

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы 8.1
Определение постоянных Стефана-Больцмана и Планка из
анализа теплового излучения накаливаемого тела

Авторы:
Тихонов Дмитрий Романович,
студент группы Б01-206а
Павловский Кирилл Михайлович,
студент группы Б01-206а

Долгопрудный, 2024

1 Введение

Цель работы: исследовать с помощью оптического термометра с исчезающей нитью зависимость температуры раскалённой вольфрамовой нити от мощности, рассеиваемой в нити, подтвердить линейную зависимость энергетической светимости от четвёртой степени температуры тела T^4 , определить постоянные Стефана-Больцмана и Планка, качественно исследовать излучение различных накаливаемых тел.

В работе используются: оптический пирометр, модель абсолютно чёрного тела (АЧТ), блок питания, цифровые мультиметры GDM-8145, трубка с кольцами из материалов с разной излучательной способностью, лампа накаливания, неоновая лампочка

2 Теоретические сведения

Абсолютно чёрным телом (АЧТ) называется тело, которое поглощает всё падающее на него излучение, но при этом само излучает энергию.

Потоком излучения Φ называется мощность излучения, переносимая излучением через выбранную поверхность.

$$\Phi = \frac{dE}{dt}$$

где E – энергия, переносимая излучением.

Плотностью потока излучения $j(T)$ называется мощность излучения, переносимая излучением через единичную поверхность:

$$j(T) = \frac{\Phi}{S}$$

Согласно *закону Стефана-Больцмана* интегральная плотность потока излучения связана с температурой тела формулой:

$$j(T) = \sigma T^4 \quad (1)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана. Согласно квантовой механике постоянная Стефана-Больцмана связана с другими мировыми константами соотношением:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}. \quad (2)$$

Согласно квантовой механике АЧТ излучает неравномерно на разных частотах. Для описания излучения на определённой частоте используется *спектральная плотность потока излучения*:

$$j_T(\omega) = \frac{dj(T)}{d\omega}$$

Спектральная плотность потока излучения АЧТ вычисляется по *формуле Планка*:

$$j_T(\omega) = \frac{\hbar}{(2\pi c)^2} \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}$$

Из данной формулы можно получить зависимость спектральной плотности потока излучения от длины волны, если учесть, что $j_T(\omega)d\omega = j_T(\lambda)d\lambda$:

$$j_T(\lambda) = \frac{\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar c}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

Типичный график зависимости спектральной плотности потока излучения $j_T(\lambda)$ АЧТ приведён на рисунке 1:

