

Міністерство освіти і науки України  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЇВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»  
Факультет інформатики



**Протокол до лабораторної роботи №2**  
**З дисципліни „Математичні методи машинного навчання ”**

Виконала студентка 3 р.н.  
спеціальності “Прикладна математика”  
Антошина Катерина

## **1. Завдання лабораторної роботи**

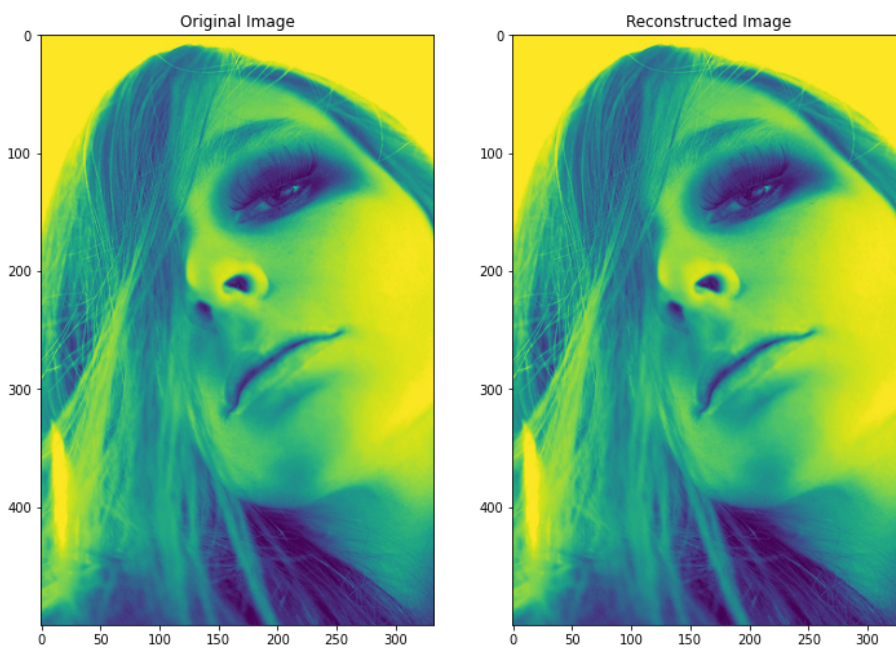
- 1) Сформулювати тестову вибірку зображень з вихідного пакету;
- 2) Провести декомпозицію каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням методу головних компонент (РСА):
- 3) Для каналу зеленого кольору тестових зображень обчислити наступні характеристики розподілу значень яскравості пікселів:
  - a) Впорядкувати отримані компоненти вихідного зображення в порядку зменшення значень сингулярних чисел (від найбільшого  $s_{max}$  до найменшого  $s_{min}$  значення);
  - b) Провести реконструкцію зображення при використанні лише частки ( $\alpha$  %) компонентів розкладу, що характеризуються відмінними від нуля сингулярними числами ( $s_i \neq 0$ ). Розглянути випадок, коли  $\alpha$  змінюється від  $\alpha_{min} = 10\%$  до  $\alpha_{max} = 100\%$  з кроком  $\Delta_\alpha = 10\%$ .
  - c) Порівняти вихідне та реконструйоване зображення за показником середньоквадратичного відхилення (MSE).
  - d) Побудувати графіки залежності  $\overline{MSE}(\alpha)$ , де  $\overline{MSE}$  – значення середньоквадратичного відхилення між вихідним та реконструйованим зображеннями, усереднені по тестовому пакету;
- 4) Провести моделювання каналу зеленого кольору тестових зображень з використанням марківських ланцюгів першого порядку  $M_1$ :
  - a) Отримати стохастичну матрицю для каналу зеленого кольору при обробці пікселів по горизонталі, зліва направо –  $M_1^{-}(I_{x,y}, I_{x+1,y})$ ;
  - b) В протоколі роботи графічно показати вид марківського ланцюга для діапазону яскравості пікселів  $I_{x,y} \in [i; i \times 10]$ , де  $i = 1$  ;
  - c) Для отриманих марківських ланцюгів перевірити виконання властивості регулярності та рекурентності після проходження 5 ітерацій роботи.

## 2. Порядок виконання роботи та отримані результати

1) Вибірка була сформована з використанням функції `random()`, в основі якої лежить генератор Мерсена, зі стартовим значенням 1. Згенеровані 250 чисел є номерами картинок, які витягуються з архіва `mirflickr25k.zip` та зберігаються в нову теку на Google Drive, із назвою `mirflickr`. Після того, зображення конвертуються в масиви `numpy` і зберігаються в масиві `imgs`.

