

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы 1.3.3
Измерение вязкости воздуха по течению в тонких трубках

Автор:
Тихонов Дмитрий Романович,
студент группы Б01-206

Долгопрудный, 2023

Введение

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

В работе используются: система подачи воздуха (компрессор, поводящие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

Теоретические сведения

Рассмотрим движение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения. При малых скоростях потока движение оказывается ламинарным (слоистым), скорости частиц меняются по радиусу и направлены вдоль оси трубки. С увеличением скорости потока движение становится турбулентным, а слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости.

Характер движения газа (или жидкости) в трубке определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta} \quad (1)$$

где v – скорость потока, r – радиус трубки, ρ – плотность движущейся среды, η – её вязкость. В гладких трубках круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$.

При ламинарном течении объем газа V , протекающий за время t по трубке длиной l , определяется формулой Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta \Delta l} (P_1 - P_2) \quad (2)$$

В этой формуле $P_1 - P_2$ – разность давлений в двух выбранных сечениях 1 и 2, расстояние между которыми равно Δl . Величину Q обычно называют расходом. Формула (2) позволяет определять вязкость газа по его расходу.

Отметим условия, при которых справедлива формула (2). Прежде всего необходимо, чтобы с достаточным запасом выполнялось неравенство $Re < 1000$. Необходимо также, чтобы при течении не происходило существенного изменения удельного объёма газа (при выводе формулы удельный объём считался постоянным). Для жидкости это предположение выполняется практически всегда, а для газа – лишь в тех случаях, когда перепад давлений вдоль трубки мал по сравнению с самим давлением. В нашем случае давление газа равно атмосферному, а перепад давлений составляет не более 10 см вод. ст., т. е. менее 1% от атмосферного. Формула (2) выводится для участков трубки, на которых закон распределения скоростей газа по сечению не меняется при движении вдоль потока.

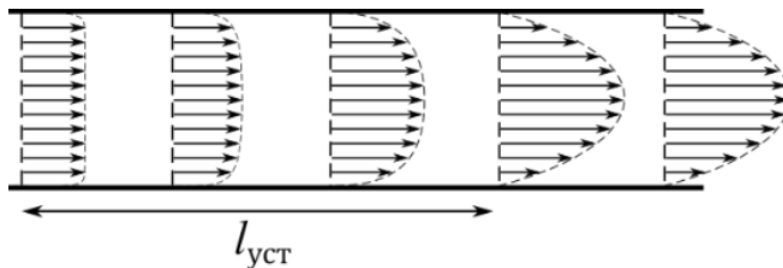


Рис. 1: Формирование потока газа в трубке круглого сечения

При втекании газа в трубку из большого резервуара скорости слоёв вначале постоянны по всему направлению. По мере продвижения газа по трубке картина распределения скоростей меняется, так как сила трения о стенку тормозит прилежащие к ней оси. Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии $l_{\text{уст}}$ от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки r и числа Рейнольдса по формуле:

$$l_{\text{уст}} \approx 0.2rRe \quad (3)$$

Градиент давления на участке формирования потока оказывается больше, чем на участке с установившимся ламинарным течением, что позволяет разделить эти участки экспериментально. Формула (3) даёт возможность оценить длину участка формирования потока.

Методика измерений и используемое оборудование

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 2. Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками.