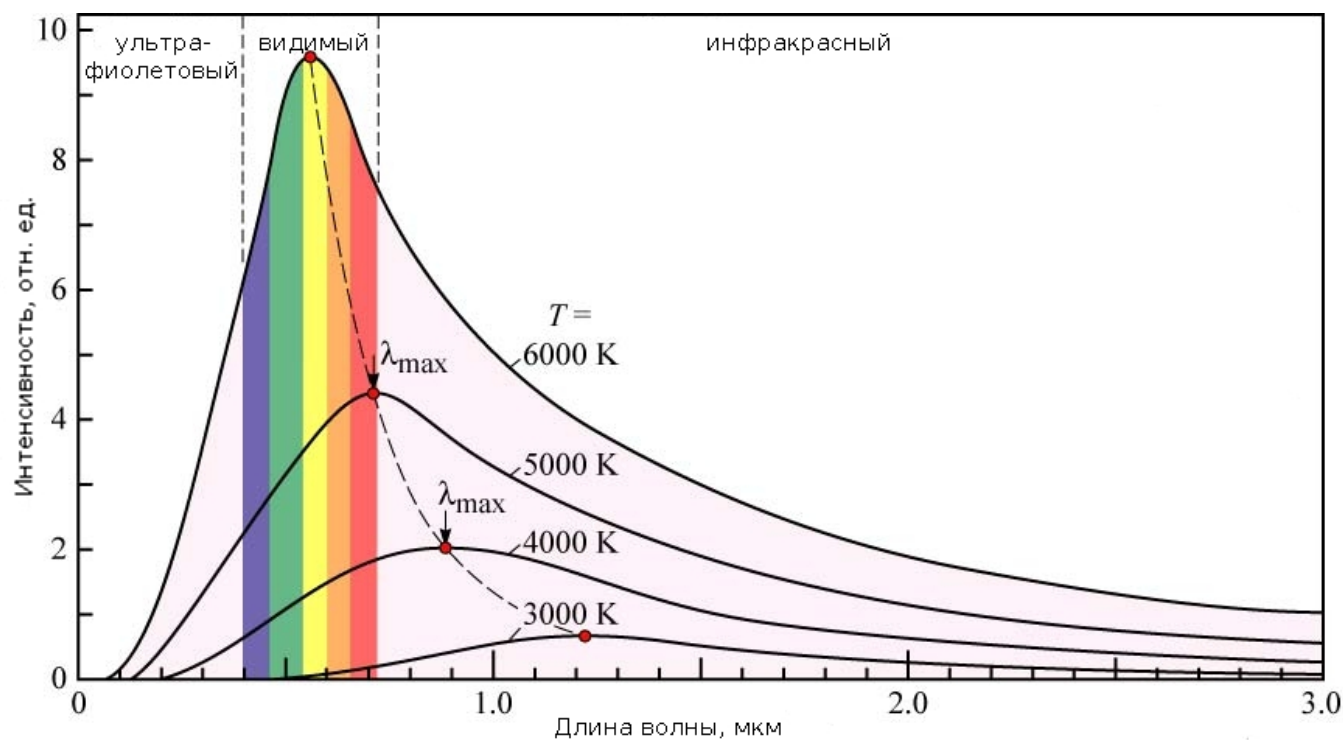


Рис. 1: График спектральной плотности потока излучения $j_T(\lambda)$ АЧТ для различных температур.

Спектральная плотность потока излучения имеет максимум λ_{\max} . Формула, связывающая температуру тела и λ_{\max} , называется *законом смещения Вина*:

$$T\lambda_{\max} = 0,289776829 \dots \text{ К} \cdot \text{см}$$

3 Методика измерений и экспериментальная установка

3.1 Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 2:

