。また、図 5.6 にて示されているように、各々のワイヤーに対してたわみ量が期待される量からどの程度外れているかを判別できておらず、品質の低いワイヤーを選別できていない。

もう1つの問題点は、その測定手法が人力にて行われていたことである。写真の撮影は 39 本のワイヤーに対してそれぞれ 3箇所で行われており、撮影に必要なストレートエッジの位置の調整、

カメラの位置の調整といった作業が全て人力で行われていた。その作業時間は1つのスペースワイヤーグリッドに対して累計4時間程度であり、スペースワイヤーグリッドの量産、品質の保証・管理のために繰り返し測定することが困難である。また、人力での測定はその測定結果に人依存のバイアスを産む可能性がある。

### 5.1.3 開発目標の設定

以上の問題点を解決するため、

1. 全てのワイヤーのたわみ量を自動的に評価可能であること
2. ワイヤーのたわみ量を  $O(10 \mu\text{m})$  程度の精度で評価可能であること

という2点の開発目標をもって新たなワイヤーのたわみ量の評価系を開発した。

## 5.2 評価系の概要と評価原理

### 5.2.1 評価系の概要

本研究で開発した評価系の概観を図5.7に示す。また、評価系を正面から見たときの概略図を図5.8に示す。基本的な評価原理は3.4.5項にて述べた過去の手法と同様である。ストレートエッジとワイヤーを同一写真内に映るように撮影することでストレートエッジとワイヤー間の距離 $z$ を測定し、ワイヤーのたわみを評価する。今後の説明のため、撮影された写真の例を図5.9に示す。より高精度な評価と自動化を実現するため、過去の評価系をもとに以下のような変更を加えた評価系を作成した。

1. スペースワイヤーグリッドを鉛直方向に立てて撮影を行う
2. スペースワイヤーグリッドとカメラをアクチュエータを用いて自動的に動かす
3. 一つのワイヤーに対して両端と中央だけでなく、複数の位置で撮影を行う

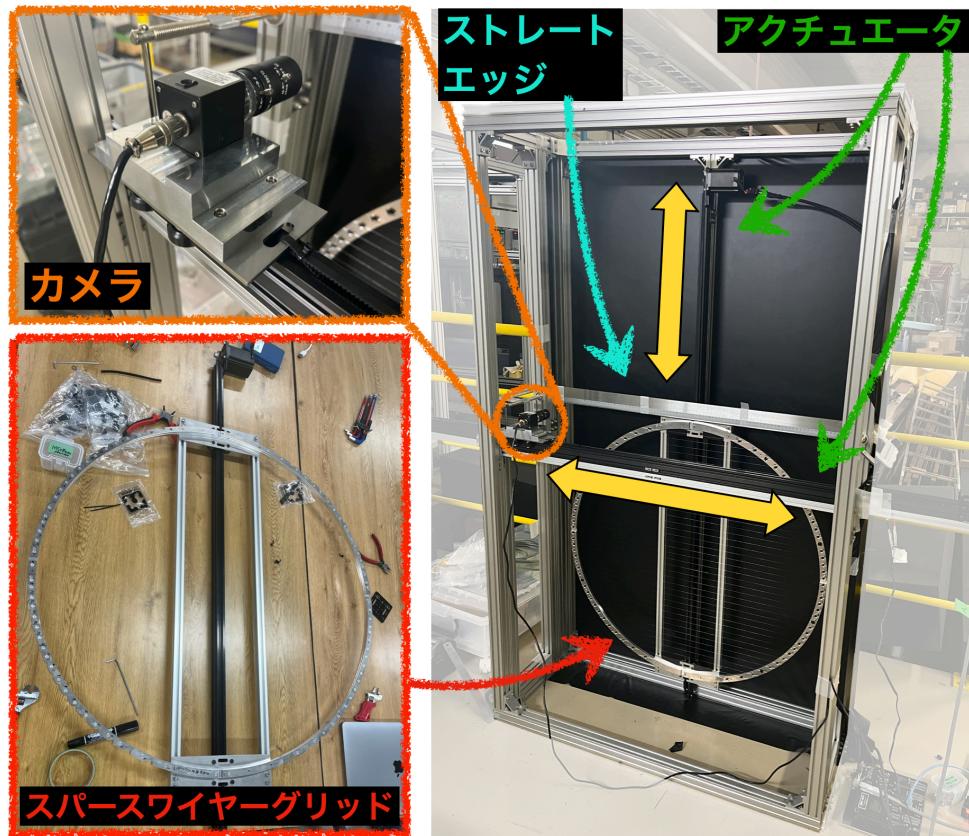


図 5.7: ワイヤーのたわみ量評価系の概観。2つのアクチュエータによりスペースワイヤーグリッド・カメラを動かし、自動で撮影を行う。

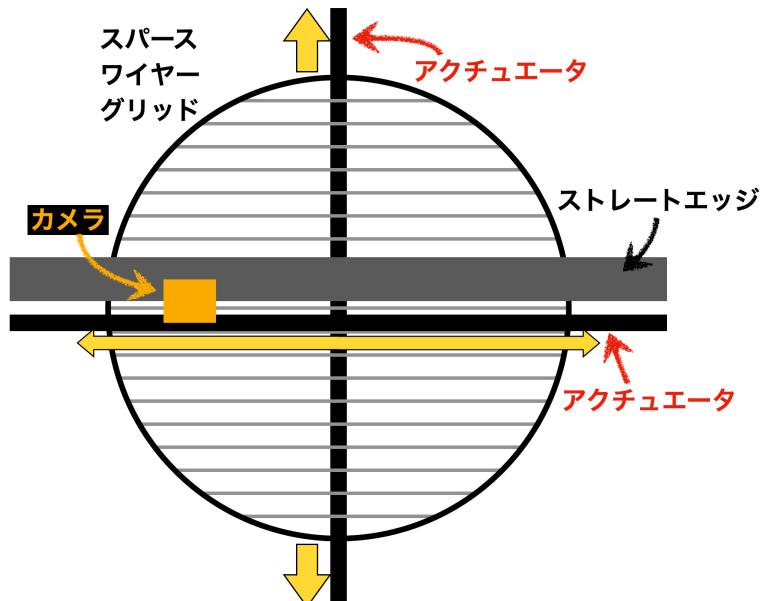


図 5.8: 開発したワイヤーのたわみ量評価系を正面から見た概念図。

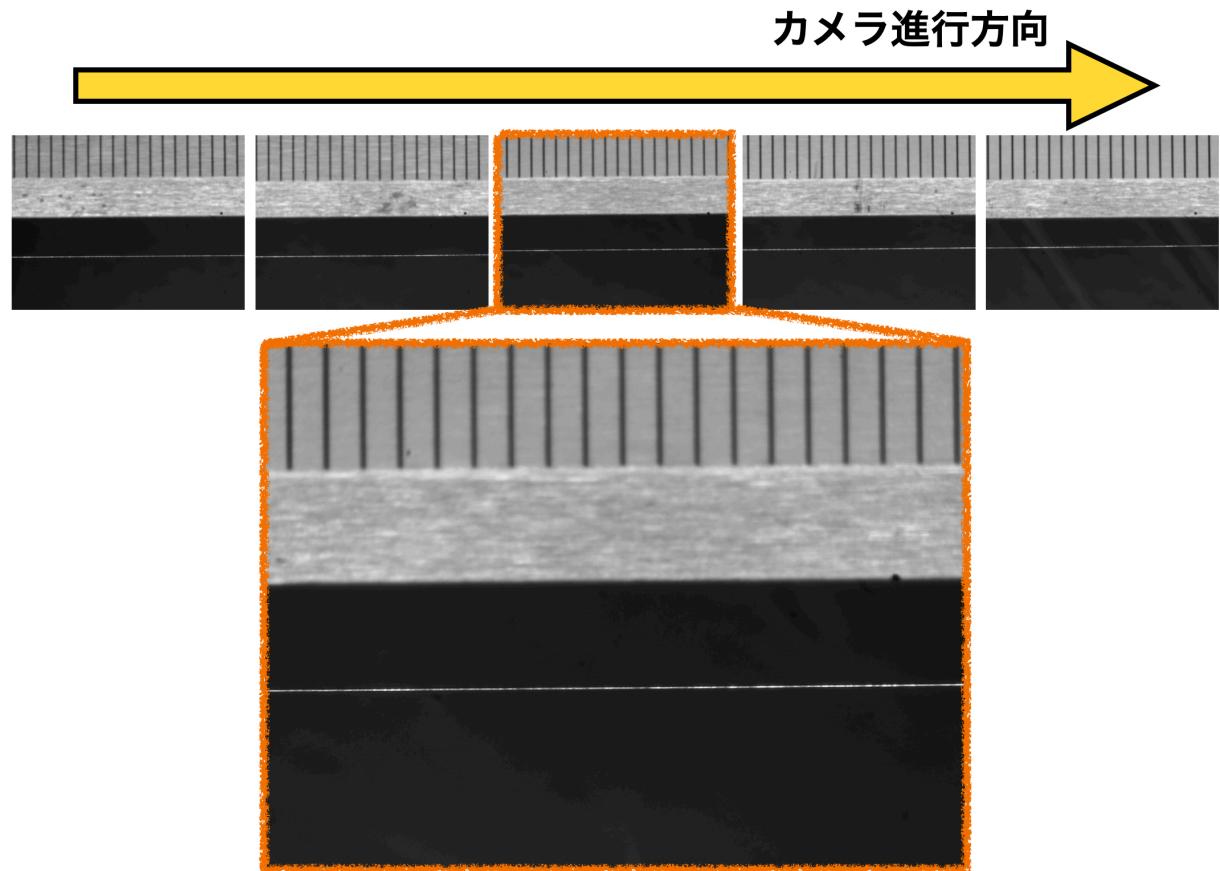


図 5.9: 撮影されたストレートエッジとワイヤーの写真の例。1つのワイヤーに対してカメラ動かし、複数の位置で撮影したものを並べた。

アクチュエータによる自動化を容易にするため、スペースワイヤーグリッドを鉛直方向に立てる(図5.7右)。たわみの測定の基準となるストレートエッジはスペースワイヤーグリッドの目の前5mmのところに固定されている。また、ストレートエッジにはカメラの1pixelが対応する長さを較正するためのスケーラが取り付けられている。2つのアクチュエータによってスペースワイヤーグリッド(図5.7左下)を鉛直方向に、カメラ(図5.7左上)を水平方向に動かす。どちらのアクチュエータもベルト駆動式であり、ステッピングモーターを用いて位置制御を行うことができる。スペースワイヤーグリッドに取り付けられたアクチュエータは、ストレートエッジと39本あるワイヤーのうち1つをカメラの画角に収まるように近づけるために使用される。(図5.7中の上下に伸びた黄色矢印方向に動く。)カメラに取り付けられたアクチュエータは、1本のワイヤーに対して横方向に撮影位置を変え、ストレートエッジとワイヤーの距離を複数の位置で測定するために使用される。(図5.7中の左右に伸びた黄色矢印方向に動く。)複数の位置で撮影することにより、ワイヤー両端と中心でしか撮影していなかった過去の手法よりも高い精度でたわみ量を評価することができる。また、カメラを動かすアクチュエータのレール下にはLEDテープライトを取り付け、撮影時にワイヤーを一様に照らすことで、撮影位置によって光量が変わることがないようにした。表5.2に、使用した機材の詳細をまとめた。

表 5.2: 使用した機材の詳細。

機材	メーカー	型番
ストレートエッジ	大西測定株式会社	140-1000B
アクチュエータ (カメラ用)	Openbuilds	V-Slot NEMA 17 Linear Actuator (Belt Driven)
アクチュエータ (スペースワイヤーグリッド用)	Openbuilds	V-Slot NEMA 23 Linear Actuator (Belt Driven)
ステッピングモーター (スペースワイヤーグリッド用)	Openbuilds	NEMA 23 Stepper Motor - High Torque Series
アクチュエータコントローラ	Galil	DMC-4020

### 5.2.2 評価原理

まず、理想的な評価系について考える。図 5.10 に評価原理の概念図を示す。 $x_0, x_1, \dots, x_n$  は撮影箇所の位置を表し、 $z_0, z_1, \dots, z_n$  は各写真から測定されるストレートエッジとワイヤーの距離である。得られた  $x_i, z_i$  を横軸  $x$ 、縦軸  $z$  でプロットすると、ワイヤーの概形を表す曲線が得られる。ワイヤーの理論曲線はワイヤーの素材、かかっている張力により決まるカテナリー曲線であるため、得られた曲線をカテナリー曲線で fitting することでワイヤーのたわみ量を評価することができる。

ワイヤーの概形を表すカテナリー曲線は、 $T$  をワイヤーにかかる張力、 $\rho_W$  をワイヤーの密度、 $R_W$  をワイヤーの半径、 $L_{\text{frame}}$  をワイヤーを固定している両端間の距離として

$$f(x; a) = a \cosh\left(\frac{x + L_{\text{frame}}/2}{a}\right) - a \cosh\left(\frac{L_{\text{frame}}}{2a}\right) \quad (5.5)$$

$$a = \frac{T}{\rho_W \cdot \pi R_W^2} \quad (5.6)$$

と表される<sup>[32]</sup>。なお、この式は原点  $(0, 0)$  と  $(L_{\text{frame}}, 0)$  を通る拘束条件を課したカテナリー曲線を表している。スペースワイヤーグリッドにはタンクステン製のワイヤーを使うため、その密度はタンクステンの密度  $\rho_W = 19.3 \text{ g/cm}^3$  であり、ワイヤーの半径は  $R_W = 0.1 \text{ mm}$  である。 $L_{\text{frame}}$  はどのワイヤーを評価するかによって異なる。図 5.11 のようにスペースワイヤーグリッドに張られたワイヤーに通し番号をつけたとき、スペースワイヤーグリッドの内径が 790 mm であり、ワイヤー間のピッチが 20 mm であることから、 $n$  番目のワイヤーにおける  $L_{\text{frame}, n}$  は

$$L_{\text{frame}, n} = 2\sqrt{395^2 - (20 \cdot (19 - n))^2} [\text{mm}] \quad (n = 1, 2, \dots, 19) \quad (5.7)$$

