

# 第1章 ニュートリノ振動

本章では、本研究で開発する検出器が測定対象とする物理現象であるニュートリノ振動について述べる。

## 1.1 素粒子標準模型におけるニュートリノ

ニュートリノは中性子の  $\beta$  崩壊における電子のエネルギースペクトルが連続的であることを説明するために、1930 年に W.Pauli によって提唱された粒子である<sup>[?]</sup>。ニュートリノが初めて観測されたのは 1956 年で、F.Reines と C.L.Cowan が原子炉から放出された反電子ニュートリノの検出に成功した<sup>[?]</sup>。その後、L.M.Lederman らのグループが AGS(Alternating Gradient Synchrotron) 加速器を用いた実験で、パイ中間子の崩壊によって生じたミューニュートリノを検出した<sup>[?]</sup>。1989 年、欧州原子核研究機構 (CERN) の LEP(Large Electron-Positron collider) で行われた Z ボソンの崩壊分岐比を調べる実験により、軽いニュートリノの世代数が 3 であることが示された<sup>[?]</sup>。3 世代目であるタウニュートリノは、2000 年に DONUT(Direct Observation of NeUtrino Tau) 実験において、タウニュートリノの散乱から生じるタウ粒子を原子核乾板により観測することで確かめられた<sup>[?]</sup>。

ニュートリノは素粒子標準模型に含まれる素粒子であり、電荷とカラー荷と持たないレプトンである。ニュートリノは、標準模型に含まれる 3 つの相互作用 (電磁相互作用, 強い相互作用, 弱い相互作用) のうち弱い相互作用しか作用せず、質量は 0 とされている。

## 1.2 真空中のニュートリノ振動

ニュートリノ振動とは、時間変化とともにニュートリノのフレーバーが変化するという物理現象であり、1962 年に牧, 中川, 坂田によって提唱された<sup>[?]</sup>。ニュートリノ振動を説明するためには、ニュートリノが質量を持つことが必要条件になる。1998 年にスーパーカミオカンデ実験によってニュートリノ振動の存在が確実になった<sup>[?]</sup> ことは、ニュートリノの質量を 0 とする標準模型の修正を迫る非常に重要な発見となった。

ニュートリノの質量固有状態を  $|\nu_i\rangle$  ( $i = 1, 2, 3$ ), フレーバー固有状態を  $|\nu_\alpha\rangle$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) とすると、フレーバー固有状態は質量固有状態の混合状態として次のように表される<sup>\*1</sup>：

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (1.1)$$

ここで、 $U_{\alpha i}$  は PMNS(Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) 行列と呼ばれる  $3 \times 3$  のユニタリ行列である。反ニュートリノの場合は以下のように表される：

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} |\bar{\nu}_i\rangle \quad (1.2)$$

<sup>\*1</sup> 波動関数を  $\nu_\alpha \equiv \langle \nu_\alpha | \psi \rangle$ ,  $\nu_i \equiv \langle \nu_i | \psi \rangle$  とすると、 $\nu_\alpha = \sum_{i=1,2,3} U_{\alpha i} \nu_i$  となる。

PMNS 行列は一般に 3 つの混合角  $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$  および 1 つの複素位相角  $\delta_{\text{CP}}$  によって次のようにパラメータ化される：

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.3)
 \end{aligned}$$

ここで,  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}, c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$  である.  $\delta_{\text{CP}} \neq 0, \pi$  の場合, (1.1), (1.2) より, ニュートリノと反ニュートリノとで混合に違いが生まれ, 粒子と反粒子の対称性である CP 対称性の破れにつながる. そのため,  $\delta_{\text{CP}}$  は CP 位相角と呼ばれる.