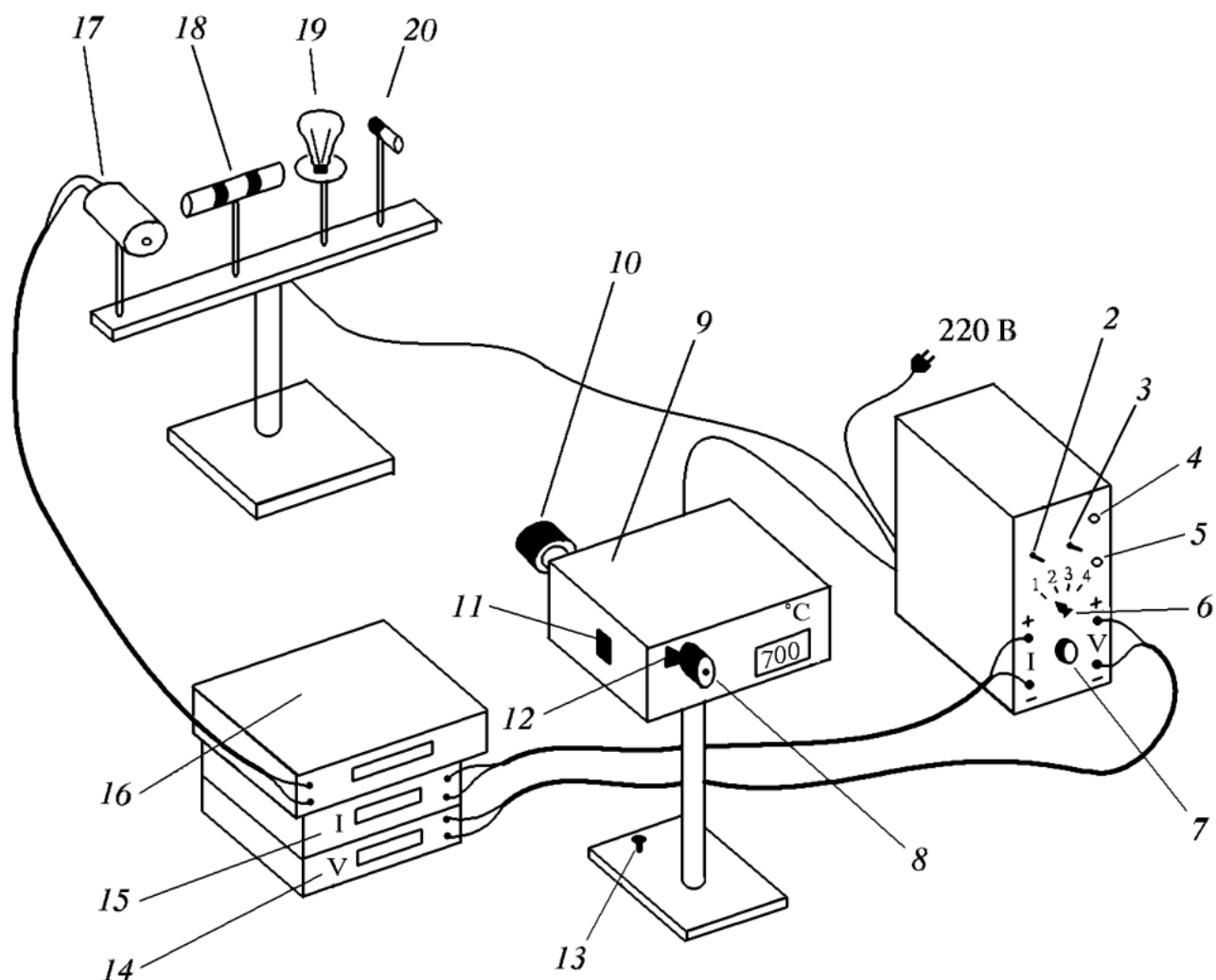


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

С помощью оптического пирометра с исчезающей нитью 9 измеряется яркостная температура исследуемого тела. Объектив 10 используется для получения чёткого изображения предмета. С помощью окуляра 8 настраивается чёткое изображение исчезающей нити. Задвижка 11 позволяет вводить в оптическую систему пирометра серый светофильтр для изменения измеряемого диапазона температур. Без светофильтра измеряются температуры в диапазоне $700 \div 1200$ °С, со светофильтром – в диапазоне $1200 \div 2000$ °С. С помощью переключателя 12 в оптическую систему можно вводить красный светофильтр.

В работе исследуется излучение четырёх тел (17-20), закреплённых на специальном стенде. Модель АЧТ 17 представляет собой керамическую трубку длиной 50 мм, диаметром 3 мм, закрытую с одного конца. Трубка окружена теплоизоляционным кожухом. Стенки трубки нагреваются намотанной на неё нихромовой спиралью. Дно трубки излучает практически как абсолютно чёрное тело. Температура дна измеряется с помощью хромель-алюмелевой термопары, один конец которой вмонтирован в дно трубки, а другой находится при комнатной температуре. ЭДС термопары измеряется вольтметром 16; 18 – керамическая трубка с закреплёнными на ней кольцами из разных материалов с разной излучательной способностью. Трубка нагревается изнутри проводом до температуры примерно 1100 °С для качественного сравнения испускательной способности различных материалов.

Лампочка накаливания с вольфрамовой нитью (19) используется для проверки закона Стефана-Больцмана и определения постоянных Планка и Стефана-Больцмана; 20 – неоновая лампочка.

