# Índice general

# Capítulo 1

# Introducción

El análisis de imágenes comprende los procesos que se utilizan con el fin de extraer información de las mismas. Uno de esos procesos es el de segmentación, que tiene por propósito obtener una representación de la imagen que facilite encontrar los objetos que se encuentran en ella.

Entre los métodos más populares de segmentación de imágenes, se encuentra el denominado "Transformación Watershed", que procesa una imagen en escala de grises y genera como resultado una en blanco y negro, en la que resaltan los contornos de las figuras que se encuentran en la imagen original. Si bien tiene muchas aplicaciones y es de gran utilidad en ciertos casos, el resultado, al ser en blanco y negro, sufre la pérdida de la información brindada por los tonos de grises de la imagen original, lo que puede dar lugar a dificultades a la hora de establecer algunas propiedades de la imagen a partir de la Transformación Watershed de la misma.

Este trabajo hará foco en una variante de la mencionada Transformación Watershed, denominada "Watershed Topológico". Naturalmente, este enfoque también resalta los contornos de los objetos de la imagen, pero tiene como principal ventaja que mantiene la información de los tonos de grises. Concretamente, se harán tres implementaciones de algoritmos que calculan el Watershed Topológico de una imagen en escala de grises. La primera será una implementación ingenua, con fines principalmente didácticos. La segunda será una de orden cuasi-lineal y, finalmente, la tercera será una concurrente, que constituye la implementación de mayor eficiencia hasta el momento.

## 1.1. Motivación y Objetivos

Este trabajo está dirigido a personas con conocimientos en programación, que deseen introducirse al campo de la transformación watershed topológico. En este informe se describen los conceptos teóricos necesarios para comprender el algoritmo, junto a la correspondiente bibliografia para aquel

lector que quiera profundizar.

Como resultado final, se ofrecerá el código fuente en lenguaje C++ correspondiente a cada implementación, de modo que el lector pueda apreciar los detalles finos de implementación, como así también hacer modificaciones para ver los efectos en la imagen resultante. Además, se ofrecerán los ejecutables de cada implementación, lo que permitirá al lector hacer pruebas con imágenes de su interés.

Se pretende que el procesamiento de una imagen se realize en un tiempo razonable, por lo que se harán análisis de eficiencia que grafiquen el comportamiento del ejecutable. Por este motivo, también está dedicado a aquellas personas que deseen aplicar la transformación a imágenes propias con fines personales.

Para cumplir con tales fines, será muy importante que el código fuente pueda ser comprendido fácilmente por terceros, como así también que sea eficiente, constituyendo una gran motivación para mí como desarrollador de software, como así también una demostración de lo aprendido en esta facultad.

## 1.2. Estado del Arte

Tal como se mencionó previamente, se ha propuesto como objetivo de este trabajo lograr una implementación eficiente. En este sentido, se encuentra descripto algoritmo de orden cuasi lineal para ejecutar la transformación en [4], por lo que será una de las bibliografías fundamentales de este trabajo. Cabe mencionar en este punto, que existe una implementación en código abierto, en lenguaje C, que puede ser descargada de `http://perso.esiee.fr/~info/tw/index.html`.

Sin embargo, esta implementación no saca rédito de los procesadores multi-core de la actualidad mediante la paralelización, por lo que el foco estará puesto en esto último. Respecto de esto, vale la pena mencionar que existe un algoritmo en paralelo descripto en [7], pero, como se verá más adelante, contiene defectos, que buscaremos apaliar con una implementación alternativa.

## 1.3. Método de medición

Se correrán los ejecutables en una máquina con las siguientes características:

- sistema operativo: Ubuntu 12.04 32-bit
- microprocesador: Intel(R) Core(TM) i3-3120M CPU @ 2.50GHz x 4
- memoria RAM: 4GB

Las imágenes escogidas para hacer las pruebas son las siguientes:

- imagen1
- imagen2
- imagen3

Por cada imagen, se correrá la implementación ingenua, la cuasi-lineal y la paralela en 2, 4, 8 y 16 threads y se tomarán los siguientes datos:

- consumo de memoria
- porcentaje de CPU
- tiempo de ejecución

## 1.4. Estructura del Trabajo

En esta sección se pretende indicar cómo está desarrollado este informe para facilitar la lectura y comprensión. En el presente, se encuentran cinco capítulos, además de este:

- **Capítulo 2 (Transformación Watershed)**: en esta sección se introducirá la transformación watershed como método de segmentación, incluyendo su definición y una de sus implementaciones más populares.
- **Capítulo 3 (Watershed Topológico)**: aquí se introduce la definición de watershed topológico. En base a la misma se propone un algoritmo fuerza bruta y se expondrán los resultados de las pruebas de *performance* correspondientes.
- **Capítulo 4 (Watershed Topológico Cuasi-Lineal)**: en este capítulo se presenta un algoritmo más eficiente, de orden casi lineal, para el cálculo de la transformación. Nuevamente, se presentará su implementación y se expondrán los resultados de las pruebas de *performance* ya mencionadas.
- **Capítulo 5 (Watershed Topológico en Paralelo)**: en esta apartado se propondrá la paralelización del algoritmo propuesto en el capítulo 4, analizando la complejidad que esto supone y, finalmente, presentando los los resultados de las pruebas de *performance* correspondientes.
- **Capítulo 6 (Conclusión)**: como su nombre lo indica, se muestra la conclusión final de este trabajo.

# Capítulo 2

# Transformación Watershed

## 2.1. Referencia histórica

Pendiente

## 2.2. Segmentación

Pendiente

## 2.3. Algoritmos

Pendiente

## 2.4. Aplicaciones

Pendiente

# Capítulo 3

# Watershed Topológico

En este capítulo, se introducirá una variante de Transformación Watershed propuesta por M. Couprie y G. Bertrand [1], denominada Watershed Topológico, que hace foco en la preservación de ciertas características topológicas de la imagen. A continuación se mencionará la definición formal junto a una breve reseña de las propiedades de esta transformación y se propondrá un algoritmo fuerza-bruta que permite calcularla, acompañado de un análisis de su rendimiento.

