Exercício Computacional 2

MAP 3121

Daniel Nery Silva de Oliveira 9349051

Mateus Almeida Barbosa 9349072

Professor Pedro Peixoto

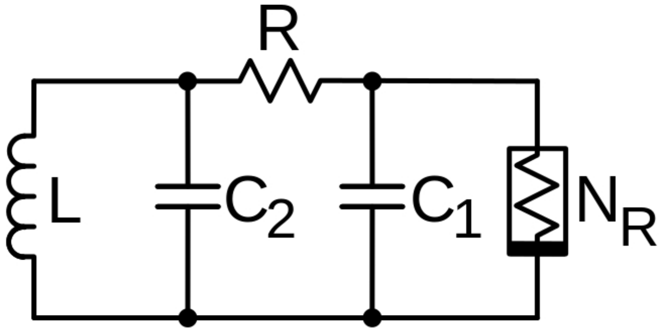
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

25 de junho de 2017

Sumário

Sobre o EC

O objetivo desse exercício computacional é a resolução de uma equação diferencial ou um sistema de equações diferenciais. Essa equações foram obtidas a partir de testes propostos para verificação do funcionamento do EC e da resolução do circuito de Chua apresentado a seguir:



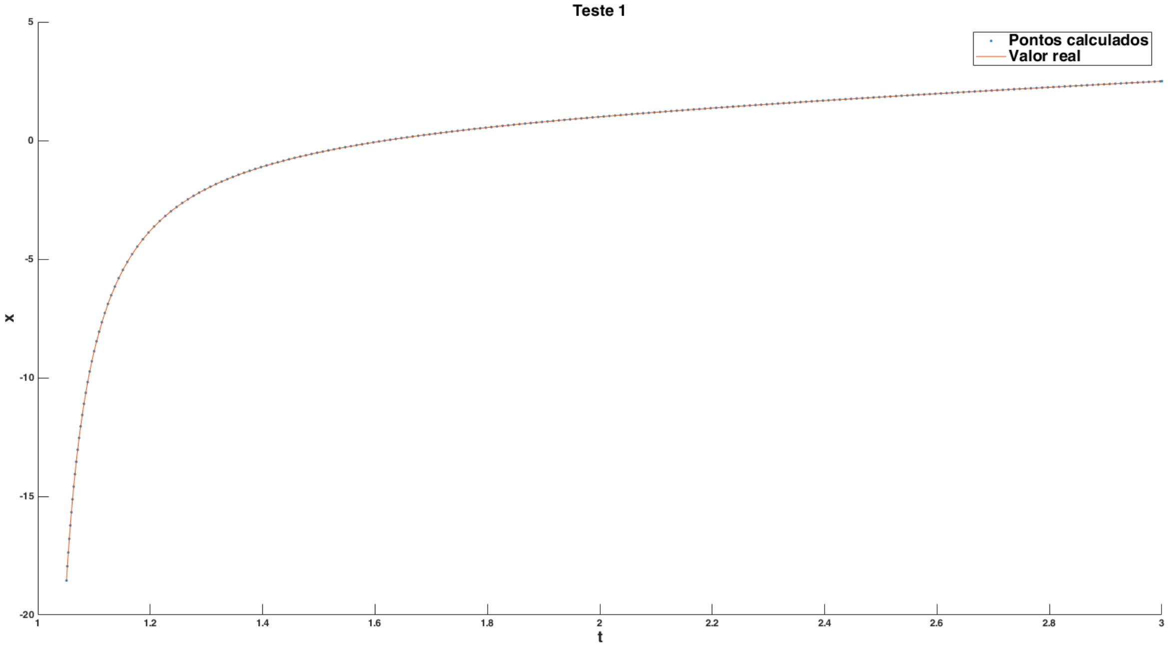
Nesse caso, a corrente em N_R, elemento conhecido como diodo de Chua, varia conforme a tensão V aplicada em seus terminais e uma tensão de corte E pré-estabelecida. Os parâmetros L, C1, C2, E e os parâmetros Ga e Gb, que determinam a corrente em N_R, são dados, assim como as condições iniciais de tensão nos capacitores (V1 e V2) e corrente no indutor (I_L).