質量固有状態  $|\nu_i\rangle$  の時刻 0 から時刻  $t$  への時間発展は, 平面波を仮定すると, エネルギー  $E_i$ , 運動量  $\mathbf{p}_i$  を用いて次のように書ける：

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-i(E_i t - \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{x})} |\nu_i(0)\rangle \quad (1.4)$$

ここで, 自然単位系を用いている (以後同様). ニュートリノは相対論的粒子であるから, その質量が運動量の大きさに比べて十分小さいという近似  $|\mathbf{p}_i| \gg m_i$  を用いると,

$$E_i = \sqrt{|\mathbf{p}_i|^2 + m_i^2} \simeq |\mathbf{p}_i| + \frac{m_i^2}{2|\mathbf{p}_i|} \simeq |\mathbf{p}_i| + \frac{m_i^2}{2E} \quad (1.5)$$

となる. また, ニュートリノの速さはほぼ光速  $c$  であるから, ニュートリノの飛行距離を  $L$  とすると,  $t \simeq L$  である. よって, 質量固有状態が距離  $L$  飛行した後の状態は,

$$|\nu_i(L)\rangle = e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} |\nu_i(0)\rangle \quad (1.6)$$

と書ける. したがって,  $L = 0$  においてフレーバー固有状態  $|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$  であったニュートリノが, 距離  $L$  飛行した後の状態は,

$$\begin{aligned}
 |\nu_\alpha(L)\rangle &= \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i(L)\rangle \\
 &= \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} |\nu_i\rangle \quad (1.7)
 \end{aligned}$$

となるから,  $L = 0$  においてフレーバー固有状態  $|\nu_\alpha\rangle$  であったニュートリノが, 距離  $L$  飛行した後にフレーバー固有状態  $|\nu_\beta\rangle$  で観測される確率  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$  は,

$$\begin{aligned}
 P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle|^2 \\
 &= \left| \sum_{i,j} U_{\beta j} U_{\alpha i}^* e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} \langle \nu_j | \nu_i \rangle \right|^2 \\
 &= \left| \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} \right|^2 \\
 &= \sum_{i,j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-i\frac{(m_i^2 - m_j^2)L}{2E}} \\
 &= \sum_{i,j} \Omega_{ij}^{\alpha\beta} e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}} \quad (1.8)
 \end{aligned}$$

となる．ここで、 $\Omega_{ij}^{\alpha\beta} \equiv U_{\beta i} U_{\alpha i}^* U_{\beta j}^* U_{\alpha j}$ ,  $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$  と定義した．さらに計算を進めると、

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \sum_{i=j} \Omega_{ij}^{\alpha\beta} + \sum_{i>j} \left( \Omega_{ij}^{\alpha\beta} e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}} + \left( \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right)^* e^{i\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}} \right) \\
&= \sum_{i=j} \Omega_{ij}^{\alpha\beta} + 2 \sum_{i>j} \text{Re} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \cos \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) + 2 \sum_{i>j} \text{Im} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \\
&= \sum_{i=j} \Omega_{ij}^{\alpha\beta} + 2 \sum_{i>j} \text{Re} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \left\{ 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \right\} + 2 \sum_{i>j} \text{Im} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \\
&= \sum_{i=j} \Omega_{ij}^{\alpha\beta} + 2 \sum_{i>j} \text{Re} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \left\{ 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \right\} + 2 \sum_{i>j} \text{Im} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \\
&= \sum_{i,j} \Omega_{ij}^{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{i>j} \text{Im} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \\
&= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{i>j} \text{Im} \left[ \Omega_{ij}^{\alpha\beta} \right] \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \quad (1.9)
\end{aligned}$$

となる．したがって、(1.9) の第 2, 3 項が消えない条件を考えると、ニュートリノ振動が生じるための必要十分条件は、ニュートリノが異なる質量固有値を持ち ( $\Delta m_{ij}^2 \neq 0$ )、かつフレーバー混合が存在する (PMNS 行列  $U$  の非対角成分が 0 でない) ことである．反ニュートリノについての振動確率  $P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$  については、(1.1), (1.2) から、PMNS 行列の複素共役を取ったものを考えればよく、(1.9) の第 3 項の符号が反転する．