## 3.1. Definiciones Preliminares

Sea $k_{min}, k_{max} \in \mathbb{Z}$ donde $k_{min} < k_{max}$. Denotamos $\mathbb{K} = \{k \in \mathbb{Z} : k_{min} \leq k < k_{max}\}$. De aquí en adelante, $(E, \Gamma)$ denotará un grafo, donde $E \subseteq \mathbb{Z}^2$. $\mathcal{F}$ denotará el conjunto de todas las funciones de $E \to \mathbb{K}$. Si $F \in \mathcal{F}$ y $p \in E$ entonces definimos $\Gamma^-(p) = \{q \in \Gamma(p) : F(q) < F(p)\}$.

A continuación se presentan conceptos que el lector debe conocer para comprender los contenidos del presente capítulo. Si $F \in \mathcal{F}$, $k \in \mathbb{Z}$ entonces denominamos

- **k-sección superior**, o sección superior, al conjunto $F_k = \{x \in E; F(x) \geq k\}$.
- **k-sección inferior**, o sección inferior, al conjunto $\overline{F_k} = \{x \in E; F(x) < k\}$.
- **k-componente superior**, o componente superior, a una componente conectada de $F_k$.
- **k-componente inferior**, o componente inferior, a una componente conectada de $\overline{F_k}$.
- **mínimo regional**, o mínimo, de F a una k-componente inferior que no contenga una (k-1)-componente inferior.

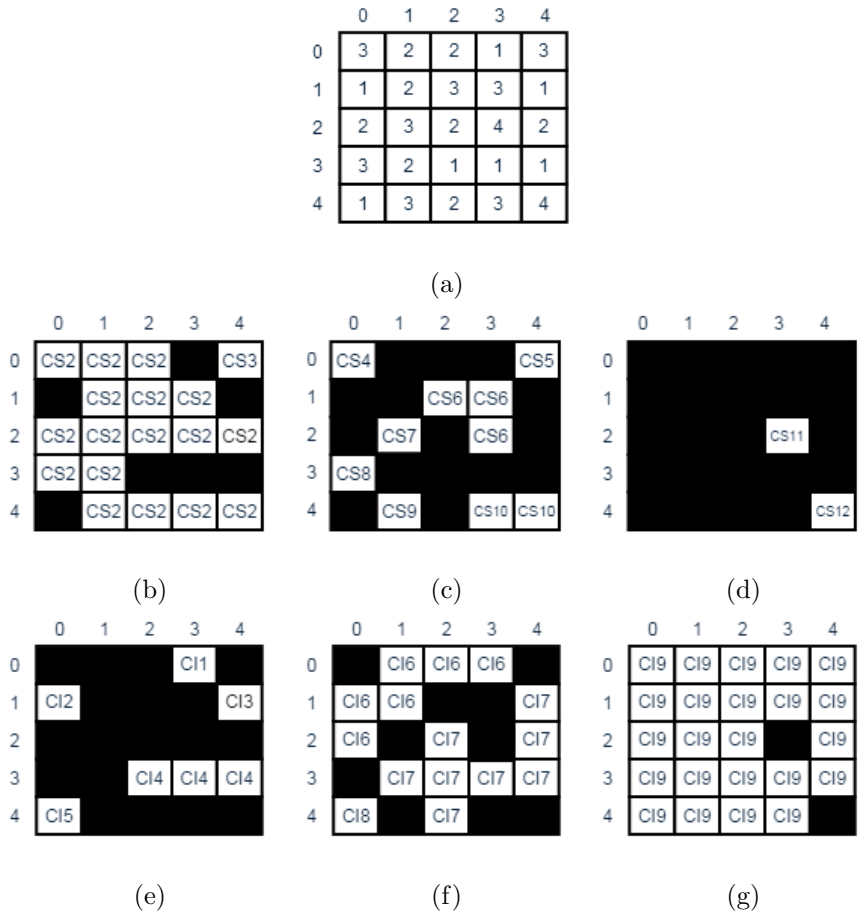



Figura 3.1: secciones superiores e inferiores. (a) Imagen original, (b) $F_2$, (c) $F_3$, (d) $F_4$, (e) $\overline{F_2}$, (f) $\overline{F_3}$, (g) $\overline{F_4}$ . Las etiquetas reflejan las componentes que conforman la imagen

.

Podemos ilustrar estas definiciones observando la Figura 3.1, tomando una vecindad tipo 4.

Podemos observar que $k_{min} = 1, k_{max} = 5$. $F_1(\overline{F_5})$ contendrá todos los puntos de la imagen, con lo que habrá una 1(5)-componente superior(inferior) compuesta por todos los puntos, a la que llamaremos CS1 (CI10). Además podemos observar que $F_5 = \overline{F_1} = \emptyset$. A partir de las etiquetas de cada punto, podemos ver las componentes (superiores e inferiores) que constituyen la imagen, así, se observa que CI5 constituye una 2-componente inferior. Además, CI7, 3-componente inferior, no constituye un mínimo regional puesto que contiene a CI4, 2-componente inferior, que sí es un mínimo regional.

## 3.2. Definición

La definición formal de Watershed Topológico de una imagen, se basa en el concepto de punto W-simple. Sea V un conjunto no vacio y $X \subset V$ no vacio, entonces un punto $x \in X$ es **W-simple** para X si es adyacente a exactamente una componente conectada de $\overline{X}$.

