

第1章 ワイヤーのたわみ量の自動評価装置の開発

較正に使う直線偏光はワイヤーに沿う方向に生成されるため、ワイヤーがたわんでいる部分がつくる光はその偏光角がワイヤーの絶対角度からずれる。そのため、ワイヤーのたわみは較正の精度に影響を及ぼし、系統誤差を生む。本章では、初めに??項にて触れた先行研究^{[?][?]}にて行われたワイヤーのたわみの評価手法について説明し、その問題点を明らかにするとともに開発目標を設定する。続いて、本研究で過去の手法の問題点を解決するために開発したワイヤーのたわみの自動評価装置について説明する。その後、評価装置の妥当性の検証を行い、評価装置のもつ誤差について議論する。

1.1 過去の測定手法における問題点とそれを解決する開発目標の設定

1.1.1 過去の測定手法の概要

まず、ワイヤーのたわみ量 d_{sag} とたわみ角 θ_{sag} という量の定義を述べる。図 1.1 に示すように、ワイヤーは両端を固定された状態で重力によってたわんでいる。固定された両端を直線で結び、その直線とワイヤーの最下部との距離をたわみ量 d_{sag} とする。また、固定されたワイヤーの両端の距離を L_{frame} としたとき、たわみ角 θ_{sag} を

$$\theta_{\text{sag}} = \arctan \left(\frac{d_{\text{sag}}}{L_{\text{frame}}/2} \right) \quad (1.1)$$

と定める^{*1}。この θ_{sag} こそが、較正精度に生じる系統誤差の一因であり、評価対象である。

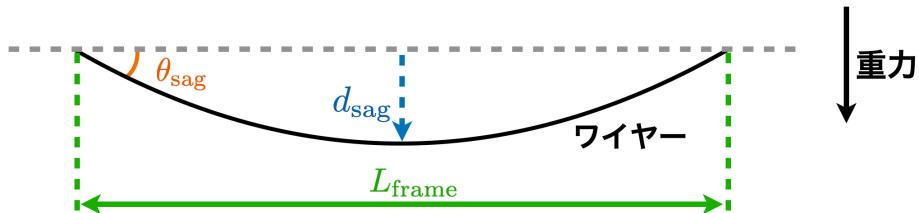


図 1.1: ワイヤーのたわみ量 d_{sag} とたわみ角 θ_{sag} の定義。重力に対して垂直に定義される水平面上にワイヤーの固定端が存在するようにワイヤーを配置したときに、ワイヤーの両端を結んだ直線と、重力によってたわんだワイヤーの最下部との距離をたわみ量 d_{sag} と定義する。また、ワイヤーの端とワイヤーの最下部を結んだ直線と、水平面とのなす角をたわみ角 θ_{sag} と定義する。

過去の評価系の概要を図 1.2 に示す。スペースワイヤーグリッドを重力に対して垂直な水平面上に置き、その上に十分な真直度が保証されたストレートエッジを設置する。ストレートエッジの位置をワイヤーの近くに調節し、横からカメラで撮影すると、撮影された画像におけるストレート

^{*1} 厳密にはワイヤーの端における接線と重力に対して垂直に交わる水平面のなす角として定義するべきであるが、 L_{frame} に対して d_{sag} が小さいため、式 (1.1) の定義はこれと近似的に同値な定義である。

エッジとワイヤーの間の距離 z' を pixel 数から測定できる。撮影された写真の例を図 1.3 に示す。ストレートエッジにはスケーラが取り付けられており、スケーラの目盛間隔 1 mm が写真の pixel 数についていくつか測ることで、1 pixel の長さを較正する。使用されたストレートエッジは大西測定株式会社製の 140-1000B であり、このストレートエッジは真直度 A 級 30 μm が保証されている。

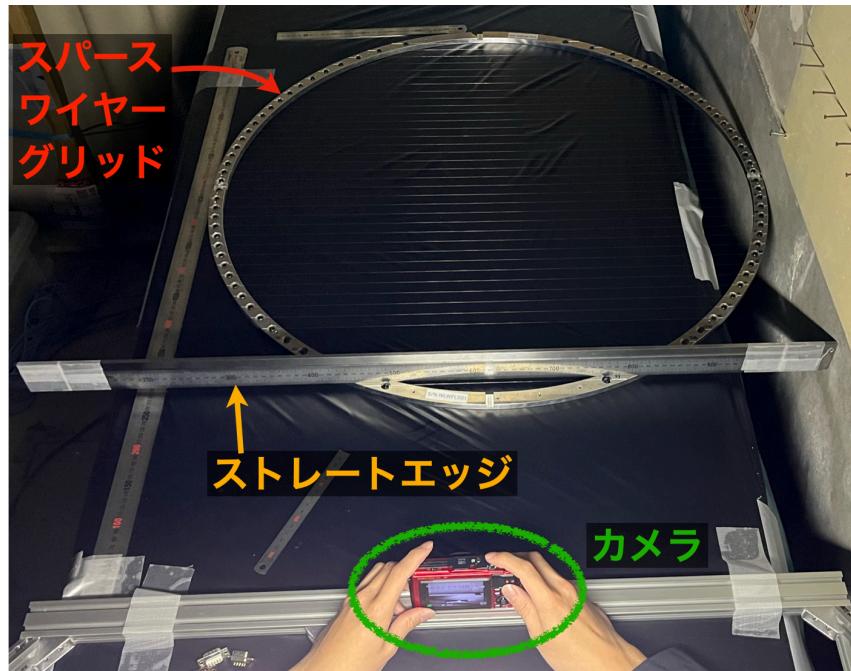


図 1.2: 先行研究におけるワイヤーのたわみを評価する系の概要。スパースワイヤーグリッドの上にストレートエッジを置き、ストレートエッジとワイヤーが同時に映る写真をカメラで撮影している。

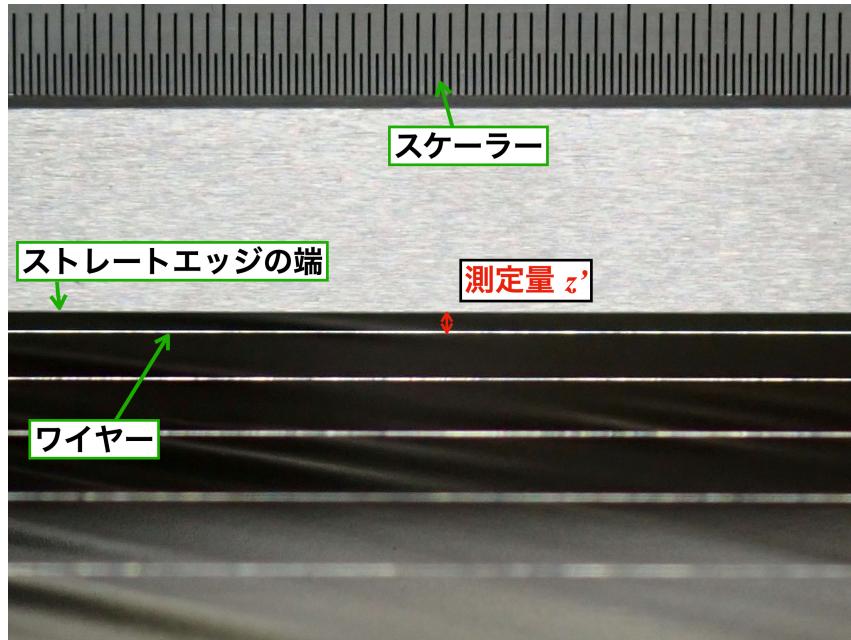


図 1.3: 先行研究でのワイヤーのたわみの評価にて撮影された写真の例。基準となるストレートエッジとワイヤーが同時に映るように撮影されている。1 pixel が対応する長さを較正するためのスケーラがストレートエッジに取り付けられている。

評価系を横から見たときの概念図を図 1.4 に、評価系を正面から見たときの概念図を図 1.5 に示す。各種パラメータを表 1.1 のように定義すると、 z' とストレートエッジから測った実際のワイヤーのたわみ z の間の関係は

$$z = \frac{z'}{\cos \phi} - \alpha \tan \phi - z_s \quad (1.2)$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{L}{\alpha + \beta} \right) \quad (1.3)$$

となる。写真をワイヤーの両端・中心で撮影することで z_{left} , z_{center} , z_{right} を測定し、たわみ量 d_{sag} をあ

$$d_{\text{sag}} = z_{\text{center}} - \frac{1}{2}(z_{\text{left}} + z_{\text{right}}) \quad (1.4)$$

と評価し、式 (1.1) を用いてたわみ角 θ_{sag} を評価する。39 本のワイヤーに対してこの評価を行った結果が、図 1.6 である。横軸の wire number はワイヤーの通し番号であり、縦軸はたわみ量を表す。先行研究 [?] では、たわみ角 θ_{sag} の平均値が 0.02° 、各 θ_{sag} の誤差の平均値が 0.03° であると評価されている。これらの和をとることで、ありうる最大のたわみ角を $< 0.05^\circ$ と評価した。

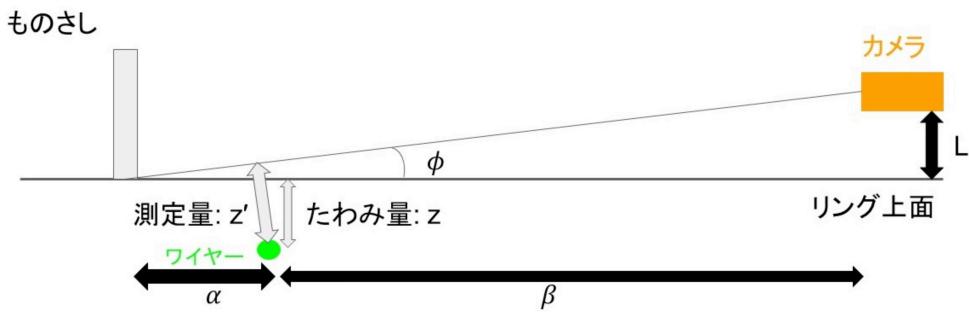


図 1.4: 先行研究におけるワイヤーのたわみを評価する系の概念図 [?]

