

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЇВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Факультет інформатики



Протокол до лабораторної роботи №2
З дисципліни «Математичні методи машинного навчання»

Виконав
студент 4 курсу
факультету інформатики
Миколайчик Я. А.

1. Завдання лабораторної роботи

- 1) Сформувати тестову вибірку зображень з вихідного пакету;
- 2) Провести декомпозицію каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням методу головних компонент (PCA);
- 3) Для каналу зеленого кольору тестових зображень обчислити наступні характеристики розподілу значень яскравості пікселів:
 - a) Впорядкувати отримані компоненти вихідного зображення в порядку зменшення значень сингулярних чисел (від найбільшого s_{max} до найменшого s_{min} значення);
 - b) Провести реконструкцію зображення при використанні лише частки ($\alpha\%$) компонентів розкладу, що характеризуються відмінними від нуля сингулярними числами ($s_i \neq 0$). Розглянути випадок, коли α змінюється від $\alpha_{min} = 10\%$ до $\alpha_{max} = 100\%$ з кроком $\Delta\alpha = 10\%$.
 - c) Порівняти вихідне та реконструйоване зображення за показником середньоквадратичного відхилення (MSE).
 - d) Побудувати графіки залежності $\overline{MSE}(\alpha)$, де \overline{MSE} – значення середньоквадратичного відхилення між вихідним та реконструйованим зображеннями, усереднені по тестовому пакету;
- 4) Провести моделювання каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням марківських ланцюгів першого порядку M_1 :
 - a) Отримати стохастичну матрицю для каналу зеленого кольору при обробці пікселів (згідно номеру студента в списку групи, за модулем кількості варіантів):
 - i) По горизонталі, зліва направо – $M_1^{\rightarrow}(I_{x,y}, I_{x+1,y})$;
 - ii) По горизонталі, справа наліво – $M_1^{\leftarrow}(I_{x,y}, I_{x-1,y})$;
 - iii) По вертикалі, зверху вниз – $M_1^{\downarrow}(I_{x,y}, I_{x,y+1})$;
 - iv) По вертикалі, знизу вгору – $M_1^{\uparrow}(I_{x,y}, I_{x,y-1})$;
 - v) По головній діагоналі – $M_1^{\searrow}(I_{x,y}, I_{x+1,y+1})$;
 - vi) По головній діагоналі – $M_1^{\swarrow}(I_{x,y}, I_{x-1,y-1})$;
 - vii) По побічній діагоналі – $M_1^{\swarrow}(I_{x,y}, I_{x-1,y+1})$;
 - viii) По побічній діагоналі – $M_1^{\searrow}(I_{x,y}, I_{x+1,y-1})$;
 - b) В протоколі роботи графічно показати вид марківського ланцюга для діапазону яскравості пікселів $I_{x,y} \in [i; i \times 10]$, де i – номеру студента в списку групи;
 - c) Для отриманих марківських ланцюгів перевірити виконання властивості регулярності та рекурентності після проходження 5 ітерацій роботи.

2. Порядок виконання роботи та отримані результати

Робота була виконана на мові Python в форматі Jupyter Notebook та за допомогою середовища JupyterLab.

1) Формування тестової вибірки зображень з вихідного пакету.

Для формування вибірки було використано модуль random з заданим відповідним діапазоном значень. У якості зображення, що використовуватиметься як приклад, на якому буде демонструватись робота програми, було вибране перше зображення з масиву випадково створеної вибірки зображень.