### 1.3 物質効果

1.2 節では真空中でのニュートリノ振動を考えたが、実際には、物質中を運動するニュートリノは周囲の物質との弱い相互作用によりポテンシャル・エネルギーを得るため、ニュートリノ振動にも変化が生じる．この効果を物質効果と呼ぶ．この効果は 1978 年に L. Wolfenstein により定式化され<sup>[7]</sup>、1985 年には S.P. Mikheyev と A. Yu. Smirnov が物質効果を太陽ニュートリノに適用し、仮に混合角が小さくてもニュートリノ振動の遷移確率を十分大きくすることが可能であることを示した<sup>[7]</sup>．物質効果は以上 3 人の名前の頭文字を取って MSW 効果と呼ばれることもある．

ニュートリノと物質 (電子) の相互作用のうち、 $Z$  ボソンの交換により相互作用する中性カレント反応は全フレーバーに対して生じるので、ニュートリノ振動には効かない．一方、 $W$  ボソンの交換により相互作用する荷電カレント反応は、電子ニュートリノのみが電子と反応するため、それによるポテンシャル・エネルギー

$$V(x) = \sqrt{2} G_F N_e(x) \quad (1.10)$$

を付加的に獲得する．ここで、 $G_F$  はフェルミ結合定数、 $N_e(x)$  は物質中の電子の数密度である．

### 1.4 ニュートリノ振動実験とその最新結果

1968 年、Homestake 実験は初めて太陽ニュートリノ  $\nu_e$  を観測したが、観測されたニュートリノの数が標準太陽模型の予言値の 1/3 しかなかった<sup>[7]</sup>．その後、カミオカンデ実験や SAGE (Soviet-American Gallium Experiment), GALLEX (GALLium EXperiment) でも太陽ニュートリノの事

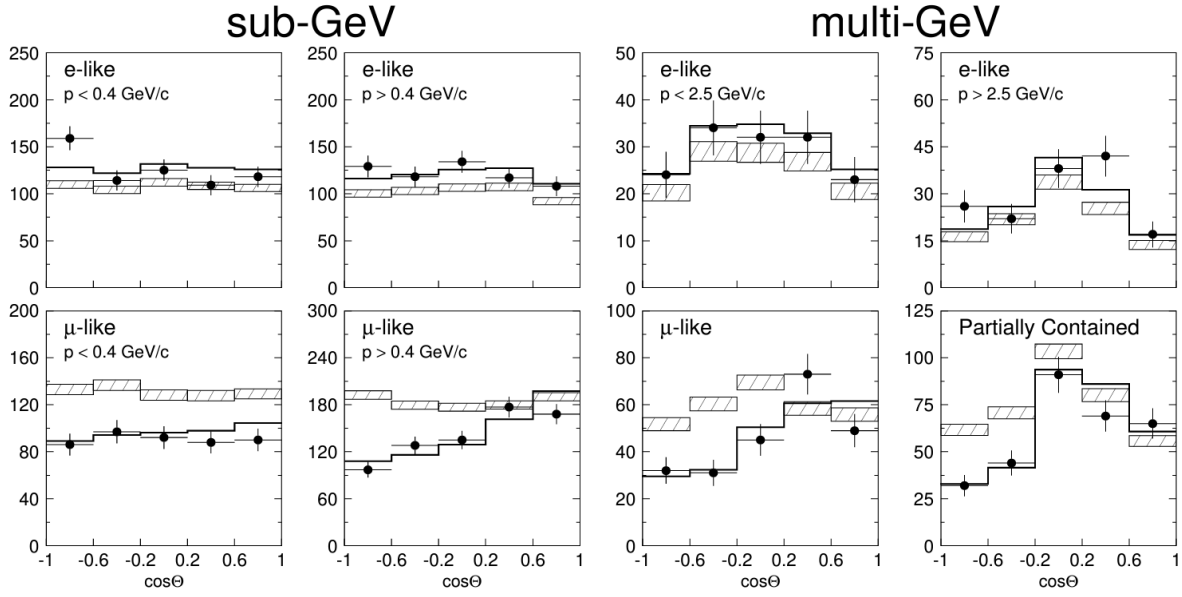


図 1.1: スーパーカミオカンデで観測された大気ニュートリノの天頂角分布 [?]。斜線部の領域はニュートリノ振動がない時の予想値を表し、黒線はニュートリノ振動を仮定した時のベストフィットを表している。  $\nu_\mu$  の事象数 (図中で“ $\mu$ -like”と記載) がニュートリノ振動を仮定しないときに比べて少ないことが分かる。