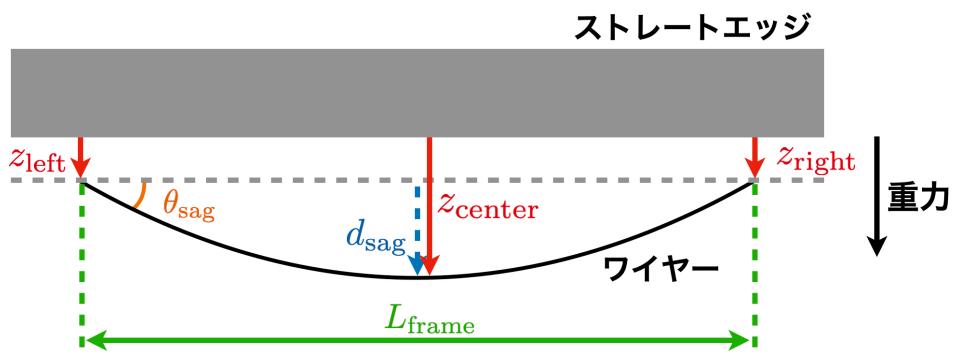


図 1.5: 先行研究におけるワイヤーのたわみを評価する系を正面からみたときの概念図。
 z_{left} , z_{center} , z_{right} を測定することでたわみ量 d_{sag} を評価する。

表 1.1: たわみ評価における各種パラメータの定義

パラメータ	定義
L	アルミニウムリング上面からカメラまでの鉛直距離
ϕ	ストレートエッジの下端を見るカメラの視線がリング上面となす角
α	ストレートエッジからワイヤーまでの水平距離
β	カメラからワイヤーまでの水平距離
z_s	ストレートエッジの真直度
z	オフセット付きのワイヤーのたわみ量
z'	カメラで撮影した画像から測定されるストレートエッジとワイヤーの距離

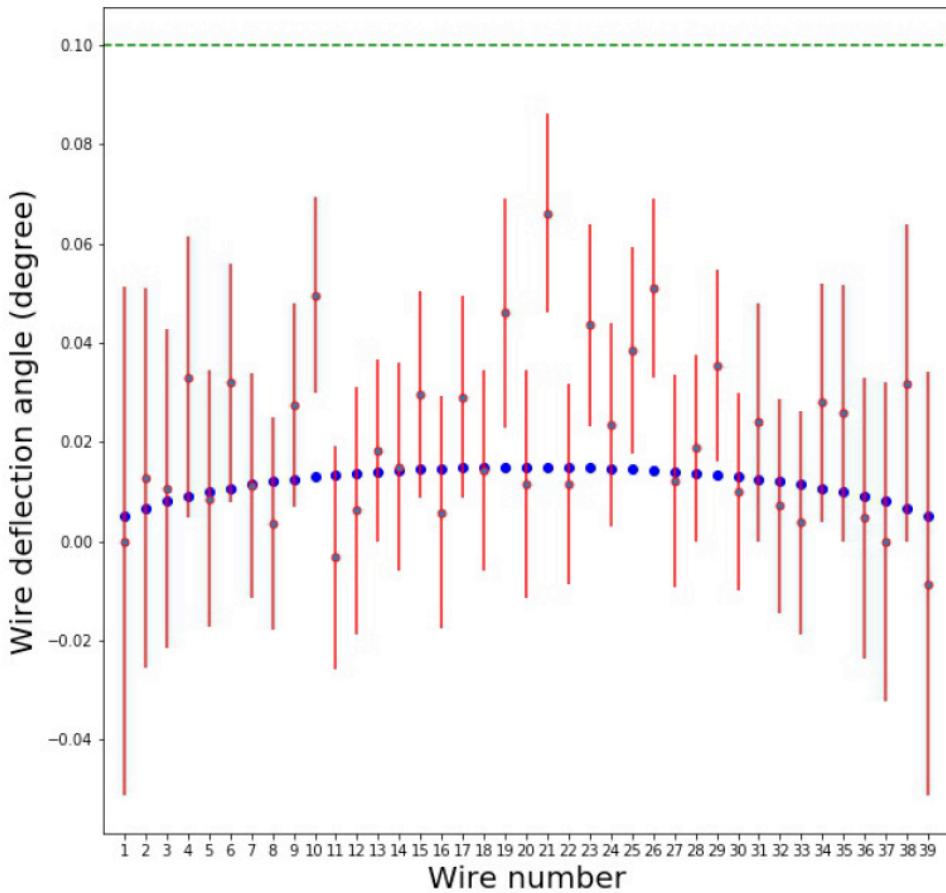


図 1.6: ワイヤーのたわみ評価の結果の例 [?]

1.1.2 過去の測定手法の問題点

先行研究 [?][?] による手法には、いくつか問題点がある。1つ目の問題点は、その測定精度が低いことである。これにより、たわみ量の系統誤差への寄与を必要以上に大きく見積もっている疑いがある。また、図 1.6 にて示されているように、各々のワイヤーに対してたわみ量が期待される量からどの程度外れているかを判別できておらず、品質の低いワイヤーを選別できていない。

もう 1 つの問題点は、その測定手法が人力にて行われていたことである。写真の撮影は 39 本のワイヤーに対してそれぞれ 3箇所で行われており、撮影に必要なストレートエッジの位置の調整、カメラの位置の調整といった作業が全て人力で行われていた。その作業時間は 1 つのスペースワイヤーグリッドに対して累計 4 時間程度であり、スペースワイヤーグリッドの量産、品質の保証・管理のために繰り返し測定することが困難である。また、人力での測定はその測定結果に人依存のバイアスを産む可能性がある。

1.1.3 開発目標の設定

以上の問題点を解決するため、

1. 全てのワイヤーのたわみ量を自動的に評価可能であること
2. ワイヤーのたわみ量を $\mathcal{O}(10 \mu\text{m})$ 程度の精度で評価可能であること

という 2 点の開発目標をもって新たなワイヤーのたわみ量の評価系を開発した。

1.2 評価系の概要と評価原理

1.2.1 評価系の概要

本研究で開発した評価系の概観を図 1.7 に示す。また、評価系を正面から見たときの概略図を図 1.8 に示す。基本的な評価原理は??項にて述べた過去の手法と同様である。ストレートエッジとワイヤーを同一写真内に映るように撮影することでストレートエッジとワイヤー間の距離 z を測定し、ワイヤーのたわみを評価する。今後の説明のため、撮影された写真の例を図 1.9 に示す。より高精度な評価と自動化を実現するため、過去の評価系をもとに以下のような変更を加えた評価系を作成した。

1. スペースワイヤーグリッドを鉛直方向に立てて撮影を行う
2. スペースワイヤーグリッドとカメラをアクチュエータを用いて自動的に動かす
3. 一つのワイヤーに対して両端と中央だけでなく、複数の位置で撮影を行う