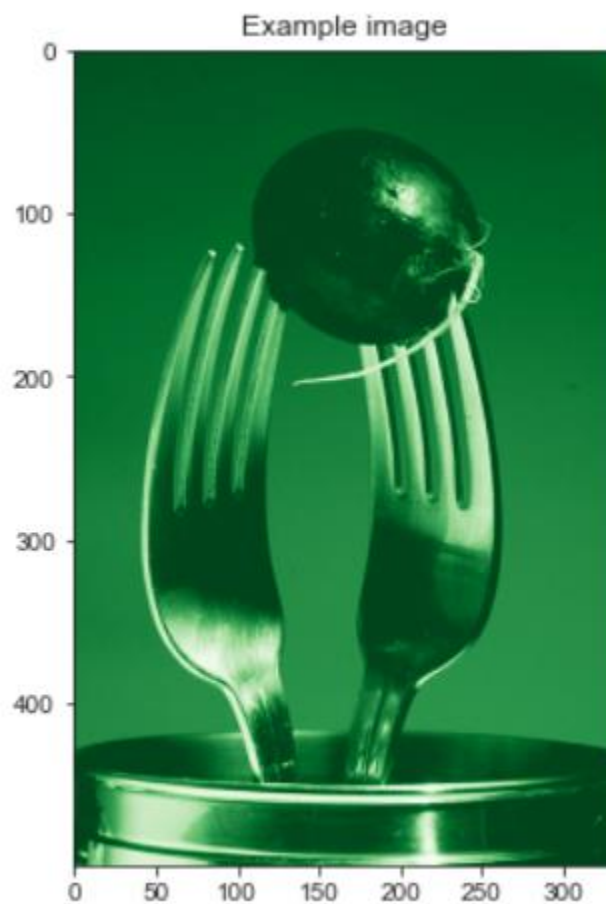


Рис. 1. Зображення для прикладу

2) Проведення декомпозиції каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням методу головних компонент (PCA).

Для декомпозиції зображень з використанням методу головних компонент був використаний клас PCA модуля sklearn.decomposition. Для демонстрації

роботи класу зображення було реконструйовано з використанням 10 компонент розкладу:

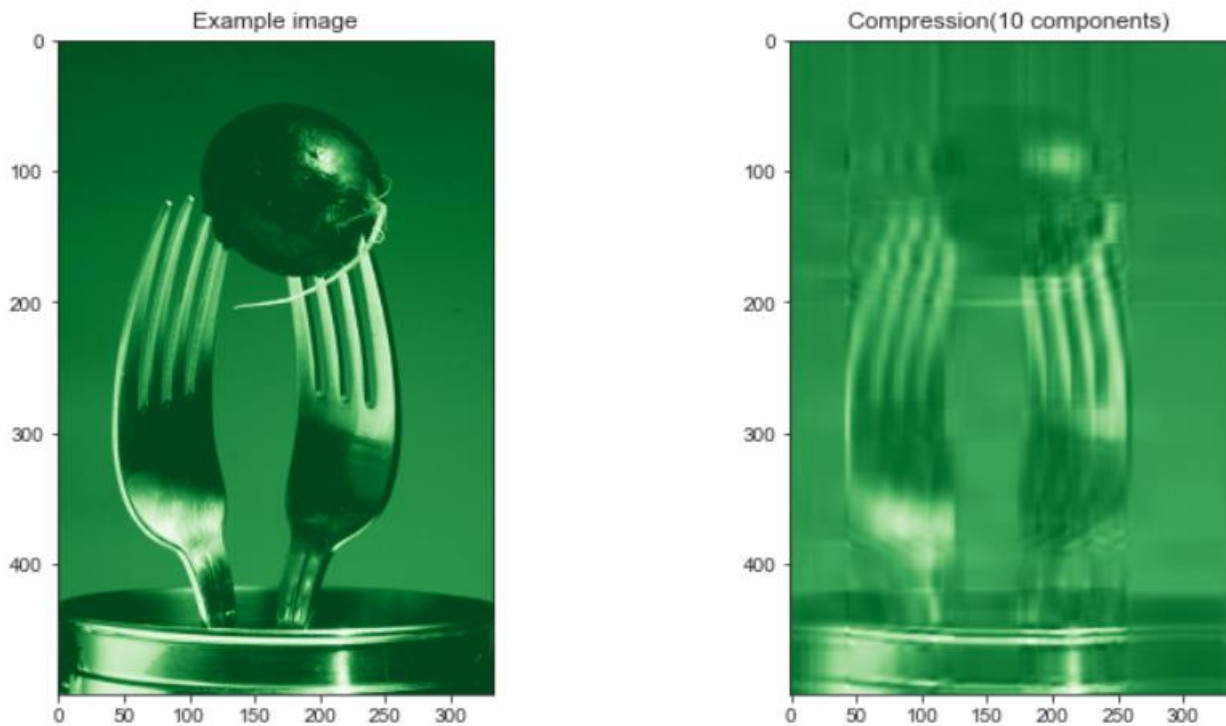


Рис. 2. Приклад реконструкції зображення з використанням PCA

3) Обчислення характеристик розподілу значень яскравості пікселів для каналу зеленого кольору тестових зображень.