と表される。以下ではワイヤー番号を省略し、単純に  $L_{\text{frame}}$  と表す。 $a$  は張力に関わるパラメータであり、ワイヤーが緩んでいることを示す指標となる。そのため、得られた測定値  $(x_i, z_i)$  に対して、カテナリー曲線のパラメータ  $a$  を fitting parameter として fitting を行い、best fit により得られた  $a$  を用いてワイヤーのたわみ量を算出する。式 (5.5) より、張られたワイヤーの中心部で

生じるたわみ量は

$$d_{\text{sag}} = f(L_{\text{frame}}/2; a) \quad (5.8)$$

$$= a \left[ 1 - \cosh \left( \frac{L_{\text{frame}}}{2a} \right) \right] \quad (5.9)$$

であり、たわみ角  $\theta_{\text{sag}}$  は

$$\theta_{\text{sag}} = \arctan \left( \frac{d_{\text{sag}}}{L_{\text{frame}}/2} \right) \quad (5.10)$$

となる。

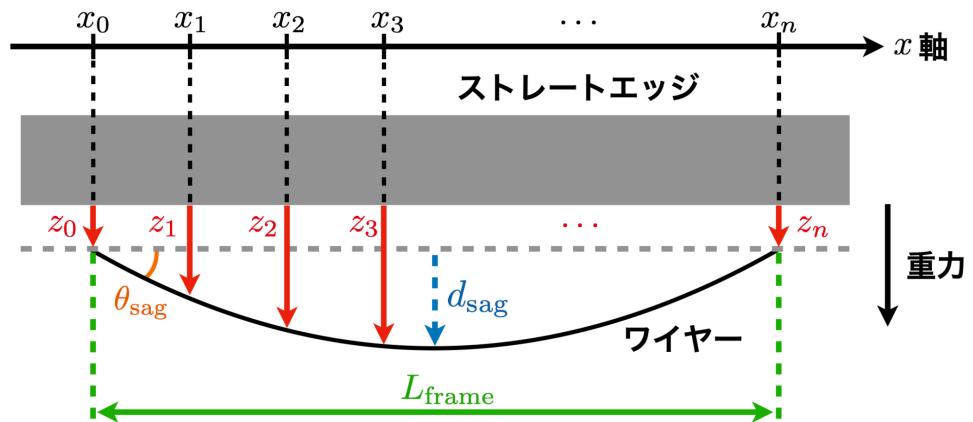


図 5.10: ワイヤーのたわみ量の評価原理。

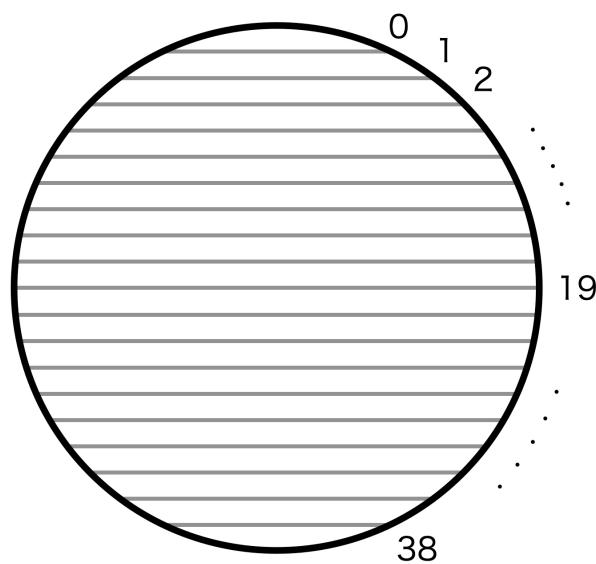


図 5.11: スペースワイヤーグリッドにおけるワイヤー番号。

評価系が理想的でない場合について考える。実際の評価系においてはカメラの回転、水平面からのストレートエッジの傾き、スペースワイヤーグリッドの回転により、重力方向を見誤る効果が生じる。これは測定した  $z$  が重力に沿う方向で測っていないことを意味し、その効果を消去す

るためには補正が必要である。そこで、

1. カメラの回転とストレートエッジの傾きによる効果
2. スペースワイヤーグリッドの回転による効果

と分け、それぞれの効果がどのように  $z$  に影響を与えるか、もしくはどのように補正をするべきかについて考える。

### カメラの回転とストレートエッジの傾きによる効果

カメラの回転による効果を消すためには、ストレートエッジが水平になるように画像を回転させればよい。図 5.12 に、回転前後のストレートエッジとワイヤーの概念図を示す。 $\theta_{\text{camera}}$  はカメラの回転角を表し、 $\theta_{\text{SE}}$  はストレートエッジの傾きを表す。回転後の系においてストレートエッジに垂直な方向にワイヤーまでの距離を測り、 $z$  として算出する。ただし、この回転はストレートエッジが傾いている効果を消去しない。測定された  $z$  と本来測るべき  $z_{\text{true}}$  の間にストレートエッジの傾きにより生じる誤差について考える。図 5.12 より、 $z$  と  $z_{\text{true}}$  の関係は

$$z = z_{\text{true}} \cos \theta_{\text{SE}} \quad (5.11)$$

$$\simeq z_{\text{true}} \left( 1 - \frac{\theta_{\text{SE}}^2}{2} \right) \quad (5.12)$$

と表される。ストレートエッジの傾き  $\theta_{\text{SE}}$  は、ストレートエッジが長さ 1000 mm であるのに対して両端の高さのずれは多くても 10 mm 程度であることから、 $\theta_{\text{SE}} \sim 0.01 \text{ rad}$  と見積もられる。したがって、 $z$  と  $z_{\text{true}}$  の間に生じる誤差は多くとも 0.01 % 程度であり、無視できる。

以上をまとめると、カメラの回転とストレートエッジの傾きによる効果を補正するには、ストレートエッジが水平になるように画像を回転させればよいということがわかる。

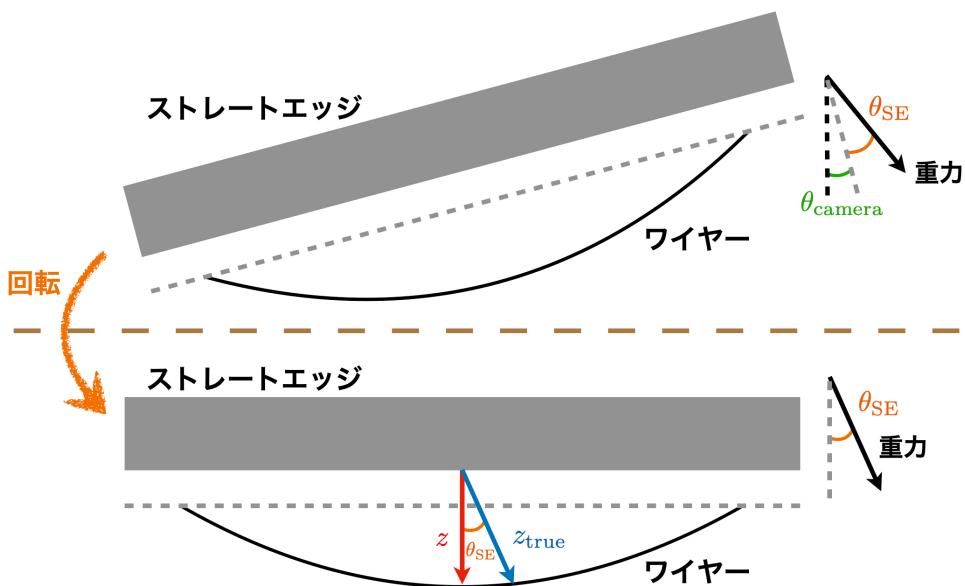


図 5.12: ストレートエッジとワイヤーの回転前後の概念図。

### スペースワイヤーグリッドの回転による効果

図 5.13 のように、ワイヤーの左端が  $(0, 0)$  に位置し、ワイヤーの右端が  $(X, Y)$  に位置する場

合を考える。ワイヤーの両端を結んだ直線と  $x$  軸のなす角度が  $\theta_{\text{SWG}}$  であり、これはスペースワイヤーグリッドが回転している角度である。このとき、ワイヤーの描くカテナリー曲線は

$$f_{\text{tilt}}(x; a, X, Y) = a \cosh\left(\frac{x + c_1}{a}\right) + c_2 \quad (5.13)$$

$$c_1 = a \sinh^{-1} \left[ \frac{Y}{2a \sinh\left(\frac{X}{2a}\right)} \right] \quad (5.14)$$

$$c_2 = -a \cosh\left(\frac{c_1}{a}\right) \quad (5.15)$$

となる。ただし、 $X, Y$  は

$$L_{\text{frame}} = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (5.16)$$

を満たす。ここまで求めたカテナリー曲線は下に凸なものとして表していたが、測定される  $z$  はストレートエッジとワイヤー間の距離であるため、その概形はワイヤーがたわんでいるところが最大の  $z$  を取るような上に凸のカテナリー曲線である。したがって、 $z$  の fitting 関数は得られたカテナリー曲線を  $-1$  倍したものであり

$$z_i = -f_{\text{tilt}}(x_i; a, X, Y) \quad (5.17)$$

となる。これを用いて測定値  $(x_i, z_i)$  に対して fitting を行う。こうして得られた  $a$  を式 (5.9) に代入することで、ワイヤーのたわみ量  $d_{\text{sag}}$  を得る。

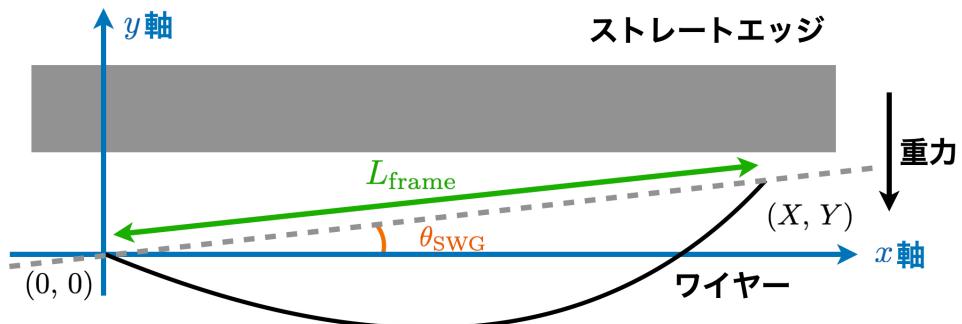


図 5.13: ワイヤーの両端が重力に対して傾いている場合のワイヤーの描くカテナリーの概念図。

## 5.3 解析手法

### 5.3.1 解析の流れ

撮影された画像は既に図 5.9 にて示した。この図を例として、実際に行う解析の流れを説明する。画像の解像度は 3264 pixel × 2448 pixel である。画像の横軸を  $x_{\text{pix}}$ 、縦軸を  $y_{\text{pix}}$  と定め、画像の左上を原点  $(0, 0)$  とする。また、画像の出力フォーマットは yuyv であり、これは各 pixel の輝度に関する情報を失うことなく保存される。一枚の画像に対して代表的なストレートエッジと

ワイヤー間の距離  $z$  を算出し、たわみ量を評価するため、輝度の情報を用いて以下の手順で解析を行う。

1. スケーラの目盛の輝度を fitting し、その間隔の pixel 数を求めることで画像の 1 pixel が対応する長さを決める
2. ストレートエッジの下端の輝度を fitting し、その位置を決める
3. ストレートエッジの下端が水平になるように画像を回転させる
4. ワイヤーの輝度を fitting し、ワイヤーの位置を決める
5. 回転したストレートエッジの位置とワイヤーの位置から  $z$  を算出する
6. 複数の写真から得られた  $z$  をカテナリー曲線で fitting し、ワイヤーのたわみ量を算出する

### 5.3.2 スケーラの fitting

図 5.14 に用いた写真、図 5.15 に  $y$  軸の pixel 位置  $y_{\text{pix}} = 200 \text{ pixel}$  における輝度を示す。図 5.15 では、横軸を  $1100 \text{ pixel} \leq x_{\text{pix}} \leq 1700 \text{ pixel}$  に拡大したものを合わせて示している。スケーラの目盛は黒く塗られており、その間は金属により光を反射しているため、その輝度は目盛上で低く、目盛間で高くなる。理想的には、この輝度の変化は階段関数的である。一つの目盛とその周りに對しての輝度  $B_{\text{scaler}}^{\text{single}}(x_{\text{pix}})$  は

$$B_{\text{scaler, ideal}}^{\text{single}}(x_{\text{pix}}) = a[\theta(x_{\text{pix}} - x_{\text{left}}) + \theta(x_{\text{right}} - x)] + \text{offset} \quad (5.18)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases} \quad (5.19)$$

のように表す。 $a$  は輝度の最大値と最小値の差からくるパラメータであり、 $x_{\text{left}}, x_{\text{right}}$  は目盛の左端と右端の位置、 $\text{offset}$  は輝度のオフセットである。しかし、実際には写真のピントにより輝度がぼやけてしまい、図 5.15 のように滑らかに輝度が変化する。そこで、この階段関数をシグモイド関数に置き換えることでこの輝度の変化をモデル化する。

$$B_{\text{scaler}}^{\text{single}}(x_{\text{pix}}; a, b, c, d, \text{offset}) = a \left[ \frac{1}{1 + \exp(-b(x_{\text{pix}} - c - d))} + \frac{1}{1 + \exp(-b(-x_{\text{pix}} - c + d))} \right] + \text{offset} \quad (5.20)$$

