

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

**Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.2.3**  
Измерение теплопроводности воздуха при атмосферном  
давлении

Автор:  
Тихонов Дмитрий Романович,  
студент группы Б01-206

Долгопрудный, 2023

## Введение

**Цель работы:** измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

**В работе используются:** цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); эталонное сопротивление; источник постоянного напряжения; магазин сопротивлений.

## Теоретические сведения

*Теплопроводность* - это процесс передачи тепловой энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается *законом Фурье*.

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T \quad (1)$$

где  $\vec{q} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$  - плотность потока энергии,  $\kappa \sim \lambda \bar{v} \cdot n c_v$  - коэффициент теплопроводности.

Длина свободного пробега может быть оценена как  $\lambda = 1/n\sigma$ , где  $\sigma$  — эффективное сечение столкновений молекул друг с другом. Отсюда, коэффициент теплопроводности газа не зависит от плотности газа и определяется только его температурой. В простейшей модели твёрдых шариков  $\sigma = \text{const}$ , и коэффициент теплопроводности пропорционален корню абсолютной температуры:  $\kappa \propto \bar{v}/\sigma \propto \sqrt{T}$ . На практике эффективное сечение  $\sigma(T)$  следует считать медленно убывающей функцией  $T$ .

Рассмотрим стационарную теплопроводность в цилиндрической геометрии (рис. 1). Если цилиндр длинный ( $L \gg r_0$ ), можно пренебречь теплоотводом через его торцы. Тогда все параметры газа можно считать зависящими только от расстояния до оси системы  $r$  а поток тепла  $\vec{q}$  направленным строго радиально. Для стационарного режима и малого перепада температуры между нитью и стенками цилиндра:

$$Q = -2\pi r L \cdot \kappa \frac{dT}{dr} = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} \kappa \cdot \Delta T \quad (2)$$

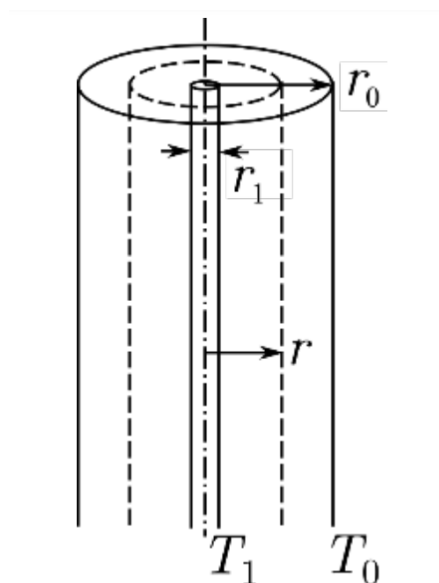


Рис. 1: Геометрия измерений

## Методика измерений и используемое оборудование

Схема установки представлена на рис. 2. Полость трубки заполнена воздухом (полость через небольшое отверстие сообщается с атмосферой). Стенки трубки помещены в кожух, через которых пропускается вода из термостата, так что их температура поддерживается постоянной. Для предотвращения конвекции трубка расположена вертикально. Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления).

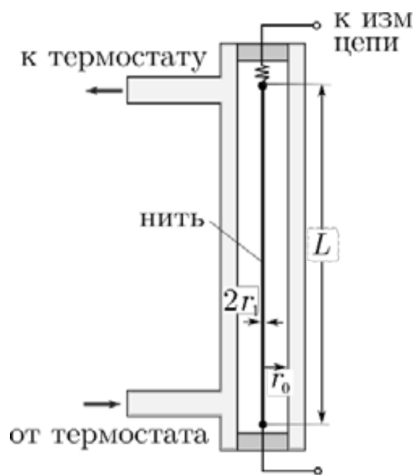


Рис. 2: Схема установки

Для большинства металлов изменение сопротивления из-за нагрева невелико: при изменении температуры на  $\Delta t = 1^\circ\text{C}$  относительное изменение сопротивления нити может составлять приблизительно от 0.5% (в зависимости от её материала). Следовательно, измерение важно провести с высокой точностью.