- a. Впорядкування отриманих компонент вихідного зображення в порядку зменшення значень сингулярних чисел (від найбільшого S_{max} до найменшого S_{min} значення).*

Components: 333

Singular values: [1.05257096e+04 7.70041158e+03 7.14551155e+03 5.29968878e+03
3.86015625e+03 3.68151891e+03 3.19657901e+03 3.09521247e+03 ...
6.58312600e+00 6.36617095e+00 6.21835571e+00 5.85743752e+00
5.58703963e+00 5.46817283e+00 5.42957796e+00 4.68545215e+00]

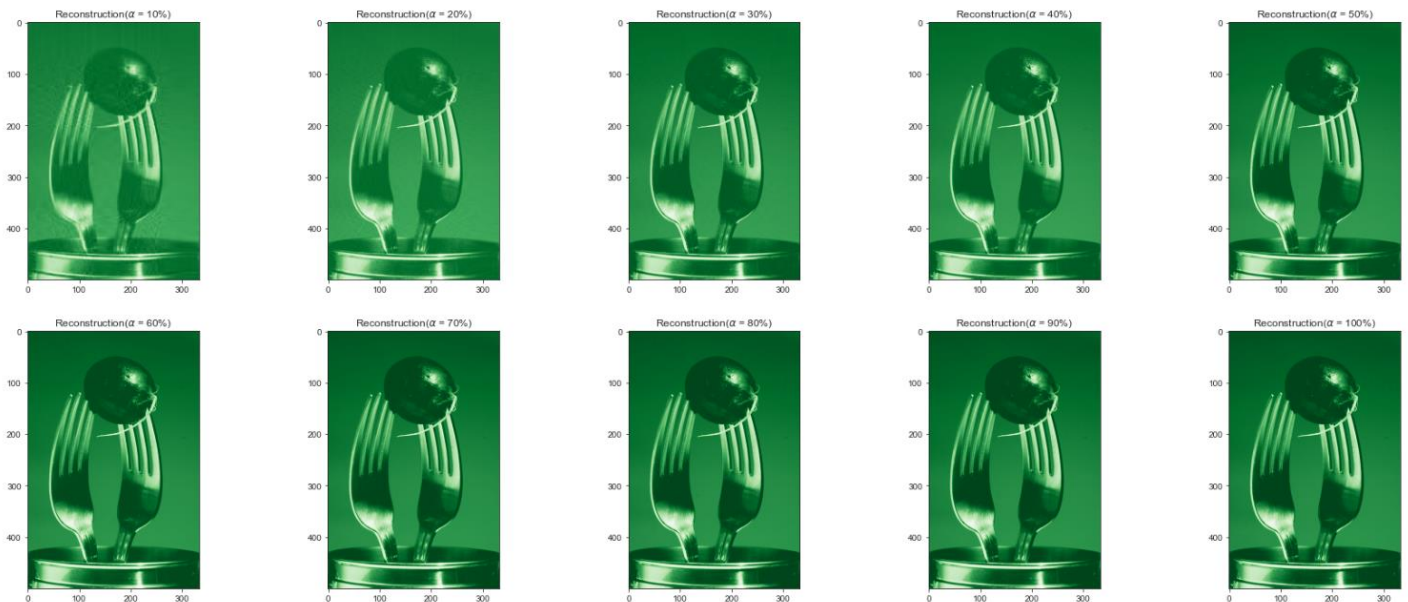
- b. Проведення реконструкції зображення при використанні лише частки ($\alpha\%$) компонентів розкладу.*

Використання лише частки ($\alpha\%$) компонентів розкладу, що характеризуються відмінними від нуля сингулярними числами ($s_i \neq 0$):



У цьому випадку ненульовими були всі сингулярні числа, тому фактично отримали зображення, ідентичне оригінальному.