$a, b, c, d, \text{offset}$  は fitting parameter であり、 $d$  は目盛の中心を表す。さらに、写真中には複数のスケーラが写っているため、最終的にスケーラの輝度の fitting 関数  $B_{\text{scaler}}(x_{\text{pix}})$  は

$$B_{\text{scaler}}(x_{\text{pix}}; a_i, b_i, c_i, d_i, \text{offset}) = \sum_{i=1}^{n_{\text{scaler}}} a_i \left[ \frac{1}{1 + \exp(-b_i(x_{\text{pix}} - c_i - d_i))} + \frac{1}{1 + \exp(-b_i(-x_{\text{pix}} - c_i + d_i))} \right] + \text{offset} \quad (5.21)$$

と表される。 $n_{\text{scaler}}$  は写真中に写っているスケーラの数であり、 $\text{offset}$  はすべての目盛に対して共通のパラメータである。

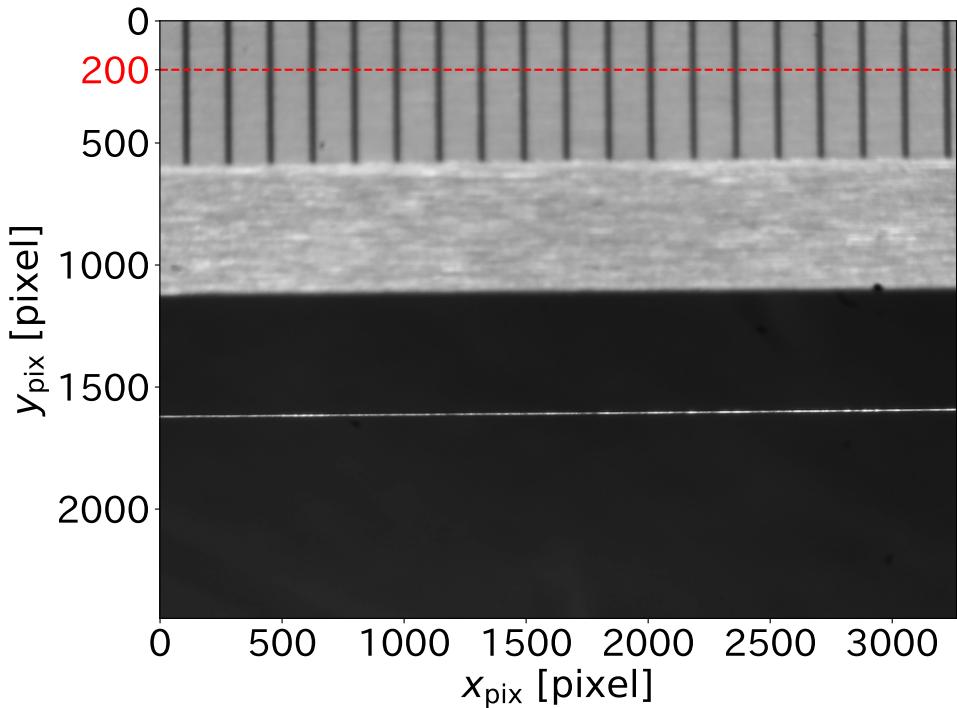


図 5.14: 写真中における  $y_{\text{pix}} = 200 \text{ pixel}$  の目安。

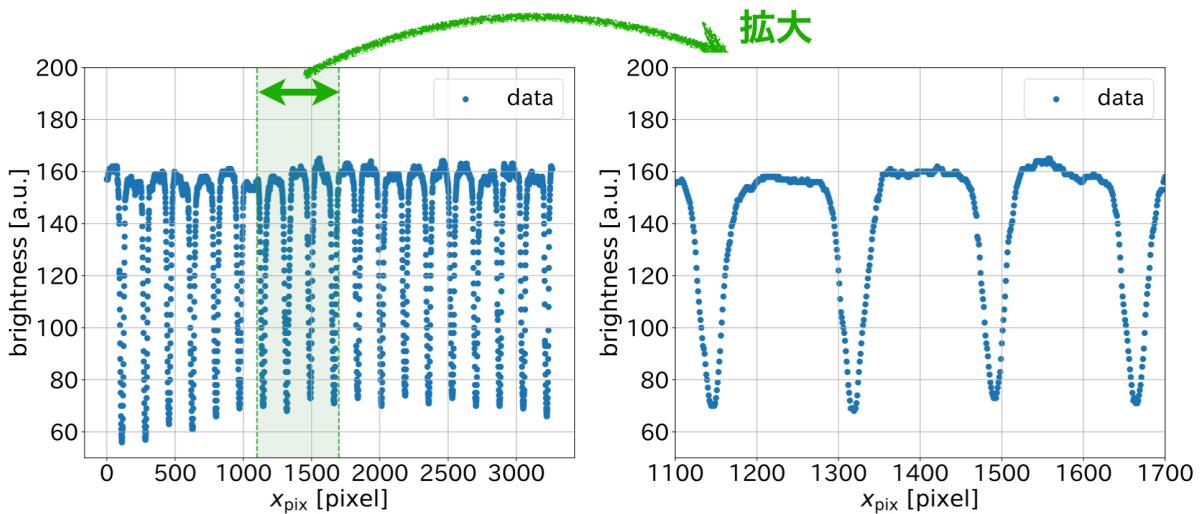
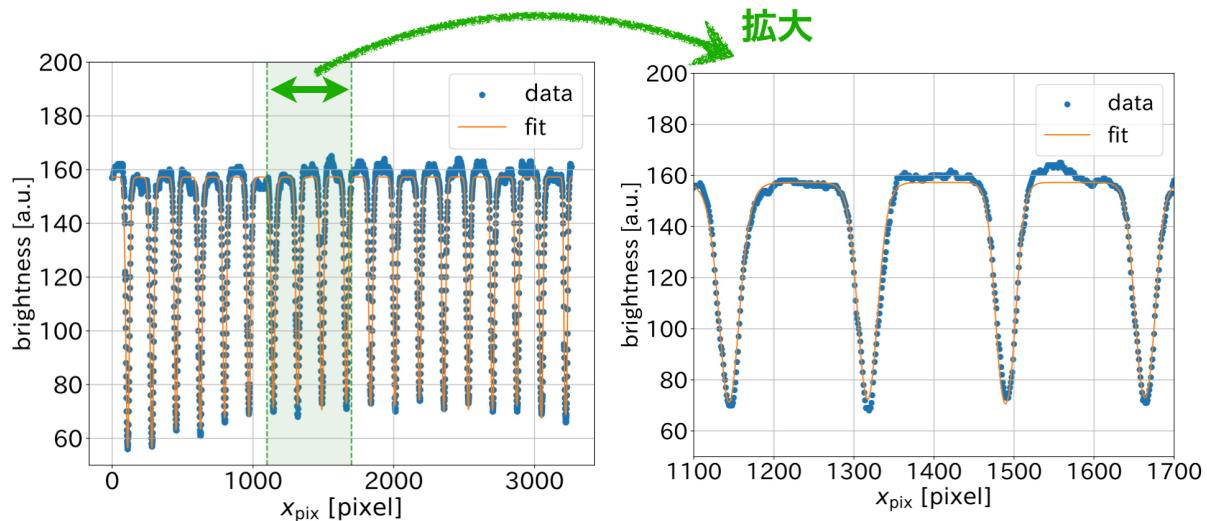


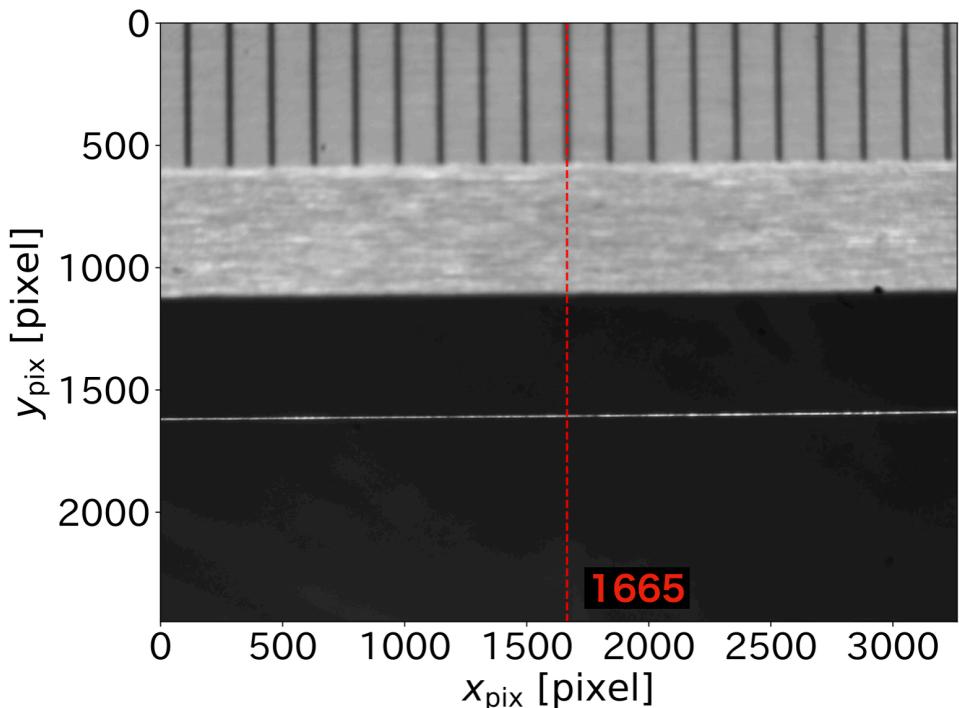
図 5.15:  $y_{\text{pix}} = 200 \text{ pixel}$  における輝度の例。

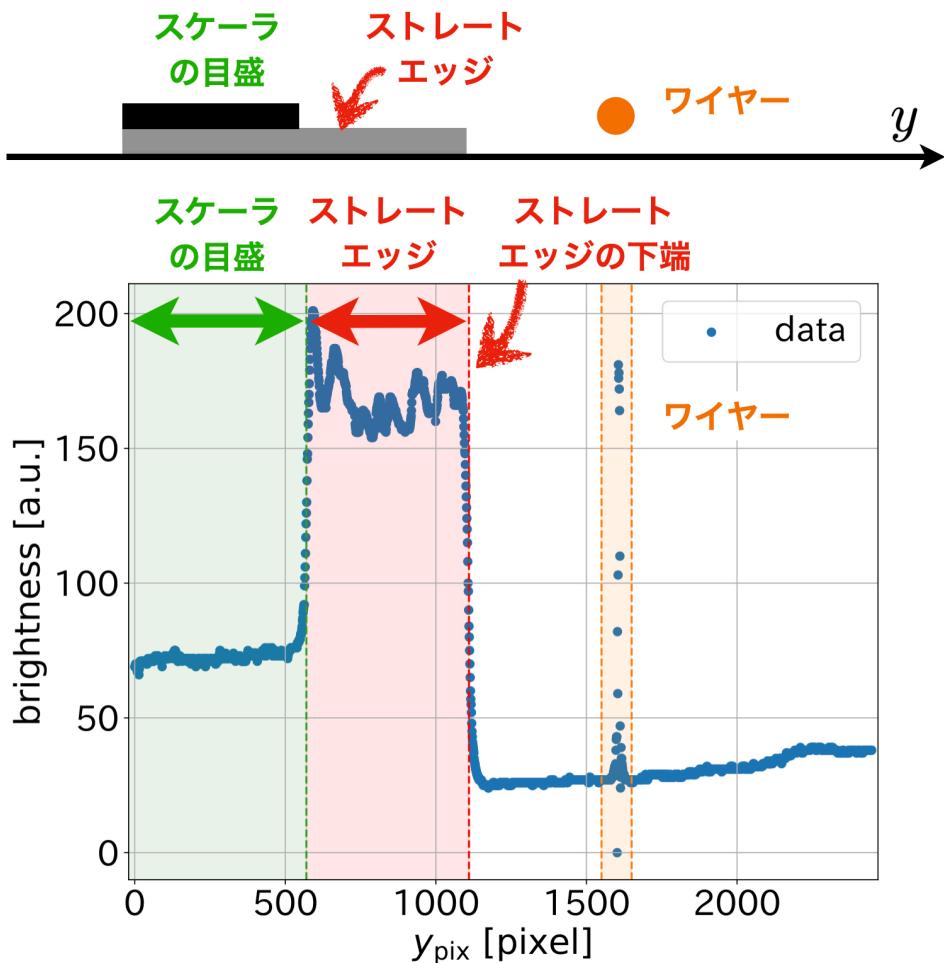
図 5.16 に実際に fitting した結果を示す。 $d_i$  の fitting error は典型的に 0.02 pixel 程度であった。fitting に求められた  $d_i$  から、目盛間の pixel 数を求めるとき、その平均は 173 pixel、標準偏差は 0.007 pixel であった。目盛間は  $1.00 \pm 0.15 \text{ mm}$  であるため、1 pixel が対応する長さは  $5.78 \mu\text{m} \pm 0.87 \mu\text{m}$  となった。この誤差に関しては、スケーラの目盛間の距離の誤差が支配的であった。

図 5.16:  $y_{\text{pix}} = 200$  pixel スケーラの輝度の fitting の結果の例。

### 5.3.3 ストレートエッジとワイヤーの fitting

図 5.17 に撮影した写真、図 5.18 に写真中の  $x$  軸の pixel 位置  $x_{\text{pix}} = 1665$  pixel における輝度を示す。図 5.18において、 $x_{\text{pix}} < 600$ あたりの緑でマスクされた輝度が低いところはスケーラの目盛の部分を表しており、 $600 < x_{\text{pix}} < 1100$ あたりの赤でマスクされた輝度が高くなっている部分がストレートエッジの表面を、その後再び急激に低くなるところがストレートエッジの下端を表している。また、 $1550 < x_{\text{pix}} < 1650$ あたりのオレンジでマスクされた輝度が急上昇、急降下している部分がワイヤーを表している。