Электрическая схема установки на рис. 3. Для измерения напряжения и тока используется два мультиметра, работающие в режимах вольтметра и амперметра соответственно. По двум проводам (токовая пара  $I_+$  и  $I_-$ ) через сопротивление пропускается измерительный ток, а два других (потенциальная пара  $U_+$  и  $U_-$ ) используются для параллельного подключения вольтметра. Заметим, что при такой схеме внутреннее сопротивление приборов и сопротивление подводящих проводов практически не влияет на измерения: сопротивление амперметра не влияет на результат вовсе, а сопротивление вольтметра составляет обычно 1–100 МОм, что при  $R_n = 20$  Ом вносит относительную ошибку не более  $10^{-5}$ .

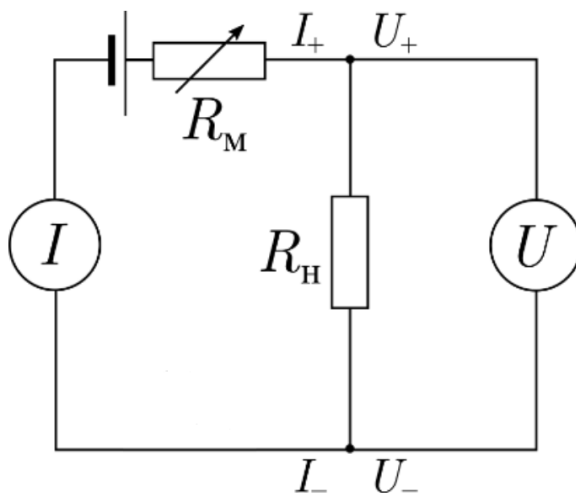


Рис. 3: Электрическая схема установки

Ток цепи регулируется с помощью магазина сопротивлений, включенного последовательно с источником напряжения. Измерение нагрузочных кривых позволяет получить температурную зависимость сопротивления нити (при  $Q \rightarrow 0$ ,  $T \approx T_0$ ). Для исследуемых температур:

$$R(t) = R_{273} \cdot (1 + \alpha t) \tag{3}$$

$\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT}$  - температурный коэффициент сопротивления материала.

## Результаты измерений и обработка данных

### Исследование зависимости $R(Q)$ при разных температурах

Снимем зависимость сопротивления нити от мощности  $R(Q)$  для каждой из температур (табл. 1). Значения  $U$  и  $I$  будем снимать, когда установится стационарный режим. Вычислим значения погрешности для  $R$  и  $Q$  и также занесём эти данные в таблицу 1.

$T, ^\circ\text{C}$	22,0								
$U, \text{ мВ}$	38,455	146,280	487,180	733,050	1171,360	1310,640	1800,870	2073,620	2160,230
$I, \text{ мА}$	1,916	7,289	24,199	36,266	57,320	63,870	86,111	97,978	101,672
$Q, \text{ мВт}$	0,074	1,066	11,789	26,585	67,142	83,711	155,074	203,170	219,634
$R, \text{ Ом}$	20,072	20,069	20,133	20,213	20,435	20,520	20,913	21,164	21,247
$T, ^\circ\text{C}$	32,0								
$U, \text{ мВ}$	751,689	1123,100	1349,500	1526,300	1672,720	1803,750	1917,810	2031,250	2119,400
$I, \text{ мА}$	35,931	53,248	63,561	71,464	77,901	83,599	88,471	93,256	96,966
$Q, \text{ мВт}$	27,009	59,803	85,776	109,075	130,307	150,792	169,671	189,426	205,510
$R, \text{ Ом}$	20,920	21,092	21,232	21,358	21,472	21,576	21,677	21,781	21,857
$T, ^\circ\text{C}$	47,0								
$U, \text{ мВ}$	833,158	1155,590	1382,310	1558,280	1707,970	1832,120	1943,720	2047,740	2140,610
$I, \text{ мА}$	37,871	52,179	62,055	69,595	75,915	81,096	85,683	89,932	93,674
$Q, \text{ мВт}$	31,553	60,298	85,779	108,448	129,660	148,577	166,545	184,158	200,520
$R, \text{ Ом}$	22,000	22,147	22,276	22,391	22,499	22,592	22,685	22,770	22,852
$T, ^\circ\text{C}$	62,0								
$U, \text{ мВ}$	860,674	1186,705	1413,710	1588,620	1736,640	1858,290	1968,140	2069,940	2160,340
$I, \text{ мА}$	37,323	51,151	60,607	67,792	73,804	78,686	83,050	87,051	90,572
$Q, \text{ мВт}$	32,123	60,701	85,681	107,695	128,171	146,222	163,454	180,190	195,666
$R, \text{ Ом}$	23,060	23,200	23,326	23,434	23,530	23,616	23,698	23,779	23,852
$T, ^\circ\text{C}$	77,0								
$U, \text{ мВ}$	314,325	887,557	1216,960	1444,170	1617,700	1763,970			
$I, \text{ мА}$	13,102	36,792	50,163	59,239	66,103	71,805			
$Q, \text{ мВт}$	4,118	32,655	61,046	85,551	106,935	126,662			
$R, \text{ Ом}$	23,990	24,124	24,260	24,379	24,472	24,566			