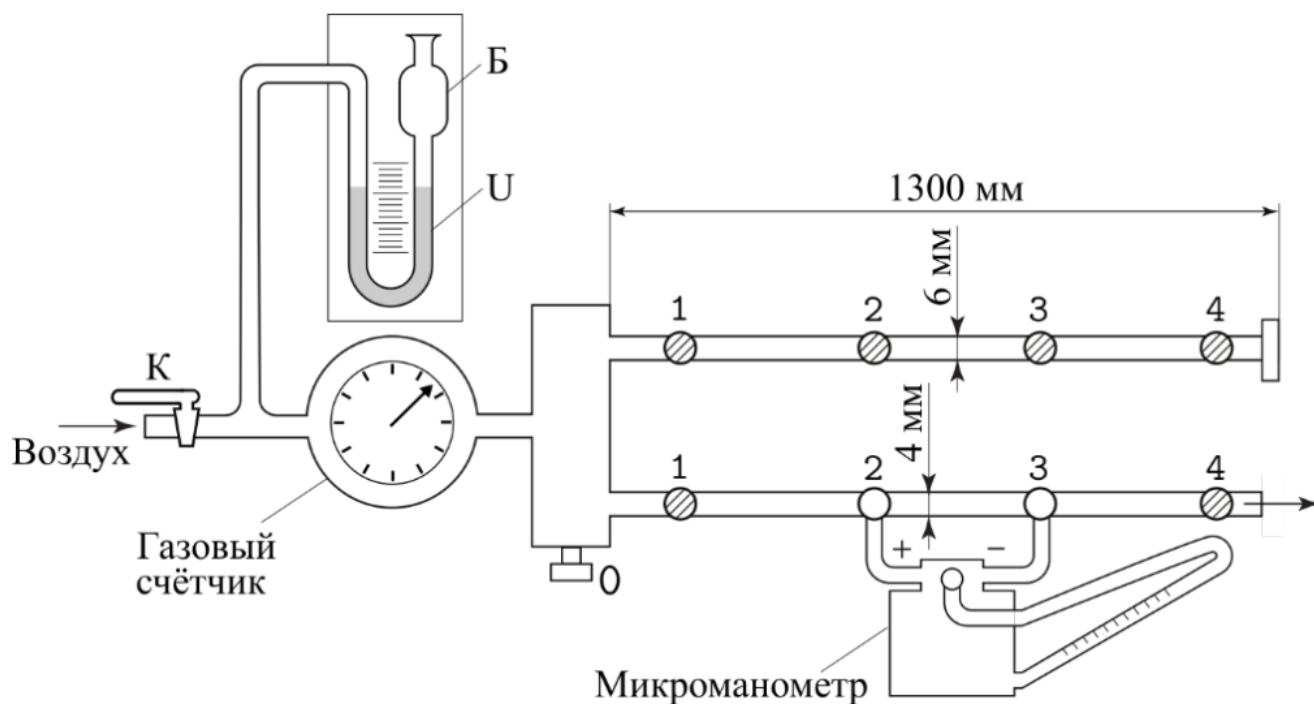


Рис. 2: Экспериментальная установка

Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубки в защитный баллон Б.

Газовый счётчик. В работе используется газовый счётчик барабанного типа, позволяющий измерять объём газа ΔV прошедшего через систему. Измеряя время Δt при помощи секундомера, можно вычислить средний объёмный расход газа $Q = \Delta V / \Delta t$ (для получения массового расхода $[\text{кг/с}]$ результат необходимо домножить на плотность газа ρ).

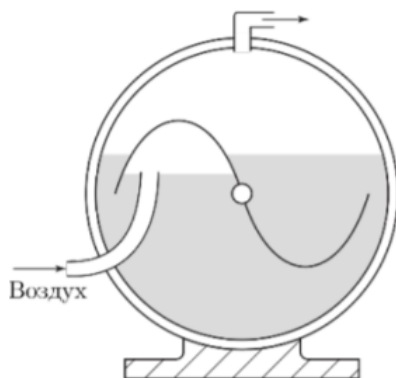


Рис. 3: Газовый счетчик

Работа счётчика основана на принципе вытеснения: на цилиндрической ёмкости жёстко укреплены лёгкие чаши (см. рис. 3, где для упрощения изображены только две чаши), в которые поочередно поступает воздух из входной трубки расходомера. Когда чаша наполняется, она всплывает и её место занимает следующая и т.д. Вращение оси предаётся на счётно-суммирующее устройство. Для корректной работы счётчика он должен быть заполнен водой и установлен горизонтально по уровню.