Напряжение на исследуемые образцы подаётся с помощью блока питания, мощность регулируется ручкой 7, исследуемый образец можно выбирать с помощью переключателя 6. Напряжение на образце измеряется вольтметром 14, ток – амперметром 15.

3.2 Оборудование и приборы

- Оптический пирометр с исчезающей нитью Проминь М1. Диапазон измеряемых температур $800 \div 2000$ °С, спектральный рабочий диапазон (0.655 ± 0.001) мкм. Оптимальное рабочее расстояние – 0.7 м,
- Хромель-алюминиевая термопара. В диапазоне температур 900 °С допустимое отклонение измеренной температуры от реальной составляет ± 7 °С, допустимое отклонение ЭДС ± 260 мкВ,
- Цифровые мультиметры GDM-8145. В режиме измерения постоянного напряжения погрешность измерения оценивается по формуле

$$\pm(0.03\% \cdot \langle \text{измеренное значение} \rangle + 4 \text{ единицы младшего разряда}).$$

В режиме измерения постоянной силы тока на пределе 20 А допустимое отклонение измеренных значений от реальных составляет

$$\pm(0.3\% \cdot \langle \text{измеренное значение} \rangle + 2 \text{ единицы младшего разряда}),$$

- Лабораторный блок питания с возможностью подключения различных образцов и регулируемой мощностью.

3.3 Методика эксперимента

В начале работы проверяется, что пирометр правильно измеряет температуру. Для этого измеряется температура модели АЧТ с помощью термометра и термопары, показания приборов сверяются. ЭДС термопары ε измеряется вольтметром и переводится в температуру T_t согласно спецификации:

$$T_t = \varepsilon / \psi + T_{\text{л}}$$

где $\Psi = (41 \pm 1)$ мкВ/°С – постоянная термопары, $T_{\text{л}} = 25$ °С – температура лаборатории.

Для определения постоянной Стефана-Больцмана измеряется температура вольфрамовой нити и рассеиваемая в ней мощность. Предполагается, что в установившемся состоянии, вся подаваемая на вольфрамовую нить мощность W рассеивается в виде излучения. Мощность W определяется по закону Джоуля-Ленца и равна потоку излучения Φ :

$$\Phi = W = U \cdot I$$

Пирометр измеряется *яркостную температуру* нити. Под яркостной температурой понимается температура АЧТ, спектральная излучательная способность которого равна спектральной излучательной способности исследуемого тела на определённой длине волны. Для ограничения спектра излучения используется красный светофильтр пирометра. Для определения реальной температуры вольфрамовой нити по известной яркостной используется зависимость:

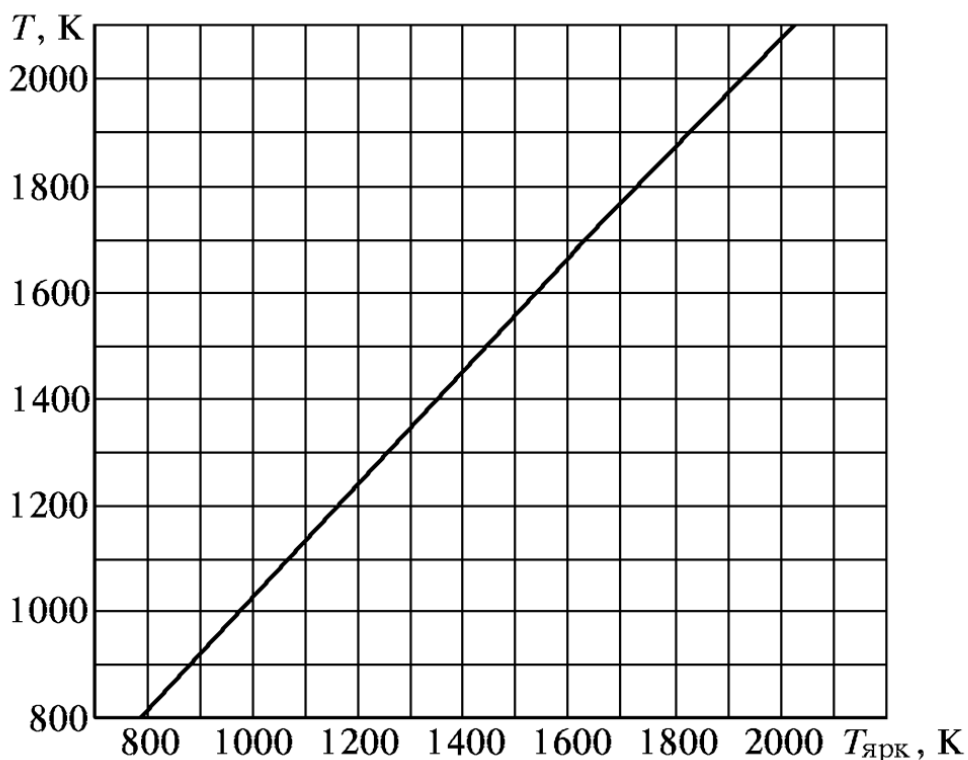


Рис. 3: График зависимости реальной температуры вольфрама от яркостной

Реальные тела не излучают как абсолютно чёрные. Если предположить, что спектральная излучательная способность исследуемого тела в ε_T раз меньше спектральной излучательной способности АЧТ (1), то излучаемая телом интегральная мощность будет вычисляться по формуле:

$$W = \varepsilon_T S \sigma T^4 \quad (3)$$

где S – площадь излучающей поверхности тела, σ – постоянная Стефана-Больцмана. В данном соотношении учтено, что температура окружающей нить среды много меньше температуры нити. Тела, которые описываются такой моделью называются *серыми*. Вольфрам лучше всего описывается моделью серого тела при высоких температурах $T > 1500^\circ\text{C}$.

Для проверки закона Стефана-Больцмана предполагается степенная зависимость мощности излучения от температуры $W \propto T^n$ в законе (3). По экспериментальным данным строится график зависимости мощности излучения от температуры в двойном логарифмическом масштабе, и находится коэффициент наклона прямой, равный показателю степени n :

$$\ln W = \ln(\varepsilon_T S \sigma) + n \ln T \quad (4)$$

При определении показателя степени n зависимостью ε_T от температуры пренебрегаем. При определении постоянной Стефана-Больцмана зависимостью $\varepsilon_T(T)$ пренебречь нельзя, поэтому для каждого значения температуры вычисляется своя σ :

$$\sigma = \frac{W}{\varepsilon_T(T) \cdot S \cdot T^4} \quad (5)$$

Преобразовав выражение (2), можно получить формулу для определения постоянной Планка:

$$h = \sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 \sigma}} \quad (6)$$

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Изучение работы оптического пирометра

С помощью пирометра измерим температуры модели АЧТ и проведём сравнение её значения со значением температуры, измеренной при помощи термопары. Изменяя ток через нить пирометра, добьёмся исчезновения нити на фоне изображения раскалённой поверхности дна АЧТ. Проверим корректность измерений: температура на пирометре не должна сильно отличаться от температуры АЧТ, измеренной термопарой. Проведя несколько измерений убедились, что значения отличаются не более, чем на 5%.

4.2 Измерение яркостной температуры накаливаемых тел

В опыте наблюдалось, что разные тела, накаливаемые до одинаковой термодинамической температуры, имеют различную яркостную температуру вследствие того, что разные материалы имеют разный спектральный коэффициент поглощения.

4.3 Проверка закона Стефана-Больцмана

Результаты измерения яркостной температуры вольфрамовой нити T при различной подаваемой на неё мощности W приведены в таблице 1.

$T_{\text{ярк}}, T, \text{K}$	I, A	$V, \text{В}$	$W, \text{Вт}$	
963	1236	0.56	2.12	1.19
1020	1293	0.58	2.27	1.32
1057	1330	0.57	2.19	1.25
1102	1375	0.59	2.39	1.41
1198	1471	0.64	2.88	1.84
1288	1561	0.69	3.40	2.33
1359	1632	0.71	3.98	2.83
1424	1697	0.75	4.17	3.13
1491	1764	0.79	4.80	3.81
1556	1829	0.84	5.22	4.37
1613	1886	0.85	6.31	5.38
1690	1963	0.89	6.77	6.02
1750	2023	0.99	7.36	7.30
1812	2085	1.01	8.07	8.17
1897	2170	1.10	8.95	9.83

Таблица 1: Результаты измерения яркостной температуры вольфрамовой нити T при различной подаваемой на неё мощности W

Измеренная яркостная температура преобразуется в термодинамическую температуру с помощью графика зависимости, изображённого на рисунке 3. По результатам измерений построим график зависимости потока излучения от температуры в обычном (рис. 4) и двойном логарифмическом масштабах (рис. 5).

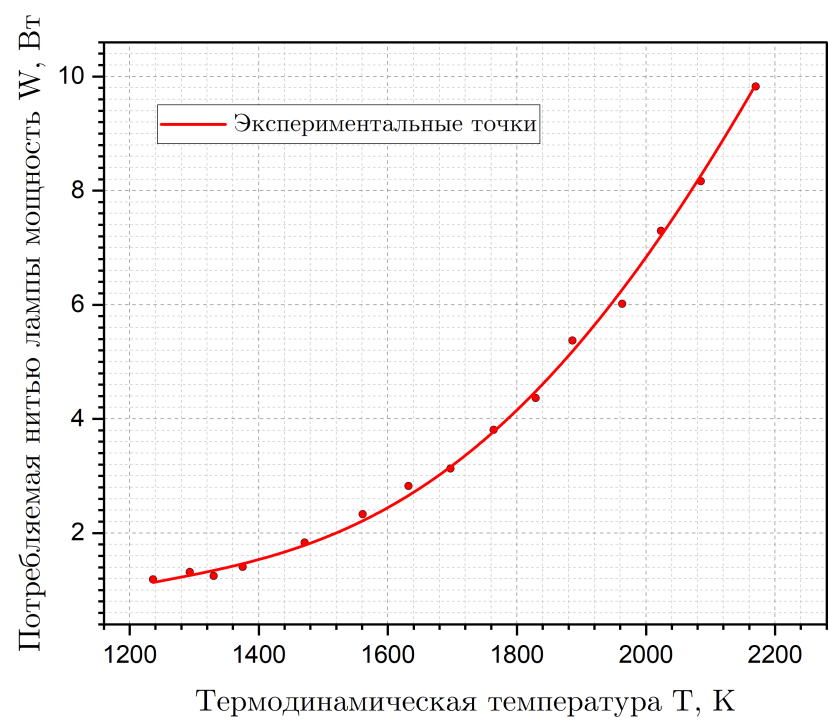


Рис. 4: Зависимость потока излучения от температуры $W(T)$

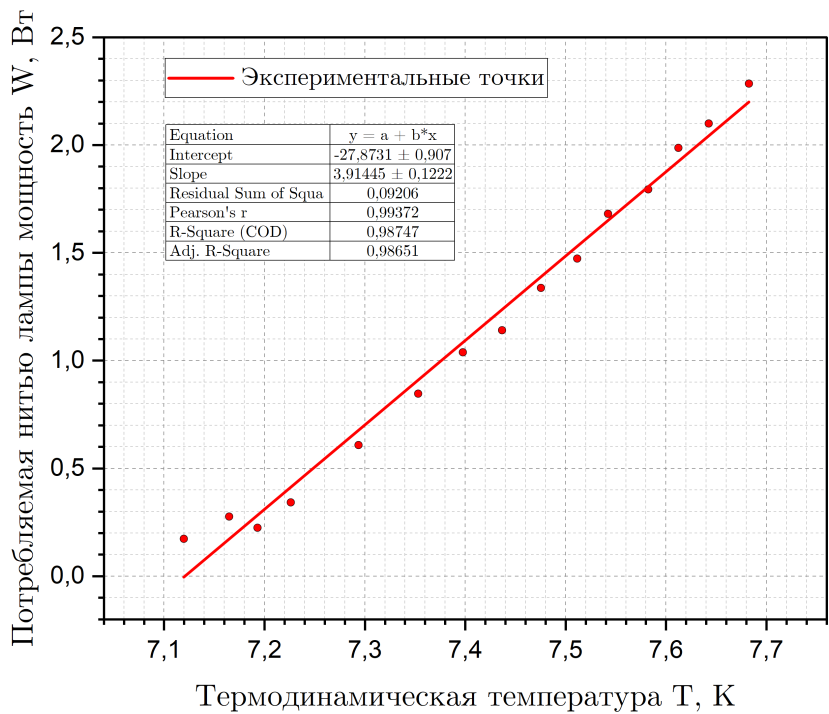


Рис. 5: Зависимость потока излучения от температуры $W(T)$ в двойном логарифмическом масштабе

На графике в двойном логарифмическом масштабе аппроксимируем результаты измерений прямой $\ln W = b + n \ln T$ с помощью метода наименьших квадратов и определим показатель степени температуры n в законе Стефана-Больцмана согласно формулы 4. Коэффициенты МНК:

$$n = 3.9 \pm 0.1, \quad b = -28 \pm 1.$$

Найдём величину постоянной Стефана-Больцмана по формуле (5) для каждого измеренного значения T , превышающего 1700 K, где $S = 0,36 \text{ см}^2$ – эффективная площадь излучающей поверхности нити лампы при температуре более 1500 °C. Результаты приведены в таблице 2.

$T, \text{ K}$	$W, \text{ Вт}$	ε_T	$\sigma \cdot 10^{-12}, \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{K}^4}$	$\Delta\sigma \cdot 10^{-12}, \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{K}^4}$
1764	3.81	0.209	5.2	0.5
1829	4.37	0.223	4.8	0.5
1886	5.38	0.236	5.0	0.5
1963	6.02	0.236	4.7	0.5
2023	7.30	0.249	4.9	0.5
2085	8.17	0.249	4.8	0.5
2170	9.83	0.249	4.9	0.5

Таблица 2: Результаты измерений постоянной Стефана-Больцмана

Погрешность же, по правилам оценки погрешностей косвенных вычислений, можно оценить суммой относительных ошибок каждой величины:

$$\varepsilon_\sigma \approx \sqrt{\varepsilon_S^2 + (4\varepsilon_T)^2} \sim 10\%.$$

Для вычисления постоянной Планка по формуле (6), определим постоянную Стефана-Больцмана, усреднив σ_i для температур $T > 1700 \text{ K}$

$$\sigma = (4.9 \pm 0.5) \cdot 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{K}}.$$

Погрешность постоянной Планка можно оценить по правилам нахождения погрешностей косвенных измерений:

$$\varepsilon_h \approx \frac{1}{3} \varepsilon_\sigma.$$

$$h = (6.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

4.4 Измерение "яркостной температуры" неоновой лампочки

Термодинамическая температура неоновой лампочки равна комнатной, и не соответствует её яркостной температуре ($\sim 850 \text{ °C}$) вследствие того, что неоновая лампочка не является моделью абсолютно чёрного или серого тела, и её излучение носит совершенно другую природу.

5 Заключение

В работе был экспериментально проверен закон Стефана-Больцмана. В пределах погрешности показатель степени температуры n сходится с теоретическим значением:

$$n = (3.9 \pm 0.1).$$

Были определены постоянные Стефана-Больцмана σ и Планка h .

$$\sigma = (4.9 \pm 0.5) \cdot 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{K}},$$

$$h = (6.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Измеренные постоянные по порядку сходятся с теоретическими значениями.