Ahora bien, sea $F \in \mathcal{F}, p \in E, k = F(p)$, entonces, decimos que el punto p es **W-destructuble** para F si es W-simple para $F_k$. Decimos que $G \in \mathcal{F}$ es **Watershed Topológico** de F, si G se obtiene a partir de F disminuyendo sucesivamente el valor de puntos W-destructible en uno hasta lograr estabilidad, es decir, que no queden puntos W-destructible. En la nomenclatura de Transformaciones Watershed, las *catchmentbasins* de G serán los mínimos de G y el resto de los puntos serán las *watershedlines*.

Continuando con el ejmplo de la Figura 3.1, podemos ver que el punto (4,2) es W-destructible, pues el valor del mismo es 2 y al observar $\overline{F_2}$, vemos que es adjacente sólo a CI4, mientras que el punto (1,3) no es W-destructible puesto que, como se observa en $\overline{F_3}$, es adyancente a CI6 y CI7.

## 3.3. Bondades

Si bien la transformación watershed de imágenes en escala de grises es una herramiento de gran utilidad y constituye un paso muy importante en la segmentación de imágenes, la mayoría de los enfoques existentes, tal como se menciona en [3], tienen algunas desventajas. En primera instancia, el resultado es una imagen binaria, lo que implica que se pierde la información brindada por los tonos de grises de la imagen original, lo que limita su utilización para procesamiento adicional. Además, muchos de ellos, como el basado en el paradigma de inundación, producen watershed lines que no necesariamente se encuentran en los contornos más significativos de la imagen original. Esto significa que pueden presentarse serias dificultades al intentar obtener conclusiones a partir de la imagen resultante.

En contrapartida, la transformación presentada en este capítulo preserva la conectividad de cada $\overline{F_k}$, es decir, la cantidad de componentes conectadas es la misma tanto en la imagen original como en su transformación, en cada $\overline{F_k}$. Más aún, se preserva los *pass values* para cada par de mínimos regionales de la imagen original. Esto constituye una gran virtud, y las implicaciones de la misma se encuentran detalladas en [2].

## 3.4. Implementación Fuerza Bruta

En este apartado se presentará un algoritmo para llevar a cabo la Transformación Watershed Topológico de una imagen. La idea será recorrer la imagen pixel por pixel, verificando si cada uno es W-destructible o no. En

caso afirmativo se disminuirá su nivel de gris en 1, caso contrario su valor no cambiará. Una vez escaneada la imagen en su totalidad, si se encontró algún pixel W-destructible, se repite todo el proceso. Caso contrario, el algoritmo termina.

Es sencillo ver que la dificultad del algoritmo se encuentra en cómo determinar si un pixel es W-destructible o no, asique comenzaremos por estudiar esta situación. Sea $p \in E$ y k = F(p), una observación clave es que p será W-destructible si y sólo si cada uno de los $q \in \Gamma^-(p)$ pertenecen a la misma componente conectada en $\overline{F_k}$. A partir de esto, podemos distinguir dos casos triviales, uno es aquel en el que $\Gamma^-(p) = \emptyset$, en este caso p no será W-destructible puesto que no será adyacente a ninguna componente conectada en $\overline{F_k}$. El segundo, es la sitación en la que $\Gamma^-(p)$ está compuesto por sólo un $q \in E$, en este caso p será W-destructible puesto que es adyacente sólo a la componente conectada a la que pertenece q en $\overline{F_k}$.

Con esto en mente, sólo queda por resolver el caso en el que p tenga más de un vecino con nivel de gris inferior a k. La idea será calculár cada uno de los pixeles alcanzables a partir de algún $q \in \Gamma^-(p)$ en $\overline{F_k}$, y luego chequear si $\Gamma^-(p)$ está contenido en dicho conjunto.

A continuación se presenta el pseudocódigo para determinar si un $p \in E$ es W-destructible o no.

**Algorithm 1**

```
1:  function isWDestructible(E, Γ, F, p)
2:      if Γ⁻(p) = ∅ then return false
3:      if Γ⁻(p) · size = 1 then return true
4:      reachableNodes ← ∅
5:      index ← 0
6:      reachableNodes · insert(Γ⁻(p)[0])
7:      while ¬(reachableNodes · containAll(Γ⁻(p))) ∧ index < reachableNodes · size do
8:          q ← reachableNodes[index]
9:          for all n ∈ Γ(q) do
10:             if F(n) < F(p) then
11:                 reachableNodes · insert(n)
12:         index ← index + 1
        return reachableNodes · containAll(Γ⁻(p))
```

Se recibe por parámetro un grafo y un $p \in E$, el resultado será un valor booleano indicando si p es W-destructible o no. Las líneas 2 y 3 reflejan los casos triviales mencionados anteriormente. De la línea 4 a la 6 se inicializan dos variables locales, entre ellas reachableNodes, un set (por definición no admite valores duplicados) con sólo un elemento, algún $q \in \Gamma^-(p)$, que llamaremos semilla. A partir de la línea 7 comienza un loop que irá inser-

tando en reachableNodes aquellos nodos alcanzables a partir de la semilla en $\overline{F_k}$. En la primera iteración se insertarán aquellos $n \in \Gamma(q)$ tales que $F(n) < F(p)$, es decir, $n \in \overline{F_k}$. La siguiente iteración tomará el siguiente elemento del set y se repetirá el proceso. Se iterará hasta que, o bien $\Gamma^-(p) \subseteq reachableNodes$, esto significa que todos los $q \in \Gamma^-(p)$ pertencen a la misma componente conectada de $\overline{F_k}$, o bien hayamos calculado todos los $t \in E$ alcanzables a partir de la semilla en $\overline{F_k}$, con lo que concluimos los contrario, y por lo tanto p no es W-destructible.

Para llevar a cabo la transformación, sólo es necesaria una rutina que itere cada uno de los $p \in E$ en busca de puntos W-destructubles, disminuya su valor si corresponde, y repita el proceso hasta lograr estabilidad.

