

# 第1章 宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) 偏光観測

宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background: CMB) とは、宇宙の創生から 38 万年後に物質から脱結合した光子のことであり、我々が観測できる最古の光である。その発見はペンジアスとウィルソンによって 1965 年に行われ<sup>[7]</sup>、その後 Cosmic Background Explorer(COBE) 衛星により強度の周波数依存性 (スペクトル) が測定された<sup>[7]</sup>。測定されたスペクトルは温度が 2.725 K の黒体放射のスペクトルと一致し (図 1.1)、CMB の強度が天球面上の各点においてわずかな違いはあれど、ほとんど一様等方であることも確認された。この事実はかつて宇宙が熱平衡状態にあったことを示し、宇宙が高温高密度の状態から膨張して現在に至るビッグバン宇宙モデルを支持する強力な証拠となった。こうして現代の宇宙論の基礎を築き、発展させてきた CMB は、現在ではその偏光情報からインフレーション宇宙論の証拠を探ることができると期待されている。

本章では、はじめに現在の標準的な宇宙モデルである  $\Lambda$ CDM モデルの概要と抱える問題について述べ、次いでその問題の解決策としてインフレーション宇宙論について述べる。その後、インフレーションが CMB パワースペクトルにどのような変化をもたらすかについて述べ、最後に本論文の構成について述べる。

最後の本章で～の部分は最後に考える。

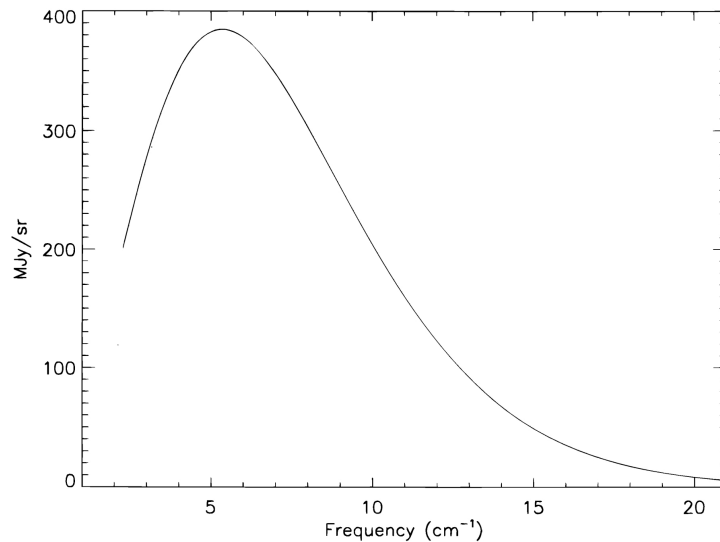


図 1.1: COBE 衛星による CMB のスペクトル測定値を黒体放射のスペクトルで fitting した結果。

## 1.1 $\Lambda$ CDM モデル

現在の標準的な宇宙モデルである  $\Lambda$ CDM モデルについて述べる。まず、アインシュタイン方程式は、計量テンソル  $g_{\mu\nu}$ 、アインシュタインテンソル  $G_{\mu\nu}$  とエネルギー運動量テンソル  $T_{\mu\nu}$  を用

いて

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

とかける。ここで、 $G$  は重力定数、 $\Lambda$  は宇宙定数である。また、自然単位系を採用した。一様等方な宇宙では、その計量はフリードマン・ルメートル・ロバートソン・ウォーカー計量 (以下、FLRW 計量と呼ぶ)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \quad (1.2)$$

で記述される。ここで、 $a(t)$  はスケールファクター、 $K$  は宇宙の曲率を表す。また、宇宙の物質が完全流体であることを仮定すると、エネルギー運動量テンソルを

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

と表すことができる。ここで、 $\rho$  はエネルギー密度、 $P$  は圧力である。エネルギー運動量テンソルを用いてエネルギー保存則を考えると

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P) = 0 \quad (1.4)$$

を得る。式 (1.2)、式 (1.3) を式 (1.1) に代入し、 $(0, 0)$  に注目すると

$$H^2 := \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (1.5)$$

を得る。これをフリードマン方程式と呼ぶ。 $H := \dot{a}/a$  はハッブル定数である。エネルギー密度  $\rho$  は、物質による寄与と放射による寄与とに大別することができる。各々のエネルギー密度  $\rho_m$ 、 $\rho_r$  はそれぞれ  $a^{-3}$ 、 $a^{-4}$  に比例するため、フリードマン方程式は

$$H^2 = H_0^2 \left[ \frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_r}{a^4} + \frac{\Omega_K}{a^2} + \Omega_\Lambda \right] \quad (1.6)$$