Таблица 1: Результаты измерений  $U$  и  $I$  и результаты вычислений  $R$  и  $Q$  при разных температурах

Приведем расчётные формулы для значений  $R$  и  $Q$ :

$$R_{\text{н}} = \frac{U}{I} \tag{4}$$

$$Q = UI \quad (5)$$

Отсюда, находим погрешность вычисления этих величин:

$$\sigma_{R_n} = R_n \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} \approx 10^{-2} \text{ мОм} \quad (6)$$

$$\sigma_Q = Q \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} \approx 10^{-2} \text{ мВт} \quad (7)$$

где  $\Delta I = 10^{-2}$  мА,  $\Delta U = 10^{-2}$  мВ (данные взяты из технических параметров установки). Заметим, что в масштабе графика  $R_n(Q)$  кресты погрешностей нанести не получится.

Для каждой температуры прибора построим график зависимости сопротивления нити  $R$  от выделяемой мощности  $Q$ . Аппроксимацию прямой произведем методом наименьших квадратов в компьютерной программе *Origin Pro 2023*, в которой определим наклон  $dR/dQ$  с погрешностью и сопротивление нити  $R|_{Q=0}$  при температуре термостата, то есть при нулевой выделяемой мощности. Полученные данные занесём в таблицу 2. Графики представлены на рис. 4, рис. 5, рис. 6, рис. 7, рис. 8.