象数が標準太陽模型の予言値よりも有意に小さいことを報告した [?][?][?]。この問題は「太陽ニュートリノ問題」として長年の謎であった。その解決の鍵となったのがニュートリノ振動である。

ニュートリノ振動は、1998 年に初めてスーパーカミオカンデによって観測された [?]。スーパーカミオカンデで観測された大気ニュートリノの天頂角分布を求めたところ、特に地球の裏側から貫通してくる ( $\cos\theta < 0$ ) ような  $\nu_\mu$  の事象数がニュートリノ振動がない時に予想される事象数より小さいことが分かり、これがニュートリノ振動によって説明できることが確認された (図 1.1)。

2001 年には、SNO(Sudbury Neutrino Observatory) 実験の  $\nu_e$  だけでなく 3 世代全てのニュートリノに感度をもつ重水を用いた測定により、実際に  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu, \nu_\tau$  の遷移が起きていることが確かめられ、太陽ニュートリノ問題は解決に至った [?]

それぞれのニュートリノ振動パラメータの測定方法について以下に述べる。また、現在のニュートリノ振動パラメータの測定結果を表 1.1 に示す。

- $\theta_{12}, \Delta m_{21}^2$

スーパーカミオカンデ実験や SNO 実験による太陽ニュートリノや KamLAND(Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector) 実験の原子炉ニュートリノによる  $\nu_e(\bar{\nu}_e)$  の生存確率によって測定されている。基線  $L$  が数百 km の場合、生存確率は、

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \approx 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \quad (1.11)$$

となり ( $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  も同じ式),  $\theta_{12}, \Delta m_{21}^2$  が測定される。また、太陽ニュートリノの物質効果によって、 $\Delta m_{21}^2$  は符号も含めて測定されている。

- $\theta_{23}, |\Delta m_{32}^2|$

スーパーカミオカンデにおける大気ニュートリノ振動の実験や T2K(Tokai to Kamioka) 実験, NO $\nu$ A(NuMI Off-axis  $\nu_e$  Appearance) 実験などの長基線加速器ニュートリノ振動実験

によって  $\nu_\mu$  の消失事象から測定されている． $\nu_\mu$  の生存確率は， $\theta_{13} \approx 0$  として，

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \approx 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \quad (1.12)$$

となり， $\theta_{23}$ ,  $|\Delta m_{32}^2|$  が測定される．

- $\theta_{13}$

T2K 実験や NO $\nu$ A 実験などの加速器ニュートリノ実験や Daya-Bay 実験などの原子炉ニュートリノ実験により精密に測定される．基線  $L$  が数 km の中基線原子炉ニュートリノ実験の場合， $\bar{\nu}_e$  の生存確率は，

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \quad (1.13)$$

となり， $\theta_{13}$  が測定される．現在，最も精度良く測定されている．

- $\delta_{\text{CP}}$

$\nu_\mu$  から  $\nu_e$  への振動確率と  $\bar{\nu}_\mu$  から  $\bar{\nu}_e$  への振動確率の差をとることによって，

$$\begin{aligned} & P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \\ &= 2 \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{13} \cos \theta_{13} \sin \delta_{\text{CP}} \sin \left( \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \sin \left( \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \sin \left( \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (1.14)$$

となり， $\delta_{\text{CP}}$  の寄与する項のみを測定することができる．しかし，実際には，ニュートリノと反ニュートリノでは物質効果に差があることにより CP 非対称性に似た紛らわしい効果が生じるため，注意を要する．

表 1.1: 現在のニュートリノ振動パラメータの現在の測定値 [?]. 表中の値は best-fit $\pm 1\sigma$  ( $3\sigma$  range) である．

