

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.1.3

Определение C_p/C_v по скорости звука в газе

Автор:
Тихонов Дмитрий Романович,
студент группы Б01-206

Долгопрудный, 2023

Введение

Цель работы:

1. измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу;
2. определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

В работе используются: звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

Теоретические сведения

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты γ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты. Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (1)$$

где R – газовая постоянная, T – температура газа, а μ – его молярная масса. Преобразуя эту формулу, найдем

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2. \quad (2)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволин, то есть когда

$$L = n\lambda/2,$$

где λ – длина волны звука в трубе, а n – любое целое число. Если это условие выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшись к ее началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает – наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения (*узлы смещения*). Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через $\lambda/2$. Между узлами находятся максимумы смещения (*пучности*).

Скорость звука c связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda f. \quad (3)$$

Методика измерений и используемое оборудование

При неизменной частоте f звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны λ) можно изменять длину трубы L . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение

резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

т. е. $\lambda/2$ равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы L от номера резонанса k . Скорость звука находится по формуле (3).

Схема установки представлена на рис. 1. Установка содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения γ для воздуха и для CO_2 . Звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточно для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

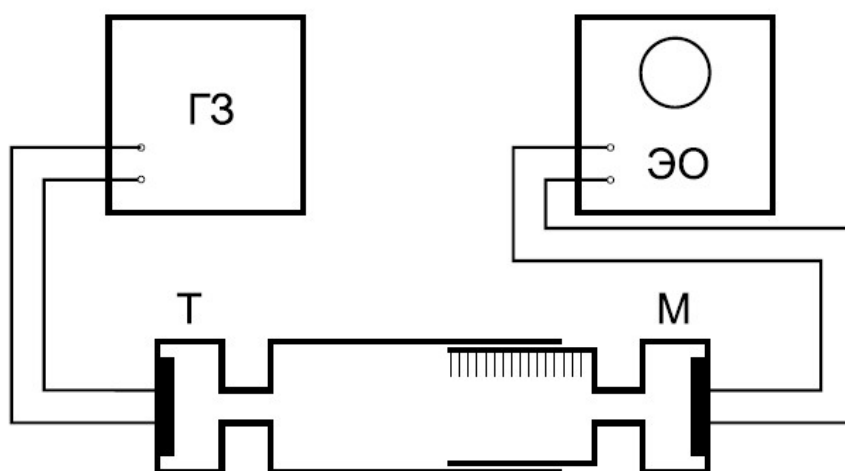


Рис. 1: Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

Результаты измерений и обработка данных

Измерение C_p/C_v для воздуха при помощи установки с раздвижной трубой

Проведём измерение коэффициента C_p/C_v для воздуха при помощи установки с раздвижной трубой. Для проведения серии измерений фиксируем частоту звукового сигнала и оставляем её неизменной до окончания снятия показаний. Увеличиваем и уменьшаем длину трубки, чтобы добиться резонанса, возникновение которого устанавливается при помощи осциллографа. При возникновении резонанса фиксируем то расстояние, на которое была выдвинута трубка прибора. Данные измерения проводим для нескольких значений частот. Полученные результаты заносим в таблицу 1 и в таблицу 2.

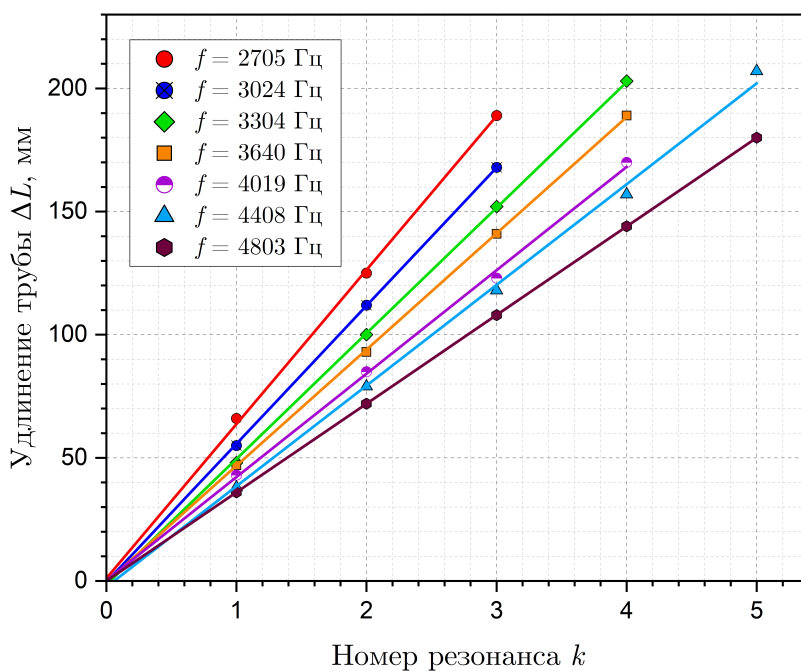
$f, \text{Гц}$	2705		3024		3304		3640		4019	
k	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$
0	38	0	11	0	9	0	34	0	10	0
1	104	66	66	55	57	48	81	47	53	43
2	163	125	123	112	109	100	127	93	95	85
3	227	189	179	168	161	152	175	141	133	123
4					212	203	223	189	180	170
5										