Микроманометр. В работе используется жидкостный манометр с наклонной трубкой. Разность давлений на входах манометра измеряется по высоте подъёма этилового спирта. Регулировка наклона позволяет измерять давление в различных диапазонах. На крышке прибора установлен трехходовой кран, имеющий два рабочих положения — (0) и (+). В положении (0) производится установка мениска жидкости на ноль, что необходимо сделать перед началом работы и периодически в процессе работы проверять положение нуля. В положении (+) производятся измерения.

Результаты измерений и обработка данных

Измерение параметров окружающей среды

Эксперимент проводился при комнатной температуре $T_{\text{комн}} = 295,2 \text{ K}$, при атмосферном давлении $P_{\text{атм}} = 101 \text{ кПа}$ и при относительной влажности в помещении $\varphi = 42\%$.

Давление, измеряемое микроманометром, определяется по формуле:

$$P = 9,81 \cdot K \cdot h$$

где h – показание микроманометра, $K = 0,2$ – коэффициент наклона, P – давление в паскалях.

Результаты измерений вязкости воздуха для трубки диаметром 4 мм

Эксперимент проводился на первой трубке с диаметром $d_1 = (3,95 \pm 0,05) \text{ мм}$, перепад давления измерялся на участке длиной $l = (50,0 \pm 0,1) \text{ см}$.

Расчёт критических значений для трубки диаметром 4 мм

- Рассчитаем значение расхода $Q_{\text{кр}}$, при котором число Рейнольдса станет равным критическому $Re_{\text{кр}} \approx 1000$. Для предварительной оценки примем вязкость воздуха равной $\eta_{\text{возд}} \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, плотность воздуха определим по уравнению идеального газа. В качестве характерной скорости потока возьмём её среднее значение $\bar{u} = Q/\pi r^2$. В итоге получим:

$$Q_{\text{кр}} = \pi r^2 \cdot \bar{u} = \frac{\pi r \eta Re}{\frac{p\mu}{RT}} \approx 100 \frac{\text{мл}}{\text{с}}. \quad (4)$$

- По формуле Пуазейля (2) рассчитаем соответствующий перепад давления на выбранном участке $\Delta P_{\text{кр}}$. Выразим значение $\Delta P_{\text{кр}}$ в делениях шкалы микроманометра:

$$\Delta P_{\text{кр}} = \frac{8\eta \Delta l Q_{\text{кр}}}{\pi r^4} \approx 170 \text{ Па (85 делений шкалы микроманометра)}. \quad (5)$$

- По формуле (3) оценим длину $l_{\text{уст}}$, на которой течение можно считать установившимся при $Re \approx Re_{\text{кр}}$:

$$l_{\text{уст}} = 0,2rRe \approx 40 \text{ см.}$$

Данные измерений приведены в таблице 1.

h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с
15	1,181	60	29,4	19,68
23	1,769	60	45,1	29,48
31	2,344	60	60,8	39,07
39	2,845	60	76,5	47,42
47	3,399	60	92,2	56,65
53	3,852	60	104,0	64,20
61	4,343	60	119,7	72,38
69	4,837	60	135,4	80,62
80	5,341	60	157,0	89,02
91	5,571	60	178,5	92,85
103	5,839	60	202,1	97,32
125	6,346	60	245,3	105,77
142	6,6815	60	278,6	111,36
181	7,422	60	355,1	123,70
215	8,052	60	421,8	134,20
277	9,224	60	543,5	153,73

Таблица 1: Результаты измерений зависимости расхода газа от перепада давления для трубки диаметром 4 мм

По результатам измерений был построен график 4.