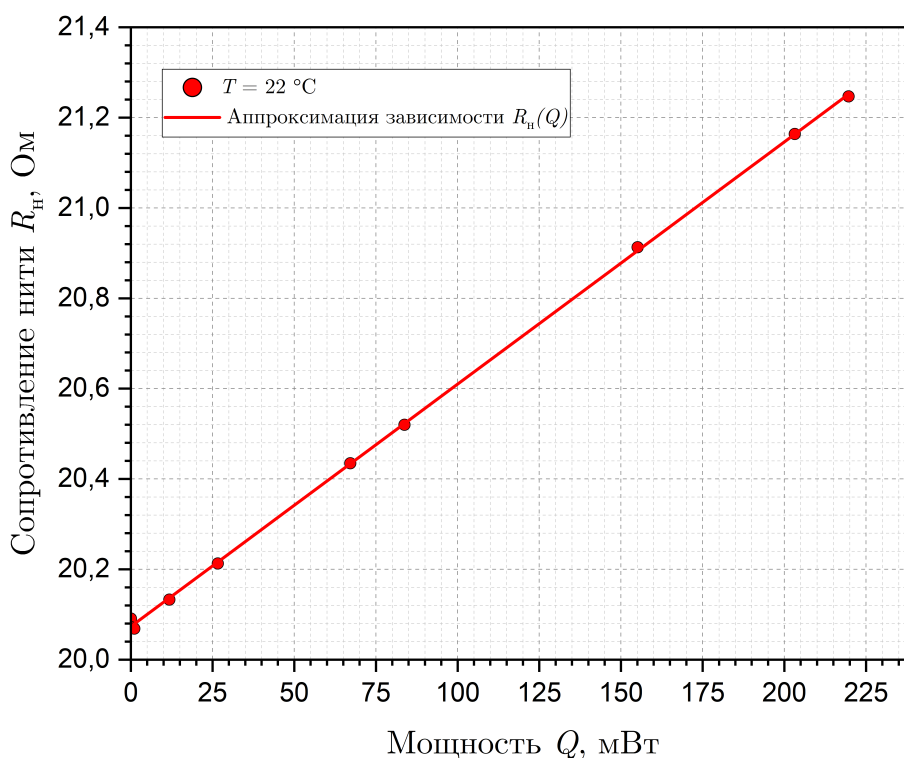


Рис. 4: График зависимости  $R_n(Q)$  при  $T = 22^\circ\text{C}$

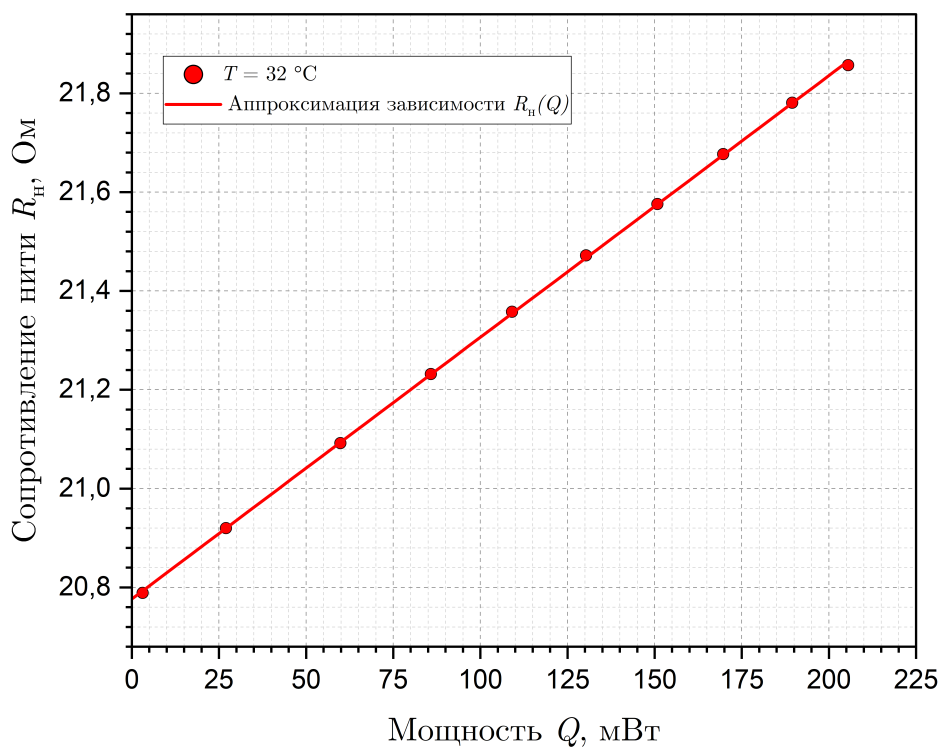


Рис. 5: График зависимости  $R_n(Q)$  при  $T = 32^{\circ}\text{C}$

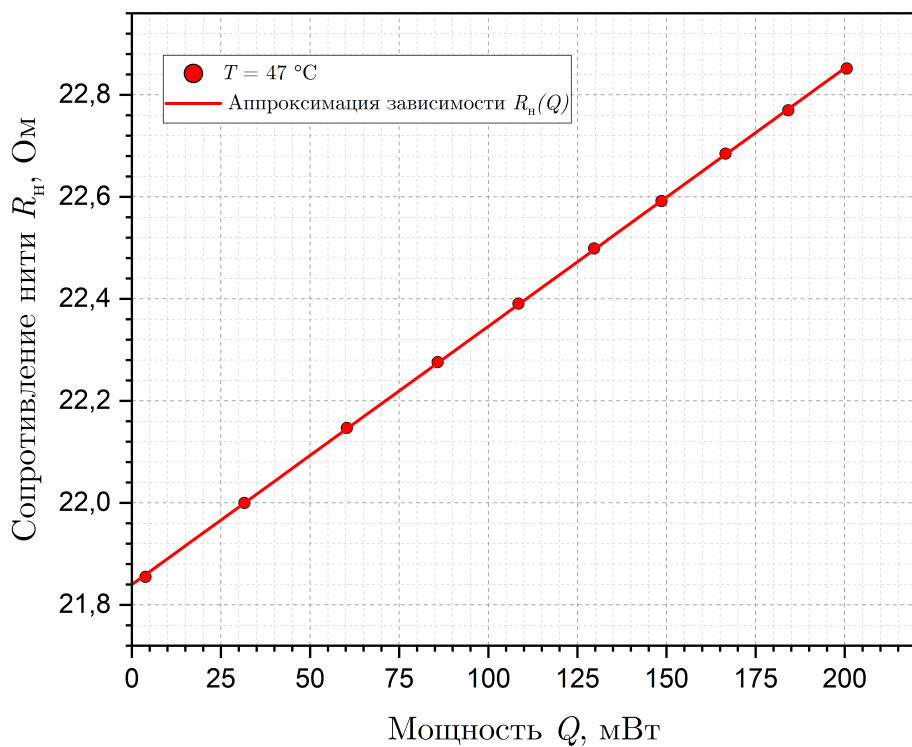


Рис. 6: График зависимости  $R_n(Q)$  при  $T = 47^{\circ}\text{C}$

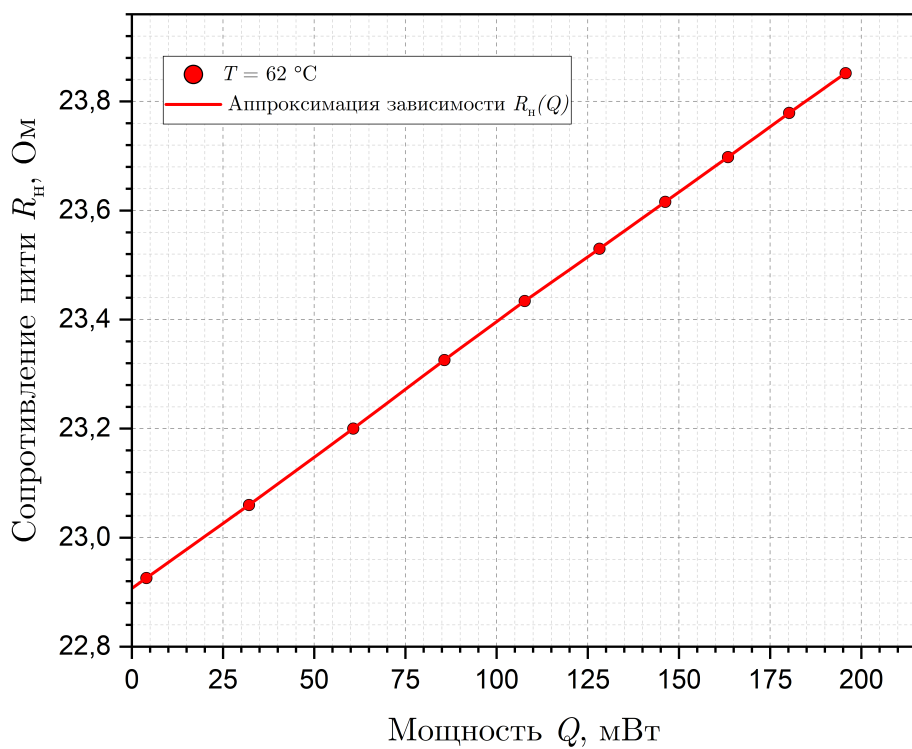


Рис. 7: График зависимости  $R_n(Q)$  при  $T = 62\text{ °C}$

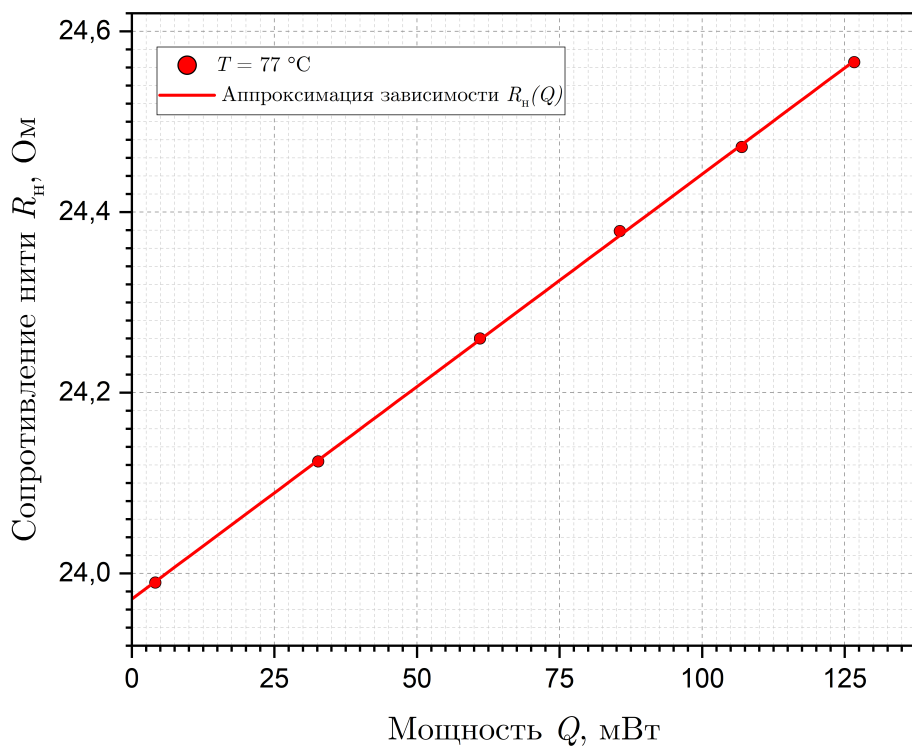