O EC foi feito em linguagem C e adota o método RKF45 para resolução dos sistemas propostos visando eficiência computacional. Esse método é baseado no método de Runge-Kutta Fehlberg, e combina métodos de quarta e quinta ordem para aproximação dos x_i e controle do passo.

Conclusão

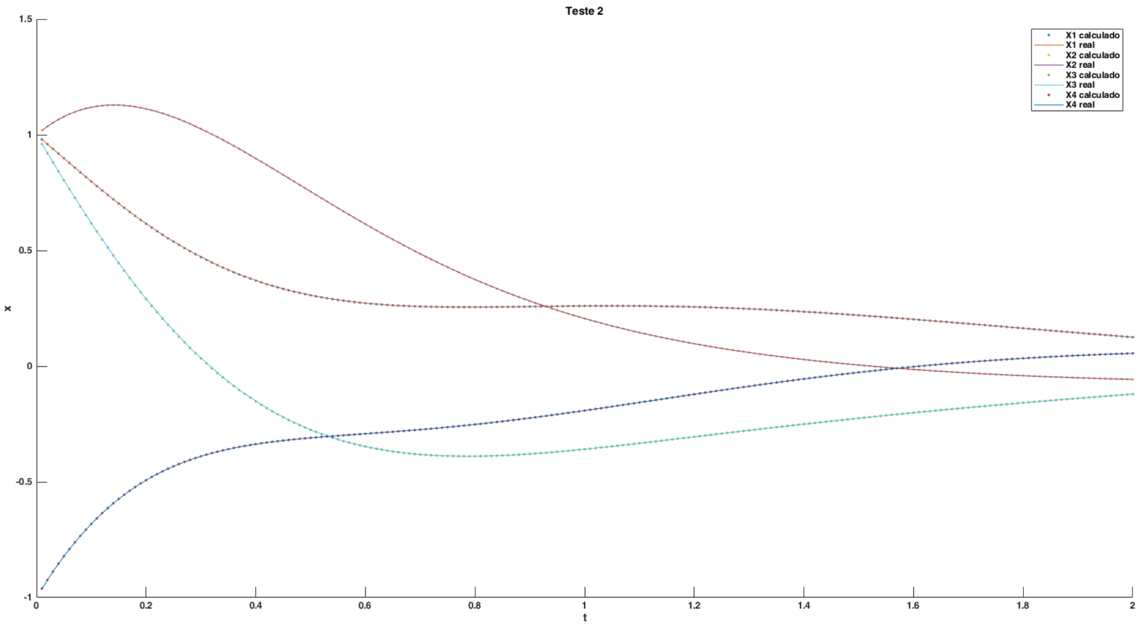
Antes de se partir para a resolução do circuito de Chua, foram realizados três testes.

O primeiro teste consistia na resolução da equação diferencial $F(t,x) = 1 + (x - t)^2$ com condição inicial $x(1{,}05) = -18{,}95$ e indo até o tempo final de $t = 3s$, e que tem como solução exata $x(t) = t + 1/(1 - t)$. O resultado obtido encontra-se no gráfico a seguir:



O segundo teste consistia na equação diferencial $F(t, X) = AX, X \in R^4$. A integração deveria ser feita de $X(0) = (1, 1, 1, -1)$ até $t = 2s$, com $h = 0{,}1$ inicialmente. A matriz A utilizada, a solução exata da equação obtida e o resultado encontrado são, respectivamente:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \bar{X}(t) = \begin{pmatrix} e^{-t}\sin t + e^{-3t}\cos 3t \\ e^{-t}\cos t + e^{-3t}\sin 3t \\ -e^{-t}\sin t + e^{-3t}\cos 3t \\ -e^{-t}\cos t + e^{-3t}\sin 3t \end{pmatrix}$$