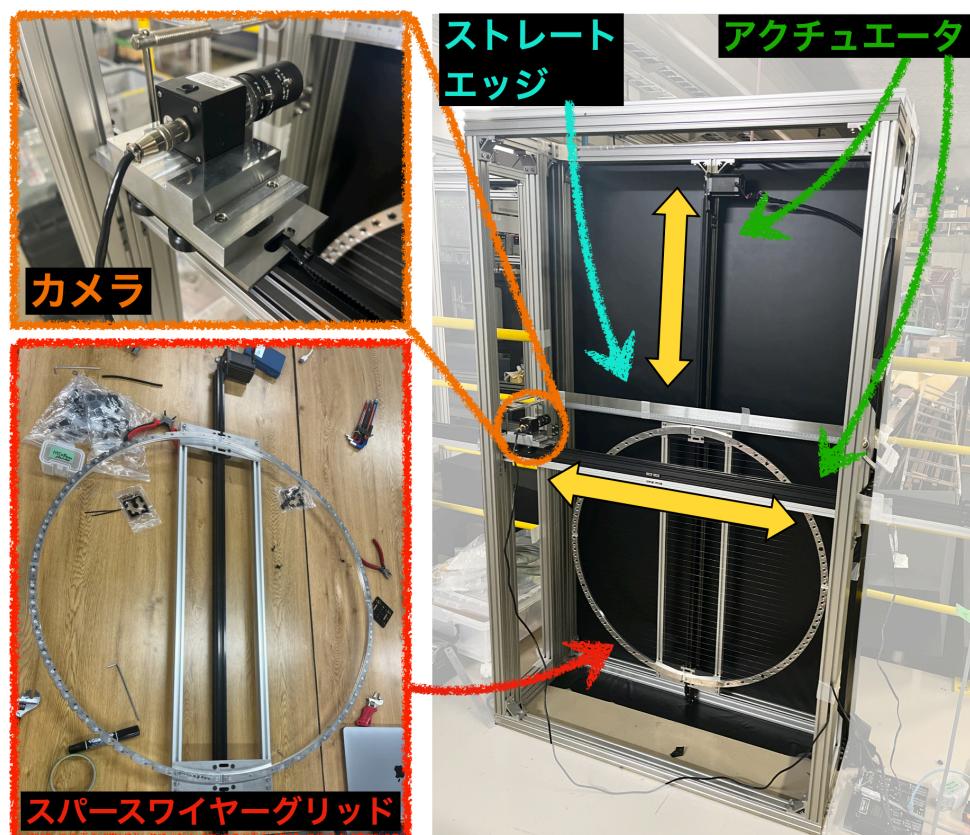


図 1.7: ワイヤーのたわみ量評価系の概観。2 つのアクチュエータによりスペースワイヤーグリッド・カメラを動かし、自動で撮影を行う。

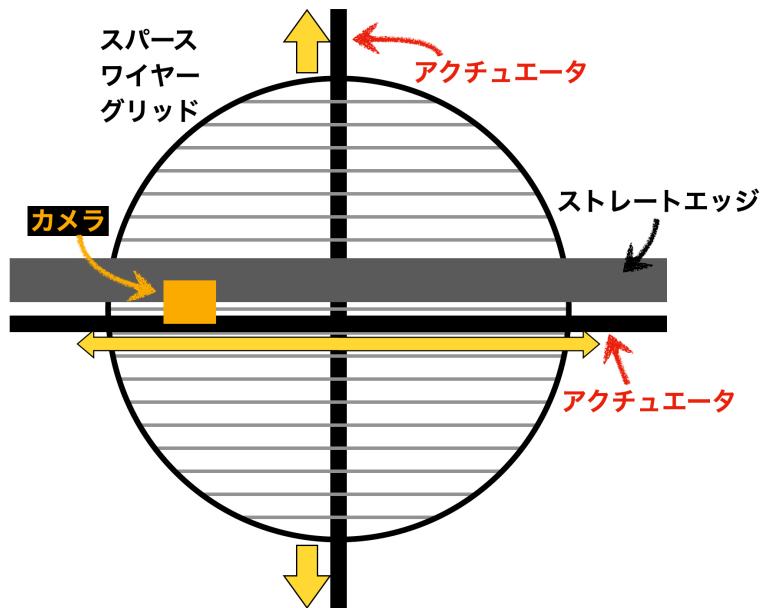


図 1.8: 開発したワイヤーのたわみ量評価系を正面から見た概念図。

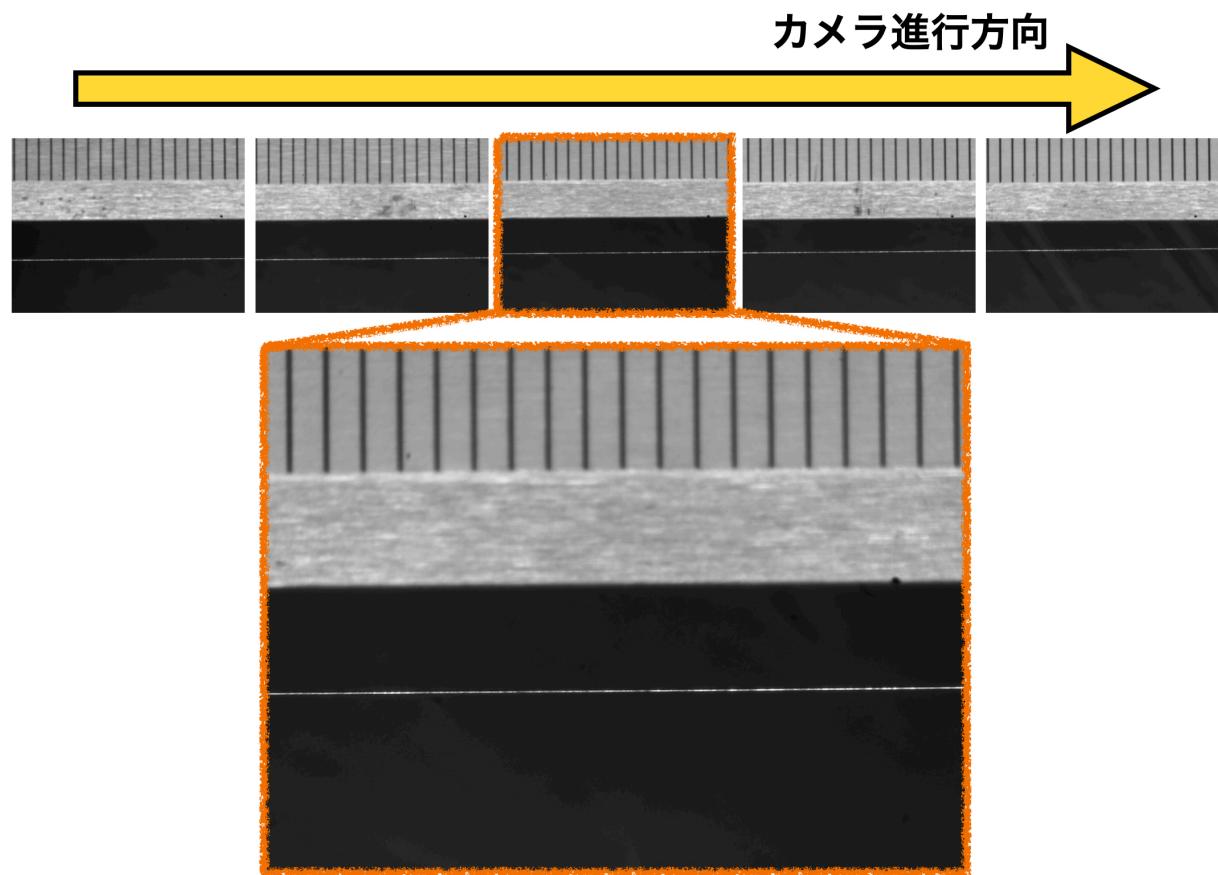


図 1.9: 撮影されたストレートエッジとワイヤーの写真的例。1つのワイヤーに対してカメラ動かし、複数の位置で撮影したものを並べた。

アクチュエータによる自動化を容易にするため、スペースワイヤーグリッドを鉛直方向に立てる(図 1.7 右)。たわみの測定の基準となるストレートエッジはスペースワイヤーグリッドの目の

前 5 mm のところに固定されている。また、ストレートエッジにはカメラの 1 pixel が対応する長さを較正するためのスケーラが取り付けられている。2つのアクチュエータによってスパースワイヤーグリッド(図 1.7 左下)を鉛直方向に、カメラ(図 1.7 左上)を水平方向に動かす。どちらのアクチュエータもベルト駆動式であり、ステッピングモーターを用いて位置制御を行うことができる。スパースワイヤーグリッドに取り付けられたアクチュエータは、ストレートエッジと 39 本あるワイヤーのうち 1 つをカメラの画角に収まるように近づけるために使用される。(図 1.7 中の上下に伸びた黄色矢印方向に動く。) カメラに取り付けられたアクチュエータは、1 本のワイヤーに対して横方向に撮影位置を変え、ストレートエッジとワイヤーの距離を複数の位置で測定するために使用される。(図 1.7 中の左右に伸びた黄色矢印方向に動く。) 複数の位置で撮影することにより、ワイヤー両端と中心でしか撮影していなかった過去の手法よりも高い精度でたわみ量を評価することができる。また、カメラを動かすアクチュエータのレール下には LED テープライトを取り付け、撮影時にワイヤーを一様に照らすことで、撮影位置によって光量が変わることがないようにした。表 1.2 に、使用した機材の詳細をまとめる。

表 1.2: 使用した機材の詳細。

機材	メーカー	型番
ストレートエッジ	大西測定株式会社	140-1000B
アクチュエータ (カメラ用)	Openbuilds	V-Slot NEMA 17 Linear Actuator (Belt Driven)
アクチュエータ (スパースワイヤーグリッド用)	Openbuilds	V-Slot NEMA 23 Linear Actuator (Belt Driven)
ステッピングモーター (スパースワイヤーグリッド用)	Openbuilds	NEMA 23 Stepper Motor - High Torque Series
アクチュエータコントローラ	Galil	DMC-4020

1.2.2 評価原理

まず、理想的な評価系について考える。図 1.10 に評価原理の概念図を示す。 x_0, x_1, \dots, x_n は撮影箇所の位置を表し、 z_0, z_1, \dots, z_n は各写真から測定されるストレートエッジとワイヤーの距離である。得られた x_i, z_i を横軸 x 、縦軸 z でプロットすると、ワイヤーの概形を表す曲線が得られる。ワイヤーの理論曲線はワイヤーの素材、かかっている張力により決まるカテナリー曲線であるため、得られた曲線をカテナリー曲線で fitting することでワイヤーのたわみ量を評価することができる。

ワイヤーの概形を表すカテナリー曲線は、 T をワイヤーにかかる張力、 ρ_W をワイヤーの密度、 R_W をワイヤーの半径、 L_{frame} をワイヤーを固定している両端間の距離として

$$f(x; a) = a \cosh \left(\frac{x + L_{\text{frame}}/2}{a} \right) - a \cosh \left(\frac{L_{\text{frame}}}{2a} \right) \quad (1.5)$$

$$a = \frac{T}{\rho_W \cdot \pi R_W^2} \quad (1.6)$$

と表される^[?]。なお、この式は原点 $(0, 0)$ と $(L_{\text{frame}}, 0)$ を通る拘束条件を課したカテナリー曲線を表している。スパースワイヤーグリッドにはタングステン製のワイヤーを使うため、その密度はタングステンの密度 $\rho_W = 19.3 \text{ g/cm}^3$ であり、ワイヤーの半径は $R_W = 0.1 \text{ mm}$ である。 L_{frame} はどのワイヤーを評価するかによって異なる。図 1.11 のようにスパースワイヤーグリッドに張ら

れたワイヤーに通し番号をつけたとき、スペースワイヤーグリッドの内径が 790 mm であり、ワイヤー間のピッチが 20 mm であることから、 n 番目のワイヤーにおける $L_{\text{frame},n}$ は

$$L_{\text{frame},n} = 2\sqrt{395^2 - (20 \cdot (19 - n))^2} [\text{mm}] \quad (n = 1, 2, \dots, 19) \quad (1.7)$$

と表される。以下ではワイヤー番号を省略し、単純に L_{frame} と表す。 a は張力に関わるパラメータであり、ワイヤーが緩んでいることを示す指標となる。そのため、得られた測定値 (x_i, z_i) に対して、カテナリー曲線のパラメータ a を fitting parameter として fitting を行い、best fit により得られた a を用いてワイヤーのたわみ量を算出する。式(1.5)より、張られたワイヤーの中心部で生じるたわみ量は

$$d_{\text{sag}} = f(L_{\text{frame}}/2; a) \quad (1.8)$$

$$= a \left[1 - \cosh \left(\frac{L_{\text{frame}}}{2a} \right) \right] \quad (1.9)$$

であり、たわみ角 θ_{sag} は

$$\theta_{\text{sag}} = \arctan \left(\frac{d_{\text{sag}}}{L_{\text{frame}}/2} \right) \quad (1.10)$$

となる。

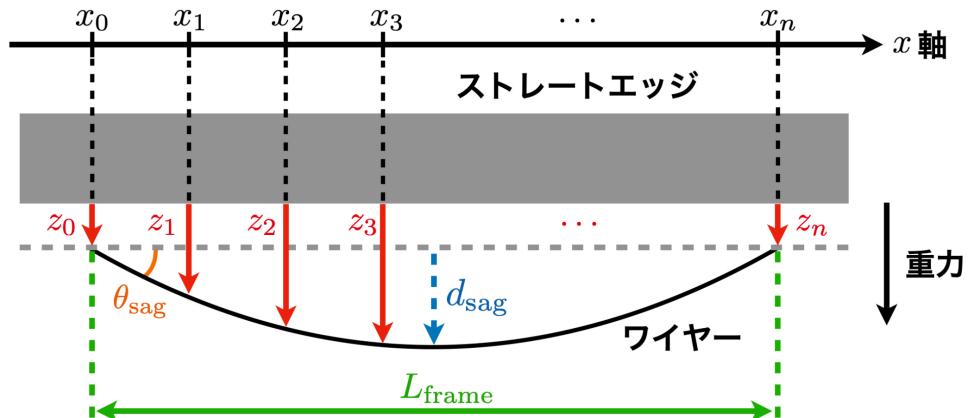


図 1.10: ワイヤーのたわみ量の評価原理

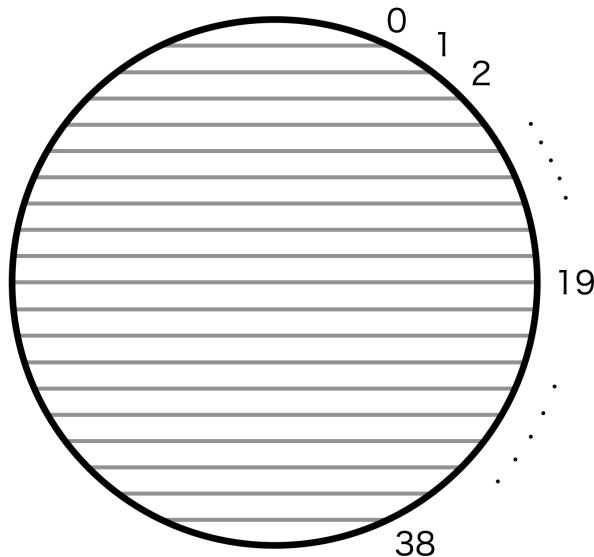


図 1.11: スペースワイヤーグリッドにおけるワイヤー番号

評価系が理想的でない場合について考える。実際の評価系においてはカメラの回転、水平面からのストレートエッジの傾き、スペースワイヤーグリッドの回転により、重力方向を見誤る効果が生じる。これは測定した z が重力に沿う方向で測っていないことを意味し、その効果を消去するためには補正が必要である。そこで、