図 5.17: 写真中における  $x_{\text{pix}} = 1665$  pixel の目安。

図 5.18:  $x_{\text{pix}} = 1665 \text{ pixel}$  における輝度の例。

### 5.3.3.1 ストレートエッジの fitting

ストレートエッジの下端の輝度は、理想的な場合は階段関数的である。実際にはカメラのピントによりぼやけてしまうため、シグモイド関数を用いて fitting を行う。つまり、ストレートエッジの下端の輝度  $B_{\text{SE}}(y)$  を

$$B_{\text{SE}}(y; a, b, c, \text{offset}) = \frac{a}{1 + \exp(-b(-y - c))} + \text{offset} \quad (5.22)$$

として fitting を行う。 $a, b, c, \text{offset}$  は fitting parameter であり、 $c$  はストレートエッジの下端の  $y$  軸での位置を表す。図 5.19 に実際に fitting した結果を示す。

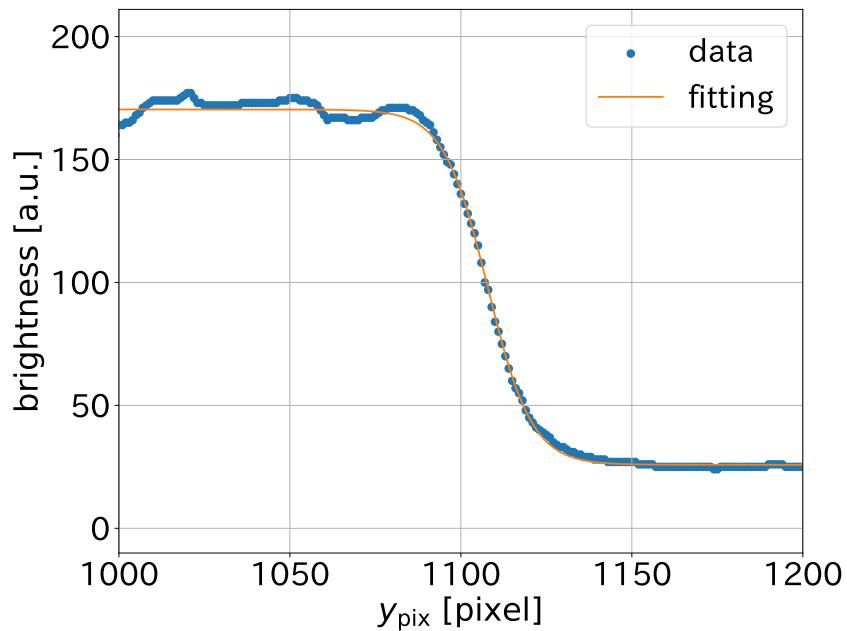


図 5.19:  $x_{\text{pix}} = 1665 \text{ pixel}$  におけるストレートエッジの輝度の fitting の結果の例。

5.2.2 項にて述べた画像の回転を行うため、ストレートエッジの下端の fitting を  $1132 < x_{\text{pix}} < 2132$  (図 5.20 を参照)、すなわち、中心から左右 500 pixel の範囲に対して行い、ストレートエッジの位置を直線で fitting する。図 5.21(a) に、求めたストレートエッジの位置と、それを直線で fitting した結果を示す。また、図 5.21(b) に、ストレートエッジの下端が水平になるように画像を回転させた結果を示す。回転により、ストレートエッジが水平になっていることが確認できる。回転後のストレートエッジの位置の標準偏差は、典型的に 1 pixel 程度であった。

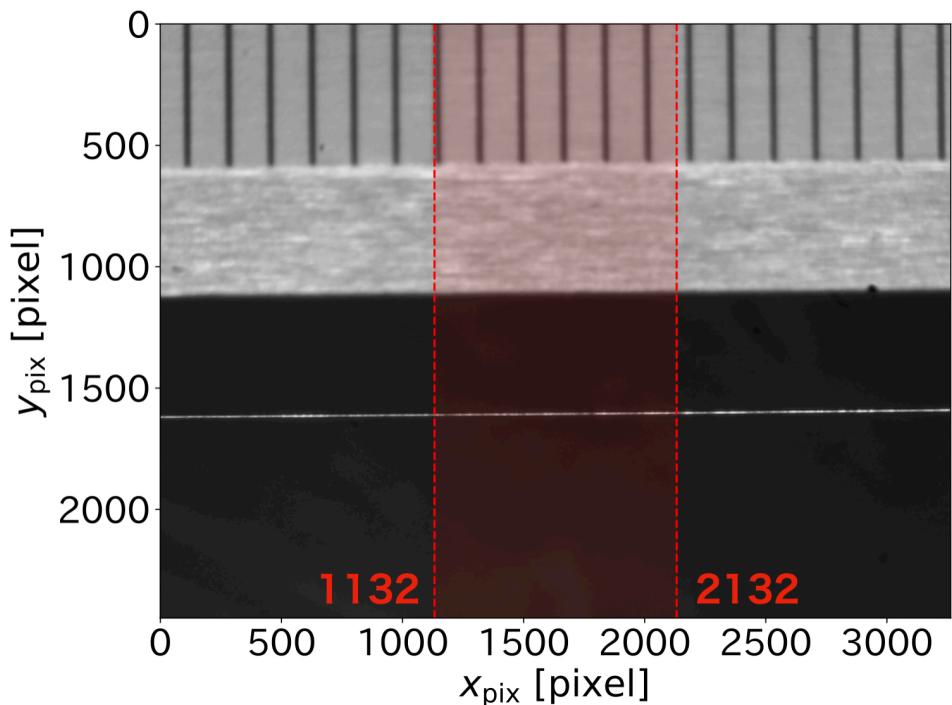


図 5.20: ストレートエッジの fitting の範囲。

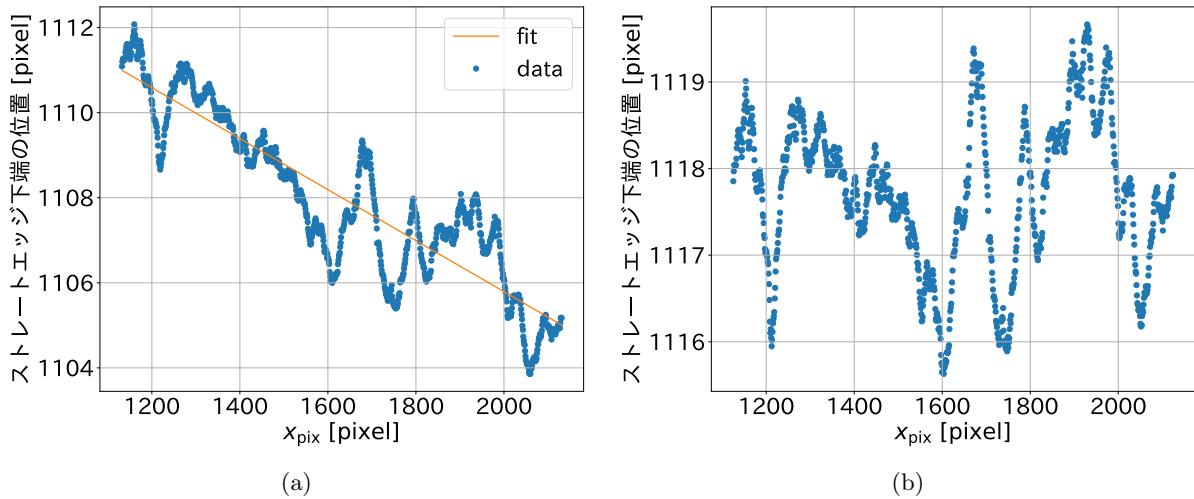


図 5.21: (a) 回転前のストレートエッジの位置と直線による fitting の結果の例。(b) 回転後のストレートエッジの位置の例。

### 5.3.3.2 ワイヤーの fitting

ワイヤーの輝度は理想的には階段関数的であり、急激に輝度を上げた後に急激に下げる。しかし、ワイヤーの直径は 0.1 mm と短く、カメラのピントによりぼやけてしまうため、ガウス関数を用いて fitting を行う。すなわち、ワイヤーの輝度  $B_{\text{wire}}(x)$  を

$$B_{\text{wire}}(x; A, \mu, \sigma, \text{offset}) = A \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) + \text{offset} \quad (5.23)$$

として fitting を行う。 $A, \mu, \sigma, \text{offset}$  は fitting parameter であり、 $\mu$  はワイヤーの中心の位置を表す。図 5.17 におけるワイヤーの部分を実際に fitting した結果を図 5.22 に示す。

一枚の画像に対して、ストレートエッジとワイヤーの距離  $z$  は複数の  $x_{\text{pix}}$  に対してワイヤーの位置を求め、平均して算出することにした。たわみが大きいようなワイヤーに対しては、画像の中でもその位置を大きく変えてしまう。これを考慮して、 $1132 < x_{\text{pix}} < 2132$  の範囲に対してワイヤーの位置を求ることにした。また、前項にて行ったストレートエッジを水平にするための回転をここでも行う必要がある。回転前後のワイヤー位置を図 5.23 に示す。回転後のワイヤーの位置の標準偏差は、ワイヤーのたわみ方によって大きく異なるが、典型的には  $\mathcal{O}(1 \text{ pixel})$  程度であった。

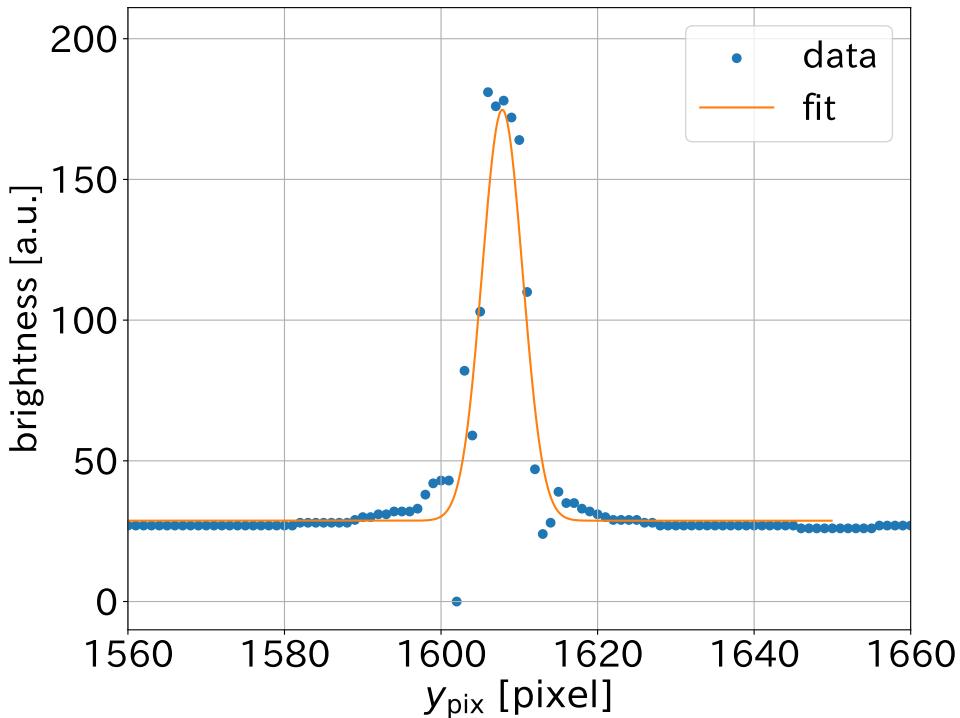
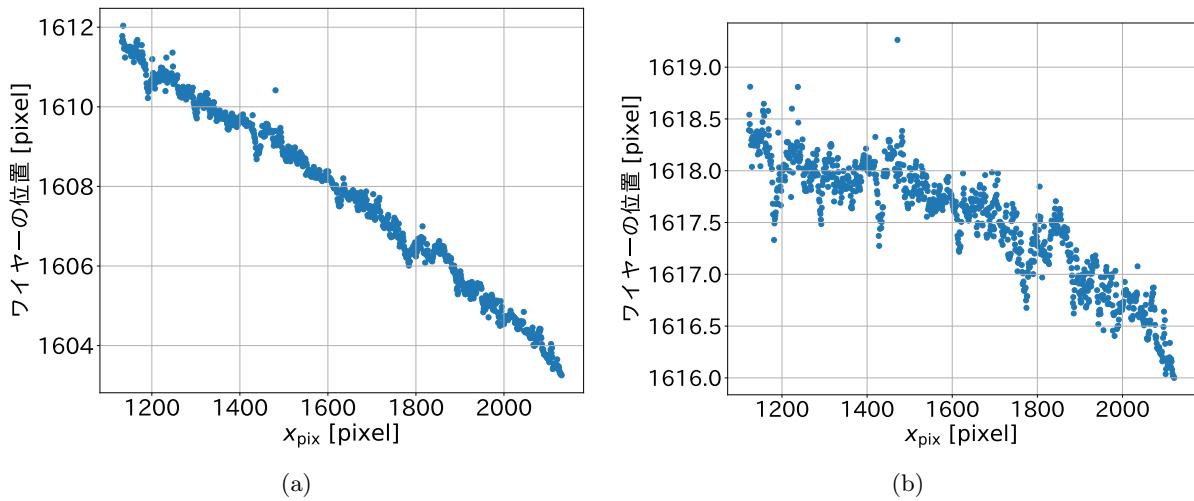
図 5.22:  $x_{\text{pix}} = 1665 \text{ pixel}$  におけるワイヤーの輝度の fitting の結果の例。