A continuación se presenta el pseudocódigo del algoritmo que lleva a cabo la transformación.

**Algorithm 2**

```
1: procedure doTopologicalWatershed(E, Γ, F)
2:     repeat
3:         someChange ← false
4:         for all p ∈ E do
5:             if isWdestructible(E, Γ, F, p) then
6:                 F(p) ← F(p) − 1
7:                 someChange ← true
8:     until someChange = false
```

## 3.5. Conclusión

Pendiente

# Capítulo 4

# Watershed Topológico Cuasi-Lineal

En [4] se propone un algoritmo de orden cuasi-lineal para el cálculo del Watershed Topológio de una imagen. Se logra esta notable eficiencia a partir de dos factores. Por un lado, los pixeles se procesan siguiendo un orden de modo de asegurar que su valor se reducirá, a lo sumo, sólo una vez durante toda la ejecución del algoritmo. Por el otro, se dismunye el valor de un pixel W-destructible en el mínimo valor posible, en lugar de disminuirlo sólo en 1. Esto se logra gracias a la utilización de una estructura de datos llamada "Árbol de Componentes", que será introducida a continuación.

En este capítulo, repasaremos en primer lugar algunas definiciones básicas, luego se introducirá el concepto de Árbol de Componentes de una imagen, para después explicar el rol del mismo en el cálculo del Watershed Topológico. Finalmente se dará un pseudo-código junto a una explicación línea a línea, a fin de mostrar el procedimiento detalladamente.

## 4.1. Definiciones preliminares

A continuación se presentan conceptos clave que se utlizarán en el desarrollo de este capítulo. Sea $F \in \mathcal{F}, k \in \mathbb{K}$, denotaremos con $C_k(F)$ el conjunto de todas las k-componentes superiores de F, y denotaremos con C(F) el conjunto de todas las componentes superiores de F, es decir

$$C(F) = \bigcup_{k=k_{min}}^{k_{max}} C_k(F)$$

Análogamente definimos $C_k(\overline{F})$ y $C(\overline{F})$.

Para seguir con el ejemplo del capítulo anterior de la Figura 3.1, podemos ver que $C_2(F)$ está compuesto por CS2 y CS3, mientras que C(F) está

compuesta por CS1,CS2, .. , CS12. Del mismo modo, $C_2(\overline{F})$ esta compuesta por CI1, CI2, .. CI5, y $C(\overline{F})$, por CI1, .. , CI10.

## 4.2. Árbol de Componentes

Imaginemos una imagen como un relive topográfico completamente sumergido en agua, al que se le hacen perforaciones en sus mínimos. El nivel de agua irá disminuyendo lentamente, con lo que comenzaremos a observar islas (correspondientes a los máximos de la imagen), estas conformarán las hojas del árbol de componentes de la imagen. A medida que el nivel de agua continue descendiendo, las islas irán creciendo en tamaño, conformando lo que serán las ramas del árbol. Luego, a partir de algún nivel, algunas islas se fusionarán conformando una sola pieza, estas piezas serán las bifurcaciones del árbol. El proceso terminará cuando toda el agua haya desaparecido.

Lo que acabamos de ver es una definición intuitiva de qué es el Árbol de Componentes de una imagen, de modo de facilitar la comprensión del lector. A continuación la definición formal.

Sea $F \in \mathcal{F}$ y $k, j \in \mathbb{K}$. Entonces definimos el **Árbol de Componentes** de F, T(F), como un árbol cuyos nodos serán elementos de C(F) y habrá una arista de $c' \in C_k(F)$ hacia $c \in C_j(F)$ si j = k+1 y $c \subseteq c'$. En este caso, decimos que c' es padre de c, y también que c es hijo de c'.

El **mapeo de componentes** será un mapa $\Psi : E \to C(F)$, que relaciona cada $p \in E$ con el elemento de C(F) que lo contiene.

Algo muy importante a cerca de esta estructura de datos, es que existe un algoritmo de orden cuasi-lineal para su cálculo.[1]

Continuando con el ejemplo del capítulo anterior, en la Figura 4.1 vemos el mapeo de componentes junto al Árbol de componentes correspondiente.

A continuación se presentan la definición de $highestfork$ del árbol, el cual, como se verá más adelante, es fundamental para el cálculo de watershed topológico de una imagen. Para hacer más sencilla la lectura, vamos a denotar un nodo de T(F) como un par $[k, c]$ cuando $c \in C_k(F)$ y llamaremos nivel del nodo al número $k$.

Sea $F \in \mathcal{F}$ y $[k, c], [k_1, c_1], [k_2, c_2], ...., [k_n, c_n] \in C(F)$, entonces

- $[k_1, c_1]$ es **ancestro** de $[k_2, c_2]$ si $k2 \leq k1$ y $c2 \subseteq c1$. En este caso, también decimos que $[k_1, c_1]$ está encima de $[k_2, c_2]$ y que $[k_2, c_2]$ está abajo de $[k_1, c_1]$.
- $[k, c]$ es **ancestro común** de $[k_1, c_1]$,$[k_2, c_2]$ si $[k, c]$ es ancestro de $[k_1, c_1]$ y $[k, c]$ es ancestro de $[k_2, c_2]$.
- $[k, c]$ es el **menor ancestro comun** de $[k_1, c_1]$,$[k_2, c_2]$, si $[k, c]$ es ancestro de comun de ambos y no hay ningún otro ancestro común abajo

[1] Para más información consultar [5]