1. カメラの回転とストレートエッジの傾きによる効果
2. スペースワイヤーグリッドの回転による効果

と分け、それぞれの効果がどのように z に影響を与えるか、もしくはどのように補正をするべきかについて考える。

カメラの回転とストレートエッジの傾きによる効果

カメラの回転による効果を消すためには、ストレートエッジが水平になるように画像を回転させればよい。図 1.12 に、回転前後のストレートエッジとワイヤーの概念図を示す。 θ_{camera} はカメラの回転角を表し、 θ_{SE} はストレートエッジの傾きを表す。回転後の系においてストレートエッジに垂直な方向にワイヤーまでの距離を測り、 z として算出する。ただし、この回転はストレートエッジが傾いている効果を消去しない。測定された z と本来測るべき z_{true} との間にストレートエッジの傾きにより生じる誤差について考える。図 1.12 より、 z と z_{true} の関係は

$$z = z_{\text{true}} \cos \theta_{\text{SE}} \quad (1.11)$$

$$\simeq z_{\text{true}} \left(1 - \frac{\theta_{\text{SE}}^2}{2} \right) \quad (1.12)$$

と表される。ストレートエッジの傾き θ_{SE} は、ストレートエッジが長さ 1000 mm であるのに対して両端の高さのはずれは多くても 10 mm 程度であることから、 $\theta_{\text{SE}} \sim 0.01 \text{ rad}$ と見積もられる。したがって、 z と z_{true} の間に生じる誤差は多くとも 0.01 % 程度であり、無視できる。

以上をまとめると、カメラの回転とストレートエッジの傾きによる効果を補正するには、ストレートエッジが水平になるように画像を回転させればよいということがわかる。

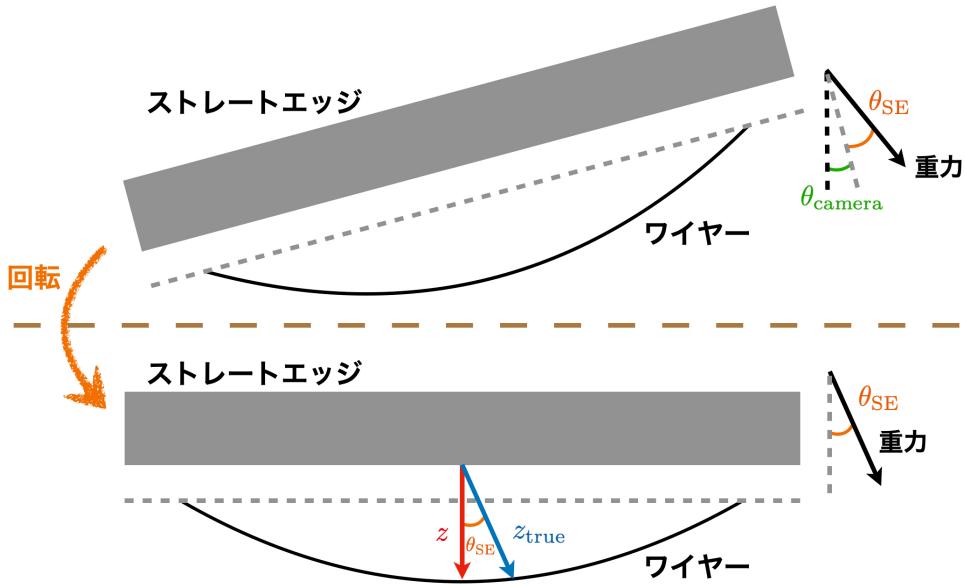


図 1.12: ストレートエッジとワイヤーの回転前後の概念図

スパースワイヤーグリッドの回転による効果

図 1.13 のように、ワイヤーの左端が $(0, 0)$ に位置し、ワイヤーの右端が (X, Y) に位置する場合を考える。ワイヤーの両端を結んだ直線と x 軸のなす角度が θ_{SWG} であり、これはスパースワイヤーグリッドが回転している角度である。このとき、ワイヤーの描くカテナリー曲線は

$$f_{\text{tilt}}(x; a, X, Y) = a \cosh\left(\frac{x + c_1}{a}\right) + c_2 \quad (1.13)$$

$$c_1 = a \sinh^{-1} \left[\frac{Y}{2a \sinh\left(\frac{X}{2a}\right)} \right] \quad (1.14)$$

$$c_2 = -a \cosh\left(\frac{c_1}{a}\right) \quad (1.15)$$

となる。ただし、 X, Y は

$$L_{\text{frame}} = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (1.16)$$

を満たす。ここまでで求めたカテナリー曲線は下に凸なものとして表していたが、測定される z はストレートエッジとワイヤー間の距離であるため、その概形はワイヤーがたわんでいるところが最大の z を取るような上に凸のカテナリー曲線である。したがって、 z の fitting 関数は得られたカテナリー曲線を -1 倍したものであり

$$z_i = -f_{\text{tilt}}(x_i; a, X, Y) \quad (1.17)$$

となる。これを用いて測定値 (x_i, z_i) に対して fitting を行う。こうして得られた a を式 (1.9) に代入することで、ワイヤーのたわみ量 d_{sag} を得る。

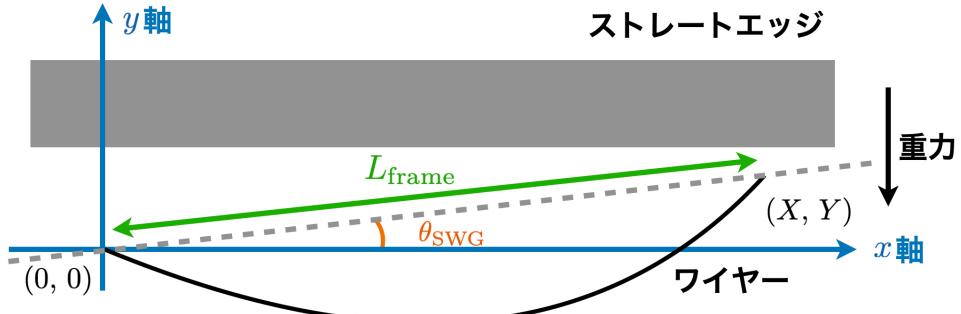


図 1.13: ワイヤーの両端が重力に対して傾いている場合のワイヤーの描くカテナリーの概念図

1.3 解析手法

1.3.1 解析の流れ

撮影された画像は既に図 1.9 にて示した。この図を例として、実際に行う解析の流れを説明する。画像の解像度は 3264 pixel × 2448 pixel である。画像の横軸を x_{pix} 、縦軸を y_{pix} と定め、画像の左上を原点 $(0, 0)$ とする。また、画像の出力フォーマットは yuyv であり、これは各 pixel の輝度に関する情報を失うことなく保存される。一枚の画像に対して代表的なストレートエッジとワイヤー間の距離 z を算出し、たわみ量を評価するため、輝度の情報を用いて以下の手順で解析を行う。

1. スケーラの目盛の輝度を fitting し、その間隔の pixel 数を求めて画像の 1 pixel が対応する長さを決める
2. ストレートエッジの下端の輝度を fitting し、その位置を決める
3. ストレートエッジの下端が水平になるように画像を回転させる
4. ワイヤーの輝度を fitting し、ワイヤーの位置を決める
5. 回転したストレートエッジの位置とワイヤーの位置から z を算出する
6. 複数の写真から得られた z をカテナリー曲線で fitting し、ワイヤーのたわみ量を算出する

1.3.2 スケーラの fitting

図 1.14 に用いた写真、図 1.15 に y 軸の pixel 位置 $y_{pix} = 200$ pixel における輝度を示す。図 1.15 では、横軸を $1100 \text{ pixel} \leq x_{pix} \leq 1700 \text{ pixel}$ に拡大したものを合わせて示している。スケーラの目盛は黒く塗られており、その間は金属により光を反射しているため、その輝度は目盛上で低く、目盛間で高くなる。理想的には、この輝度の変化は階段関数的である。一つの目盛とその周りに対する輝度 $B_{scaler}^{\text{single}}(x_{pix})$ は

$$B_{\text{scaler, ideal}}^{\text{single}}(x_{pix}) = a[\theta(x_{pix} - x_{\text{left}}) + \theta(x_{\text{right}} - x)] + \text{offset} \quad (1.18)$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases} \quad (1.19)$$

のように表す。 a は輝度の最大値と最小値の差からくるパラメータであり、 $x_{\text{left}}, x_{\text{right}}$ は目盛の左端と右端の位置、 offset は輝度のオフセットである。しかし、実際には写真的ピントにより輝度がぼやけてしまい、図 1.15 のように滑らかに輝度が変化する。そこで、この階段関数をシグモイド関数に置き換えることでこの輝度の変化をモデル化する。

$$B_{\text{scaler}}^{\text{single}}(x_{\text{pix}}; a, b, c, d, \text{offset}) = a \left[\frac{1}{1 + \exp(-b(x_{\text{pix}} - c - d))} + \frac{1}{1 + \exp(-b(-x_{\text{pix}} - c + d))} \right] + \text{offset} \quad (1.20)$$

$a, b, c, d, \text{offset}$ は fitting parameter であり、 d は目盛の中心を表す。さらに、写真中には複数のスケーラが写っているため、最終的にスケーラの輝度の fitting 関数 $B_{\text{scaler}}(x_{\text{pix}})$ は

$$B_{\text{scaler}}(x_{\text{pix}}; a_i, b_i, c_i, d_i, \text{offset}) = \sum_{i=1}^{n_{\text{scaler}}} a_i \left[\frac{1}{1 + \exp(-b_i(x_{\text{pix}} - c_i - d_i))} + \frac{1}{1 + \exp(-b_i(-x_{\text{pix}} - c_i + d_i))} \right] + \text{offset} \quad (1.21)$$

