第1章　ストークスパラメータ

1.1　ストークスパラメータの定義

xyz 直交座標系において、z 軸正の方向に進行する光を考える。この光の電場ベクトルを $\boldsymbol{E}(t)$ とすると、これは一般に

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(t) &= E_x\hat{\boldsymbol{e}}_x + E_y\hat{\boldsymbol{e}}_y && (1.1)\\ &= a_x\cos(\omega t - kz + \delta_x)\hat{\boldsymbol{e}}_x + a_y\cos(\omega t - kz + \delta_y)\hat{\boldsymbol{e}}_y && (1.2)\end{aligned}$$

と表される。ここで、E_x, E_y は振幅、ω は角振動数、k は波数、δ_x, δ_y は位相オフセットであり、$\hat{\boldsymbol{e}}_x$, $\hat{\boldsymbol{e}}_y$ はそれぞれ x 軸、y 軸正の方向の単位ベクトルである。$\delta = \delta_y - \delta_x$ とすると、ストークスパラメータ I, Q, U, V は

$$\begin{aligned}I &= a_x^2 + a_y^2 && (1.3)\\ Q &= a_x^2 - a_y^2 && (1.4)\\ U &= 2a_xa_y\cos\delta && (1.5)\\ V &= 2a_xa_y\sin\delta && (1.6)\end{aligned}$$

と定義される。複素電場ベクトル $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ を用いてストークスパラメータを表すことを考える。$\boldsymbol{\mathcal{E}}$ は一般に

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mathcal{E}} &= \mathcal{E}_x\hat{\boldsymbol{e}}_x + \mathcal{E}_y\hat{\boldsymbol{e}}_y && (1.7)\\ &= a_xe^{i(\omega t - kz + \delta_x)}\hat{\boldsymbol{e}}_x + a_ye^{(\omega t - kz + \delta_y)}\hat{\boldsymbol{e}}_y && (1.8)\end{aligned}$$

と表される。ここで、$\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y$ は複素振幅である。ストークスパラメータは

$$\begin{aligned}I &= |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2 && (1.9)\\ Q &= |\mathcal{E}_x|^2 - |\mathcal{E}_y|^2 && (1.10)\\ U &= 2\,\mathrm{Re}\left[\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y^*\right] = \mathcal{E}_x\mathcal{E}_y^* + \mathcal{E}_x^*\mathcal{E}_y && (1.11)\\ V &= 2\,\mathrm{Im}\left[\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y^*\right] = \mathcal{E}_x\mathcal{E}_y^* - \mathcal{E}_x^*\mathcal{E}_y && (1.12)\end{aligned}$$

と表される。

1.2　座標変換に対するストークスパラメータの変換

xyz 直交座標系を z 軸周りに θ だけ回転させた $x'y'z$ 直交座標系を考える。このとき、x', y', z 軸の単位ベクトル $\hat{\boldsymbol{e}}_{x'}, \hat{\boldsymbol{e}}_{y'}, \hat{\boldsymbol{e}}_z$ はそれぞれ

$$\left(\hat{\boldsymbol{e}}_x,\, \hat{\boldsymbol{e}}_y, \hat{\boldsymbol{e}}_z\right) = \left(\hat{\boldsymbol{e}}_{x'},\, \hat{\boldsymbol{e}}_{y'}, \hat{\boldsymbol{e}}_z\right)\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \tag{1.13}$$

と表される。複素電場ベクトル (1.8) を $x'y'z$ 直交座標系で表すと

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mathcal{E}} &= \mathcal{E}_x e^{i(\omega t - kz + \delta_x)}\bigl(\cos\theta \hat{\boldsymbol{e}}_{x'} + \sin\theta \hat{\boldsymbol{e}}_{y'}\bigr) \\ &\qquad + \mathcal{E}_y e^{(\omega t - kz + \delta_y)}(-\sin\theta \hat{\boldsymbol{e}}_{x'} + \cos\theta \hat{\boldsymbol{e}}_{y'}) \qquad (1.14) \\ &= (\mathcal{E}_x \cos\theta - \mathcal{E}_y \sin\theta) e^{i(\omega t - kz + \delta_x)} \hat{\boldsymbol{e}}_{x'} \\ &\qquad + (\mathcal{E}_x \sin\theta + \mathcal{E}_y \cos\theta) e^{i(\omega t - kz + \delta_y)} \hat{\boldsymbol{e}}_{y'} \qquad (1.15)\end{aligned}$$

となる。このとき、$x'y'z$ 直交座標系でのストークスパラメータは