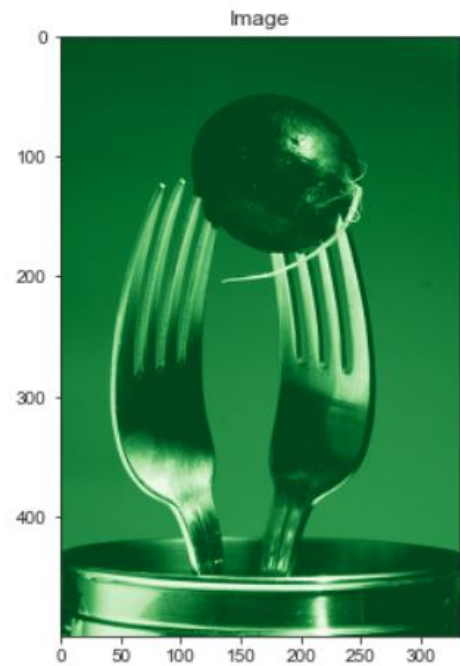
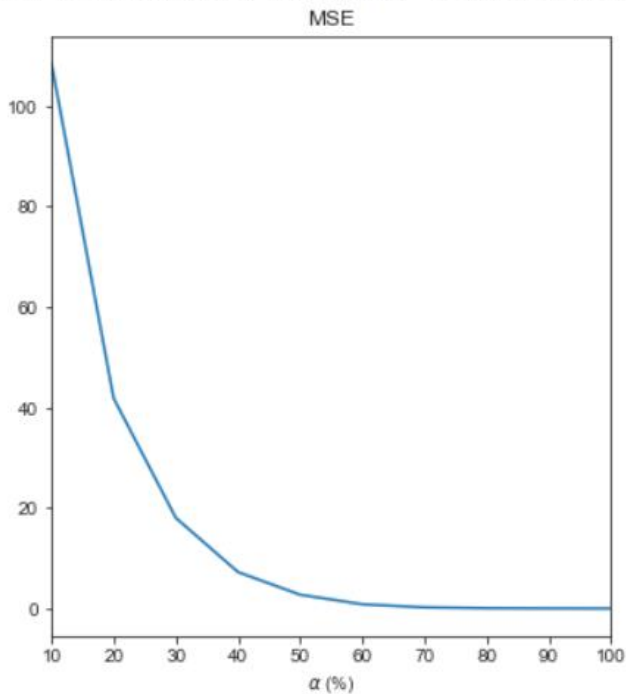
Також розглянули випадок, коли α змінюється від $\alpha_{\min} = 10\%$ до $\alpha_{\max} = 100\%$ з кроком $\Delta\alpha = 10\%$:



Бачимо, що зі збільшенням кількості використаних компонент при реконструкції зображення вийде чіткішим.

c. Порівняти вихідне та реконструйоване зображення за показником середньоквадратичного відхилення (MSE).

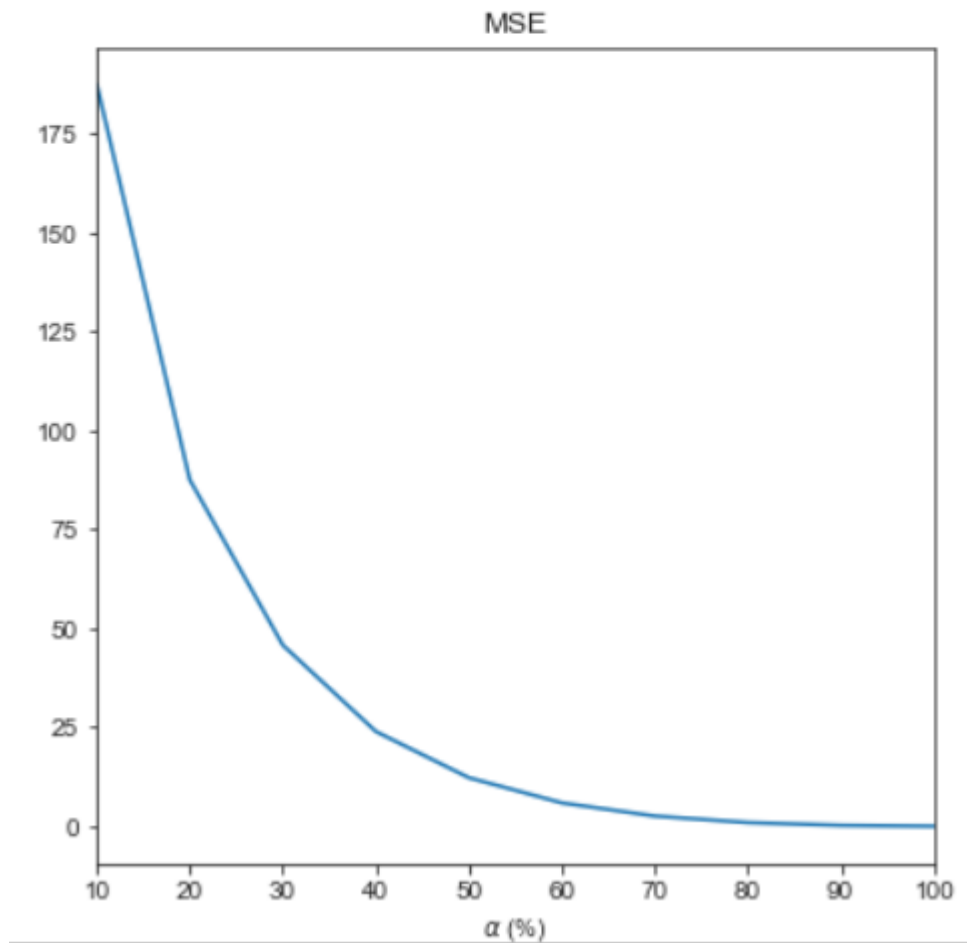
```
MSE with 10% (33) components: 108.4889658946297
MSE with 20% (66) components: 41.827535065387025
MSE with 30% (99) components: 18.034597104957083
MSE with 40% (133) components: 7.252811044955867
MSE with 50% (166) components: 2.7401664842515374
MSE with 60% (199) components: 0.848019002758209
MSE with 70% (233) components: 0.2296649890286631
MSE with 80% (266) components: 0.07203417439181103
MSE with 90% (299) components: 0.016537627561155562
MSE with 100% (333) components: 6.964631823723492e-27
```