と表される。 n_{scaler} は写真中に写っているスケーラの数であり、 offset はすべての目盛に対して共通のパラメータである。

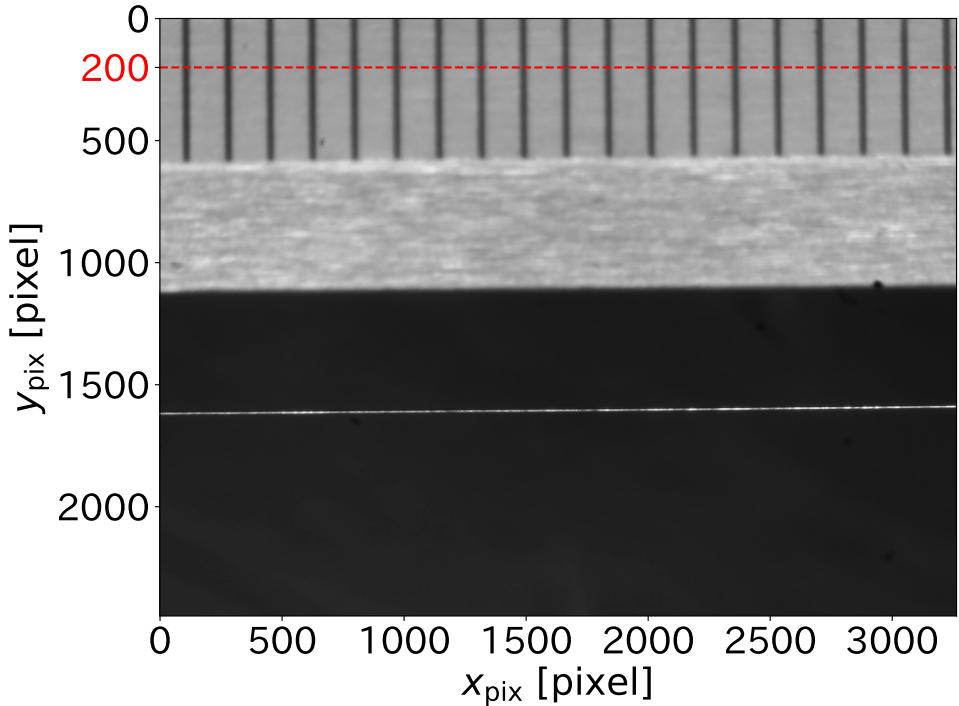


図 1.14: 写真中における $y_{\text{pix}} = 200$ pixel の目安

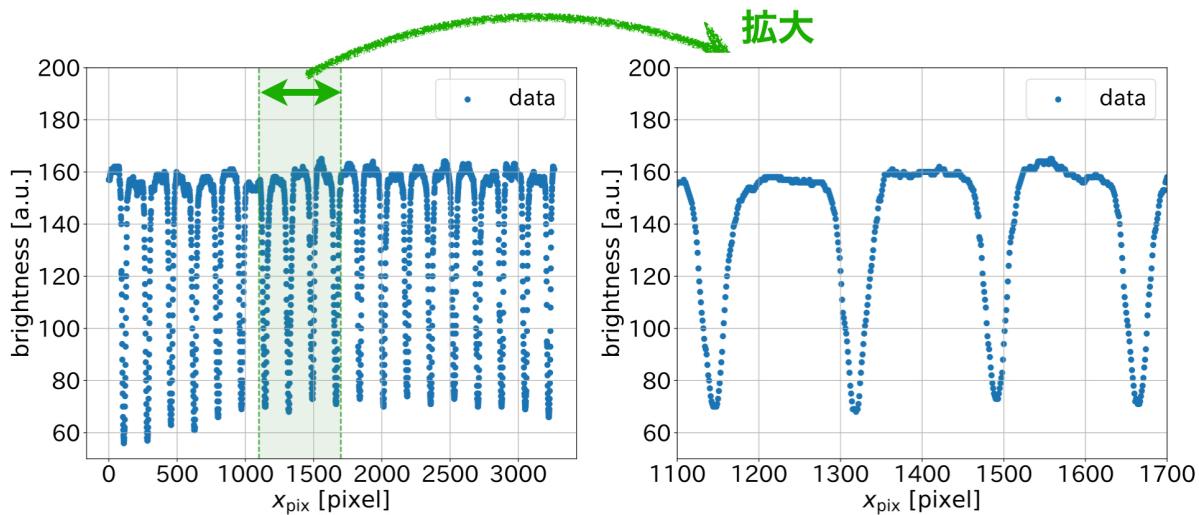
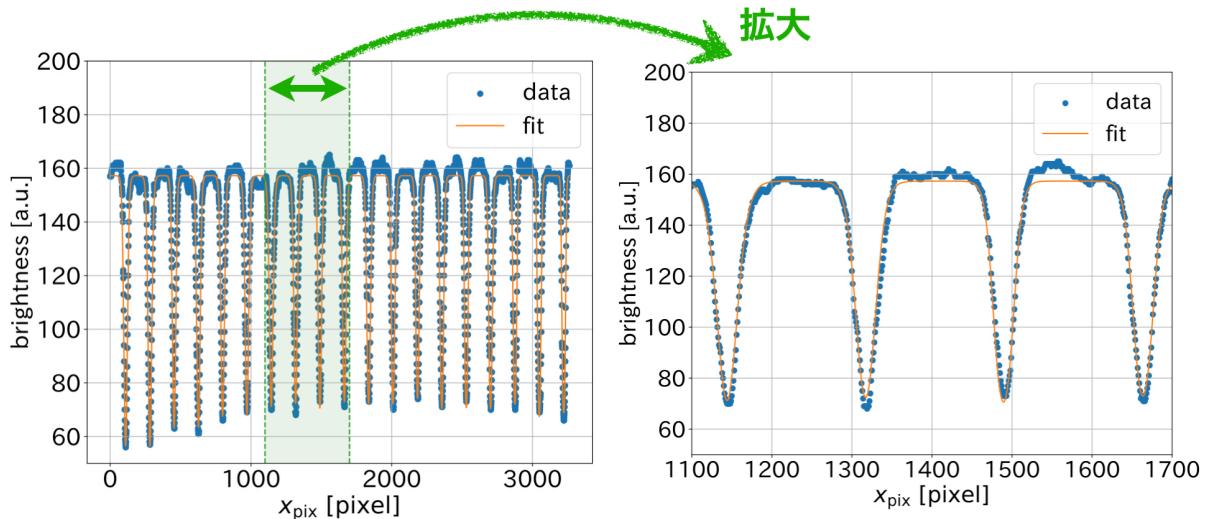
図 1.15: $y_{pix} = 200$ pixel における輝度の例

図 1.16 に実際に fitting した結果を示す。 d_i の fitting error は典型的に 0.02 pixel 程度であった。fitting に求められた d_i から、目盛間の pixel 数を求めるとき、その平均は 173 pixel、標準偏差は 0.007 pixel であった。目盛間は 1.00 ± 0.15 mm であるため、1 pixel が対応する長さは $5.78 \mu\text{m} \pm 0.87 \mu\text{m}$ となった。この誤差に関しては、スケーラの目盛間の距離の誤差が支配的であった。

図 1.16: $y_{pix} = 200$ pixel スケーラの輝度の fitting の結果の例

1.3.3 ストレートエッジとワイヤーの fitting

図 1.17 に撮影した写真、図 1.18 に写真中の x 軸の pixel 位置 $x_{pix} = 1665$ pixel における輝度を示す。図 1.18において、 $x_{pix} < 600$ あたりの緑でマスクされた輝度が低いところはスケーラの目盛の部分を表しており、 $600 < x_{pix} < 1100$ あたりの赤でマスクされた輝度が高くなっている部分がストレートエッジの表面を、その後再び急激に低くなるところがストレートエッジの下端を表している。また、 $1550 < x_{pix} < 1650$ あたりのオレンジでマスクされた輝度が急上昇、急降下している部分がワイヤーを表している。

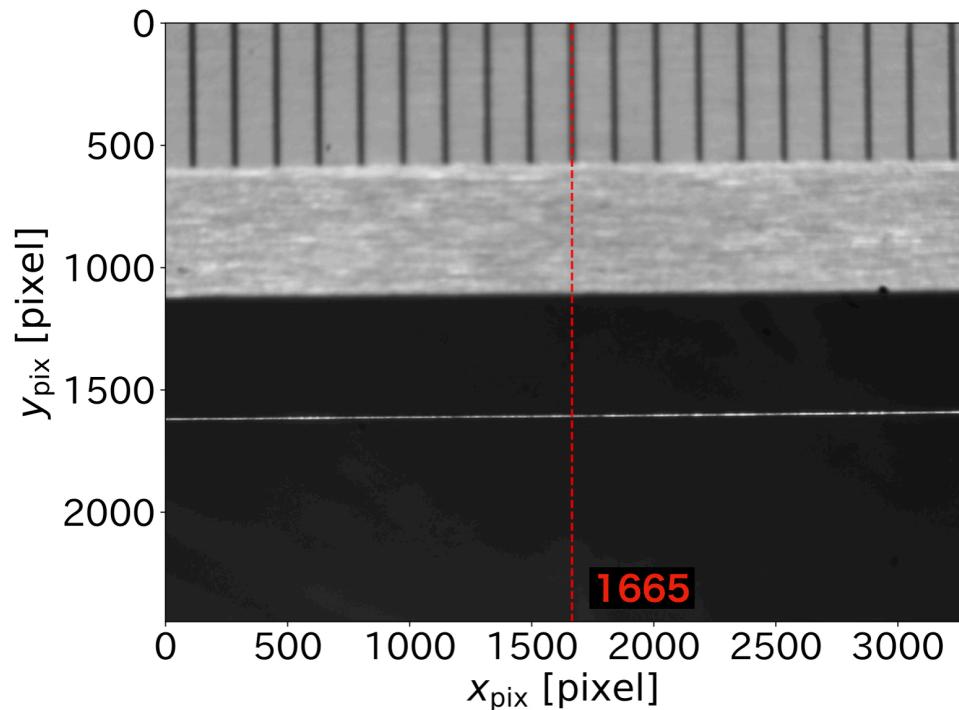
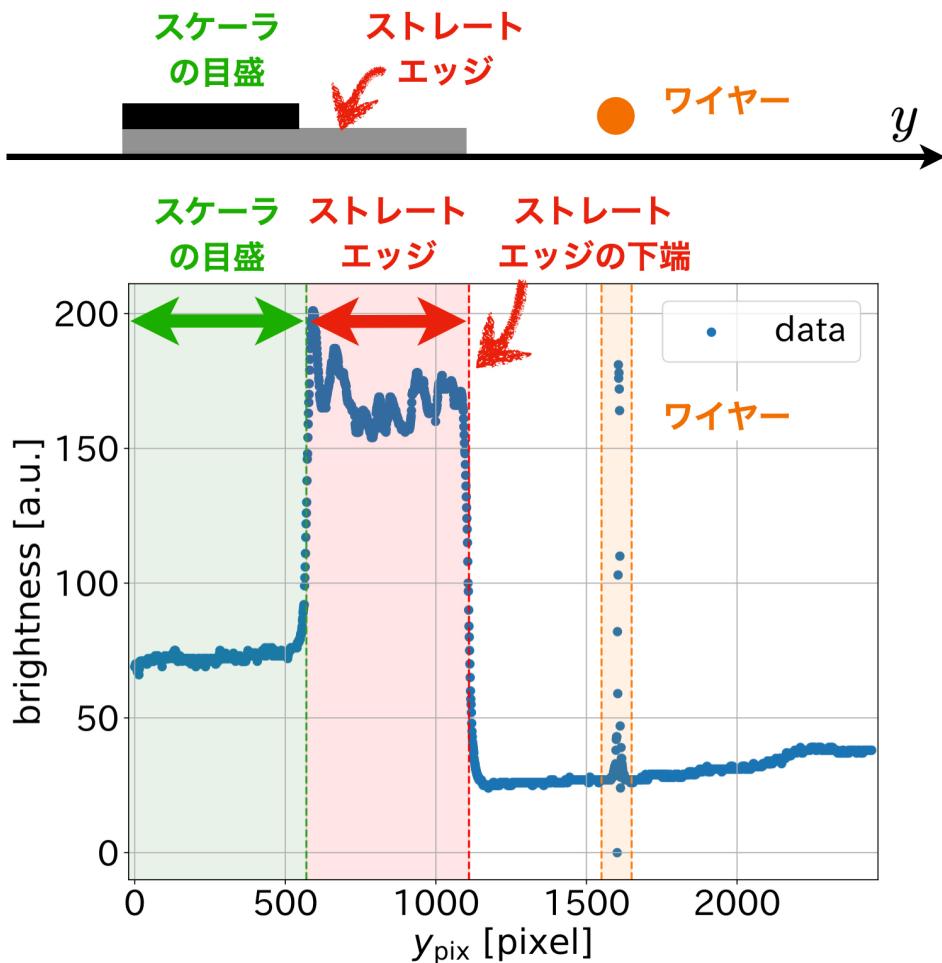