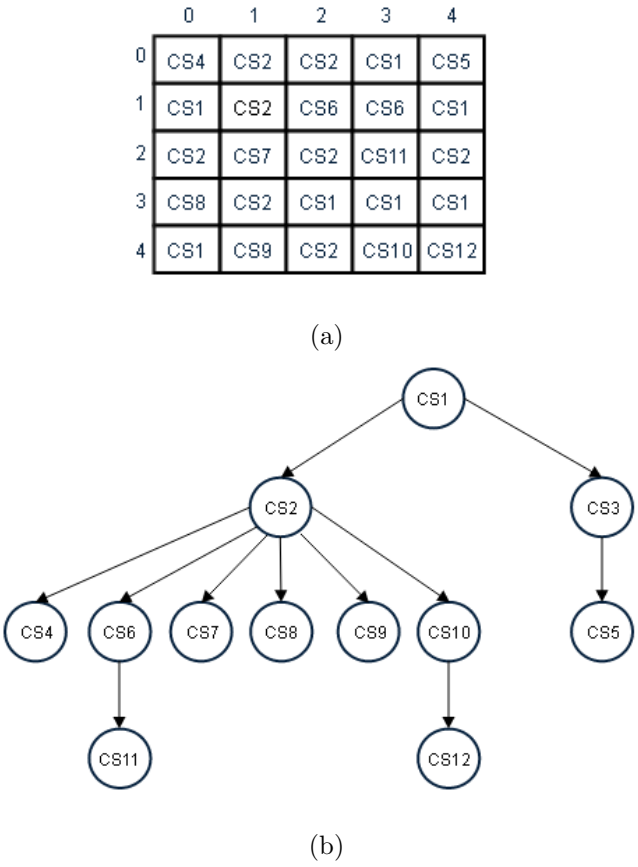



Figura 4.1: (a) Mapeo de Componentes, (b) Árbol de Componentes. En ambos casos respecto a la imagen de la Figura 3.1 (a)

de $[k, c]$.

- $[k, c]$ es el **menor ancestro común propio** de $[k_1, c_1]$,$[k_2, c_2]$ si $[k, c]$ es ancestro común de ambos y $[k, c]$ es distinto de $[k_1, c_1]$ y $[k, c]$ es distinto de $[k_2, c_2]$.

- $[k_1, c_1]$,$[k_2, c_2]$ están **separados** si tienen menor ancestro común propio, caso contrario decimos que están linkeados.

- $[k, c]$ es **highest fork** de M = $\{[k_1, c_1]$,$[k_2, c_2]$,.....,$[k_n, c_n]\}$ si las siguientes condiciones se satisfacen:

  - Si dos nodos $[k_i, c_i]$,$[k_j, c_j]$ están separados, entonces el menor ancestro común tiene altura $\leq k$.
  - Existen nodos $[k_i, c_i]$,$[k_j, c_j]$ separados, tal que $[k, c]$ es el menor ancestro común propio de $[k_i, c_i]$,$[k_j, c_j]$.

Podemos tomar como ejemplo el Árbol de la Figura 4.1, podemos ver que el conjunto {CS2,CS6,CS11} no tiene highest fork, pues no existen nodos separados. Sin embargo CS2 es el highest fork de {CS2,CS4,CS7}, pues CS4 y CS7 están separados. Es importante notar que el highest fork de un conjunto puede no pertenecer a ese conjunto, por ejemplo si tomamos {CS2,CS3} su highest fork es CS1.

## 4.3. Algoritmo

En este apartado vamos a explicar cómo utilizar el Árbol de Componentes en el cáclulo de la transformación.

Sea $F \in \mathcal{F}$, para calcular el Watershed Topológico de F vamos a calcular $T(\overline{F})$ teniendo en cuenta que $\overline{F}(p)$ = F(p) + 1 [2]. En este caso, habrá una arista de $c' \in C_k(\overline{F})$ hacia la componente $c \in C_j(\overline{F})$ si j = k+1 y $c' \subseteq c$.

A continuación se menciona un resultado que da lugar al algoritmo propuesto, el lector interesado en la demostración puede consultar [4].

Sea $F \in \mathcal{F}$, sea $p \in E$. Denotamos como $V(p) = \{[k, C(q)] : q \in \Gamma^-(p)\}$, donde $k = \overline{F}(q)$ y $C(q)$ será la componente $c \in C_k(\overline{F})$ que contiene a $q$.

- Si V(p) $\neq \emptyset$ y V(p) no tiene highest fork en $T(\overline{F})$, entonces p será W-destructible para F para todos los valores $k : w \leq k \leq F(p)$, y no será W-destructible para F para valor w - 1, donde w es el mínimo nivel de V(p).

- Si V(p) $\neq \emptyset$ y V(p) tiene highest fork en $T(\overline{F})$ cuyo nivel es $w \leq$ F(p), entonces p será W-destructible para F para todos los valores $k : w \leq k \leq F(p)$, y no será W-destructible para F para w - 1.

[2] Esto se desprende del concepto de stacks, para más información ver [2]

Este resultado es de gran importancia, pues permite reducir las iteraciones del algoritmo fuerza bruta enormemente. Claro, en lugar de disminuir cada punto W-destructible en 1 y luego iterar toda la imagen nuevamente, en cada iteración se logran avances sustanciales para eliminar los puntos W-destructibles de la imagen.

Tal como se mencionó en la reseña del presente capítulo, existe una forma de asegurar que el valor de cada punto se disminuya, a lo sumo, sólo una vez. Es una técnica muy sencilla, y consiste disminuir en primero aquellos puntos W-destructibles cuyo valor resultante (determinado por el resultado anterior) sea menor.

## 4.4. Implementación

La observación clave para llevar a cabo un algoritmo, es que al disminuir el valor de un $p \in E$ de acuerdo al resultado visto anteriormente, $\Psi(p)$ pasará a ser o bien el mínimo de V(p), o bien el highest fork de V(p), de acuerdo a si existe el highest fork o no. Esto nos permitirá mantener actualizado el mapeo de componentes a medida que disminuimos los valores de cada uno de los puntos W-destructibles.