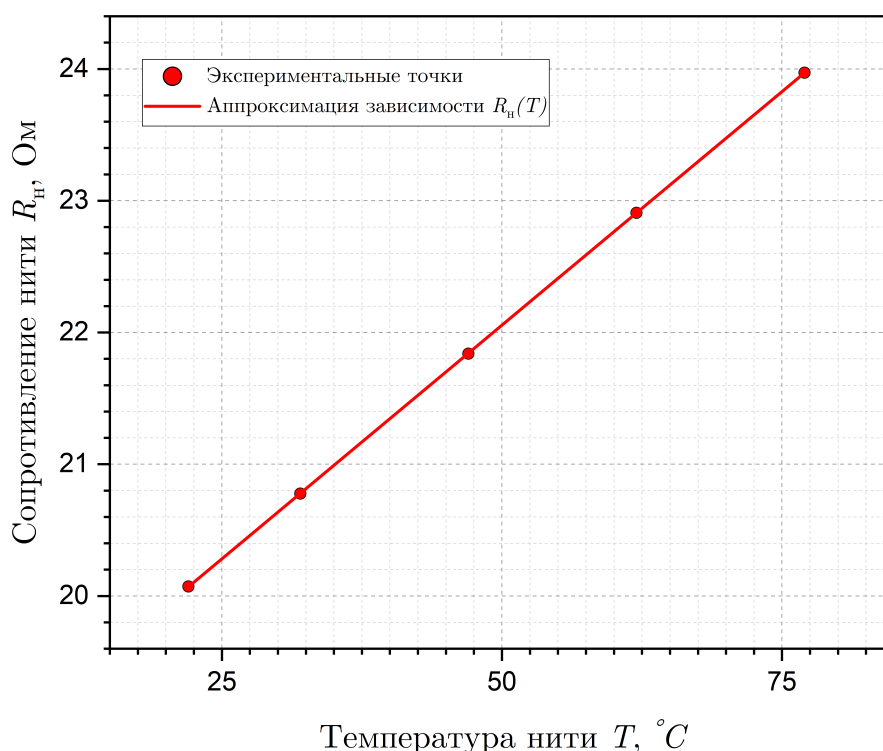
Рис. 8: График зависимости  $R_n(Q)$  при  $T = 77\text{ °C}$

$T, ^\circ\text{C}$	22,0	32,0	47,0	62,0	77,0
$R _{Q=0}, \text{ Ом}$	20,073	20,777	21,840	22,908	23,972
$\sigma_{R _{Q=0}}, \text{ Ом}$	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002
$dR/dQ, \text{ Ом/Вт}$	5,36	5,30	5,06	4,84	4,70
$\sigma_{dR/dQ}, \text{ Ом/Вт}$	0,03	0,02	0,01	0,01	0,03

Таблица 2: Результаты вычислений.

### Исследование зависимости $R(T)$ . Определение температурного коэффициента сопротивления материала нити $\alpha$

Построим по значениям  $R|_{Q=0}$  график (рис. 9) зависимости сопротивления нити от температуры  $T$ . Аппроксимацию прямой и расчет наклона  $dR/dT$  произведем аналогично предыдущему пункту.

Рис. 9: График зависимости  $R = R(T)$ 

Экспериментальные точки отлично ложатся на прямую, имеющую наклон:  $dR/dT = (0,0709 \pm 0,0007) \text{ Ом/К}$ .