ニュートリノ振動パラメータ	順階層	逆階層
$\Delta m_{21}^2$ [ $\times 10^{-5}$ eV $^2$ ]	$7.36_{-0.15}^{+0.16}$ (6.93 $\rightarrow$ 7.93)	$7.36_{-0.15}^{+0.16}$ (6.93 $\rightarrow$ 7.93)
$\Delta m_{32}^2$ [ $\times 10^{-3}$ eV $^2$ ]	$2.448_{-0.031}^{+0.023}$ (2.367 $\rightarrow$ 2.521)	$-2.492_{-0.030}^{+0.025}$ (-2.578 $\rightarrow$ -2.413)
$\sin^2 \theta_{12}$ [ $10^{-1}$ ]	$3.03_{-0.13}^{+0.13}$ (2.63 $\rightarrow$ 3.45)	$3.03_{-0.13}^{+0.13}$ (2.63 $\rightarrow$ 3.45)
$\sin^2 \theta_{23}$ [ $10^{-1}$ ]	$4.55_{-0.15}^{+0.18}$ (4.16 $\rightarrow$ 5.99)	$5.69_{-0.21}^{+0.13}$ (4.17 $\rightarrow$ 6.06)
$\sin^2 \theta_{13}$ [ $10^{-2}$ ]	$2.23_{-0.06}^{+0.07}$ (2.04 $\rightarrow$ 2.44)	$2.23_{-0.06}^{+0.06}$ (2.03 $\rightarrow$ 2.45)
$\delta_{\text{CP}}/\pi$	$1.24_{-0.13}^{+0.18}$ (0.77 $\rightarrow$ 1.97)	$1.52_{-0.15}^{+0.14}$ (1.07 $\rightarrow$ 1.90)

## 1.5 ニュートリノ振動における未解決問題

現在，未解決のまま残っているニュートリノ振動における問題として，以下のようなものがある．

- ニュートリノの CP 対称性の破れ

$\delta_{CP} \neq 0, \pi$  であれば, PMNS 行列に複素成分が現れ, CP 対称性の破れにつながる. 現在, T2K 実験が 90% の有意度で  $\delta_{CP} \neq 0, \pi$  であることを示唆している<sup>[7]</sup> が, 未だ決定には至っていない.

ビッグバン宇宙論によると, 宇宙誕生時では粒子と反粒子が同数作られたと考えられているが, 現在の我々の宇宙にはほとんど粒子から構成される物質しか存在しない. この粒子と反粒子の非対称性を説明するには, Sakharov の 3 条件と呼ばれる (1) バリオン数の破れ, (2) C および CP 対称性の破れ, (3) 熱平衡の破れが必要である<sup>[7]</sup>. このうち, (1) と (3) を満たす過程が存在することは分かっているが, (2) については, すでに測定されているクォークの CP 対称性の破れだけでは不十分なことが分かっている. そこで, レプトンにおける CP 対称性の破れが注目されており, それはニュートリノと反ニュートリノの振動確率の違いを見ることによって調べられる.  $\delta_{CP} \neq 0, \pi$  であることが確かめられれば粒子と反粒子の非対称性の謎を解決する手がかりとなるため, 精密な測定が求められている.

- 質量階層性問題

$\Delta m_{32}^2$  の絶対値は測定されているが, その正負は分かっている. それは, ニュートリノ振動確率の支配的な項に  $\sin^2 \left( \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right)$  の形で現れるからである.  $\Delta m_{32}^2$  の符号に応じて,  $m_1 < m_2 < m_3$  となる順階層と  $m_3 < m_1 < m_2$  となる逆階層の 2 通りの質量階層性が考えられている.  $\Delta m_{21}^2$  と同様に, 物質効果を用いて  $\Delta m_{32}^2$  の符号を調べることができる. 例えば, 地球の裏側から通過してくる大気ニュートリノが地球から受ける物質効果を調べる方法があるが, 太陽ニュートリノの場合と比べるとその効果は小さく, 質量階層性の決定に未だ至っていない.

- $\theta_{23}$  のオクタント問題

表 1.1 から分かるように, 現在測定されている  $\theta_{23}$  の値は, 最大混合  $\theta_{23} = 45^\circ$  に近い. 最大混合の場合, レプトンの世代間において新たな対称性の存在が示唆されている<sup>[7]</sup>.