En base a esta observación, vamos a definir la función isWdestructible de modo que retorne un nodo. De manera que, si la función retorna $[k, c]$ para un $p \in E$, entonces el valor de $p$ debe disminuirse a (k - 1), y una vez hecho esto $\Psi(p) = [k, c]$.

A continuación se muestra el pesudo código de esta función.

**Algorithm 3**

```
1: function isWdestructible(E, F, Γ, p, T(F̄), Ψ)
2:     V ← ∅
3:     for all q ∈ Γ⁻(p) do
4:         V · insert(Ψ(q))
5:     if V = ∅ then return null
6:     [k, c] ← highestFork(T(F̄), V)
7:     if [k, c] = null then return minLevel(V)
8:     if k ≤ F(p) then return [k, c]
       return null
```

Es importante mencionar que en [4], se establece cómo calcular el highest fork de un set $s \subseteq C(\overline{F})$ a partir del cálculo del menor ancestro común de dos elementos, para lo cual existe un algoritmo sencillo y eficiente detallado en [6].

Ahora pasamos a detallar el algoritmo que lleva a cabo la transformación. Vamos a utilizar en nuestro algoritmo un mapa : $E \to C(\overline{F})$, que asocia cada $p \in E$ con el nodo retornado por la función isWdestructible. Para procesar

cada uno de los $p \in E$ en el orden conveniente, lo único que vamos a necesitar es que ese mapa este ordenado de modo creciente con respecto al nivel del nodo.

Pasamos ahora a explicar la idea del algoritmo. Lo primero que debe hacer es popular el mapa con aquellos $p \in E$ W-Destructibles. Luego, debemos iterar el mapa e ir extrayendo cada uno de los elementos. En las sucesivas iteraciones se obtiene algún $p \in E$, se disminuye su valor y se actualiza el mapeo de componentes. Puesto que el valor de p ha cambiado, hay que recalcular la sitación de cada uno de los vecinos de p, para lo que se volverá a utilizar la función isWdestrucible, y se actualizará el mapa en consecuencia.

A continuación se da el pseudocódigo que lleva a cabo la transformación de acuerdo al proceso descripto.

**Algorithm 4**

```
1: procedure doTopologicalWatershed(E, Γ, F, T(F̄), Ψ)
2:     componentMap ← ∅
3:     for all p ∈ E do
4:         [i, c] ← isWdestructible(E, F, Γ, p, T(F̄), Ψ)
5:         if ¬[i, c] = null then
6:             componentMap · insert(p, [i, c])                ▷ sorted by i
7:     while ¬componentMap · empty() do
8:         p, [i, c] ← componentMap · extractFirst()
9:         F(p) ← i − 1
10:        Ψ(p) ← [i, c]
11:        for all q ∈ Γ(p), F(q) ≥ i do    ▷ if F(q) < i, then q has already
    been processed so can not be W-destructible
12:            [j, d] ← isWdestructible(E, F, Γ, q, T(F̄), Ψ)
13:            if [j, d] = null then
14:                componentMap · removeIfExists(q)
15:            else
16:                componentMap · addOrUpdate(q, [j, d])
```

## 4.5. Conclusión

Pendiente

# Capítulo 5

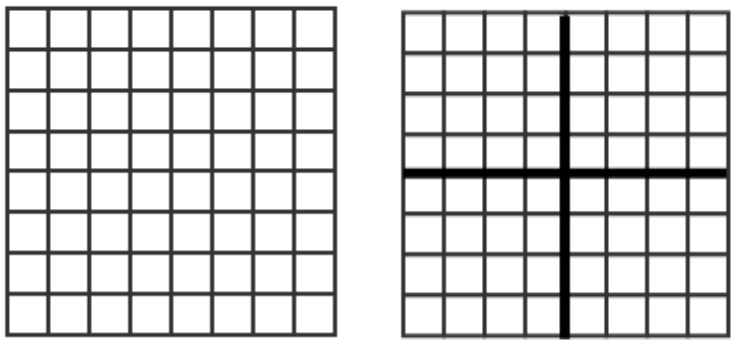
# Watershed Topológico en Paralelo

En este capítulo, vamos a presentar un algoritmo paralelo para el cálculo del watershed topológico de una imagen, basado en el introducido en el capítulo anterior. Para ello, se hará un análisis de las dificultades que introduce la paralelización y se propondrá un algoritmo acorde. Finalmente, se brindará un pseudocódigo que implemente la solución propuesta, junto a un análisis de su rendimiento en términos de eficiencia.

## 5.1. Presentación del problema

Básicamente, el algoritmo cuasi-lineal descrito en el capítulo anterior, se vale del árbol de componentes de la imagen para hacer la transformación, y puede resumirse en dos pasos: el primero, scannear la imagen en su totalidad y armar un mapa ordenado que indique, para cada punto W-destructible, el valor al debe disminuirse y la componente a la que pertenecerá cuando esto suceda, el segundo, extraer cada punto de ese mapa, disminuir su valor, actualizar el árbol de componentes y, finalmente, actualizar el mapa recalculando la W-destructibilidad de cada uno de sus vecinos. El algoritmo termina una vez que el mapa se vacia.

La idea del algoritmo en paralelo que propondremos en este trabajo, se basa en dividir en fragmentos la imagen a transformar y correr, en cada uno, el algoritmo cuasi-lineal de manera concurrente, tal como si fuesen imágenes distintas. Notar que no hay sólo una forma de dividir la imagen, por ello, vale aclarar que en este trabajo se dividirá la imagen de acuerdo al divisor más cercano a la raiz cuadrada del número de fragmentos deseados, así por ejemplo si deseamos dividir la imagen en 20 fragmentos, se dividirá la imagen en 4 fragmentos iguales (salvo quizás el último), y cada subfragmento en 5 subfragmentos iguales (salvo quizás el último). Un ejemplo de esta división para el caso de 4 fragmentos se muestra en la Figura 5.1.