Рассчитаем температурный коэффициент сопротивления материала нити  $\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT}$ , где  $R_{273} = 20 \text{ Ом}$  – сопротивление платиновой нити при  $0^\circ\text{C}$ . Получим, что температурный коэффициент сопротивления материала нити  $\alpha = (3,545 \pm 0,035) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Сравнивая это значение с табличным:  $\alpha_{\text{табл}} = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , замечаем, что полученный коэффициент равен табличному по порядку величины.

### Определение экспериментальной зависимости $\kappa(T)$

Для каждой температуры прибора определим значение коэффициента теплопроводности газа по формуле  $\kappa = \frac{dQ}{dT} \frac{dR}{dT} \frac{1}{2\pi L} \ln \frac{r_0}{r_1}$ , где  $2r_1 = (50 \pm 3) \text{ мкм}$ ,  $2r_0 = (7,0 \pm 0,1) \text{ мм}$  и  $L = (400 \pm 2) \text{ мм}$ .



Предполагая, что зависимость коэффициента теплопроводности от температуры имеет вид  $\kappa = AT^\beta$ , по полученным значениям построим аппроксимированную кривую рис. 11. Чтобы определить показатель степени  $\beta$  построим график зависимости  $\ln \kappa$  от  $\ln T$ . Результаты вычислений представлены в таблице 3.

$T, K$	295	305	320	335	350
$dR/dQ, \text{Ом/Вт}$	5,36	5,3	5,06	4,84	4,7
$\sigma_{dR/dQ}, \text{Ом/Вт}$	0,03	0,02	0,01	0,01	0,03
$dQ/dR, \text{Вт/Ом}$	0,1866	0,1887	0,1976	0,2066	0,2128
$\sigma_{dQ/dR}, \text{Вт/Ом}$	0,0010	0,0007	0,0004	0,0004	0,0014
$dR/dT, \text{Ом/К}$	0,0709				
$\sigma_{dR/dT}, \text{Ом/К}$	0,0007				
$\kappa, \text{Вт/(К} \cdot \text{м)}$	26,0	26,3	27,6	28,8	29,7
$\sigma_\kappa, \text{Вт/(К} \cdot \text{м)}$	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2
$\ln \kappa$	3,26	3,27	3,32	3,36	3,39
$\sigma_{\ln \kappa}$	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
$\ln T$	5,6870	5,7203	5,7683	5,8141	5,8579

Таблица 3: Результаты вычислений коэффициентов теплопроводности газа  $\kappa$  для каждой температуры термостата  $T_0$