Аппроксимируем полученную зависимость в программе *Origin Pro 2023*, получим:

$$k = \frac{dQ}{d(\Delta P)} = (0,60 \pm 0,01) \frac{\text{мл}}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

Из формулы (2) выражаем вязкость воздуха $\eta_{\text{возд}}$:

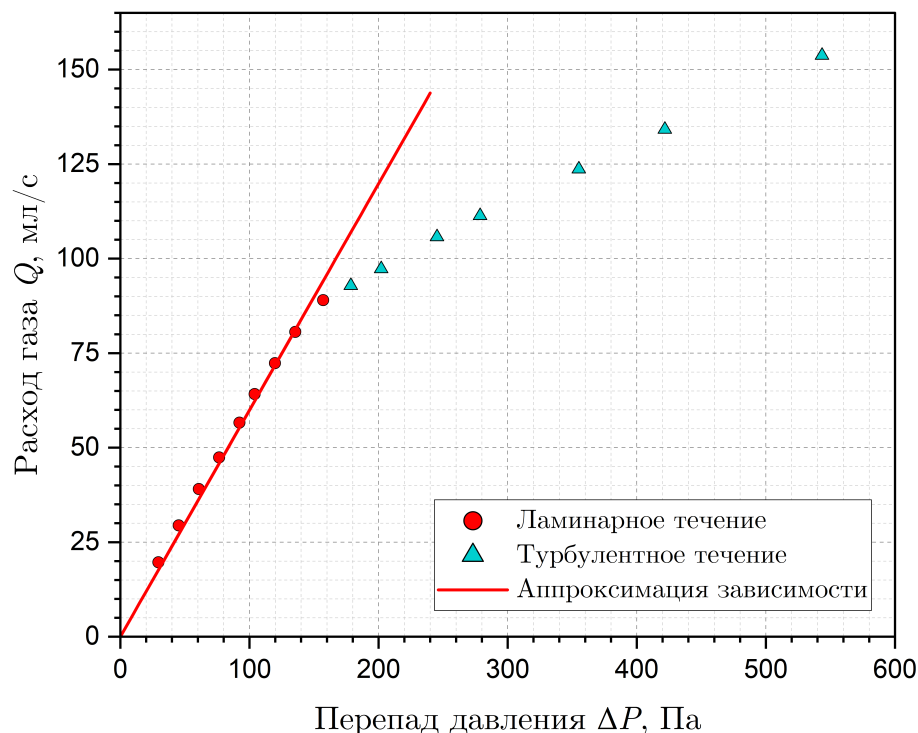
$$\eta_{\text{возд}} = \frac{\pi r^4}{8k \Delta l}. \quad (6)$$

Погрешность вычисления вязкости воздуха $\eta_{\text{возд}}$ находим по формуле:

$$\sigma_{\eta} = \eta_{\text{возд}} \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta l}}{\Delta l} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k} \right)^2}. \quad (7)$$

Окончательно получим, что

$$\eta_{\text{возд}} = (1,99 \pm 0,06) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (\varepsilon_{\eta} = 3,0\%)$$

Рис. 4: График зависимости Q от ΔP для трубки диаметром 4 мм

По полученному значению $\eta_{\text{возд}}$ рассчитаем $Re_{\text{кр}}$:

$$Re_{\text{кр}} = \frac{p\mu Q_{\text{кр}}}{\pi r RT \eta} \approx 718,$$

где критический расход газа равен $Q_{\text{кр}} = 75 \frac{\text{мл}}{\text{с}}$.

Результаты измерений вязкости воздуха для трубки диаметром 5 мм

Эксперимент проводился на первой трубке с диаметром $d_1 = (5,25 \pm 0,05)$ мм, перепад давления измерялся на участке длиной $l = (50,0 \pm 0,1)$ см.

Расчёт критических значений для трубки диаметром 5 мм

- Рассчитаем значение расхода $Q_{\text{кр}}$ по формуле (4):

$$Q_{\text{кр}} = \pi r^2 \cdot \bar{u} = \frac{\pi r \eta Re}{\frac{p\mu}{RT}} \approx 140 \frac{\text{мл}}{\text{с}}.$$

- Рассчитаем критический перепад давления на выбранном участке $\Delta P_{\text{кр}}$ по формуле (5):

$$\Delta P_{\text{кр}} = \frac{8\eta \Delta l Q_{\text{кр}}}{\pi r^4} \approx 75 \text{ Па (38 делений шкалы микроманометра)}.$$