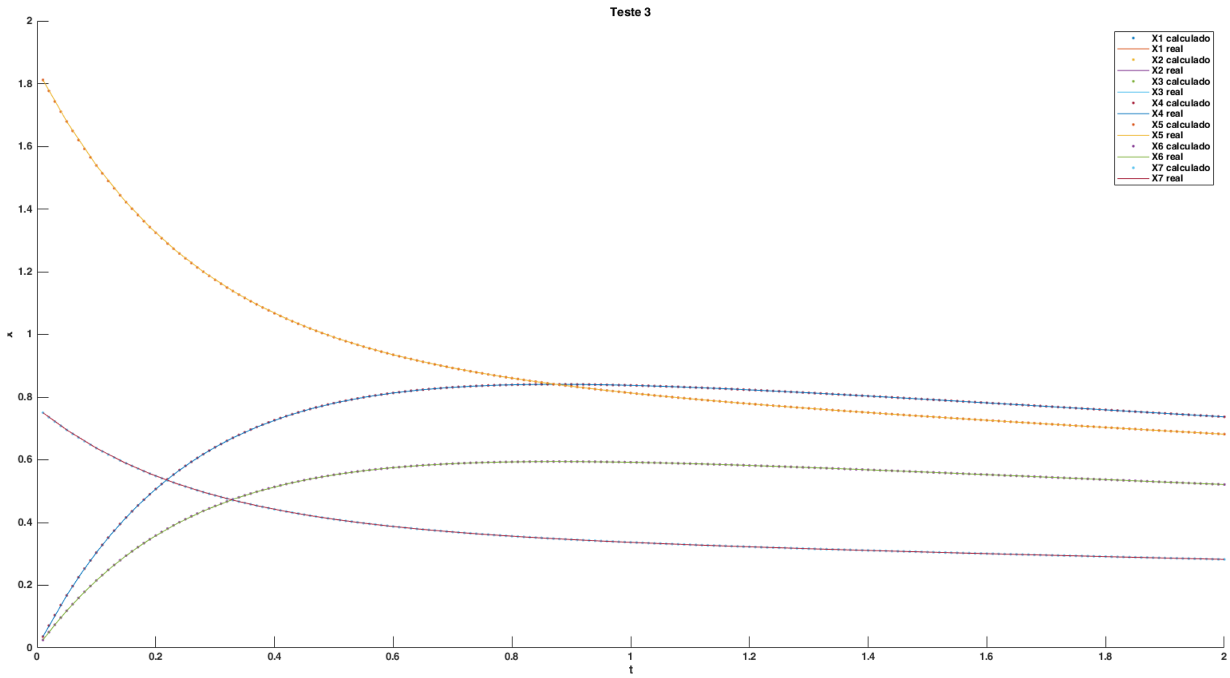
A seguir, foi feito o terceiro teste novamente com a equação $F(t, X) = AX$ porém com $X \in R^m$, ou seja, com A sendo uma matriz $m\,x\,m$. Utilizou-se m = 7 e o seguintes algoritmos para determinação da matriz A e do vetor $X(0)$, respectivamente:

```
matrix_t* A = matrix_create(X->size, X->size);
for (int i = 0; i < A->l; i++) {
    for (int j = 0; j < A->c; j++) {
        if (i == j)
            matrix_set(A, i, j, -2.0);
        else if ((i < A->l - 1 && j == i + 1) || (j < A->c - 1 && i == j + 1))
            matrix_set(A, i, j, 1);
    }
}
```

```
vector_t* x3t(double t, vector_t* res) {
    int m = res->size;
    for (int i = 1; i <= m; i++)
        vector_set(res, i-1, exp(-(2*(1-cos(M_PI/(m + 1))))*t)*sin(M_PI*i/(m + 1))+exp(-(2*(1-cos(m*M_PI/(m + 1))))*t)*sin(m*M_PI*i/(m + 1)));

    return res;
}
```