Бачимо, що чим більша частка компонент використовується в реконструкції, тим менше значення пікселів будуть відрізнятись між реконструйованим і вихідним зображенням. Для наведеного зображення вже починаючи з 60% компонент втрати в якості стають мізерними і непомітними (<1%).

d. Побудувати графіки залежності $\overline{MSE}(\alpha)$, де \overline{MSE} — значення середньо-квадратичного відхилення між вихідним та реконструйованим зображеннями, усереднені по тестовому пакету.

MSE with 10% components: 187.29078722836067
MSE with 20% components: 87.43757915186913
MSE with 30% components: 45.71068714199627
MSE with 40% components: 23.91839666894418
MSE with 50% components: 12.247196803297046
MSE with 60% components: 5.892697416766383
MSE with 70% components: 2.567338103813509
MSE with 80% components: 0.9333565395996042
MSE with 90% components: 0.22842146458929957
MSE with 100% components: 4.9791161276125587e-26

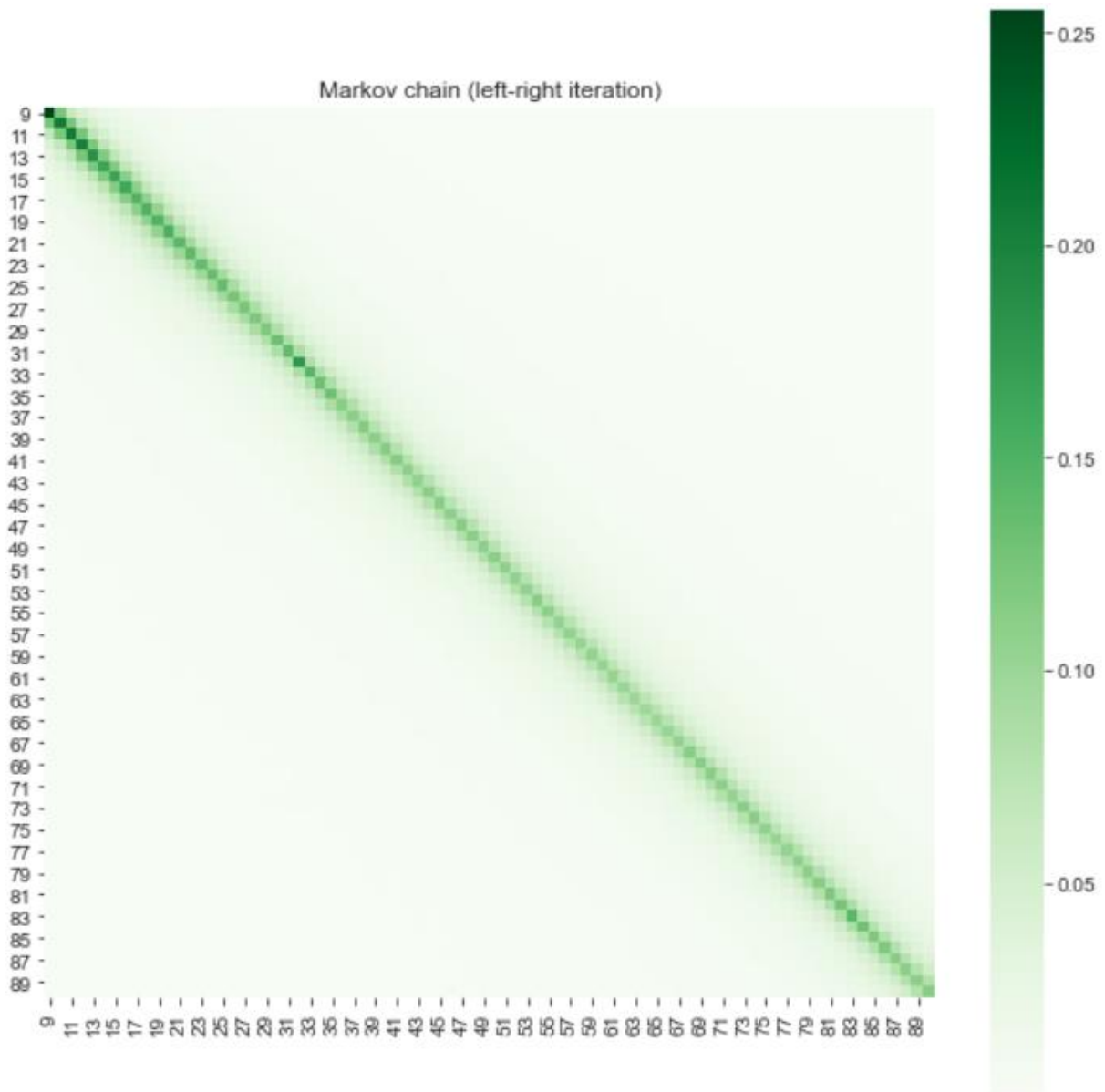


А от опрацювавши всю вибірку, бачимо, що середньоквадратичні втрати $<1\%$ досягаються при використанні в реконструкції як мінімум 80% компонент розкладу. Тобто бачимо, що оптимальна кількість використаних компонент різниться в залежності від зображення, але 80% швидше за все буде достатньо для втрати в якості $<1\%$.

4) Провести моделювання каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням марківських ланцюгів першого порядку M_1 .

Побудова стохастичної матриці для каналу зеленого кольору у моєму варіанті відбувалась при обробці пікселів по горизонталі, зліва направо.