- По формуле (3) оценим длину $l_{\text{уст}}$, на которой течение можно считать установившимся при $Re \approx Re_{\text{кр}}$:

$$l_{\text{уст}} = 0,2rRe \approx 53 \text{ см}.$$

Данные измерений приведены в таблице 2.

h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с
7	1,95	60	13,7	32,50
17	3,677	60	33,4	61,28
26	6,043	60	51,0	100,72
40	8,454	60	78,5	140,90
53	8,539	60	104,0	142,32
63	9,071	60	123,6	151,18
81	10,482	60	158,9	174,70
95	11,285	60	186,4	188,08
115	12,715	60	225,6	211,92

Таблица 2: Результаты измерений зависимости расхода газа от перепада давления для трубки диаметром 5 мм

По результатам измерений был построен график 5.

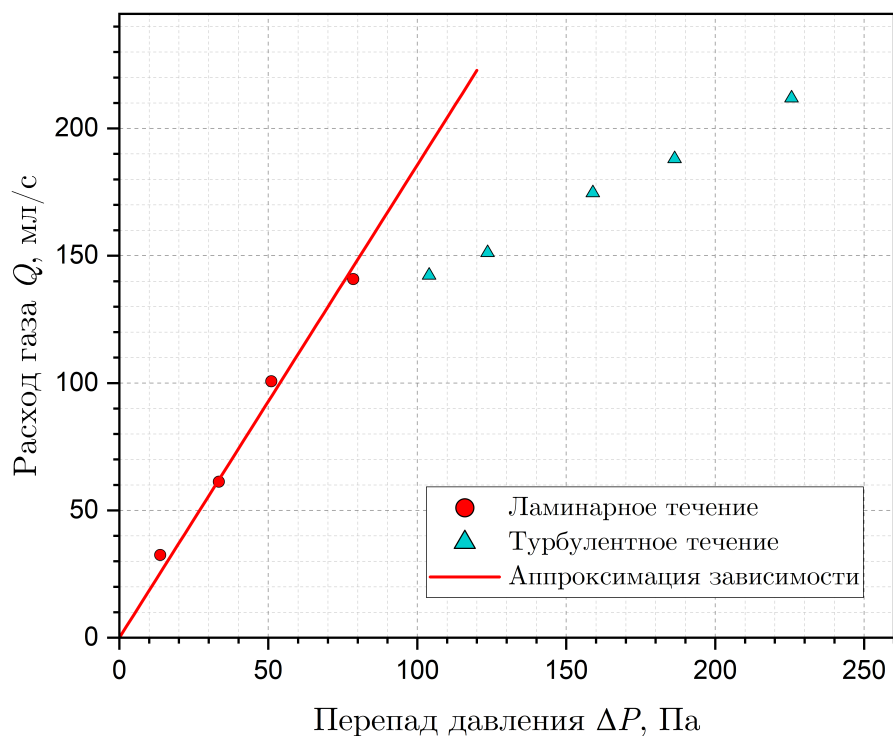


Рис. 5: График зависимости Q от ΔP для трубки диаметром 5 мм

Аппроксимируем полученную зависимость в программе *Origin Pro 2023*, получим:

$$k = \frac{dQ}{d(\Delta P)} = (1,86 \pm 0,06) \frac{\text{мл}}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

По формулам 6 и 7 находим:

$$\eta_{\text{возд}} = (2,00 \pm 0,07) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (\varepsilon_{\eta} = 3,6\%)$$

По полученному значению $\eta_{\text{возд}}$ рассчитаем $Re_{\text{кр}}$:

$$Re_{\text{кр}} = \frac{p\mu Q_{\text{кр}}}{\pi r RT \eta} \approx 1003,$$

где критический расход газа равен $Q_{\text{кр}} = 140 \frac{\text{мл}}{\text{с}}$.

Результаты измерений вязкости воздуха для трубки диаметром 3 мм

Эксперимент проводился на первой трубке с диаметром $d_1 = (3,0 \pm 0,1)$ мм, перепад давления измерялся на участке длиной $l = (30,0 \pm 0,1)$ см.

Расчёт критических значений для трубки диаметром 3 мм

- Рассчитаем значение расхода $Q_{\text{кр}}$ по формуле (4):

$$Q_{\text{кр}} = \pi r^2 \cdot \bar{u} = \frac{\pi r \eta Re}{\frac{p\mu}{RT}} \approx 80 \frac{\text{мл}}{\text{с}}.$$

- Рассчитаем критический перепад давления на выбранном участке $\Delta P_{\text{кр}}$ по формуле (5):

$$\Delta P_{\text{кр}} = \frac{8\eta \Delta l Q_{\text{кр}}}{\pi r^4} \approx 402 \text{ Па (205 делений шкалы микроманометра)}.$$

- По формуле (3) оценим длину $l_{\text{уст}}$, на которой течение можно считать установившимся при $Re \approx Re_{\text{кр}}$:

$$l_{\text{уст}} = 0,2rRe \approx 30 \text{ см}.$$

Данные измерений приведены в таблице 3.

h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с
10	2,093	60	19,6	34,88
20	3,359	60	39,2	55,98
31	4,433	60	60,8	73,88
44	5,684	60	86,3	94,73
53	6,446	60	104,0	107,43
68	7,518	60	133,4	125,30
79	8,275	60	155,0	137,92
93	8,991	60	182,5	149,85
109	9,894	60	213,9	164,90
130	10,911	60	255,1	181,85
149	11,851	60	292,3	197,52
171	12,804	60	335,5	213,40
197	13,895	60	386,5	231,58

Таблица 3: Результаты измерений зависимости расхода газа от перепада давления для трубки диаметром 3 мм

По результатам измерений был построен график 6.

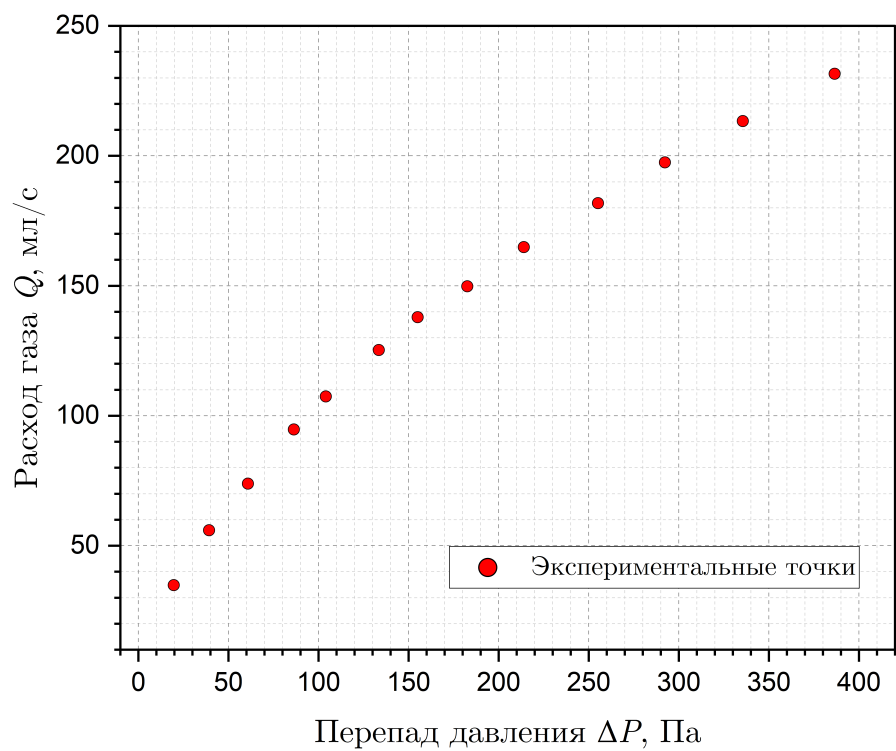


Рис. 6: График зависимости Q от ΔP для трубки диаметром 3 мм

Из графика видно, что течение на протяжении всего эксперимента было турбулентным. Причиной тому, вероятнее всего, является форма данной трубки, конец которой загнут вверх.

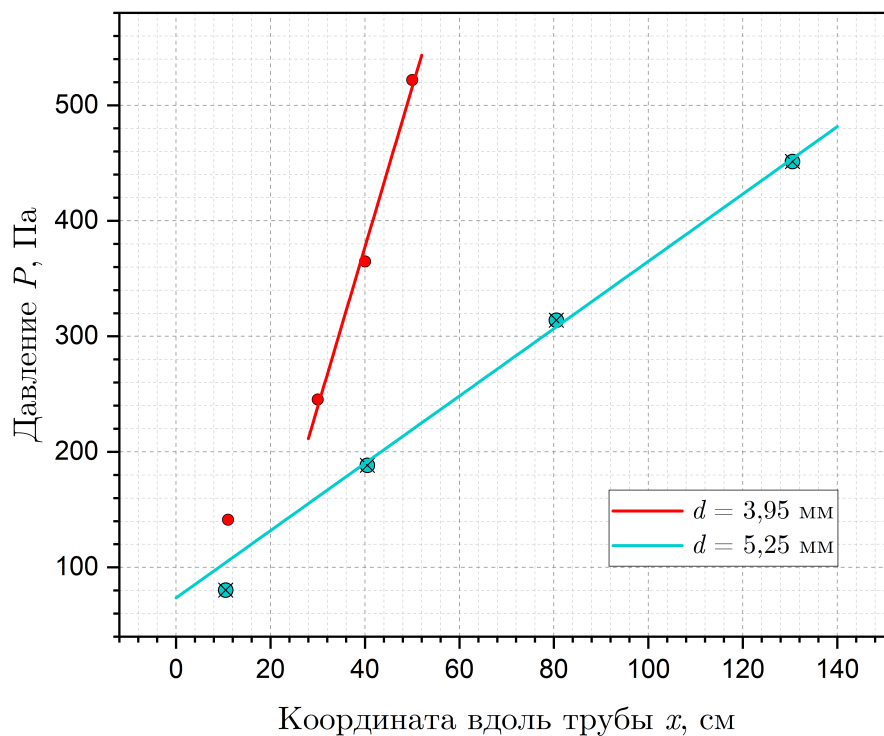
Результаты измерений зависимости перепада давлений от длины участка

Построим график $P(x)$ зависимостей давления P от координаты вдоль трубы x (за начало отсчёта давления и координаты примем вывод «0») по таблице 4.

$Q = 86,72 \text{ мл/с } d = 3,95 \text{ мм}$			$Q = 105,7 \text{ мл/с } d = 5,25 \text{ мм}$		
$x, \text{ см}$	$h, \text{ мм}$	$\Delta P, \text{ Па}$	$x, \text{ см}$	$h, \text{ мм}$	$\Delta P, \text{ Па}$
11	72	141,3	10,5	41	80,4
30	125	245,3	40,5	96	188,4
40	186	364,9	80,5	160	313,9
50	266	521,9	130,5	230	451,3

Таблица 4: Результаты измерений зависимости давления P от длины x

По данным таблицы 4 был построен график зависимости P от x (рис. 7). Видно, что для трубки диаметром 4 мм, $l_{\text{уст}} \approx 36 \text{ см}$, а для трубки диаметром 5 мм, $l_{\text{уст}} \approx 40 \text{ см}$, что совпадает с оценкой по формуле (3).

Рис. 7: График зависимости P от x

Заключение

В ходе выполнения работы:

- был исследован расход газа от диаметра трубки при разных течениях: ламинарном и турбулентном;
- была вычислена вязкость воздуха для двух трубок разного диаметра. В пределах погрешности данные значения совпадают с друг с другом, поэтому можно сделать вывод о том, что коэффициент вязкости не зависит от диаметра трубки;
- были оценены критические параметры системы, как теоретическим способом, так и экспериментальным, оба метода дают одинаковые результаты, что свидетельствует о правильности полученных формул.