と書ける。ここで、 $H_0$  は現在のハッブル定数、 $\Omega_m$ 、 $\Omega_r$ 、 $\Omega_K$ 、 $\Omega_\Lambda$  はそれぞれ物質、放射、曲率、宇宙定数の密度パラメータであり

$$\Omega_m := \frac{8\pi G \rho_m}{3H_0^2}, \quad \Omega_r := \frac{8\pi G \rho_r}{3H_0^2}, \quad \Omega_K := \frac{-K}{H_0^2 a^2}, \quad \Omega_\Lambda := \frac{\Lambda}{3H_0^2} \quad (1.7)$$

と表される。これらの密度パラメータは

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (1.8)$$

を満たすが、これまでの CMB の観測は  $\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = 1$  という結果を示しているため、宇宙は平坦であると考えられている [?]。

$\Lambda$ CDM モデルには、以下の 3 つの問題をもつ。

1. 地平線問題：CMB の温度揺らぎは天球面上のどの方向を見ても  $\Delta T/T \sim 10^{-5}$  と非常に小さい。これは因果関係を持たないはずの 2 点の温度が高い精度で一致していることを意味しており、 $\Lambda$ CDM モデルはこの理由を説明できない。

2. 平坦性問題：これまでの観測によれば、現在の宇宙は曲率がほとんどゼロである。宇宙の曲率の密度パラメータ  $\Omega_K$  は、時間発展とともに成長するため、宇宙初期に遡ると  $\Omega_K$  は不自然なほどに小さくなければならない。
3. モノポール問題：大統一理論などの素粒子標準理論を超えた理論は、しばしば宇宙初期に磁気モノポールが生成されることを预言する。しかし、現在にいたるまで磁気モノポールは発見されていない。

## 1.2 インフレーションモデル

前節にて述べた3つの問題の解決策として有力視されている理論が、宇宙初期において宇宙が指数関数的に膨張したとするインフレーションモデルである。この急激な膨張は因果律を持つ領域を急激に拡大し、空間を平坦にし、モノポールの濃度を薄めることで地平線問題、平坦性問題、モノポール問題を解決することができる。

インフレーションモデルは佐藤、グースらによって1981年に提唱された<sup>[?][?]</sup>が、現在では多種多様なバリエーションを有する<sup>[?]</sup>。ここでは、宇宙初期にインフラトンというスカラー場  $\phi$  によって引き起こされ、スローロール近似を課したインフレーションについて紹介する。

一様等方な宇宙のもとでのインフラトンの運動方程式は

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + c^2 \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (1.9)$$

と与えられる。 $H$  はハッブル定数である。また、曲率  $K = 0$  のフリードマン方程式 (1.5) はインフラトンのエネルギー密度の寄与が主要であるとする

$$3H^2 M_{\text{pl}}^2 = \frac{1}{2c^2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (1.10)$$

となる。 $M_{\text{pl}} = \sqrt{1/8\pi G}$  は換算プランク質量である。ここで、スローロール近似と呼ばれる、インフレーションが十分長い時間続くための近似

$$\left| \frac{\dot{\phi}^2}{V(\phi)} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \right| \ll 1 \quad (1.11)$$

を課す。式 (1.9) と (1.10) から

$$H^2 = \frac{V(\phi)}{3M_{\text{pl}}^2} \quad (1.12)$$

$$\dot{H} = -\frac{\dot{\phi}}{2c^2 M_{\text{pl}}^2} \quad (1.13)$$

を得る。以上から、インフレーション中のスケール因子  $a$  は

$$a \propto e^{\mathcal{N}} \quad (1.14)$$

$$\mathcal{N} := - \int_{t_f}^t H \, d\tilde{t} = - \frac{1}{M_{\text{pl}}^2} \int_{\phi_f}^{\phi} \frac{V}{\partial V / \partial \phi} \, d\tilde{\phi} \quad (1.15)$$

のように指数関数的に増大していく。ここで、 $t$  はインフレーション中の時刻、 $t_f$  はインフレーションが終わる時刻であり、 $\phi_f$  はインフレーションが終わる時刻での  $\phi$  である。 $\mathcal{N}$  は e-folding 数と呼ばれ、典型的に  $50 < \mathcal{N} < 60$  程度だと考えられている。