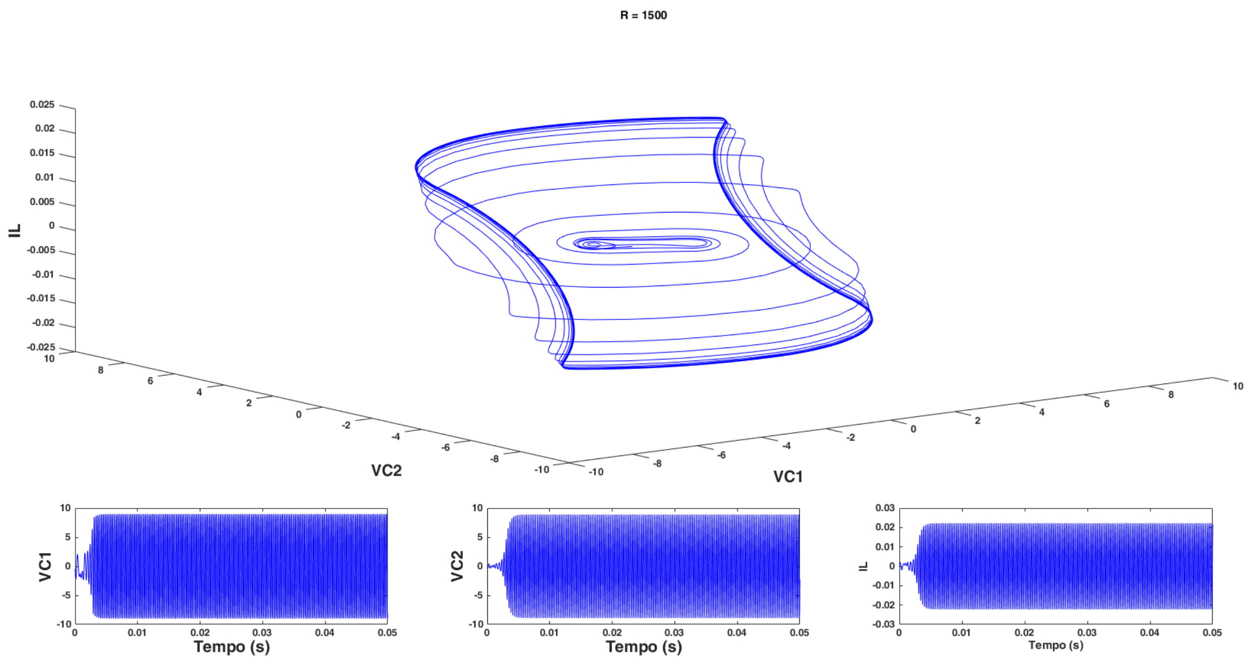
A integração foi feita até $t = 2s$, obtendo as seguintes curvas como resultado:



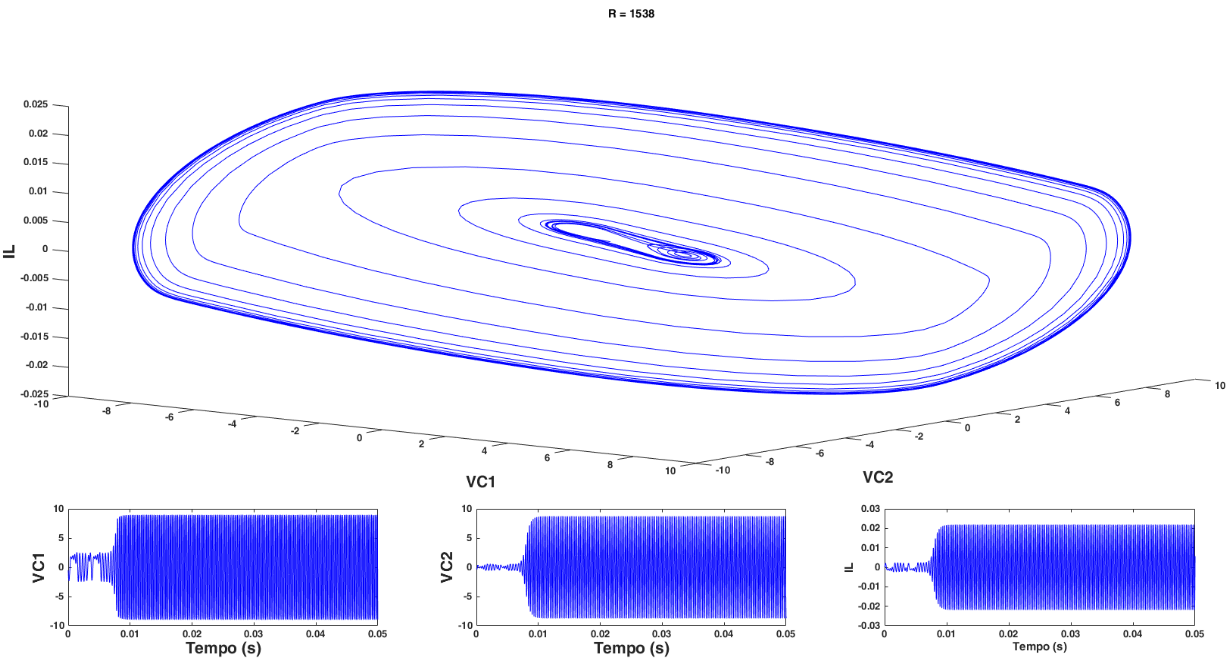
Nesse caso aparecem apenas 4 gráficos devido ao fato de 3 serem iguais.