図 1.17: 写真中における $x_{\text{pix}} = 1665$ pixel の目安

図 1.18: $x_{\text{pix}} = 1665 \text{ pixel}$ における輝度の例

1.3.3.1 ストレートエッジの fitting

ストレートエッジの下端の輝度は、理想的な場合は階段関数的である。実際にはカメラのピントによりぼやけてしまうため、シグモイド関数を用いて fitting を行う。つまり、ストレートエッジの下端の輝度 $B_{\text{SE}}(y)$ を

$$B_{\text{SE}}(y; a, b, c, \text{offset}) = \frac{a}{1 + \exp(-b(-y - c))} + \text{offset} \quad (1.22)$$

として fitting を行う。 a, b, c, offset は fitting parameter であり、 c はストレートエッジの下端の y 軸での位置を表す。図 1.19 に実際に fitting した結果を示す。

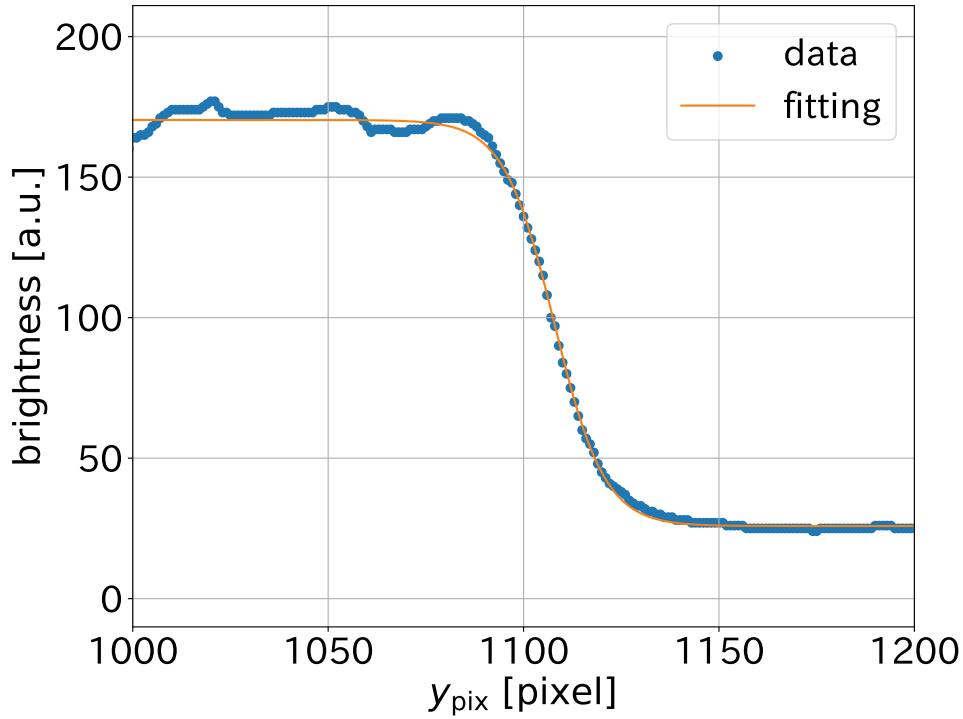


図 1.19: $x_{\text{pix}} = 1665 \text{ pixel}$ におけるストレートエッジの輝度の fitting の結果の例

1.2.2 項にて述べた画像の回転を行うため、ストレートエッジの下端の fitting を $1132 < x_{\text{pix}} < 2132$ (図 1.20 を参照)、すなわち、中心から左右 500 pixel の範囲に対して行い、ストレートエッジの位置を直線で fitting する。図 1.21(a) に、求めたストレートエッジの位置と、それを直線で fitting した結果を示す。また、図 1.21(b) に、ストレートエッジの下端が水平になるように画像を回転させた結果を示す。回転により、ストレートエッジが水平になっていることが確認できる。回転後のストレートエッジの位置の標準偏差は、典型的に 1 pixel 程度であった。

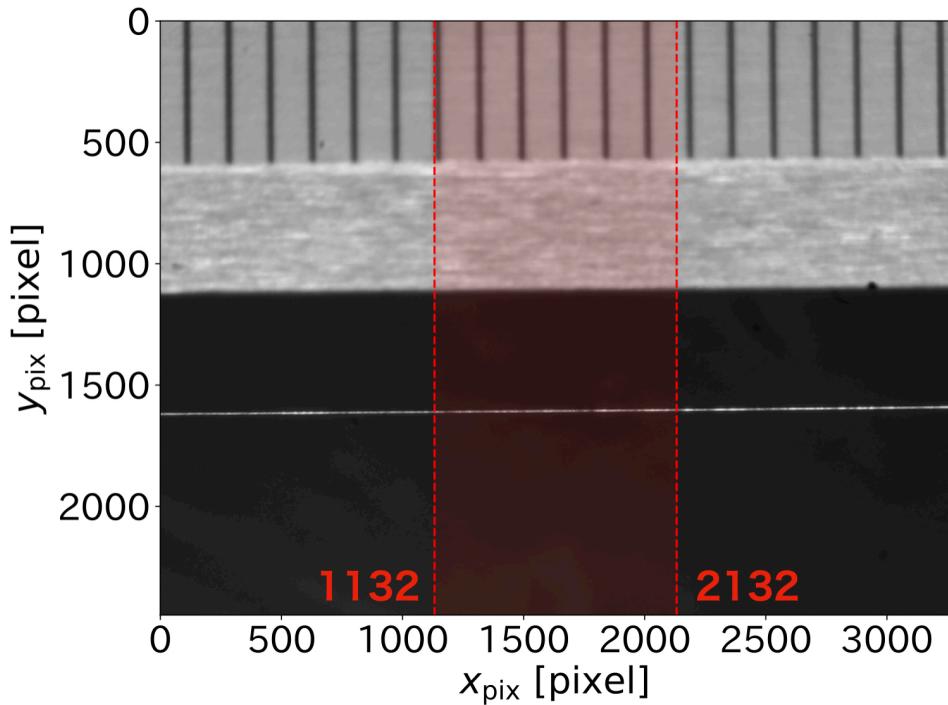


図 1.20: ストレートエッジの fitting の範囲

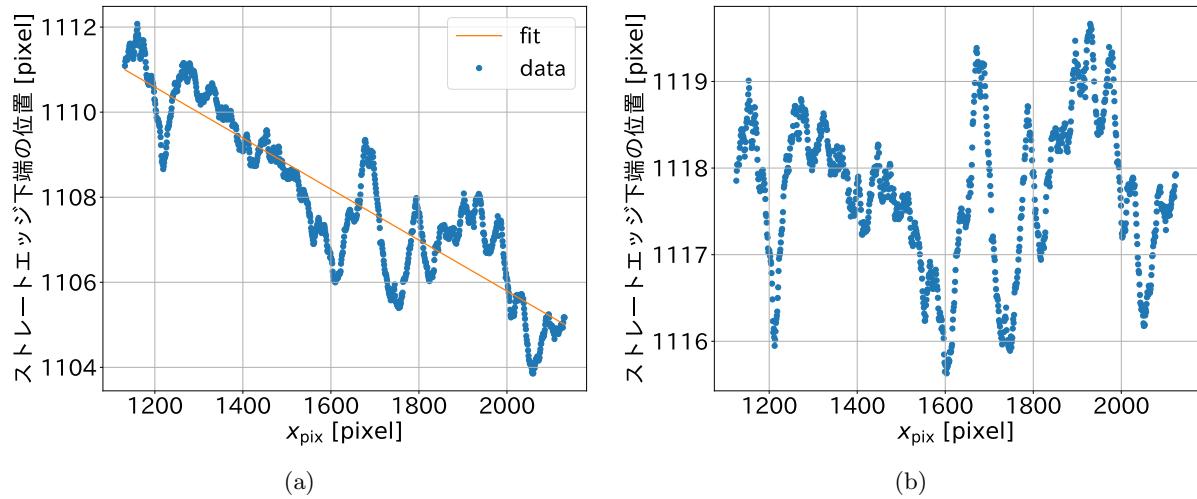


図 1.21: (a) 回転前のストレートエッジの位置と直線による fitting の結果の例 (b) 回転後のストレートエッジの位置の例

1.3.3.2 ワイヤーの fitting

ワイヤーの輝度は理想的には階段関数的であり、急激に輝度を上げた後に急激に下げる。しかし、ワイヤーの直径は 0.1 mm と短く、カメラのピントによりぼやけてしまうため、ガウス関数を用いて fitting を行う。すなわち、ワイヤーの輝度 $B_{\text{wire}}(x)$ を

$$B_{\text{wire}}(x; A, \mu, \sigma, \text{offset}) = A \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) + \text{offset} \quad (1.23)$$

として fitting を行う。 $A, \mu, \sigma, \text{offset}$ は fitting parameter であり、 μ はワイヤーの中心の位置を表す。図 1.17 におけるワイヤーの部分を実際に fitting した結果を図 1.22 に示す。

一枚の画像に対して、ストレートエッジとワイヤーの距離 z は複数の x_{pix} に対してワイヤーの位置を求め、平均して算出することにした。たわみが大きいようなワイヤーに対しては、画像の中でもその位置を大きく変えてしまう。これを考慮して、 $1132 < x_{\text{pix}} < 2132$ の範囲に対してワイヤーの位置を求めることにした。また、前項にて行ったストレートエッジを水平にするための回転をここでも行う必要がある。回転前後のワイヤー位置を図 1.23 に示す。回転後のワイヤーの位置の標準偏差は、ワイヤーのたわみ方によって大きく異なるが、典型的には $\mathcal{O}(1 \text{ pixel})$ 程度であった。

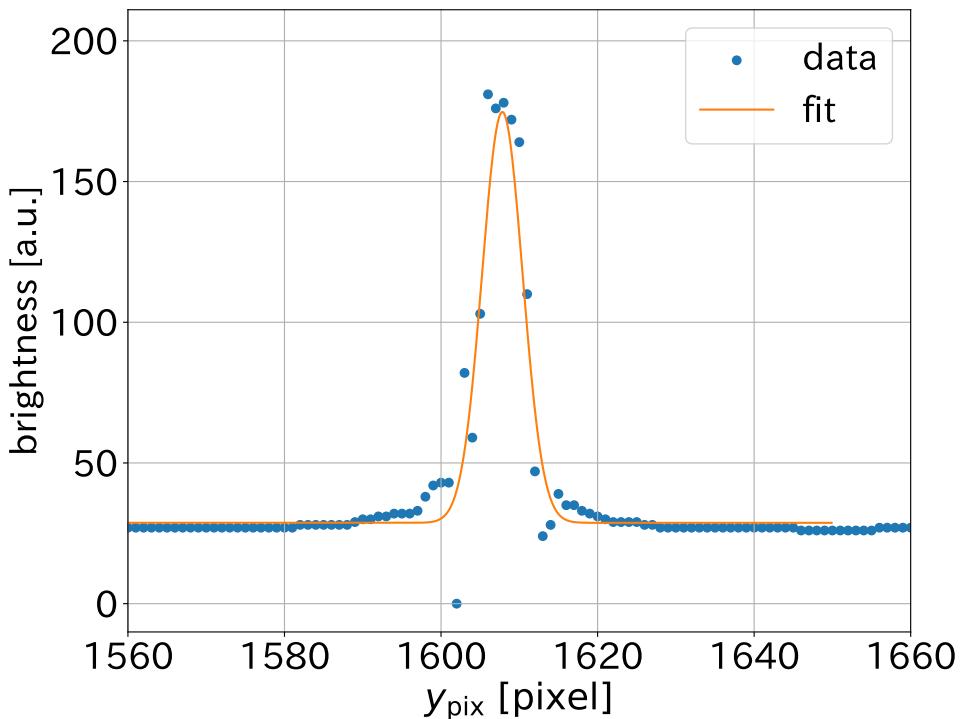


図 1.22: $x_{\text{pix}} = 1665$ pixel におけるワイヤーの輝度の fitting の結果の例

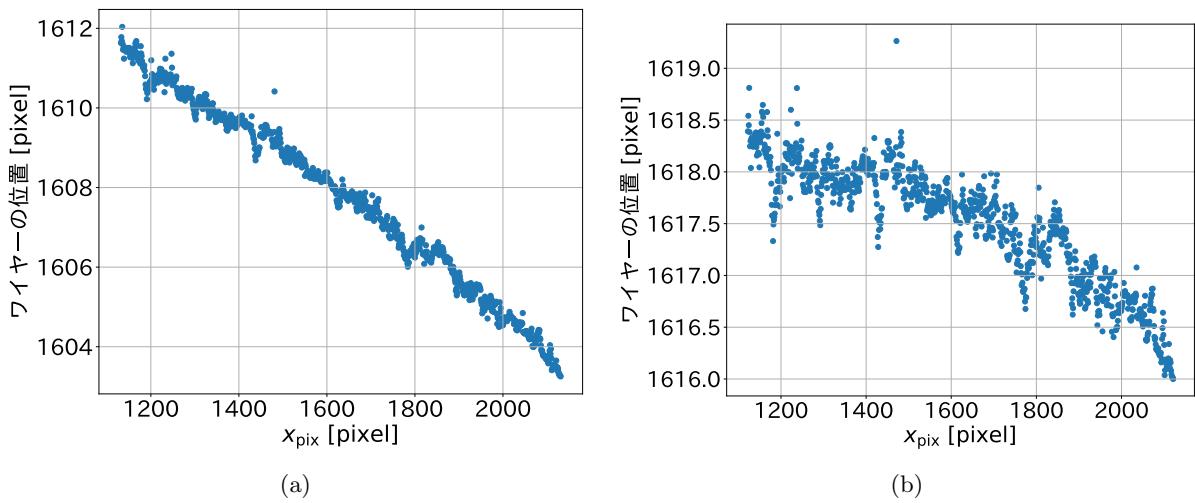


図 1.23: (a) 回転前のワイヤーの位置の例 (b) 回転後のワイヤーの位置の例

1.3.4 z の算出

前々項にて求めた回転後のストレートエッジの位置と、前項にて求めたワイヤーの位置から z を算出する。図 1.24 に、回転後のワイヤーの位置からストレートエッジの位置を引いた値 $y_{\text{wire}} - y_{\text{SE}}$ を示す。この平均を取ることで、 z と誤差 (標準偏差) δz を得る。今回の例の場合、

$$z = 500 \text{ pixel} \quad (1.24)$$

$$\delta z = 1 \text{ pixel} \quad (1.25)$$

であった。スケーラの fitting によれば、1 pixel が対応する長さおよそ $5.78 \mu\text{m}$ であった。これを用いて z と δz を実際の長さに変換すると

$$z = 2890 \mu\text{m} \quad (1.26)$$

$$\delta z = 6 \mu\text{m} \quad (1.27)$$

となる。ここで得られた δz は、統計的な誤差によるものである。このようにして、撮影された画像から代表点として z を一つ算出することができる。

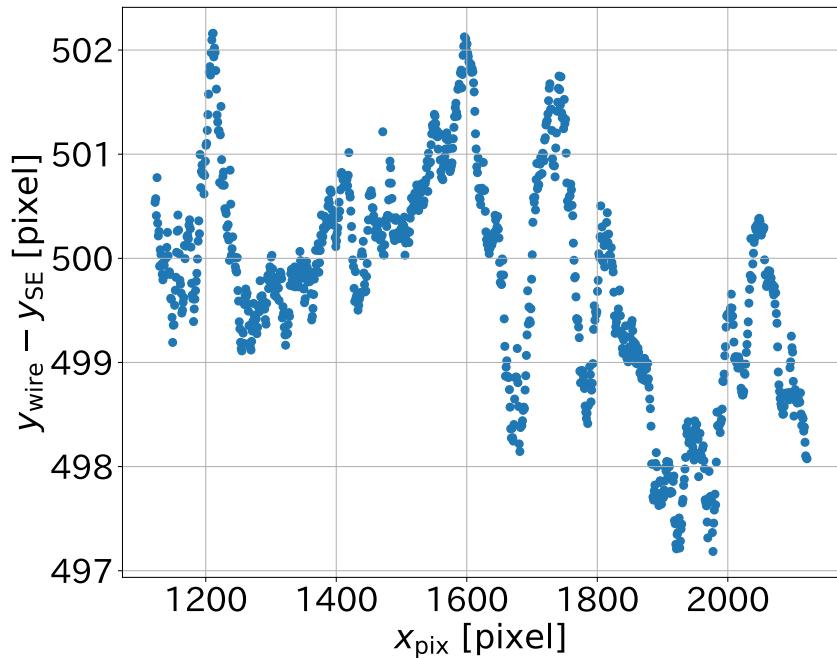


図 1.24: 回転後のワイヤーの位置からストレートエッジの位置を引いた値の例

1.3.5 カテナリーでの fitting

一本のワイヤーに対して複数の写真を撮り、それぞれの写真から得られた z をカテナリー曲線で fitting することで、ワイヤーのたわみ量を算出する。このとき、fitting に用いるカテナリーは式 (1.13) で表されるものである。ただし、式 (1.13) ではワイヤーの左端が $(0, 0)$ に位置していることを仮定していたので、これを並行移動する自由度を入れることで、より一般的なカテナリー

曲線を得る。すなわち、fitting に用いるカテナリー曲線は

$$f_{\text{tilt}}(x; a, X, Y, x_{\text{offset}}, y_{\text{offset}}) = a \cosh\left(\frac{x + x_{\text{offset}} + c_1}{a}\right) + c_2 - y_{\text{offset}} \quad (1.28)$$

$$c_1 = a \sinh^{-1} \left[\frac{Y}{2a \sinh\left(\frac{X}{2a}\right)} \right] \quad (1.29)$$

$$c_2 = -a \cosh\left(\frac{c_1}{a}\right) \quad (1.30)$$

となる。fitting parameter は $a, X, Y, x_{\text{offset}}, y_{\text{offset}}$ であり、 X, Y の間には、式 (1.7) によりワイヤーに対して定まる L_{frame} を用いて

$$L_{\text{frame}} = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (1.31)$$

という拘束条件がある。また、 z はストレートエッジを基準とした距離を表しているので

$$z_i = -f_{\text{tilt}}(x_i; a, X, Y, x_{\text{offset}}, y_{\text{offset}}) \quad (1.32)$$

として fitting を行う。図 1.25 に、 z とカテナリー曲線で fitting した結果を示す。 z の誤差としては、ここまで得られた誤差を考えた。この fitting により求めた a を式 (1.9) に代入することで、ワイヤーのたわみ量 d_{sag} を得る。さらに、求めた d_{sag} を式 (1.10) に代入することで、ワイヤーのたわみ角を得る。今回の例では

$$d_{\text{sag}} = 275 \pm 5 \mu\text{m} \quad (1.33)$$

$$\theta_{\text{sag}} = 0.041^\circ \pm 0.0007^\circ \quad (1.34)$$

を得た。

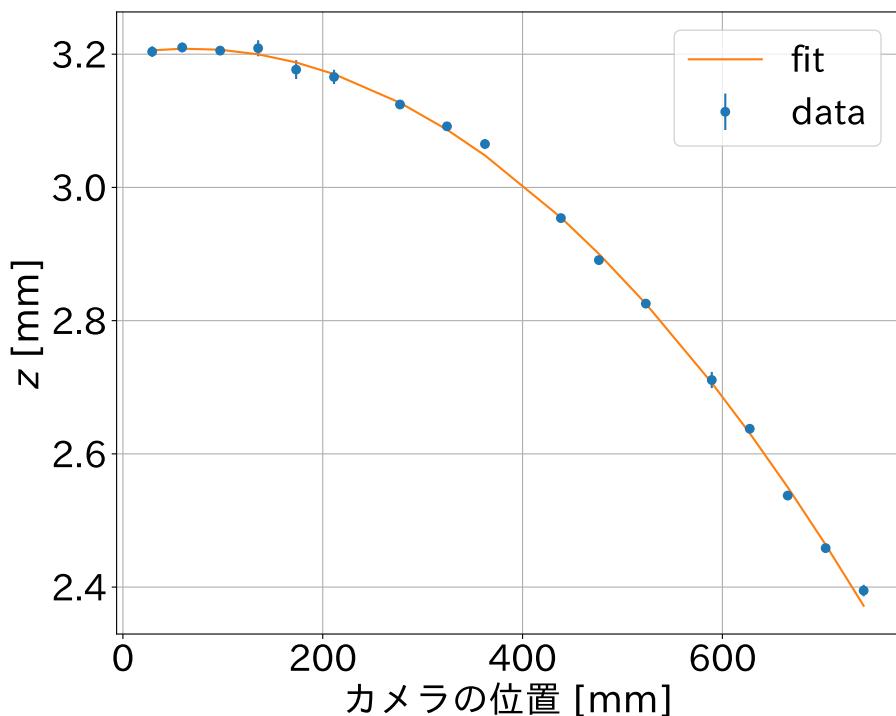


図 1.25: カテナリー曲線で fitting した結果の例

1.4 開発した評価装置の妥当性の検証

1.4.1 検証手法

これまでに述べてきたたわみ量評価装置の妥当性を検証するため、スペースワイヤーグリッドの代わりに重力が既知の重りで張られたワイヤー、つまり、たわみ量が正しく推定できるワイヤーを張り、そのたわみ量を測定する。装置に図 1.26 のような治具をつけ、治具の溝に沿うようにワイヤーを張る。溝は水平方向と鉛直方向を滑らかに接続しており、鉛直方向に出てきたワイヤーにフックをつけ、フックに重りをつけることでワイヤーの張力を調節できるようになっている。実際に装置に治具を取り付け、ワイヤーを張ったときの様子を図 1.27 に示す。このとき、張られたワイヤーの両端間の距離は 757 mm で、重りは 158 g, 178 g, 190 g, 218 g, 228 g, 239 g, 250 g のものを使用した。

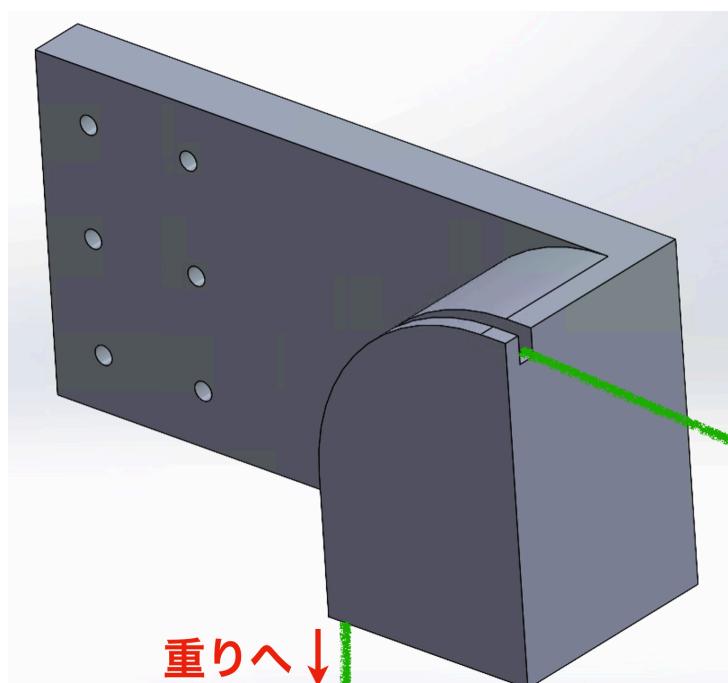


図 1.26: ワイヤーを張るための治具

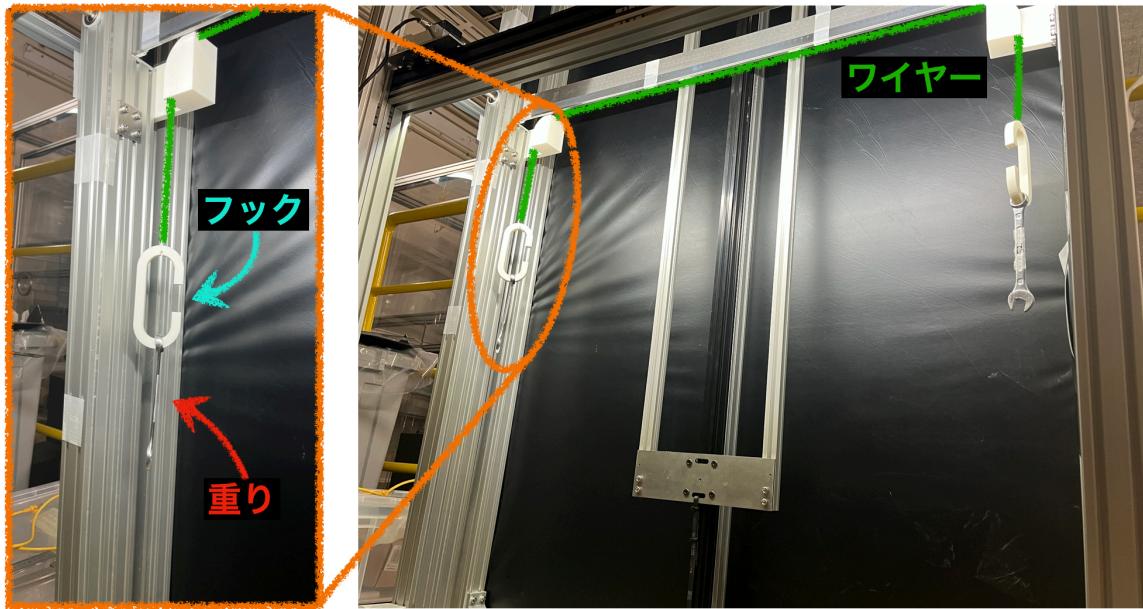


図 1.27: 開発したたわみ量評価装置の妥当性の検証のための測定時の様子

1.4.2 評価結果とその考察

図 1.28 に張力をえた時の評価されたたわみ量の遷移を示す。横軸は吊るした重りの重さ、縦軸はワイヤーのたわみ量を示している。青点は評価されたたわみ量を表し、オレンジの線はワイヤーの長さと重りの重さを決める式 (1.10) より求められる理論的なたわみ量^{*2}を表している。また、参考としてスパースワイヤーグリッドのワイヤーを張る時に使う重りの重さ 230 g のところに点線を入れている。この結果から、得られた評価値と理論値の差は最大で 10 μm 程度であるとわかった。これは、ストレートエッジの幾何公差である 30 μm 、つまり $\pm 15 \mu\text{m}$ と同程度である。そのため、この評価系で評価されるたわみ量の精度は、ストレートエッジの幾何公差である 15 μm と結論づける。

^{*2} 本来ワイヤーの物性を反映させるべきであるが、今回用いているタンクステンワイヤーは十分硬く、今回調査した張力の範囲ではたわみ量に $\mathcal{O}(1 \mu\text{m})$ 程度のずれしか生じないため無視した。

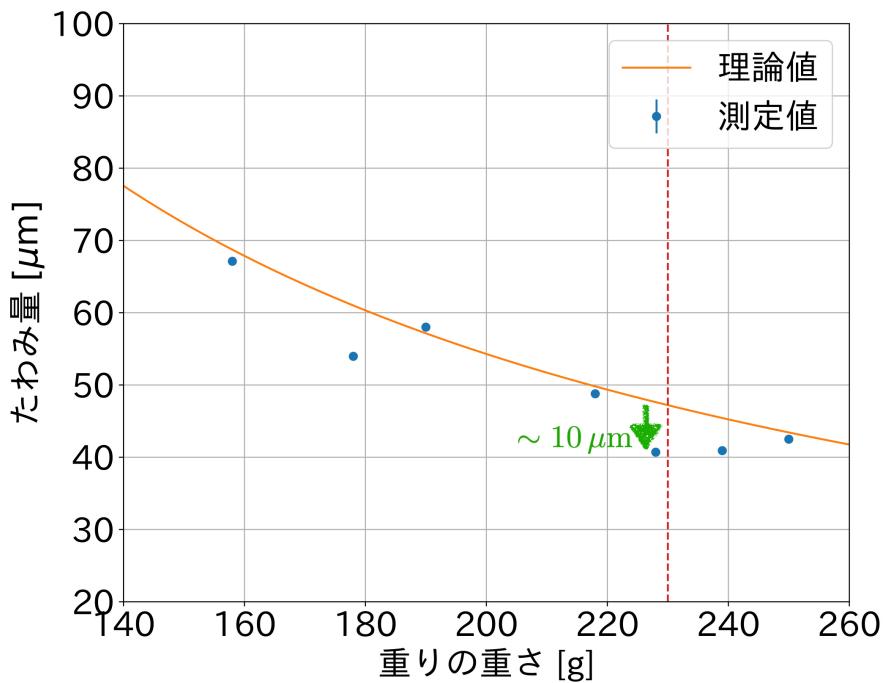


図 1.28: 張力をえた時のたわみ量の変化

1.5 まとめ

本章では、スペースワイヤーグリッドに張られるワイヤーのたわみ量を評価する手法と、その自動化について述べた。2本のアクチュエータを駆使することにより、測定中は人の手を介することなく自動で評価を行うことが可能となった。また、既知の張力がかけられたワイヤーのたわみ量を評価した結果、最大で $10 \mu\text{m}$ のずれが生じた。これはストレートエッジの幾何公差である $\pm 15 \mu\text{m}$ と同程度であり、妥当な値である。この結果から、装置のたわみ量の評価精度は $15 \mu\text{m}$ だと結論づけた。