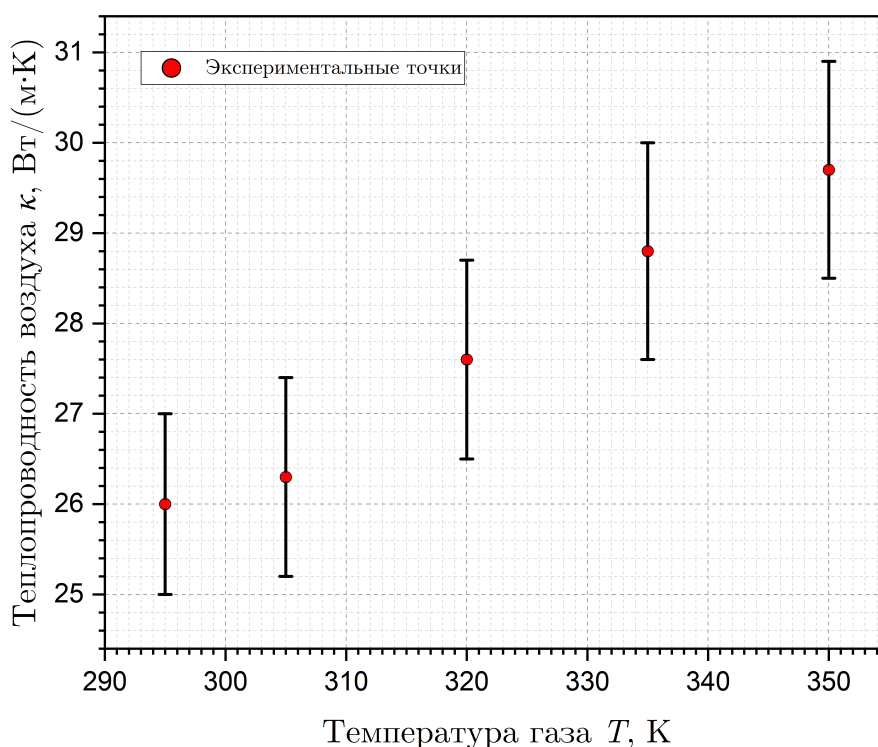
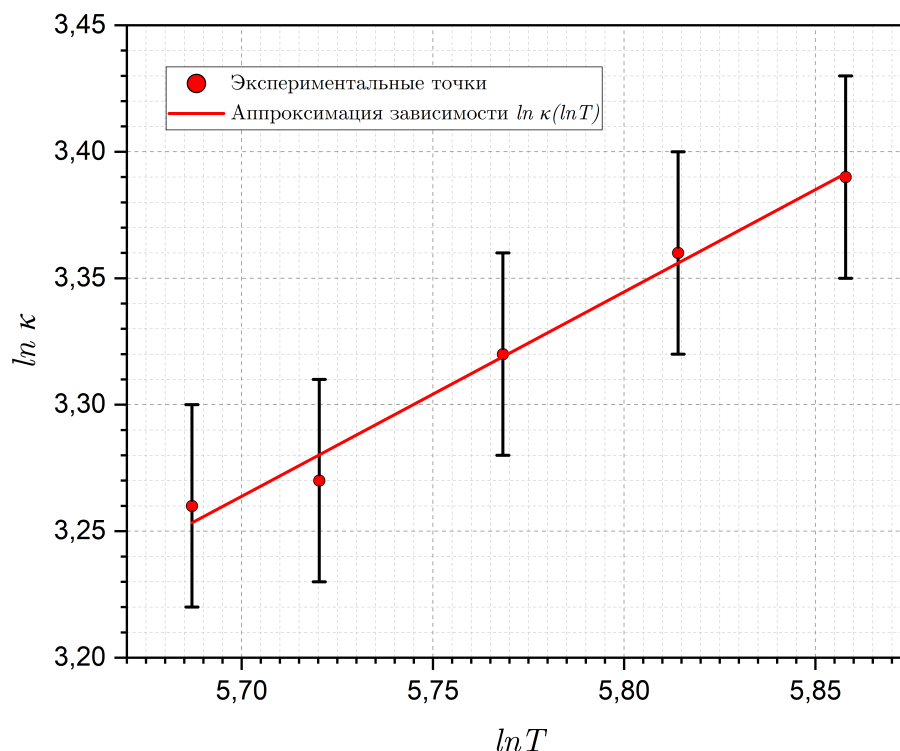


Рис. 10: График зависимости  $\kappa(T)$

Рис. 11: График зависимости  $\ln \kappa(\ln T)$ 

Аппроксимацию прямой (рис. 11) произведем методом наименьших квадратов в компьютерной программе *Origin Pro 2023*. Имеем:  $\beta = (0,81 \pm 0,05)$ .

## Заключение

В ходе данной работы мы определили коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическом сосуде. В среднем каждое значение коэффициента теплопроводности отличается от табличного при данной температуре не более, чем на 5%. По полученным результатам рассчитали коэффициент  $\beta$  в формуле  $\kappa = AT^\beta$ :  $\beta = (0,81 \pm 0,05)$ . Однако полученный результат с учетом погрешности не соответствует теоретическому значению  $\beta = 0,5$  ( $\kappa \propto \sqrt{T}$ ), то есть наш результат завышен на 62%. Удивительно, что если построить аналогичным образом прямую, используя табличные значения коэффициента теплопроводности воздуха при атмосферном давлении, то  $\beta = 0,81$ , что сходится с полученным значением. Разница в результатах, во-первых, может быть связана с неучтенными тепловыми потерями через основания цилиндра. Во-вторых, при выводе формулы (2) не учитывалась зависимость теплопроводности от температуры (поэтому она справедлива только при  $\Delta T \ll T$ ) и молекулы воздуха рассматривались, как одинаковые *твердые шарики*. И наконец, возникновение термо-ЭДС (эффект Зеебека) повлияло на точность вольтметра.

Также был определён температурный коэффициент сопротивления материала нити  $\alpha = (3,545 \pm 0,035) \cdot 10^{-3} K^{-1}$ , что сходится с табличным  $\alpha_{\text{табл}} = 3,8 \cdot 10^{-3} K^{-1}$  по порядку величины.