Finalmente, partiu-se para a análise do circuito de Chua. Para tanto, adotou-se os seguintes valores para R com os respectivos retratos de fase:

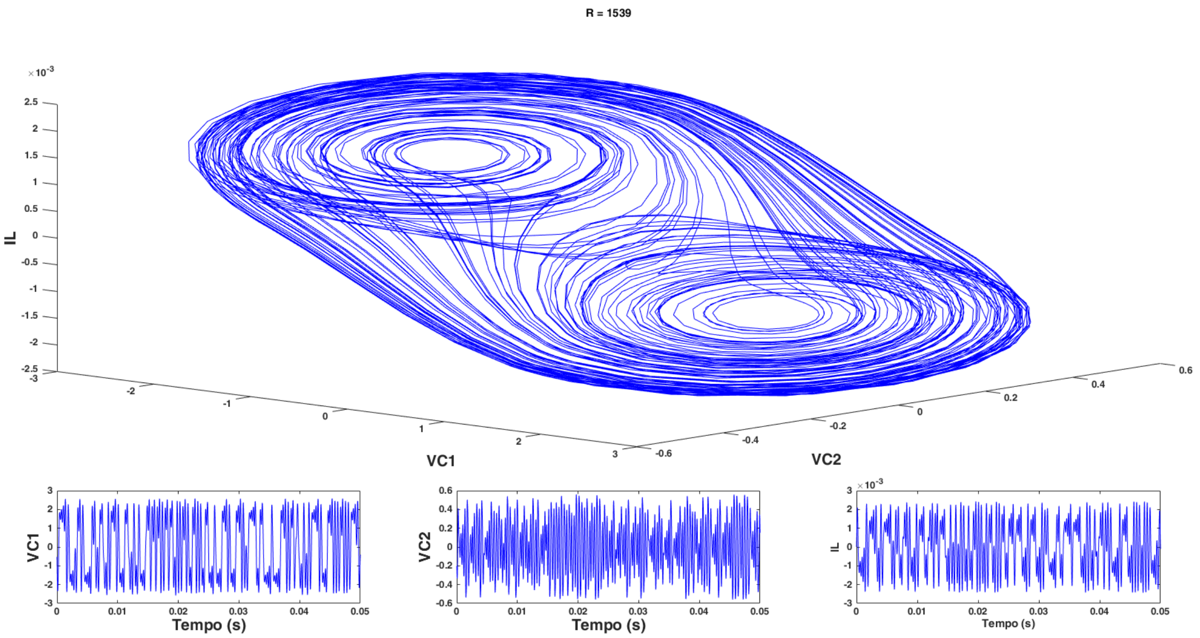
R = 1500



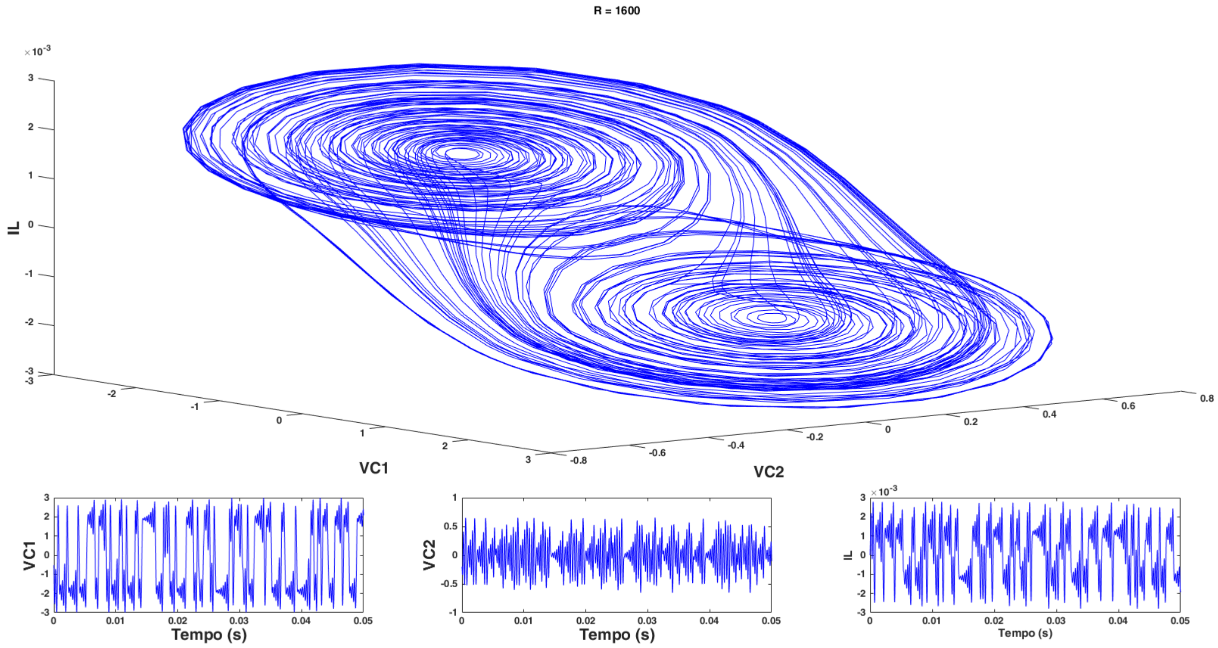
R = 1538



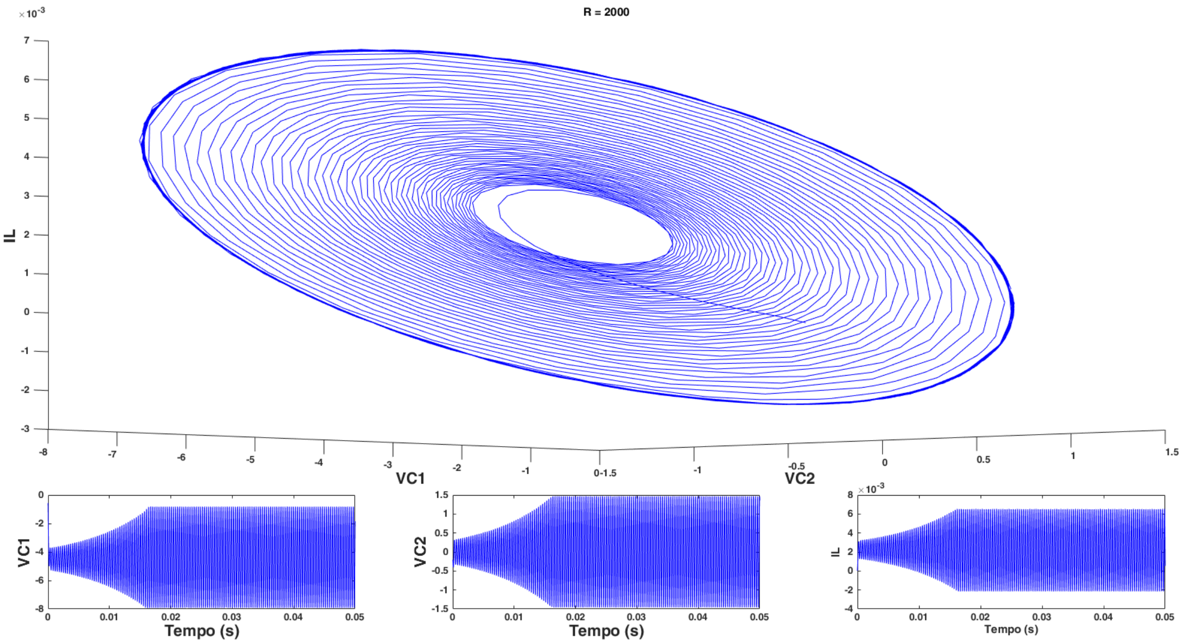
R = 1539