図 5.23: (a) 回転前のワイヤーの位置の例。 (b) 回転後のワイヤーの位置の例。

### 5.3.4 $z$ の算出

前々項にて求めた回転後のストレートエッジの位置と、前項にて求めたワイヤーの位置から  $z$  を算出する。図 5.24 に、回転後のワイヤーの位置からストレートエッジの位置を引いた値  $y_{\text{wire}} - y_{\text{SE}}$  を示す。この平均を取ることで、 $z$  と誤差(標準偏差) $\delta z$  を得る。今回の例の場合、

$$z = 500 \text{ pixel} \quad (5.24)$$

$$\delta z = 1 \text{ pixel} \quad (5.25)$$

であった。スケーラの fitting によれば、1 pixel が対応する長さおよそ  $5.78 \mu\text{m}$  であった。これを用いて  $z$  と  $\delta z$  を実際の長さに変換すると

$$z = 2890 \mu\text{m} \quad (5.26)$$

$$\delta z = 6 \mu\text{m} \quad (5.27)$$

となる。ここで得られた  $\delta z$  は、統計的な誤差によるものである。このようにして、撮影された画像から代表点として  $z$  を一つ算出することができる。

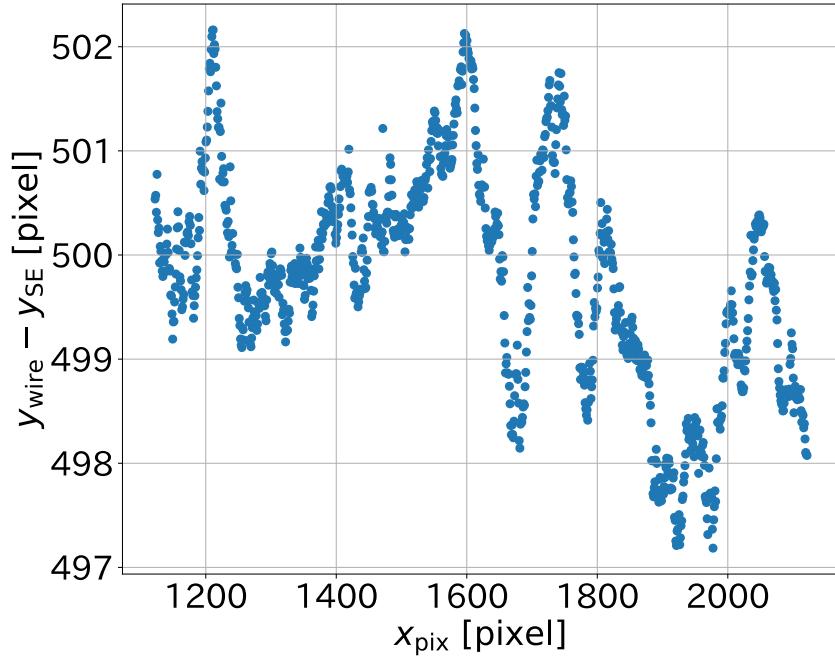


図 5.24: 回転後のワイヤーの位置からストレートエッジの位置を引いた値の例。

### 5.3.5 カテナリーでの fitting

一本のワイヤーに対して複数の写真を撮り、それぞれの写真から得られた  $z$  をカテナリー曲線で fitting することで、ワイヤーのたわみ量を算出する。このとき、fitting に用いるカテナリーは式 (5.13) で表されるものである。ただし、式 (5.13) ではワイヤーの左端が  $(0, 0)$  に位置していることを仮定していたので、これを並行移動する自由度を入れることで、より一般的なカテナリー曲線を得る。すなわち、fitting に用いるカテナリー曲線は

$$f_{\text{tilt}}(x; a, X, Y, x_{\text{offset}}, y_{\text{offset}}) = a \cosh\left(\frac{x + x_{\text{offset}} + c_1}{a}\right) + c_2 - y_{\text{offset}} \quad (5.28)$$

$$c_1 = a \sinh^{-1} \left[ \frac{Y}{2a \sinh\left(\frac{X}{2a}\right)} \right] \quad (5.29)$$

$$c_2 = -a \cosh\left(\frac{c_1}{a}\right) \quad (5.30)$$

となる。fitting parameter は  $a$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $x_{\text{offset}}$ ,  $y_{\text{offset}}$  であり、 $X$ ,  $Y$  の間には、式(5.7)によりワイヤーに対して定まる  $L_{\text{frame}}$  を用いて

$$L_{\text{frame}} = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (5.31)$$

という拘束条件がある。また、 $z$  はストレートエッジを基準とした距離を表しているので

$$z_i = -f_{\text{tilt}}(x_i; a, X, Y, x_{\text{offset}}, y_{\text{offset}}) \quad (5.32)$$

として fitting を行う。図 5.25 に、 $z$  とカテナリー曲線で fitting した結果を示す。 $z$  の誤差としては、ここまで得られた誤差を考えた。この fitting により求めた  $a$  を式(5.9)に代入することで、ワイヤーのたわみ量  $d_{\text{sag}}$  を得る。さらに、求めた  $d_{\text{sag}}$  を式(5.10)に代入することで、ワイヤーのたわみ角を得る。今回の例では

$$d_{\text{sag}} = 275 \pm 5 \mu\text{m} \quad (5.33)$$

$$\theta_{\text{sag}} = 0.041^\circ \pm 0.0007^\circ \quad (5.34)$$

を得た。

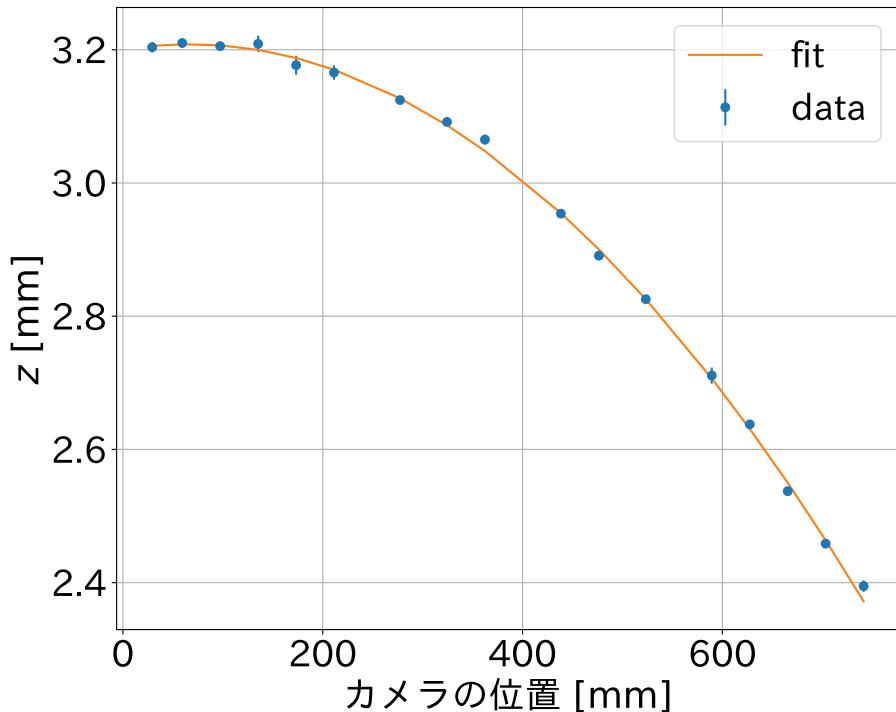


図 5.25: カテナリー曲線で fitting した結果の例。

## 5.4 開発した評価装置の妥当性の検証

### 5.4.1 検証手法

これまでに述べてきたたわみ量評価装置の妥当性を検証するため、スペースワイヤーグリッドの代わりに重力が既知の重りで張られたワイヤー、つまり、たわみ量が正しく推定できるワイヤーを張り、そのたわみ量を測定する。装置に図5.26のような治具をつけ、治具の溝に沿うようにワイヤーを張る。溝は水平方向と鉛直方向を滑らかに接続しており、鉛直方向に出てきたワイヤーにフックをつけ、フックに重りをつけることでワイヤーの張力を調節できるようになっている。実際に装置に治具を取り付け、ワイヤーを張ったときの様子を図5.27に示す。このとき、張られたワイヤーの両端間の距離は757 mmで、重りは158 g, 178 g, 190 g, 218 g, 228 g, 239 g, 250 g のものを使用した。

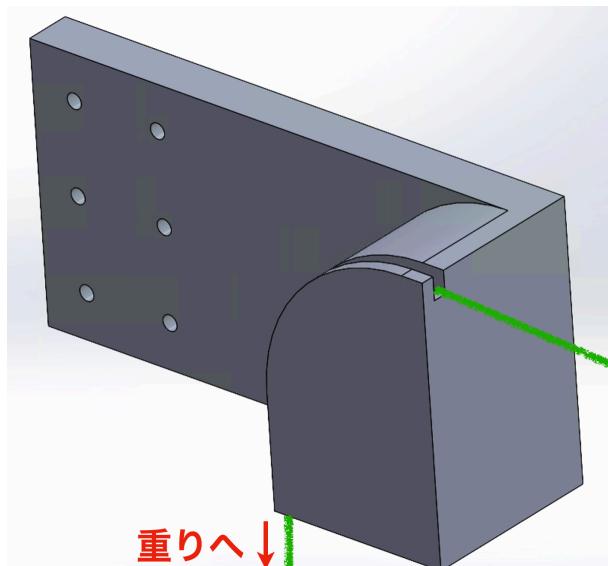


図5.26: ワイヤーを張るための治具。

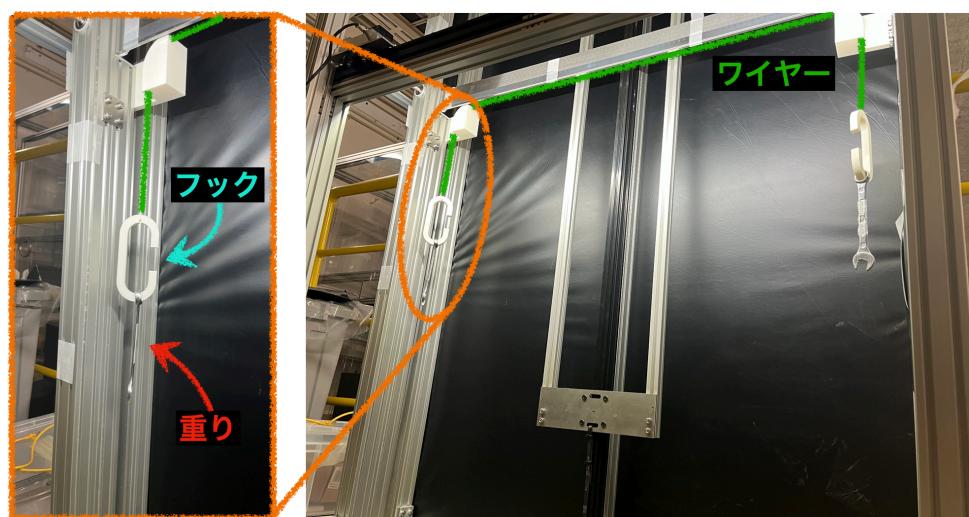


図5.27: 開発したたわみ量評価装置の妥当性の検証のための測定時の様子。

#### 5.4.2 評価結果とその考察

図5.28に張力をえた時の評価されたたわみ量の遷移を示す。横軸は吊るした重りの重さ、縦軸はワイヤーのたわみ量を示している。青点は評価されたたわみ量を表し、オレンジの線はワイヤーの長さと重りの重さを決めることで式(5.10)より求められる理論的なたわみ量<sup>\*4</sup>を表している。また、参考としてスペースワイヤーグリッドのワイヤーを張る時に使う重りの重さ230gのところに点線を入れている。この結果から、得られた評価値と理論値の差は最大で10μm程度であるとわかった。これは、ストレートエッジの幾何公差である30μm、つまり±15μmと同程度である。そのため、この評価系で評価されるたわみ量の精度は、ストレートエッジの幾何公差である15μmと結論づける。

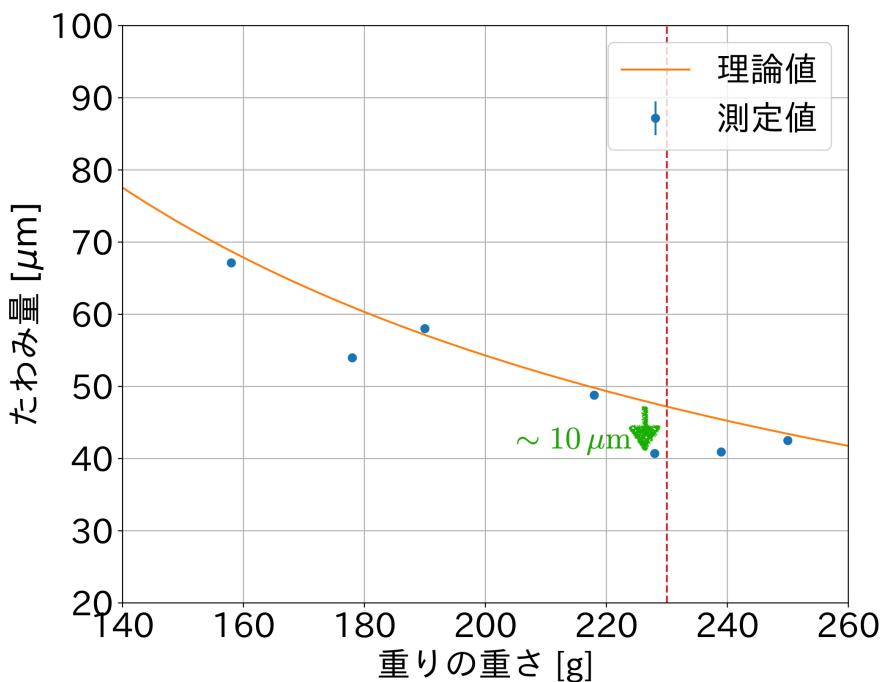


図5.28: 張力をえた時のたわみ量の変化。

#### 5.5 まとめ

本章では、スペースワイヤーグリッドに張られるワイヤーのたわみ量を評価する手法と、その自動化について述べた。2本のアクチュエータを駆使することにより、測定中は人の手を介すことなく自動で評価を行うことが可能となった。また、既知の張力がかけられたワイヤーのたわみ量を評価した結果、最大で10μmのずれが生じた。これはストレートエッジの幾何公差である±15μmと同程度であり、妥当な値である。この結果から、装置のたわみ量の評価精度は15μmだと結論づけた。

