1. Метод независимых компонент. Критерии независимости компонентов

1. **Метод независимых компонент** (МНК) — это вычислительный метод в обработке сигналов для разделения многомерного сигнала на аддитивные подкомпоненты. Этот метод применяется при предположении, что подкомпоненты являются негауссовыми сигналами и что они статистически независимы друг от друга. АНК является специальным случаем слепое разделение сигнала.

Анализ независимых компонент пытается разложить множественный сигнал на независимые негауссовые сигналы. Например звук обычно является сигналом, который состоит из сложения в каждый момент одиночных t-сигналов, идущих из нескольких источников. Вопрос заключается в том, возможно ли разделить эти источники, выделяя их из общего сигнала. Если допущение статистической независимости верно, слепое разделение независимых компонент смешанного сигнала даст очень хорошие результаты. Метод также применяется для анализа сигналов, которые могут быть и не смешанными.

Простым приложением АНК является “задача о шумной вечеринке”, когда собеседники слышат друг друга, выделяя голос собеседника из общего сигнала, состоящего из шума одновременно говорящих людей в помещении и шумной улицы за окном. Обычно задача упрощается предположением, что задержка по времени или эхо отсутствуют. Заметим, что отфильтрованный и задержанный сигнал является копией зависимой компоненты, и тогда допущение статистической независимости не нарушено.

Важно также учитывать, что если представлено N источников, нужно по меньшей мере N наблюдений (например микрофонов, если наблюдаемый сигнал — аудио), чтобы обнаружить исходные сигналы. В этом случае матрица квадратна J=D, где D входная размерность данных, а J — размерность модели). Иначе получаем и исследуем недоопределённый J>D или переопределённый (
J<D случай.

Метод АНК — разделение смешанных сигналов, базируется на двух допущениях и трёх эффектах источников смешанного сигнала, что даёт очень хорошие результаты. Двумя допущениями являются:

- Источники сигналов независимы друг от друга.
- Значения каждого источника сигнала имеют негауссово распределение.

Тремя эффектами источника смешанного сигнала являются:

- **Независимость**: как в допущении 1, источники сигналов независимы, однако их смесь не является независимой от источников, потому что смесь сигналов имеет одни и те же источники.
- **Нормальность**: согласно центральной предельной теореме, распределение суммы независимых случайных переменных с конечной дисперсией стремится к гауссовому распределению. Попросту говоря, сумма двух независимых случайных переменных обычно имеет распределение более близкое к гауссовому, чем любое из двух исходных случайных переменных. Здесь мы рассматриваем каждый сигнал как случайную переменную.
- **Сложность**: временна́я сложность любой смеси сигналов больше, чем сложность одного сигнала, более простого по его составляющим.

Эти принципы составляют базовые основы АНК. Если сигналы, которые нам удалось извлечь из смеси, независимы, подобно исходным сигналам, и имеют негауссовые гистограммы или имеют малую сложность, подобную сигналу источников, они должны быть сигналами источников.

Критерии независимости компонент

АНК находит независимые компоненты (которые называются факторами, скрытыми переменными или источниками) путём максимизации статистической независимости оцениваемых компонент. Можно выбрать один из многих путей для определения заменителя независимости, и этот выбор определит форму алгоритма АНК.

Два наиболее широких определения независимости АНК:

- Минимизация взаимной информации
- Максимизация негауссовости

Семейство алгоритмов АНК с минимизацией взаимной информации (Minimization-of-Mutual information, MMI) использует такие меры, как расхождение Кульбака-Лейблера и максимальная энтропия. Семейство алгоритмов АНК с максимизацией негауссовости использует коэфициент эксцесса и негэнтропию.

2. Задано последовательность состояний марковской модели первого порядка:

X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 5, 4, 3, 1, 1, 5, 7, 5, 6, 1}

Общее количество состояний модели равно 7. Рассчитать матрицу переходов **(transition matrix)** на з итерации.

outputs := "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 5, 4, 3, 1, 1, 5, 7, 5, 6, 1"

$$A := \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{2}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.333 & 0.333 & 0 & 0 & 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.5 & 0.25 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0.111 & 0.111 & 0.333 & 0.083 & 0.111 & 0.167 & 0.083 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.167 & 0.167 & 0.25 & 0 & 0.417 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0.375 & 0 & 0.25 & 0.125 \\ 0.25 & 0 & 0.125 & 0 & 0.375 & 0 & 0.25 \\ 0.167 & 0.167 & 0 & 0 & 0.667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.5 & 0.25 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0.287 & 0.037 & 0.153 & 0.194 & 0.162 & 0.056 & 0.111 \\ 0.167 & 0.167 & 0.25 & 0 & 0.417 & 0 & 0 \\ 0.181 & 0.056 & 0.167 & 0.229 & 0.056 & 0.208 & 0.104 \\ 0.208 & 0.083 & 0.188 & 0 & 0.396 & 0 & 0.125 \\ 0.146 & 0.083 & 0 & 0.156 & 0.333 & 0.188 & 0.094 \\ 0.056 & 0.056 & 0.167 & 0.167 & 0.056 & 0.333 & 0.167 \\ 0.25 & 0 & 0.125 & 0 & 0.375 & 0 & 0.25 \end{pmatrix}$$