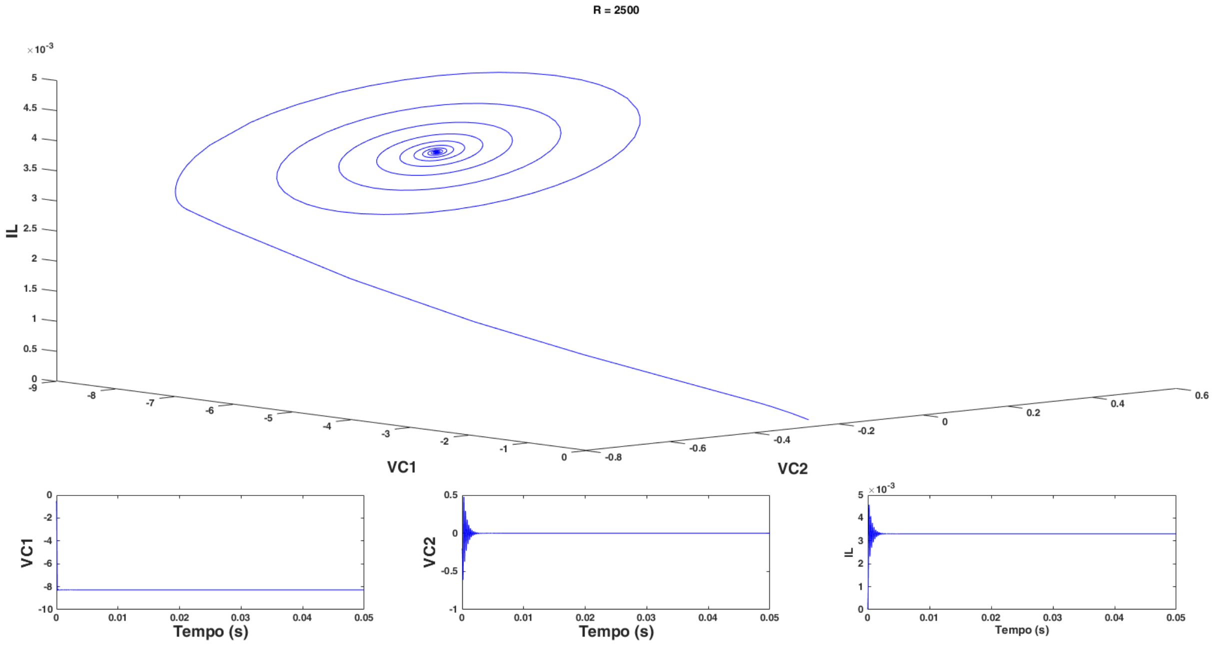
R = 1600


R = 1600
IL
VC1
VC2
VC1
Tempo (s)
VC2
Tempo (s)
IL
Tempo (s)

R = 2000


R = 2000
IL
VC1
VC2
VC1
Tempo (s)
VC2
Tempo (s)
IL
Tempo (s)

R = 2500



Observa-se uma mudança no retrato de fases do sistema a partir de R = 1539, quando há uma bifurcação no sistema, e também para valores de R maior ou iguais a 2000. Para R < 1539 observamos o sistema possui apenas um foco e em seguida tal comportamento se altera, voltando a ter apenas um foco.

Por fim, analisou-se o tempo de execução do programa para diferentes valores de R. Os resultados seguem no gráfico a seguir: