

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

## Отчёт о выполнении лабораторной работы 4.2

Исследование энергетического спектра  $\beta$ -частиц и  
определение их максимальной энергии при помощи  
магнитного спектрометра

Авторы:

Тихонов Дмитрий Романович,  
студент группы Б01-206а

Павловский Кирилл Михайлович,  
студент группы Б01-206а

Долгопрудный, 2024

# 1 Введение

**Цель работы:** исследовать энергетический спектр  $\beta$ -частиц при распаде ядер  $^{137}\text{Cs}$  и определить их максимальную энергию.

**В работе используются:** магнитный спектрометр с «короткой линзой», форвакуумный насос и вакуумметр, персональный ЭВМ, высоковольтный и низковольтный выпрямители.

## 2 Теоретическое введение

*Бета-распадом* называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. Бета-активные ядра встречаются во всей области значений массового числа  $A$ , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая самыми тяжелыми ядрами. Период полураспада  $\beta$ -активных ядер изменяется от ничтожных долей секунды до  $10^{18}$  лет. Выделяющаяся при единичном акте  $\beta$ -распада энергия варьируется от 18 кэВ до 13,4 МэВ.

В данной работе мы будем иметь дело с электронным распадом

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AX + e^- + \tilde{\nu},$$

при котором кроме электрона испускается антинейтрино. Освобождающаяся при  $\beta$ -распаде энергия делится между электроном, антинейтрино и дочерним ядром, однако доля энергии, передаваемой ядру, исчезающе мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино. Практически можно считать, что эти две частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию. Поэтому электроны могут иметь любое значение энергии от нулевой до некоторой максимальной, которая равна энергии, освобождающейся при  $\beta$ -распаде, являющейся важной физической величиной.

Вероятность  $dw$  того, что при распаде электрон вылетит с импульсом в интервале  $d^3\mathbf{p}$ , а антинейтрино с импульсом в интервале  $d^3\mathbf{k}$ , пропорциональна произведению этих дифференциалов. Но мы должны еще учесть закон сохранения энергии, согласно которому импульсы  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{k}$  электрона и антинейтрино связаны соотношением

$$E_e - E - ck = 0, \quad (1)$$

где  $E_e$  - максимальная энергия электрона, кинетическая энергия электрона  $E$  связана с его импульсом обычным релятивистским соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2, \quad (2)$$

а через  $ck$  обозначена энергия антинейтрино с импульсом  $k$ . Условие можно учесть введением в выражение для  $dw$   $\delta$ -функции

$$\delta(E_e - E - ck). \quad (3)$$

Таким образом, вероятность  $dw$  может быть записана в виде

$$dw = D\delta(E_e - E - ck)d^3\mathbf{p}d^3\mathbf{k} = D\delta(E_e - E - ck)p^2dpk^2dkd\Omega_e d\Omega_{\tilde{\nu}}, \quad (4)$$

где  $D$  - некоторый коэффициент пропорциональности,  $d\Omega_e$ ,  $d\Omega_{\tilde{\nu}}$  - элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино. Вероятность  $dw$  непосредственно связана с  $\beta$ -спектром, поскольку для большого числа  $N_0$  распадов число  $dN$  распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсом соответственно от  $\mathbf{p}$  до  $\mathbf{p} + d\mathbf{p}$  и от  $\mathbf{k}$  до  $\mathbf{k} + d\mathbf{k}$  определяется соотношением

$$dN = N_0 dw. \quad (5)$$

Коэффициент  $D$  в формуле (4) можно считать для рассматриваемых нами так называемых разрешенных фермиевских типов распадов с хорошей точностью константой (разрешенными называются

такие переходы, при которых не изменяются ни момент, ни четность состояния ядра). В этом случае величину  $dw$  из (5) можно проинтегрировать по всем углам и по абсолютному значению импульса нейтрино.

После умножения на полное число распадов  $N_0$  проинтегрированное выражение приобретает смысл числа электронов  $dN$ , вылетающих из ядра с импульсом, абсолютная величина которого лежит между  $p$  и  $p + dp$ :

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} D p^2 (E_e - E)^2 dp. \quad (6)$$

Чтобы получить распределение электронов по энергиям, надо в (6) перейти от  $dp$  к  $dE$ :

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp, \quad (7)$$

после чего выражающая форму  $\beta$ -спектра величина  $N(E) = dN/dE$  приобретает вид

$$\frac{dN}{dE} = N_0 B c p (E + mc^2) (E_e - E)^2 = N_0 B \sqrt{E(E + 2mc^2)} (E_e - E)^2 (E + mc^2) \quad (8)$$

где  $B = (16\pi^2/c^4)D$ . В нерелятивистском приближении, которое и имеет место в нашем случае, выражение (8) упрощается, и мы имеем

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} (E_e - E)^2. \quad (9)$$

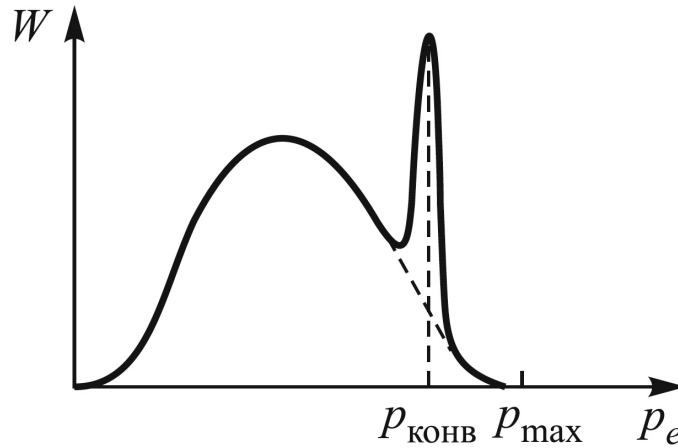


Рис. 1: Форма спектра  $\beta$ -частиц при разрешенных переходах

Выражение (9) приводит к спектру, имеющему вид широкого колокола (рис.1). Кривая плавно отходит от нуля и столь же плавно, по параболе, касается оси абсцисс в области максимальной энергии электронов  $E_e$ .

Дочерние ядра, возникающие в результате  $\beta$ -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая  $\gamma$ -квант (энергия которого равна разности энергий начального и конечного уровней), либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются *конверсионными*.

Конверсия чаще всего происходит на оболочках  $K$  или  $L$ . На спектре, представленном на рис. 1, видна монохроматическая линия, вызванная электронами конверсии. Ширина этой линии в нашем случае является чисто аппаратной – по ней можно оценить разрешающую силу спектрометра.

### 3 Методика измерений и экспериментальная установка

Для определения энергии  $\beta$ -частиц в работе используется магнитный спектрометр, схема которого показана на рисунке 2.

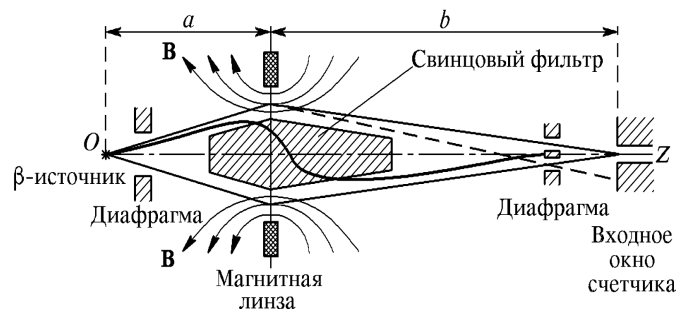


Рис. 2: Схема  $\beta$ -спектрометра с короткой магнитной линзой

Электроны испускаются радиоактивным источником и попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна  $OZ$ . Траектории электронов сходятся в одной точке – фокусе, где и установлен сцинтилляционный счетчик, сигналы которого усиливаются фотоумножителем и регистрируются пересчетным прибором. Фокусное расстояние  $f$  магнитной линзы связано с током в катушке  $I$  и импульсом  $p_e$  регистрируемых частиц следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2} \quad (10)$$

При неизменной геометрии установки, увеличивая и уменьшая силу тока, можно фокусировать электроны разных импульсов, причем

$$p_e = kI, \quad (11)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, являющийся параметром установки.

В  $\beta$ -спектрометре установлены диафрагмы для ограничения углов вылета частиц из источника и свинцовый фильтр для защиты от прямого попадания  $\gamma$ -лучей.

Число частиц  $N$ , регистрируемых на установке, равно  $N \approx W(p_e) \cdot \Delta p_e$ , где  $\Delta p_e$  - разрешающая способность спектрометра. Дифференцируя выражение для фокуса магнитной линзы, получим:  $\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e$ , то есть  $\Delta p_e \propto p_e$ . Таким образом, для количества частиц справедлива формула:

$$N = CW(p_e)p_e, \quad (12)$$

где  $C$  - некоторая константа.

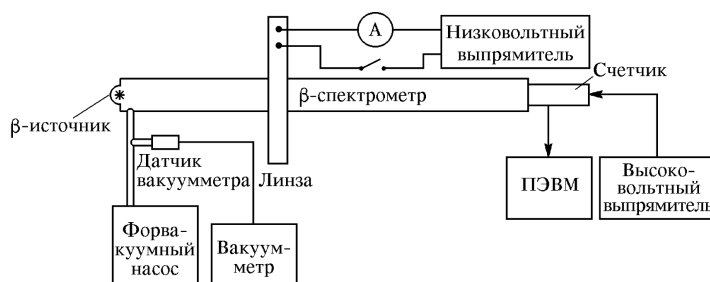


Рис. 3: Блок-схема установки для изучения  $\beta$ -спектра

## 4 Результаты измерений и обработка данных

На рис. 4 приведён спектр  $\beta$ -распада атома  $^{137}\text{Cs}$ .



Рис. 4: Спектр  $\beta$ -распада атома  $^{137}\text{Cs}$

Откалибруем его. Для этого с помощью встроенной в ЭВМ программы пересчитаем значения силы тока в импульс по формуле (11). Коэффициент  $k$  определим по известной конверсионной линии:

$$1013.5 \text{ кэВ} = kcI_0,$$

где  $c$  – скорость света,  $I_0 = 3.25 \text{ А}$  – сила тока, при которой наблюдается конверсионный пик. Сдвиг графика по оси ординат сделаем на величину радиационного фона  $N_{\text{ф}}$ .



Рис. 5: Откалиброванный спектр  $\beta$ -распада атома  $^{137}\text{Cs}$

Определим максимальную энергию  $\beta$ -спектра. Анализ рис. 5 в таком случае даст достаточно грубый результат, так как нам придётся ограничиться исследованием точек у самой верхней границы спектра. Эти точки измерены с наименьшей статистической точностью. Можно уменьшить ошибку определения максимальной энергии посредством процедуры Ферми-Кюри. Для этого мы отложим по оси ординат величину  $\sqrt{N}/p^{3/2}$ , а по оси абсцисс энергию  $\beta$ -частиц (с учётом того, что энергия электронов внутренней конверсии  $^{137}\text{Cs}$  равна 634 кэВ). В таком случае мы задействуем большинство экспериментальных точек, и прежде всего точки середины  $\beta$ -спектра, которые измерены с наилучшей точностью.

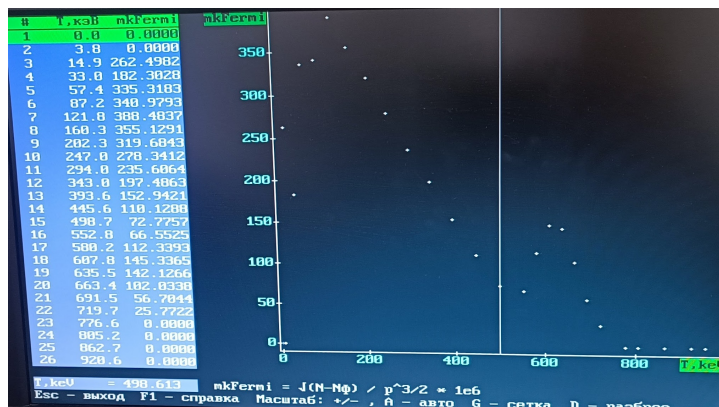


Рис. 6: График Ферми-Кюри

Воспользовавшись графиком, получим, что  $E_m \approx 600$  кэВ.

## 5 Заключение

- В ходе лабораторной работы с помощью магнитного спектрометра мы исследовали энергетический спектр  $\beta$ -частиц при распаде ядер  $^{137}\text{Cs}$ . Калибровку спектрометра осуществили по энергии электронов внутренней конверсии.
- Также мы определили максимальную энергию вылетающих электронов при  $\beta$ -распаде ядра  $^{137}\text{Cs}$  методом Ферми-Кюри:  $E_m \approx 600$  кэВ.