<sup>\*4</sup> 本来ワイヤーの物性を反映させるべきであるが、今回用いているタングステンワイヤーは十分硬く、今回調査した張力の範囲ではたわみ量にO(1μm)程度のずれしか生じないため無視した。

# 第6章 スペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価

5章にて、ワイヤーのたわみ量を自動で評価する装置を開発した。本章では、開発した装置を用いて実際に偏光角較正に使用されるスペースワイヤーグリッドのたわみ量を評価する。はじめに、評価するスペースワイヤーグリッドのワイヤーの張り方について述べ、次いで評価結果とその考察を行う。その後、評価されたたわみ量が大きかったワイヤーを張り直すことで修繕を行い、再度評価を行った結果について述べる。最後に今回のたわみ量の評価を通じて得られたスペースワイヤーグリッドのワイヤーの張り方に関する今後の展望について述べる。

## 6.1 評価されたスペースワイヤーグリッドのワイヤーの張り方

今回評価したスペースワイヤーグリッドは、3.3.1項で述べたように 230 g の重りを使用し、ワイヤー番号が奇数番目のものと偶数番目のものに分け、二回に分けてワイヤーを張ることで作成された。このとき、はじめにワイヤー番号が奇数番目のものを張り、次にワイヤー番号が偶数番目のものを張った。

## 6.2 評価結果とその考察

図 6.1(a) にスペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価結果を示す。横軸はワイヤー番号、縦軸はワイヤーのたわみ量を示している。fitting error を統計的な誤差として、前章にて得られた 15  $\mu\text{m}$  を系統的な誤差として、それらの 2 乗和の平方根をたわみ量の誤差として示した。図中には測定されたたわみ量に加え、「理論値」として 230 g の重りによって生まれるたわみ量(平均たわみ角にして 0.006°)を示した。加えて、たわみ角が 0.02°, 0.05°(先行研究<sup>[32][34]</sup>)に相当するたわみ量も参考のために示した。図 6.1(b) には、たわみ量をたわみ角に変換した結果を示す。横軸はワイヤー番号、縦軸はワイヤーのたわみ角を示している。測定されたたわみ角の平均は 0.025° であるが、全体的に理論値よりもたわみが大きい。その原因としては、ワイヤーをスペースワイヤーグリッドのアルミニウムリングに張る際にその端で急に曲げられるため、実際にかかっている張力が重りの重さ 230 g よりも小さくなっているためだと考えられる。

また、明らかにたわみ量が大きく、たわみ角が先行研究で評価された値 0.05° を超えるワイヤーが存在していた。これらのワイヤーはすべて奇数番目のワイヤーであった。図 6.2 にワイヤー番号の偶奇によるたわみ角の違いを示す。偶数番目のワイヤーのたわみ角を青点で示し、奇数番目のワイヤーのたわみ角を赤点で示している。この図より、奇数番目のワイヤーのたわみ角が偶数番目のワイヤーに比べて大きい傾向にあることがわかる。今回評価したスペースワイヤーグリッドは奇数番目のワイヤーから張り始めたことから、このたわみ角の違いは、

1. 単に奇数番目のワイヤーを張るときにうまく張れなかった

2. 後に張ったワイヤーによる張力によってスペースワイヤーグリッドのアルミニウムリングが歪み、先に張ったワイヤーがたわんでしまった

の2つの可能性が考えられる。そこで、奇数番目のワイヤーのみを張り直し、修繕(1回目)を行うことによりたわみ角がどう変化するかを調べることで、上記2つの可能性のうちどちらが実際に起きているのかを明らかにすることにした。

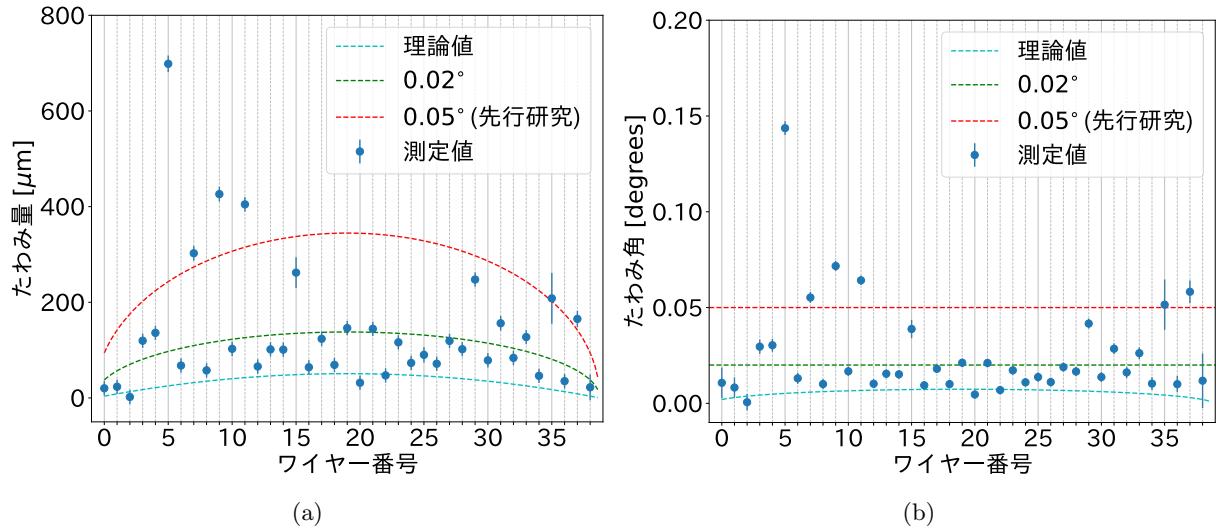


図 6.1: (a) スペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価結果。 (b) たわみ量を角度に変換したもの。

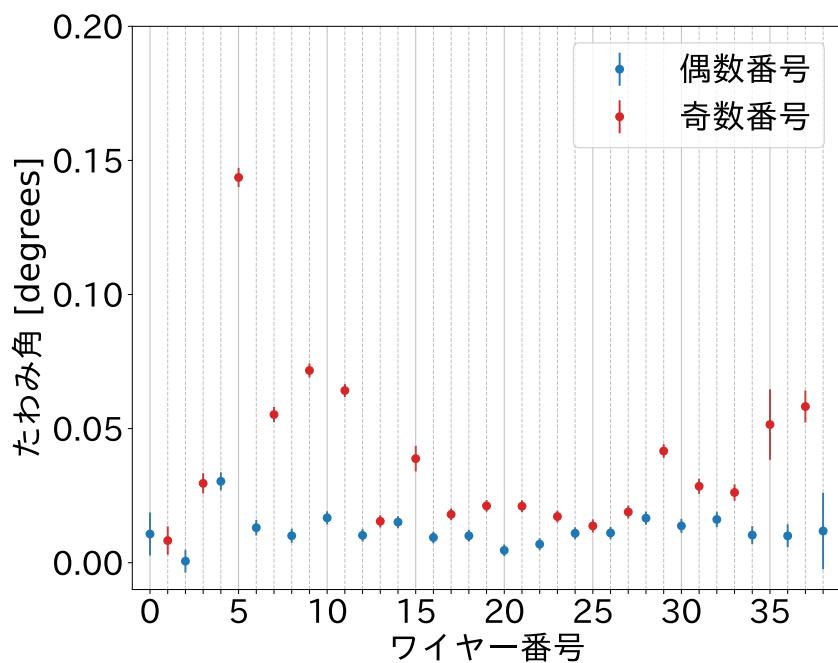


図 6.2: ワイヤー番号の偶奇によるたわみ角の違い。全体的に奇数番号のワイヤーの方が偶数番号のワイヤーと比較してたわみ角が大きい傾向にある。

### 6.3 奇数番目のワイヤーを修繕後の評価結果とその考察

奇数番目のワイヤーを外し、再度張り直すことで修繕されたスペースワイヤーグリッドのたわみ量を評価した。修繕後のスペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価結果を図6.3(a)に、たわみ角の評価結果を図6.3(b)に示す。どちらの図中にも、比較のために修繕前の評価結果もあわせて示している。得られたたわみ角の平均は $0.020^\circ$ であり、修繕前のたわみ角の平均 $0.025^\circ$ よりも $0.005^\circ$ 改善した。また、修繕前にたわみ角が $0.05^\circ$ を超えるワイヤーは6本存在していたが、修繕後には2本に減少している。これらの結果は、本装置を用いてワイヤーのたわみ量を評価することにより、品質の悪いワイヤーを張り直してたわみ量を改善可能であることを示している。

ただし、奇数番目のワイヤー修繕後に、偶数番目のワイヤーでたわみが増加してしまったものがある。そのことを示す図を、図6.4(a)(b)に示す。図6.4(a)は奇数番目のワイヤーのたわみ量を修繕前後で比較した結果、図6.4(b)は偶数番目のワイヤーのたわみ量を修繕前後で比較した結果である。これらの図から、奇数番目は修繕によりたわみ角が小さくなっているが、偶数番目は修繕により大きくなっていることがわかる。修繕は奇数番目のワイヤーのみを張り直すことで行われたため、スペースワイヤーグリッドのワイヤーは2回に分けて張ることにより、先に張られたワイヤーがたわんでしまうことがわかった。

今回の修繕(1回目)では、たわみ角が $0.05^\circ$ を超えるワイヤーが6本から2本に減った。しかし、以前としてたわみ角が $0.05^\circ$ を超えるワイヤーが存在している。そこで、この2本のワイヤーのみを張り直し、修繕(2回目)を行う。これにより、その他のワイヤーのたわみ角を悪化させずに2本のみを修繕することができるか検証した。

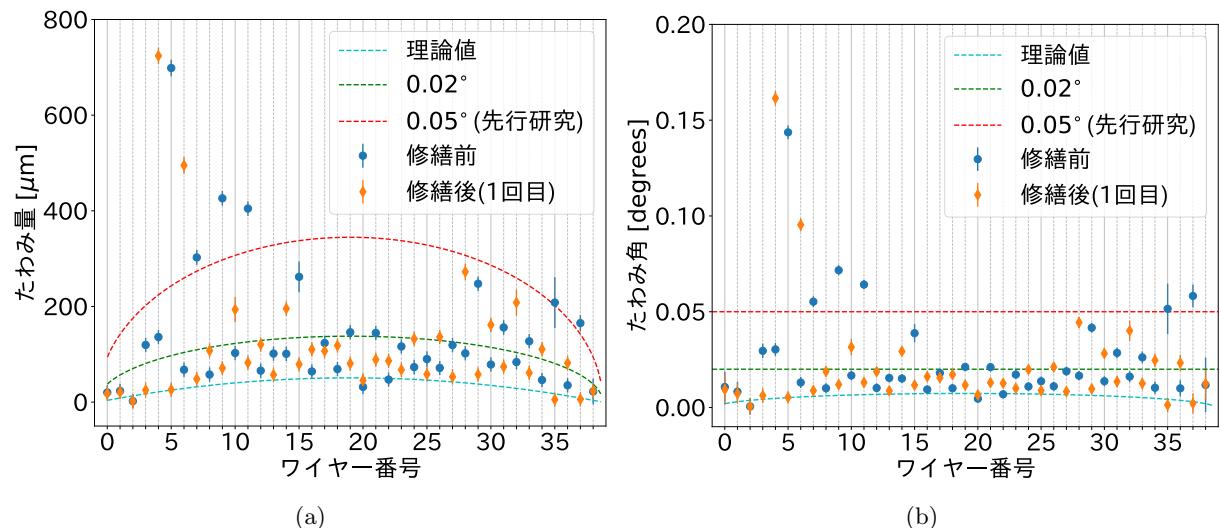


図6.3: 作成直後のスペースワイヤーグリッドのたわみの評価結果と、奇数番目を張り直し、1回目の修繕を行った後のスペースワイヤーグリッドのたわみの評価結果の比較。(a)修繕後のスペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価結果。(b)修繕後のスペースワイヤーグリッドのたわみ角の評価結果。 $0.05^\circ$ を超えるたわみ角を有していたワイヤーが6本から2本に改善されている。