(a) (b)

Figura 5.1: (a) Imagen original. (b) Una división en 4 fragmentos.

El primer paso mencionado previamente, puede hacerse en paralelo sin problemas puesto que la imagen sólo se lee y, por lo tanto, no hay problemas de sincronización. Respecto del segundo, supongamos que tenemos un thread $t$ corriendo en el fragmento $A$ de la imagen, mientras, concurrentemente, otros threads corren en cada uno de los otros fragmentos. Sistemáticamente, lo que hace $t$ es extraer algún punto W-destructible $p$ ($\in$ fragmento $A$), disminuir su valor, actualizar el árbol y actualizar el mapa para cada uno de los $q \in \Gamma(p)$. ¿Qué sucede si algún $q$ pertenece a otro fragmento? El valor de $q$ puede haber cambiado respecto del momento en el que se armó el mapa que utiliza $t$, y, en consecuencia, este puede haber quedado desactualizado, con lo cual no podemos estar seguros del valor al que debe ser disminuido $p$. Del mismo modo, si disminuyéramos $p$, quedarán desactualizados los mapas de los fragmentos en los que $p$ tenga vecinos. Debido a estos problemas, podemos terminar con una imagen resultante que no satisface la definición de watershed topológico.

De aquí en adelante, diremos que un punto es borde si posee vecinos en fragmentos ajenos, desde luego esto dependerá de la relación de vecindad que se esté utilizando. En la Figura 5.2 se observan los puntos bordes de la Figura 5.1 tomando una relación de vecindad tipo 4 o tipo 8.

## 5.2. Estado del arte

Como vimos en el apartado anterior, el problema para hacer un algoritmo paralelo puede resumirse en contestar la pregunta ¿Cómo resolver los problemas de sincronización que presentan los puntos borde?

Una de las respuestas que primero viene a la cabeza, es que todos los threads utilicen un mapa global y que cada thread actualize el valor de los puntos que pertenecen a su fragmento y de los vecinos de los puntos borde

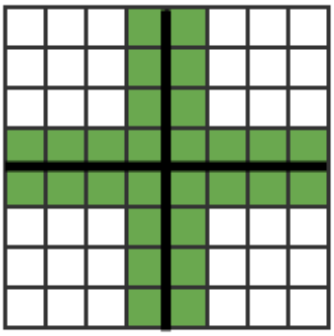


Figura 5.2: En verde se muestran los puntos borde de la Figura 5.1, tomando una relación de vecindad tipo 4 o tipo 8.

pertenecientes a fragmentos ajenos. Sin embargo, el problema de sincronización sigue existiendo, puesto que puede modificarse al mismo tiempo el valor de un punto borde por un thread, y el valor de su vecino en otro fragmento por otro thread, con lo cual no podemos asegurar que la transformación sea correcta.

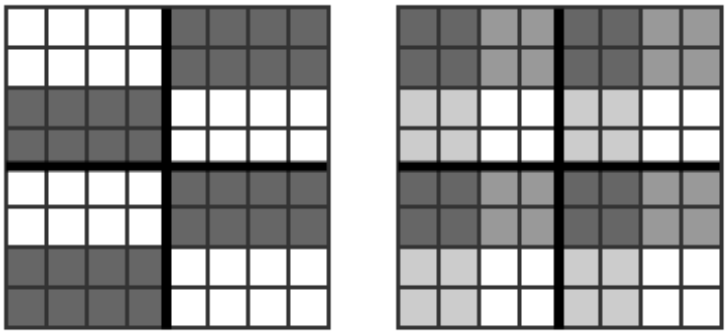
En [7] se propone una solución basada en particionar cada fragmento en subfragmentos, de modo de asegurar que si un thread está modificando un punto, ningún otro esté modificando algún vecino perteneciente a otro fragmento. De este modo, cada thread procesa un subfragmento i, y, cuando todos terminan, cada uno procesa el i+1, y así hasta procesar todos los subfragmentos.

Claro, una sola iteración puede ser insuficiente puesto que al disminuir un punto $p$ que pertenece a un subfragmento, puede que alguno de sus vecinos en algun otro subfragmento se vuelva W-destructible. Por este motivo, se utiliza un array global para marcar los puntos que hayan sido modificados, y asi procesar nuevamente cada uno de los vecinos en su respectivo subfragmento.

La desventaja que presenta este enfoque, es que el modo de particionar los fragmentos depende del tipo de vecidad que se utilice, tal como puede observarse en la Figura 5.3, lo que supone un gran problema de escalabilidad del algoritmo, puesto que para cada relación de vecindad que desee soportar el algoritmo, habrá planear un subfragmentado acorde (que puede no ser trivial).

## 5.3. Algoritmo

La solución que se presenta en este trabajo, consiste en tratar los puntos borde de modo secuencial, y, de este modo, superar la desventaja del algoritmo descrito anteriormente.



(a) (b)

Figura 5.3: Subfragmentación para Figura 5.1. (a) Subfragmentación para el caso de una relación de vecindad de tipo 4. Cada fragmento se divide en 2 subfragmentos. (b) Subfragmentación para el caso de una relación de vecindad de tipo 8. Cada fragmento se divide en 4 subfragmentos.

De modo concreto, se propone dividir la imagen en fragmentos y, de forma concurrente, calcular el mapa para cada uno tal como lo hace el algoritmo cuasi-lineal. Luego, utilizar el mapa de modo análogo al algoritmo cuasi-lineal, con la salvedad de, en caso de haber extraido del mapa un punto borde, este se marca en un arreglo global y no se modifica su valor.

Una vez que todos los threads terminan, un único thread repite el proceso para los puntos bordes marcados en el arreglo global, marcando en un nuevo arreglo aquellos puntos que no sean borde y que deban ser recalculados.

Una vez hecho esto, el proceso se repite nuevamente, donde cada thread se encarga de procesar aquellos puntos marcados en el arreglo global que pertenecen a su fragmento, y así hasta eliminar todos los puntos W-destructibles.

## 5.4. Implementación

A continuación presentaremos el pseudo código del algoritmo propuesto en el apartado anterior.

La siguiente función se encarga de inicializar el mapa de un fragmento pasado como parámetro.

**Algorithm 5**

```
1: function initializeMap(E, Γ, F, T(F̄), Ψ, Tile)
2:     for all p ∈ Tile do
3:         [i, c] ← isWdestructible(E, F, Γ, p, T(F̄), Ψ)
4:         if [i, c] ≠ null then
5:             componentMap · insert(p, [i, c])          ▷ sorted by i
       return componentMap
```

Notar que coincide con la lógica utilizada por el algoritmo cuasi-lineal, salvo que, en lugar de recorrer toda la imagen, se restringe a al set de puntos $Tile$ pasado como parámetro.

Lo que sigue es el procedimiento que se encarga de procesar un fragmento de la imagen.

**Algorithm 6**

```
1: procedure doTopologicalWatershedOnTile(E, Γ, F, T(F̄), Ψ,
   Tile)
2:     componentMap ← InitializeQueue(E, Γ, F, T(F̄), Ψ, Tile)
3:     while ¬componentMap · empty() do
4:         p, [i, c] ← componentMap · extractFirst()
5:         if Γ(p) ⊈ Tile then                          ▷ means a border px
6:             borders · insert(p)
7:         else
8:             F(p) ← i − 1
9:             Ψ(p) ← [i, c]
10:            for all q ∈ Γ(p), F(q) ≥ i do
11:                [j, d] ← isWdestructible(E, F, Γ, q, T(F̄), Ψ)
12:                if [j, d] = null then
13:                    componentMap · removeIfExists(q)
14:                else
15:                    componentMap · addOrUpdate(q, [j, d])
```

Nuevamente, notar el parecido al algoritmo cuasi-lineal, lo único que se agrega es el chequeo de si el punto es borde, y en este caso, se extrae del mapa y se marca en el arreglo global borders.

A continuación se muestra la lógica del procedimiento encargado de procesar los puntos borde.

**Algorithm 7**

```
1: procedure doTopologicalWatershedOnBorder(E, Γ, F, T(F̄), Ψ)
2:     componentMap ← InitializeQueue(E, Γ, F, T(F̄), Ψ, borders)
3:     while ¬componentMap · empty() do
4:         p, [i, c] ← componentMap · extractFirst()
5:         F(p) ← i − 1
6:         Ψ(p) ← [i, c]
7:         for all q ∈ Γ(p), F(q) ≥ i do
8:             [j, d] ← isWdestructible(E, F, Γ, q, T(F̄), Ψ)
9:             if [j, d] = null then
10:                componentMap · removeIfExists(q)
11:                changed · removeIfExists(q)
12:            else
13:                if q ∈ componentMap then
14:                    componentMap · update(q, [j, d])
15:                else
16:                    changed · insert(q)
```

Como puede observarse, es aquí donde se disminuye el valor de los puntos borde, motivo por el cuál esta lógica debe correr en modo secuencial. Al temrinar este procedimiento, todos los puntos borde habrán dejado de ser W-destructibles, pero al disminuir su valor, puede que algunos puntos no borde se hayan vuelto W-destructibles, por lo cuál se los marca en el arreglo globlal changed.

Finalmente, aquí se presenta el procedimiento encargado de hacer la transformación watershed paralelo.

**Algorithm 8**

```
1: procedure doTopologicalWatershed(E, Γ, F, T(F̄), Ψ, n)
2:     tiles ← divideImageInTiles(n)
3:     threadPool ← createThreadPool(n)
4:     borders ← ∅                                   ▷ global for all threads
5:     changed ← ∅                                   ▷ global for all threads
6:     for i = 1 → n do
7:         threadPool[i]·run(doTopologicalWatershedOnTile(E, Γ, F, T(F̄), Ψ, tiles[i]))
8:     waitForAllThreadsToFinish()
9:     doTopologicalWatershedOnBorder(E, Γ, F, T(F̄), Ψ)
10:    while changed ≠ ∅ do
11:        for i = 1 → n do
12:            threadPool[i]·run(doTopologicalWatershedOnTile(E, Γ, F, T(F̄), Ψ, tiles[i]∩
    changed))
13:        waitForAllThreadsToFinish()
14:        doTopologicalWatershedOnBorder(E, Γ, F, T(F̄), Ψ)
```

Notar que se recibe por parámetro la cantidad de threads que se utilizarán en el proceso. En el for de las líneas 6 y 7, cada thread se encarga del procesar su respectivo fragmento, y una vez que todos terminan, se procesan los puntos borde. Luego, mientras haya puntos no bordes por revisar, cada thread procesa los que se encuentran en su fragmento, marcando en el arreglo los puntos borde si los hubiere, y nuevamente se procesan los mismos, y así hasta lograr estabilidad.

## 5.5. Conclusión

Pendiente

# Capítulo 6

# Conclusión

Pendiente

# Bibliografía


[1] Gilles Bertrand and Michel Couprie *Topological grayscale watershed transformation*, 1997.

[2] Laurent Najman and Michel Couprie *Watershed algorithms and contrast preservation*, 2003.

[3] Gilles Bertrand *On topological watersheds*, 2005.

[4] Michel Couprie, Laurent Najman and Gilles Bertrand *Quasi-linear algorithms for the topological watershed*, 2004.

[5] Michel Couprie and Laurent Najman *Quasi-linear algorithm for the component tree*, 2004.

[6] Michael A. Bender and Martín Farach-Colton *The LCA problem revisited*, 2000.

[7] Joel van Neerbos, Laurent Najman and Michael H.F. Wilkinson *Towards a Parallel Topological Watershed: First Results*, 2012.