2) Для декомпозиції каналу зеленого кольору тестових зображень було реалізовано метод головних компонент, а саме, написано функцію `decompose_reconstruct`, у якій створюється об'єкт `PCA(n_components, svd_solver)`, в якому важливим аргументом є `n_components`, що позначає відсоток або кількість головних компонент, які хочемо отримати (якщо `None`, тоді з документації `n_components == min(n_samples, n_features) - 1`, тобто в нашому випадку, декомпозуючи картинку, за кількість компонент вибирається або її ширина, або висота - залежно від того, що менше). Саму ж сингулярну декомпозицію забезпечує метод `fit_transform()`, який знаходить сингулярні вектори (вони ж - головні компоненти), відповідні їм сингулярні числа, дисперсію значень яскравості пікселів зеленого каналу тощо. Для реконструкції зображення застосовується метод `inverse_transform`.

Проведено реконструкцію для першої картинки з вибірки:

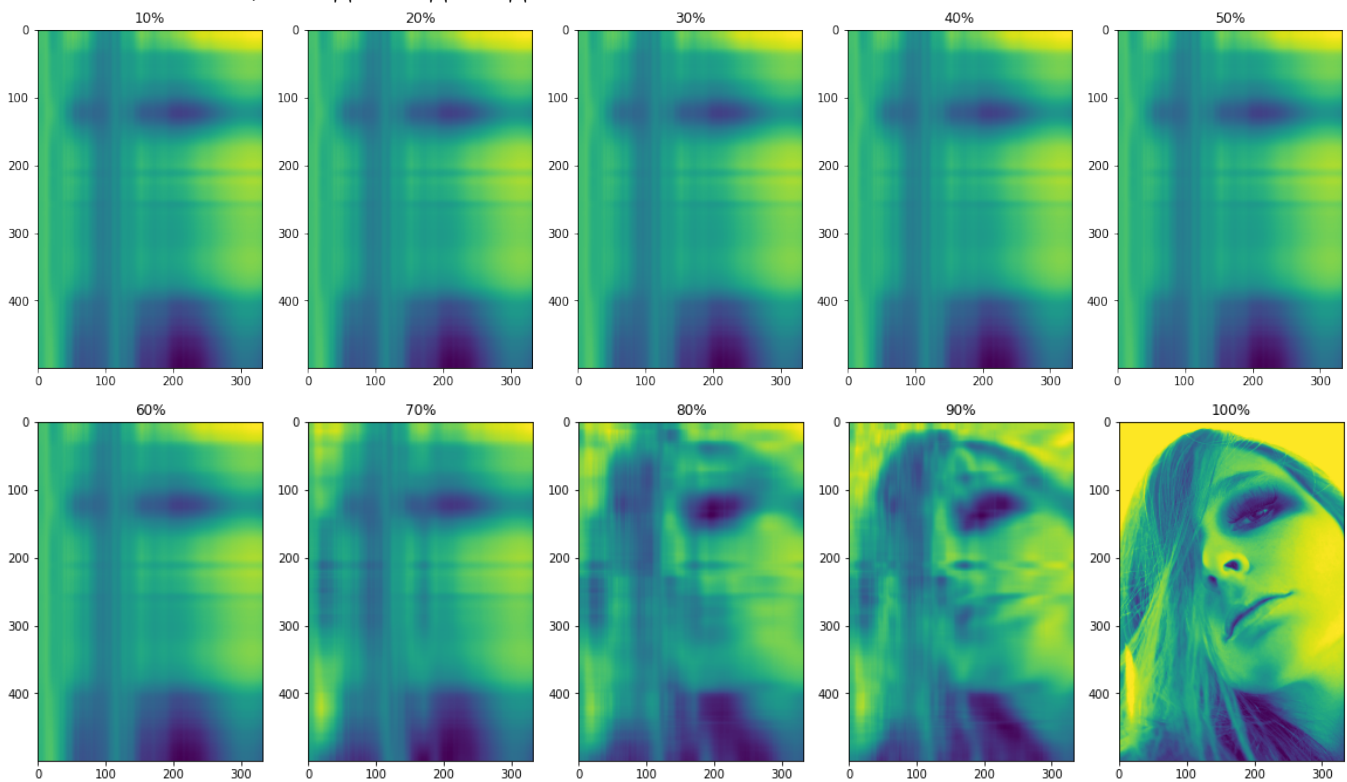


Бачимо, що кількість головних компонент рівна ширині зображення:

```
>>> len(pca.components_)==green_img_list[1].shape[1]
True
```

3)