インフレーションにおけるスケール因子の指数関数的増加は空間の指数関数的膨張を引き起こす。また、この膨張に伴い、時空の量子揺らぎを古典的なスケールに引き延ばす。具体的には、FLRW 計量 (1.2) をデカルト座標系で書き直した上で

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi) dt^2 + a^2(1 - 2\Psi)(\delta_{ij} + h_{ij}) dx_i dx_j \quad (1.16)$$

といった揺らぎを与える。ここで、 $\Phi$  は重力ポテンシャル、 $\Psi$  は曲率揺らぎ、 $h_{ij}$  はテンソル揺らぎを表し、いずれも微少量である。 $h_{ij}$  は重力波として見なすことができ、 $z$  軸正の方向に進む重力波は

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

と 2 つの基本モード (+ モードと  $\times$  モード) を用いて表すことができる。図 1.2 に + モードと  $\times$  モードが作る空間の歪みを示す。

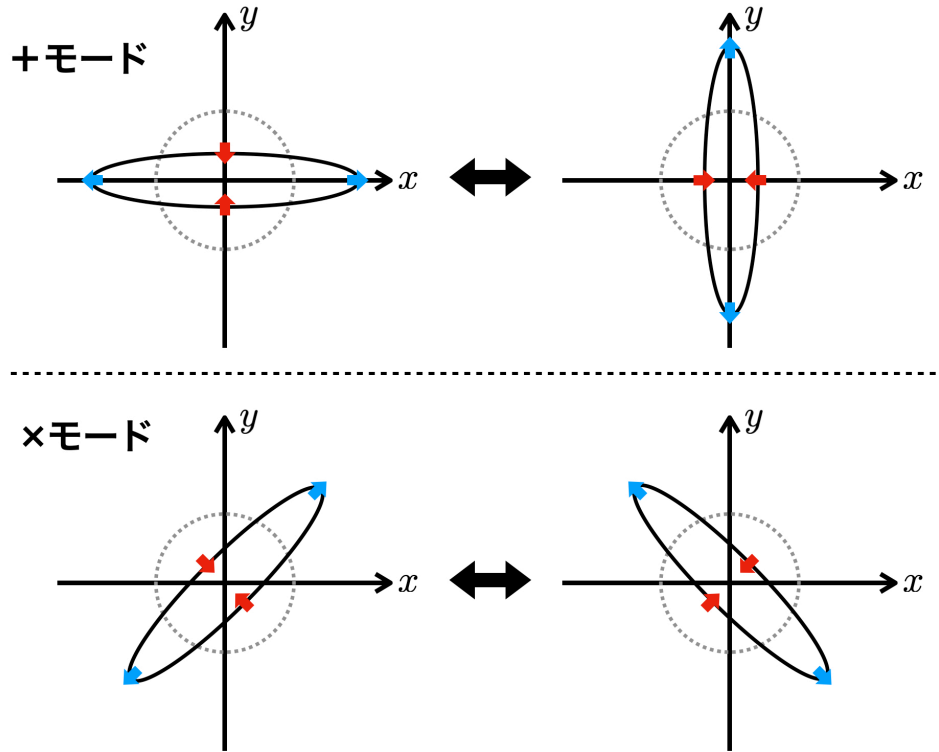


図 1.2: 重力波の + モード (上) と  $\times$  モード (下) が作る空間の歪み。歪みのない時空上での円 (点線) が、時空が歪むことで伸び縮みされ楕円 (実線) になっている。

### 1.3 CMB パワースペクトル

インフレーションによって生じた時空の歪みは、CMB の温度に異方性を作る<sup>[7]</sup>。式 (1.16) 中の  $\Phi$ ,  $\Psi$  はスカラー揺らぎと呼ばれ、CMB の偏光に E モードと呼ばれる偏光パターンを、 $h_{ij}$  はテンソル揺らぎと呼ばれ、B モードと呼ばれる特有の偏光パターンを生む。本節では、はじめに CMB の温度異方性をどのように定式化するか述べ、過去の観測実験による結果を述べる。その後、温度異方性がどのような偏光パターンを生むかについて述べる。