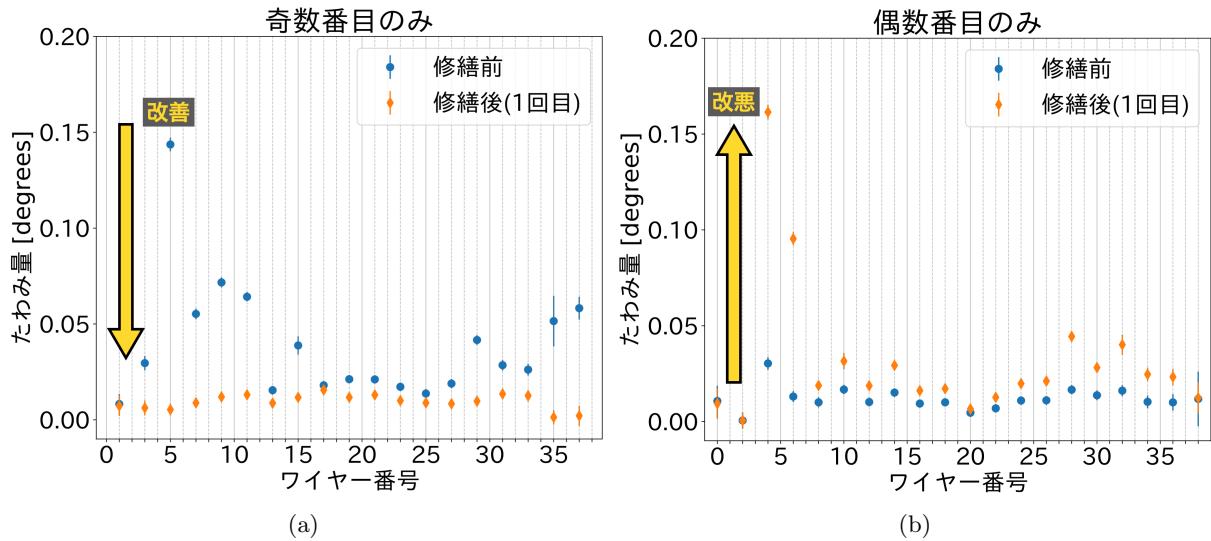


図 6.4: (a) 奇数番目のワイヤーのたわみ角の修繕前後での比較。修繕後の方が小さくなっている。 (b) 偶数番目のワイヤーのたわみ角の修繕前後での比較。修繕後の方が大きくなっている。修繕時に張り直されなかったワイヤーはたわみ角が大きくなることを示唆する。

## 6.4 たわみ角が $0.05^\circ$ 以上であるワイヤーを修繕後の評価結果とその考察

前節にてたわみ角が $0.05^\circ$ 以上であると評価された2本のワイヤーのみを張り直し、2回目の修繕を行ったスペースワイヤーグリッドのたわみ量を評価した。修繕後のたわみ量の評価結果を図6.5(a)に、たわみ角の評価結果を図6.5(b)に示す。どちらの図にも、前節にて行った奇数番目のワイヤーを修繕後(1回目)の評価結果を比較のために合わせて示している。貼り直された2本はたわみ角が理論値程度まで改善しており、その他のワイヤーのたわみ角も悪化していないことがわかる。2回目の修繕後のたわみ角の平均値は $0.012^\circ$ であり、1回目の修繕後のたわみ角の平均値 $0.020^\circ$ から $0.009^\circ$ 改善した。以上の結果から、本装置を用いてたわみ角の大きい( $< 0.05^\circ$ )ワイヤーの選別し、張り直すことを繰り返すことで、スペースワイヤーグリッドの平均たわみ角を $0.01^\circ$ 程度まで改善することが可能であることが示された。

今回の修繕(2回目)の結果を用いて、ワイヤーのたわみに起因する望遠鏡の偏光角較正への影響を算出する。修繕後のワイヤーのたわみ角の平均値は $0.012^\circ$ 、たわみ角の誤差の平均値は $0.003^\circ$ であった。先行研究<sup>[32][34]</sup>にしたがい、これらの和をありうる最大のたわみ角とすると、 $\theta_{\text{sag}} = 0.015^\circ < 0.02^\circ$ といえる。よって、先行研究で得られた $\theta_{\text{sag}} < 0.05^\circ$ よりも60%たわみによる偏光角較正の誤差を改善することができた。

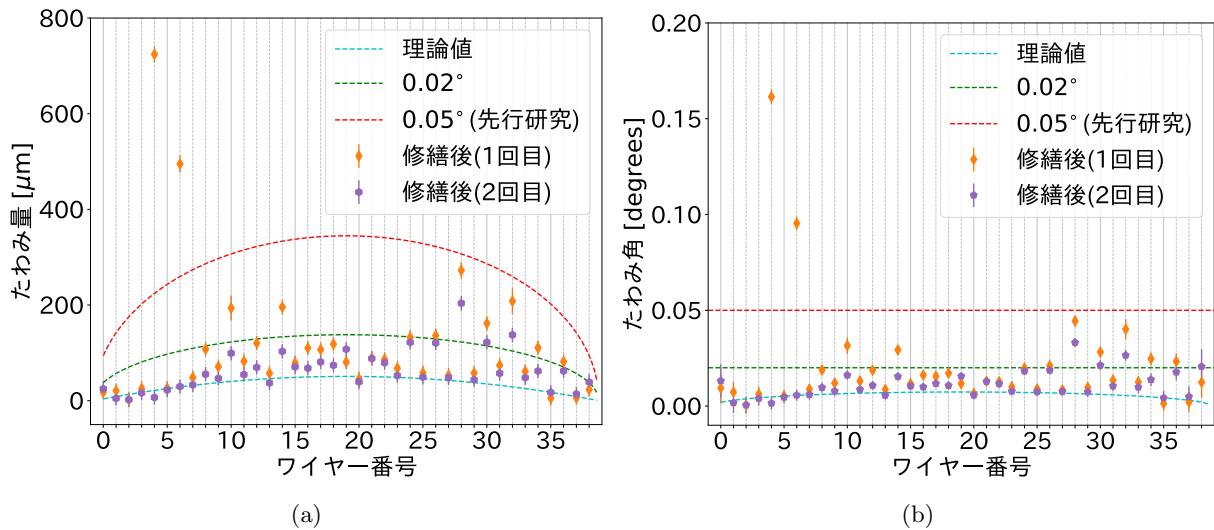


図 6.5: 1回目の修繕後のスペースワイヤーグリッドのたわみの評価結果と、 $0.05^\circ$ を超えるたわみ角を有していた2本のワイヤーを張り直し、2回目の修繕を行ったスペースワイヤーグリッドのたわみの評価結果の比較。(a) 修繕後のスペースワイヤーグリッドのたわみ量の評価結果。(b) 修繕後のスペースワイヤーグリッドのたわみ角の評価結果。 $0.05^\circ$ を超えるたわみ角を有していたワイヤーが2本から0本に改善されている。

## 6.5 今後、さらに良くするためには？

本章では、開発したワイヤーのたわみ量の自動評価装置を用いて、望遠鏡の偏光角較正に使用されるスペースワイヤーグリッドのたわみ量を評価した。最初に評価されたワイヤーのたわみ角の平均値は $0.025^\circ$ であったが、本装置を用いてたわみ角が大きいワイヤーの選別・張り直しを繰り返すことで、最終的にたわみ角の平均値は $0.011^\circ$ に改善された。また、この修繕前にはたわみ角が $0.05^\circ$ を超えるワイヤーが6本存在していたが、2回行った修繕によって0本に減らすことができた。以上から、本装置を用いてたわみ角が大きいワイヤーを選別し、ワイヤーを張り直すことでたわみ角を改善可能であることが示された。修繕後のスペースワイヤーグリッドにおいて、たわみ角が偏光角較正へ与える影響を算出したところ、 $\theta_{\text{sag}} < 0.02^\circ$ であった。この評価値は先行研究にて与えられる $\theta_{\text{sag}} < 0.05^\circ$ から60%改善された値である。

一方で、新たな課題も明らかとなった。スペースワイヤーグリッドのワイヤーを偶数番目、奇数番目の2回に分けて張ることにより、先に張られたワイヤーがたわんでしまうことがわかった。本研究で、これはワイヤーを張る手順に伴うアルミニウムリングの歪みが原因であることがつきとめられた。今後新たにスペースワイヤーグリッドにワイヤーを張る際には、すべてのワイヤーを同時に張るように張り方を改善することを提案する。

# 第7章 まとめと今後の展望

## 7.1 まとめ

宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の温度揺らぎの精密観測によって宇宙論に対する深い理解が進んだ。さらなる宇宙論の発展として、ビッグバンよりも以前に空間の指數関数的膨張が起こったとするインフレーションモデルの検証が重要である。そして、CMB の偏光パターンを精査し原始重力波由来の B モード偏光パターンを発見することは、インフレーションの直接的証拠となる。

地上 CMB 偏光観測実験である Simons Observatory 実験は、この B モードをテンソルスカラー比  $r$  を 0.003 の精度で観測することを目指している。この精度を達成するためには、検出器の応答偏光方向 (偏光角) を  $\delta\theta < 0.1^\circ$  という精度で較正する必要がある。そのために使用されるのが、スペースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置である。スペースワイヤーグリッドは金属ワイヤーが周囲の熱放射を反射することで人工的にワイヤー方向に沿った直線偏光を作り出す装置である。この直線偏光を検出器で見ることによって偏光角を較正する。

偏光角を高精度に較正するためには、ワイヤーの角度に関する系統誤差を抑える必要がある。先行研究での知見をもとに、本研究ではワイヤーの天球座標で対応する角度を知るための重力参照計の精度と、ワイヤーのたわみの評価の改善策の検証を行い、それらの系統誤差の抑制を試みた。

絶対角度較正のためにより高精度な 2 軸 ( $X$  軸,  $Y$  軸) の重力参照計を導入し、その精度を長期間の出力安定性という点と、 $-20^\circ\text{C} \sim 20^\circ\text{C}$  の温度変化に対する出力安定性という点において評価した。その結果、重力参照計の  $X$  軸の出力角度  $\theta_X$  の精度が  $\delta\theta_X < 0.04$  であると結論づけられた。 $Y$  軸の出力については、残念ながら徹底的な評価実験によって初期不良であるとわかった。現在、メーカーにより重力参照計の修理が行われており、この不良が治れば  $\theta_Y$  は  $\theta_X$  と同程度の性能を有するであろう。その仮定のもとで、重力参照計の精度を偏光角較正の精度 ( $\delta\theta_{\text{gravity}}$ ) に焼き直すと、望遠鏡が較正を行う基本姿勢 elevation =  $50^\circ$ , boresight =  $0^\circ$  では  $\delta\theta_{\text{gravity}} < 0.06^\circ$  と評価された。これは先行研究の  $\delta\theta_{\text{gravity}} < 0.3^\circ$  よりも大幅に改善された値である。

先行研究では、ワイヤーのたわみがもう 1 つの大きな系統誤差の要因であった。なぜなら、先行研究ではすべての評価を人力で行っており、多大な労力がかかっていたとともにその評価結果に人依存のバイアスやふらつきを含む可能性があったからである。この現状を受け、本研究ではワイヤーのたわみを自動で評価する装置を開発した。たわみの長さが既知のワイヤーを測定することで評価精度として  $< 15 \mu\text{m}$  を得た。これは装置の光学系を考えた際に得る誤差とよく一致する。さらに、この評価装置を用いて、実際に使用されるスペースワイヤーグリッドのたわみを評価した。その評価結果はたわみによる偏光角への影響  $\theta_{\text{sag}}$  にして、 $\theta_{\text{sag}} < 0.03^\circ$  であった。

表 7.1 に、本研究で評価した系統誤差の値を更新した、スペースワイヤーグリッドの装置由来の系統誤差をまとめる。偏光角較正の合計の系統誤差  $\delta\theta$  は  $\delta\theta < 0.09^\circ$  であった。これは Simons Observatory における要求精度  $\delta\theta < 0.1^\circ$  を満たしている。

表 7.1: 本論文で得た評価値を更新したスペースワイヤーグリッドの系統誤差のまとめ。

系統誤差要因	評価値
ワイヤー設置精度	$< 0.02^\circ$
エンコーダ精度	$< 0.03^\circ$
エンコーダ零点	$< 0.04^\circ$
重力参照計 <sup>*1*2</sup>	$< 0.06^\circ$
ワイヤーのたわみ	$< 0.03^\circ$
合計	$< 0.09^\circ$

## 7.2 今後の展望

今後の展望として、まず第一に初期不良で正常に動作していなかった重力参照計の  $Y$  軸の再評価が予定されている。この評価によりその誤差が  $\delta\theta_Y < 0.04^\circ$  であることが実証されれば、偏光角較正の装置に起因する系統誤差は疑い用もなく要求値である  $\delta\theta < 0.1^\circ$  を満たすこととなる。

本論文で開発したワイヤーのたわみの自動評価装置の結果によれば、ワイヤーのたわみ量にはワイヤーの張る順番に起因すると思われる傾向が存在していた。この系統誤差として懸念すべき量ではないものの、今後さらなる系統誤差の削減が必要になった場合にはワイヤーの張り方というところから改善する必要がある。また、本装置は自動でたわみ量の評価が可能であるため、観測サイトにてスペースワイヤーグリッドのたわみを定期的に評価し、その品質を維持するということも可能である。

Simons Observatory では現在稼働している 3 台の SAT に加え、日本による LF 帯を観測する SAT(JSAT) の建設が予定されている。現在稼働中の 3 台の SAT には既にスペースワイヤーグリッドを用いた偏光角較正装置が搭載されているが、そこで使用されている重力参照計を今回評価した新しいものと交換し、スペースワイヤーグリッドの部分を本研究で開発したワイヤーのたわみの自動評価装置を用いて評価されたたわみの小さいものに交換すれば、高精度な偏光角較正を実現できる。また、追加される JSAT においてもスペースワイヤーグリッドが開発され、導入される予定である。本論文にて得られた系統誤差の知見を活かし、偏光角較正精度  $\delta\theta < 0.1^\circ$  を満たす較正が見込まれる。

以上のまとめをもって、Simons Observatory は検出器の偏光角を  $\delta\theta < 0.1^\circ$  で較正し、前人未到の原始重力波由来の B モード偏光観測を目指す。

<sup>\*1</sup>  $X$  軸の精度が  $\delta\theta < 0.04^\circ$  と評価値であるのに対し、 $Y$  軸の精度は見込み精度として  $\delta\theta_Y < 0.04^\circ$  ととったことに注意。