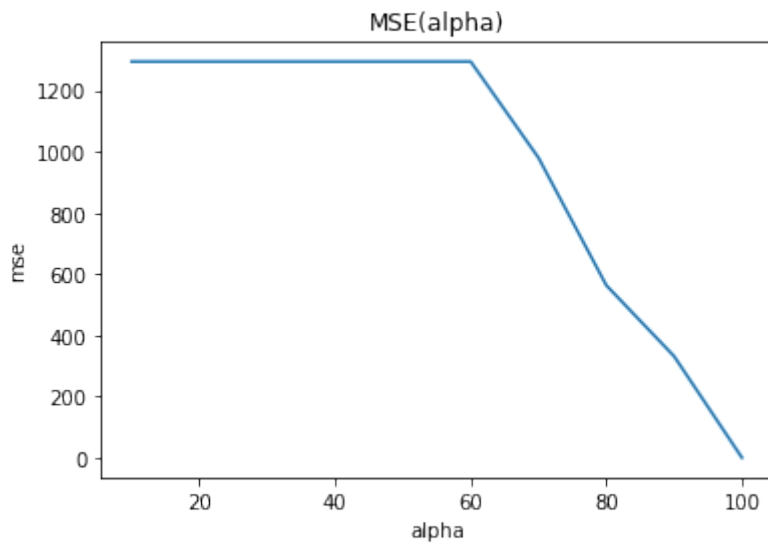
- a) За замовчуванням, сингулярні числа вже відсортовані в спадному порядку.  
b) Результати проведеної реконструкції зображення за використання лише частки компонент розкладу, що характеризуються відмінними від нуля сингулярними числами, наведені відповідно нижче:



- c) Порівняння вихідного та реконструйованого зображення за показниками середньоквадратичного відхилення дає нам наступний результат:

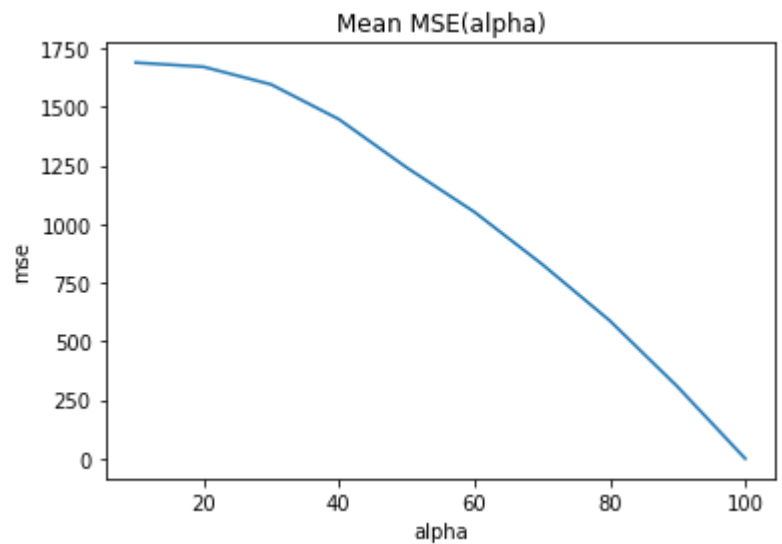
$\alpha(\%)$	$MSE$
10%	1293.923051
20%	1293.923051
30%	1293.923051
40%	1293.923051
50%	1293.923051
60%	1293.923051
70%	979.599934
80%	562.93337
90%	331.180304
100%	2.357554e-26

Графік залежності значення середньоквадратичного відхилення від частки головних компонент, що була використана для реконструкції зображення:



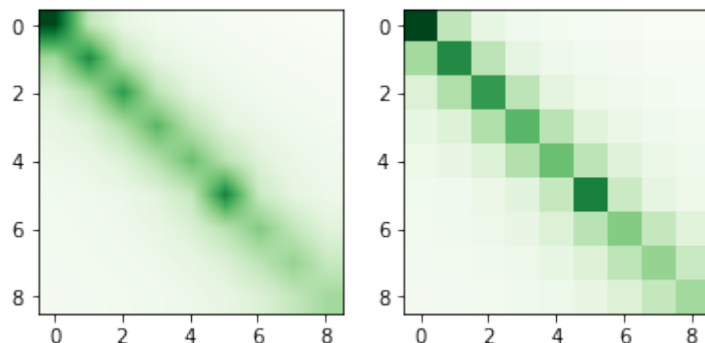
d) Усереднені MSE по тестовому пакету та відповідний графік:

$\alpha(\%)$	<i>Mean MSE</i>
10%	1688.667444
20%	1670.686122
30%	1595.455309
40%	1447.142376
50%	1241.382283
60%	1051.95345
70%	829.148276
80%	588.359894
90%	306.701244
100%	4.985369e-26



4)

- а) Всього станів у марківському ланцюзі 256 (кожний відповідає за значення яскравості пікселя), тому утворена матриця має розмір (256, 256) і містить імовірності переходу від одного стану до іншого. До нормалізації матриця формувалася обробкою значень яскравості пікселів, ідучи по горизонталі, зліва направо.
- б) Графічно наш марківський ланцюг в діапазоні [1:10,1:10] виглядає так:



Для першого графіка використовувалась білінійна інтерполяція, через що він виглядає розмито. У другому випадку - “найближча”, тому “кубиками”.

- с) Проведено дослідження регулярності та рекурентності стохастичної матриці даної марківської моделі після проходження 5 ітерацій роботи. Результат: матриця регулярна та рекурентна. Тобто, на 5-му кроці усі стани досяжні та на діагоналі немає нулів.