スカラー揺らぎを

### 1.3.1 CMB の温度異方性とパワースペクトル

天球面上の各点における CMB の温度  $T$  に対して、温度揺らぎを  $\Delta T = T - \bar{T}$  と定義する。 $\bar{T}$  は平均温度である。この温度揺らぎ  $\Delta T$  を、球面調和関数  $Y_{\ell m}$  で展開すると

$$\Delta T = \sum_{\ell=1}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m} \quad (1.18)$$

となる。この展開係数  $a_{\ell m}^T$  を用いて、に渡って CMB パワースペクトル  $C_{\ell}^{TT}$  を

$$C_{\ell}^{TT} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} (a_{\ell m}^T)^* a_{\ell m}^T \quad (1.19)$$

と書く。これは座標系によらないという点で優れた統計量となっている。また、 $\ell$  は天球を見込む立体角  $\Delta\Omega$  と対応づいており、おおよそ  $\Delta\Omega \simeq 180^\circ/\ell$  と結びつく。

図 1.3 に Planck 衛星によって観測された CMB の温度異方性の全天マップを示す。また、図 1.4 に同じく Planck 衛星によって得られたパワースペクトルを示す [?]

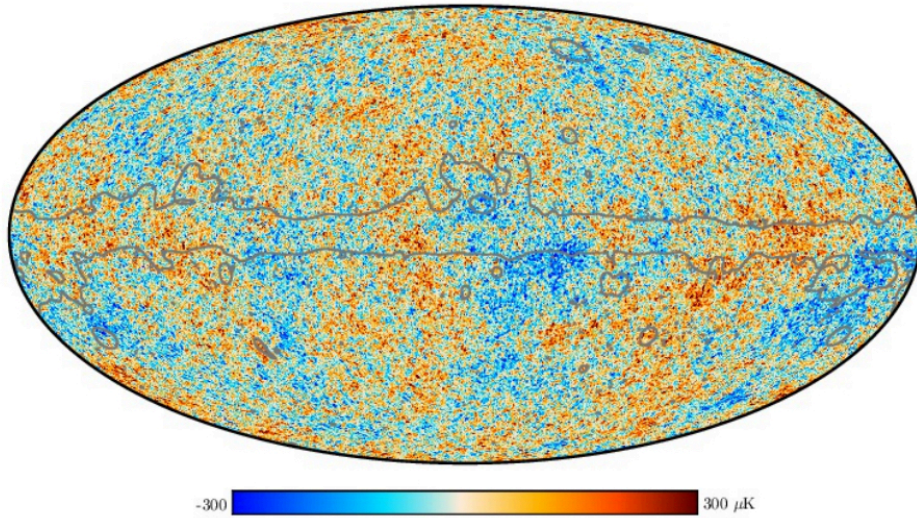


図 1.3: Planck 衛星によって得られた温度異方性の全天マップをモルワイデ図法で描いたもの [?]. 色の分布は平均温度との差を表しており、赤色が平均よりも高温な部分、青色が平均よりも低温な部分を表す。

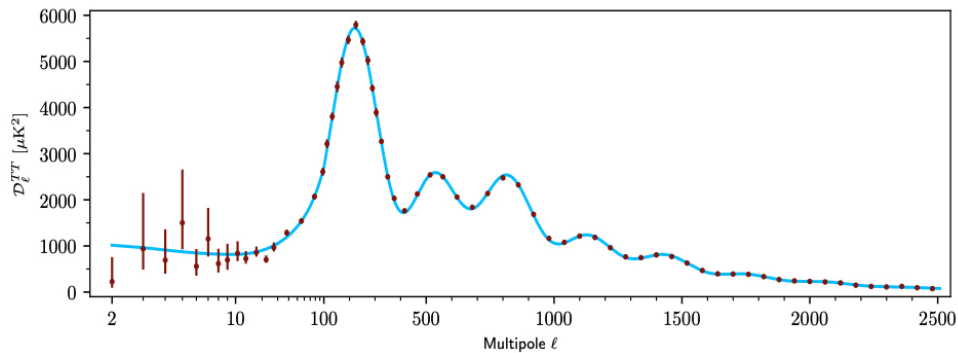


図 1.4: Planck 衛星によって得られたパワースペクトル [?]. 横軸に  $\ell$ 、縦軸は  $D_{\ell}^{TT} = \ell(\ell+1)C_{\ell}^{TT}/2\pi$  を示している。

1.3.2 4重極温度異方性による偏光の生成

4重極

1.3.3 CMBの偏光パターン

1.4 本論文の構成