<sup>\*2</sup> 望遠鏡が基本姿勢 elevation = 50°, boresight = 0° をとっているときの値であることに注意。

# 付録A ストークスパラメータ

## A.1 ストークスパラメータの定義

$xyz$  直交座標系において、 $z$  軸正の方向に進行する光を考える。この光の電場ベクトルを  $\mathbf{E}(t)$  とすると、これは一般に

$$\mathbf{E}(t) = E_x \hat{\mathbf{e}}_x + E_y \hat{\mathbf{e}}_y \quad (\text{A.1})$$

$$= a_x \cos(\omega t - kz + \delta_x) \hat{\mathbf{e}}_x + a_y \cos(\omega t - kz + \delta_y) \hat{\mathbf{e}}_y \quad (\text{A.2})$$

と表される。ここで、 $E_x, E_y$  は  $x$  軸、 $y$  軸方向成分であり、 $a_x, a_y$  は振幅、 $\omega$  は角振動数、 $k$  は波数、 $\delta_x, \delta_y$  は位相オフセットである。また、 $\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y$  はそれぞれ  $x$  軸、 $y$  軸正の方向の単位ベクトルである。 $\delta = \delta_y - \delta_x$  とすると、ストークスパラメータ  $I, Q, U, V$  は

$$I = a_x^2 + a_y^2 \quad (\text{A.3})$$

$$Q = a_x^2 - a_y^2 \quad (\text{A.4})$$

$$U = 2a_x a_y \cos \delta \quad (\text{A.5})$$

$$V = 2a_x a_y \sin \delta \quad (\text{A.6})$$

と定義される。複素電場ベクトル  $\mathcal{E}$  を用いてストークスパラメータを表すことを考える。 $\mathcal{E}$  は一般に

$$\mathcal{E} = a_x e^{i(\omega t - kz + \delta_x)} \hat{\mathbf{e}}_x + a_y e^{i(\omega t - kz + \delta_y)} \hat{\mathbf{e}}_y \quad (\text{A.7})$$

$$= \mathcal{E}_x \hat{\mathbf{e}}_x + \mathcal{E}_y \hat{\mathbf{e}}_y \quad (\text{A.8})$$

と表される。ここで、 $\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y$  は  $x$  軸、 $y$  軸方向成分である。ストークスパラメータは

$$I = |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2 \quad (\text{A.9})$$

$$Q = |\mathcal{E}_x|^2 - |\mathcal{E}_y|^2 \quad (\text{A.10})$$

$$U = 2 \operatorname{Re} [\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^*] = \mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* + \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_y \quad (\text{A.11})$$

$$V = 2 \operatorname{Im} [\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^*] = \frac{1}{i} (\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* - \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_y) \quad (\text{A.12})$$

と表される。

## A.2 座標回転に対するストークスパラメータの変換

$xyz$  直交座標系を  $z$  軸周りに  $\theta$ だけ回転させた  $x'y'z$  直交座標系を考える。このとき、 $x', y', z$  軸の単位ベクトル  $\hat{e}_{x'}, \hat{e}_{y'}, \hat{e}_z$  はそれぞれ

$$(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z) = (\hat{e}_{x'}, \hat{e}_{y'}, \hat{e}_z) \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

と表される。複素電場ベクトル (A.8) を  $x'y'z$  直交座標系で表すと

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_x (\cos \theta \hat{e}_{x'} + \sin \theta \hat{e}_{y'}) + \mathcal{E}_y (-\sin \theta \hat{e}_{x'} + \cos \theta \hat{e}_{y'}) \quad (\text{A.14})$$

$$= (\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta) \hat{e}_{x'} + (\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta) \hat{e}_{y'} \quad (\text{A.15})$$

$$= \mathcal{E}_{x'} \hat{e}_{x'} + \mathcal{E}_{y'} \hat{e}_{y'} \quad (\text{A.16})$$

となる。ここで、 $\mathcal{E}_{x'} = \mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta$ ,  $\mathcal{E}_{y'} = \mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta$  である。このとき、 $x'y'z$  直交座標系でのストークスパラメータは

$$\begin{aligned} I' &= |\mathcal{E}_{x'}|^2 + |\mathcal{E}_{y'}|^2 \\ &= |\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta|^2 + |\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta|^2 \\ &= |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2 \\ &= I \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} Q' &= |\mathcal{E}_{x'}|^2 - |\mathcal{E}_{y'}|^2 \\ &= |\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta|^2 - |\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta|^2 \\ &= (|\mathcal{E}_x|^2 - |\mathcal{E}_y|^2) \cos 2\theta - (\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* + \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_y) \sin 2\theta \\ &= Q \cos 2\theta - U \sin 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} U' &= \mathcal{E}_{x'} \mathcal{E}_{y'}^* - \mathcal{E}_{x'}^* \mathcal{E}_{y'} \\ &= (\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta)(\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta)^* \\ &\quad - (\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta)^*(\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta) \\ &= (|\mathcal{E}_x|^2 - |\mathcal{E}_y|^2) \sin 2\theta + (\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* + \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_y) \cos 2\theta \\ &= Q \sin 2\theta + U \cos 2\theta \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned} V' &= \frac{1}{i} (\mathcal{E}_{x'} \mathcal{E}_{y'}^* - \mathcal{E}_{x'}^* \mathcal{E}_{y'}) \\ &= \frac{1}{i} [(\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta)(\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta)^* \\ &\quad - (\mathcal{E}_x \cos \theta - \mathcal{E}_y \sin \theta)^*(\mathcal{E}_x \sin \theta + \mathcal{E}_y \cos \theta)] \\ &= \frac{1}{i} (\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y^* - \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_y) \\ &= V \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

となる。すなわち

$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

と座標の回転に対して 2 倍の角度で回転することがわかる。

## 参考文献

- [1] A. A. Penzias and R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *Astrophysical Journal*, 142:419–421, July 1965.
- [2] D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, J. C. Mather, R. A. Shafer, and E. L. Wright. The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set. *Astrophysical Journal*, 473:576, December 1996.
- [3] C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 148(1):1–27, September 2003.
- [4] Katsuhiko Sato. First-order phase transition of a vacuum and the expansion of the universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 195(3):467–479, 07 1981.
- [5] Alan H. Guth. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, Jan 1981.
- [6] 辻川信二. 入門 現代の宇宙論. 講談社サイエンティフィク, Jan 2022.
- [7] R. K. Sachs and A. M. Wolfe. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background. *Astrophysical Journal*, 147:73, January 1967.
- [8] N. Aghanim, Y. Akrami, F. Arroja, et al. Planck2018 results: I. Overview and the cosmological legacy of Planck. *Astronomy & Astrophysics*, 641:A1, September 2020.
- [9] P. A. R. Ade, Z. Ahmed, M. Amiri, et al. Improved constraints on primordial gravitational waves using planck, wmap, and bicep/keck observations through the 2018 observing season. *Phys. Rev. Lett.*, 127:151301, Oct 2021.
- [10] Aashrita Mangu, Lance Corbett, Sanah Bhimani, et al. The Simons Observatory: Design, Integration, and Current Status of Small Aperture Telescopes. In Proceedings of XVIII International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics – PoS(TAUP2023), TAUP2023, page 003. Sissa Medialab, 1 2024.
- [11] Peter Ade, James Aguirre, Zeeshan Ahmed, et al. The Simons Observatory: science goals and forecasts. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(02):056–056, February 2019.
- [12] 中井直正, 坪井昌人, and 福井康雄. 宇宙の観測II–電波天文学. 日本評論社, 第2版 edition, 2017.

- [13] Kenji Kiuchi, Shunsuke Adachi, Aamir M. Ali, et al. The Simons Observatory Small Aperture Telescope overview. In Heather K. Marshall, Jason Spyromilio, and Tomonori Usuda, editors, Ground-based and Airborne Telescopes VIII, page 162. SPIE, December 2020.
- [14] Nicholas Galitzki, Tran Tsan, Jake Spisak, et al. The simons observatory: Design, integration, and testing of the small aperture telescopes, 2024.
- [15] Shannon M. Duff, Jason Austermann, James A. Beall, David P. Daniel, Johannes Hubmayr, Greg C. Jaehnig, Bradley R. Johnson, Dante Jones, Michael J. Link, Tammy J. Lucas, Rita F. Sonka, Suzanne T. Staggs, Joel Ullom, and Yuhan Wang. The simons observatory: Production-level fabrication of the mid- and ultra-high-frequency wafers, 2024.
- [16] K. Yamada, B. Bixler, Y. Sakurai, P. C. Ashton, J. Sugiyama, K. Arnold, J. Begin, L. Corbett, S. Day-Weiss, N. Galitzki, C. A. Hill, B. R. Johnson, B. Jost, A. Kusaka, B. J. Koopman, J. Lashner, A. T. Lee, A. Mangu, H. Nishino, L. A. Page, M. J. Randall, D. Sasaki, X. Song, J. Spisak, T. Tsan, Y. Wang, and P. A. Williams. The Simons Observatory: Cryogenic half wave plate rotation mechanism for the small aperture telescopes. Review of Scientific Instruments, 95(2), 2 2024.
- [17] Satoru Takakura. Characterization of a continuous polarization modulator using a half-wave plate for measurements of degree-scale cosmic microwave background with the POLARBEAR experiment. PhD thesis, 2017.
- [18] Brian G. Keating, Meir Shimon, and Amit P. S. Yadav. SELF-CALIBRATION OF COSMIC MICROWAVE BACKGROUND POLARIZATION EXPERIMENTS. The Astrophysical Journal Letters, 762(2):L23, dec 2012.
- [19] J. P. Kaufman, N. J. Miller, M. Shimon, et al. Self-calibration of BICEP1 three-year data and constraints on astrophysical polarization rotation. Phys. Rev. D, 89:062006, 3 2014.
- [20] Sean A. Bryan, Grant P. Teply, Sara M. Simon, et al. Development of calibration strategies for the Simons Observatory. In Jonas Zmuidzinas and Jian-Rong Gao, editors, Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy IX, page 135. SPIE, 7 2018.
- [21] M. Zemcov, P. Ade, J. Bock, M. Bowden, M. L. Brown, G. Cahill, P. G. Castro, S. Church, T. Culverhouse, R. B. Friedman, K. Ganga, W. K. Gear, S. Gupta, J. Hinderks, J. Kovac, A. E. Lange, E. Leitch, S. J. Melhuish, Y. Memari, J. A. Murphy, A. Orlando, C. O’ Sullivan, L. Piccirillo, C. Pryke, N. Rajguru, B. Rusholme, R. Schwarz, A. N. Taylor, K. L. Thompson, A. H. Turner, E. Y. S. Wu, and (QUaD collaboration). CHARACTERIZATION OF THE MILLIMETER-WAVE POLARIZATION OF CENTAURUS A WITH QUaD. The Astrophysical Journal, 710(2):1541, feb 2010.
- [22] The Polarbear Collaboration: P. A. R. Ade, Y. Akiba, A. E. Anthony, et al. A MEASUREMENT OF THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND B-MODE POLARIZATION POWER SPECTRUM AT SUB-DEGREE SCALES WITH POLARBEAR. The Astrophysical Journal, 794(2):171, oct 2014.

- [23] E. M. Leitch, J. M. Kovac, C. Pryke, J. E. Carlstrom, N. W. Halverson, W. L. Holzapfel, M. Dragovan, B. Reddall, and E. S. Sandberg. Measurement of polarization with the Degree Angular Scale Interferometer. *Nature*, 420(6917):763–771, 12 2002.
- [24] Yuki D. Takahashi, Denis Barkats, John O. Battle, et al. CMB polarimetry with BICEP: instrument characterization, calibration, and performance. In William D. Duncan, Wayne S. Holland, Stafford Withington, and Jonas Zmuidzinas, editors, *Millimeter and Submillimeter Detectors and Instrumentation for Astronomy IV*, volume 7020, page 70201D. SPIE, 8 2008.
- [25] P. A. R. Ade, R. W. Aikin, D. Barkats, et al. Bicep2. III. INSTRUMENTAL SYSTEMATICS. *The Astrophysical Journal*, 814(2):110, November 2015.
- [26] D. Hanson, S. Hoover, A. Crites, et al. Detection of B-Mode Polarization in the Cosmic Microwave Background with Data from the South Pole Telescope. *Physical Review Letters*, 111(14), September 2013.
- [27] Akito Kusaka, John Appel, Thomas Essinger-Hileman, et al. Results from the Atacama B-mode Search (ABS) experiment. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(09):005–005, September 2018.
- [28] QUIET Collaboration, C. Bischoff, A. Brizius, I. Buder, et al. FIRST SEASON QUIET OBSERVATIONS: MEASUREMENTS OF COSMIC MICROWAVE BACKGROUND POLARIZATION POWER SPECTRA AT 43 GHz IN THE MULTIPOLE RANGE  $25 \leq \ell \leq 475$ . *The Astrophysical Journal*, 741(2):111, oct 2011.
- [29] J. A. Sobrin, A. J. Anderson, A. N. Bender, et al. The Design and Integrated Performance of SPT-3G. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 258(2):42, feb 2022.
- [30] O. Tajima, H. Nguyen, C. Bischoff, et al. Novel calibration system with sparse wires for cmb polarization receivers. *Journal of Low Temperature Physics*, 167:936–942, 2012.
- [31] Masaaki Murata, Hironobu Nakata, Kengo Iijima, et al. The simons observatory: A fully remote controlled calibration system with a sparse wire grid for cosmic microwave background telescopes. *Review of Scientific Instruments*, 94(12), December 2023.
- [32] 村田雅彬. Simons Observatory 実験のためのスペースワイヤーグリッドを用いた偏光較正装置の開発 (Development of the sparse wire grid polarization calibrator for Simons Observatory experiment). 修士論文, 2021.
- [33] 中田嘉信. CMB 偏光の精密観測にむけた遠隔較正システム Sparse Wire Grid Calibrator の開発研究. 修士論文, 2022.
- [34] 飯島健五. Simons Observatory 実験に用いる偏光角度較正手法の開発と性能評価 (Development and characterization of a method for polarization-angle calibration for Simons Observatory experiment). 修士論文, 2023.