Графічне зображення виду марківського ланцюга для діапазону яскравості пікселів $I_{x,y} \in [i; i \times 10]$, де i - номеру студента в списку групи (9), відбувається у вигляді heatmap(теплової карти):



З графіку бачимо, що значення яскравостей сусідніх пікселів з найбільшою ймовірністю переходять в такі самі, або такі, які відрізняються

лише на кілька одиниць. Це означає, що різкі переходи яскравості зеленого кольору між пікселями у зображеннях зустрічаються дуже рідко, а зазвичай відбуваються плавно.

Також після цього для отриманого марківського ланцюга було перевірено виконання властивостей регулярності та рекурентності після проходження 5 ітерацій роботи. Обидві властивості виконуються.

3. Висновки

В ході лабораторної роботи ми сформувавши вибірку зображень, провели декомпозицію каналу зеленого кольору та обчислили її характеристики. Показали обернену залежність між кількістю компонентів розкладу, використаних в реконструкції, та відхиленням від оригінального зображення.

Провели моделювання каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням марківських ланцюгів першого порядку, побудувавши стохастичну матрицю для каналу зеленого кольору при обробці пікселів по горизонталі, зліва направо.

Графічно показали вид марківського ланцюга для діапазону яскравості пікселів від 9 до 90 та побачили частотну перевагу плавного переходу значень яскравості над різким.

Підтвердили виконання властивостей регулярності та рекурентності марківського ланцюга після проходження 5 ітерацій роботи.