Таблица 1: Результаты измерений для воздуха

$f, \text{Гц}$	4408		4803	
k	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$	$l_k, \text{мм}$	$\Delta L, \text{мм}$
0	22	0	20	0
1	60	38	56	36
2	101	79	92	72
3	140	118	128	108
4	179	157	164	144
5	229	207	200	180

Таблица 2: Результаты измерений для воздуха (*продолжение*)

Для каждого измерения погрешность измерения *выдвига* трубы равна $\sigma_l = 0,5$ мм. Также для каждого измерения вычислим $\Delta L = l_k - l_0$. Погрешность определения этой величины составит $\sigma_L = \sqrt{2}\sigma_l \approx 0,7$ мм. По полученным данным построим графики зависимости $L_k(k)$ (рис. 2). Так как погрешность измерения ΔL мала по сравнению с масштабом графика, кресты погрешности не были нанесены на график.

Рис. 2: График зависимости $L(k)$ для воздуха

Аппроксимируем полученные зависимости прямыми $y = ax$ используя метод наименьших квадратов. Коэффициент a находим согласно следующей формуле:

$$a = \frac{\langle kL_k \rangle}{\langle k^2 \rangle}. \quad (5)$$

Случайную погрешность определения a оценим следующим образом:

$$\sigma_a^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left(\frac{\langle L_k^2 \rangle}{\langle k^2 \rangle} - a^2 \right)}, \quad (6)$$

где N – количество измерений. Систематическая погрешность определения a равна $\sigma_a^{\text{сист}} = \sigma_{L_k}$. Тогда полная погрешность определения коэффициента a может быть вычислена по следующей формуле:

$$\sigma_a^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left(\frac{\langle L_k^2 \rangle}{\langle k^2 \rangle} - a^2 \right)}, \quad (7)$$

Используя эти формулы вычисляем коэффициенты a для каждого значения частоты f . Результаты вычислений заносим в таблицу 3.

f , Гц	a , мм	σ_a , мм	λ , мм	σ_λ , мм	c , м/с	σ_c , м/с
2705	62,6	0,9	125,2	1,8	338,7	4,9
3024	56,1	0,3	112,2	0,5	339,3	1,6
3304	51,0	0,4	102,0	0,8	337,0	2,8
3640	47,2	0,2	94,4	0,5	343,6	1,7
4019	42,0	0,7	84,0	1,4	337,6	5,6
4408	40,0	1,0	80,0	1,8	352,6	7,9
4803	36,0	0,0	72,0	0,0	345,8	0,0

Таблица 3: Результаты вычислений скорости звука для воздуха

Согласно (4), угловой коэффициент наклона прямой a равен $\lambda/2$.

Скорость звука в воздухе можно вычислить по следующей формуле:

$$c = \lambda f.$$

Погрешность такого вычисления равна (при этом в каждом измерении примем $\sigma_f \approx 1$ Гц)

$$\sigma_c = c \sqrt{\varepsilon_f^2 + \varepsilon_\lambda^2}.$$

Эти результаты также заносим в таблицу 3.

Таким образом, мы получили значение c для каждого отдельного значения частоты. Усредняя вычисленные значения, в итоге получаем

$$c = (342,1 \pm 3,5) \text{ м/с} \quad (\varepsilon = 1\%)$$

Также, по формуле (2), вычислим C_p/C_v :

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = \frac{\mu}{RT} c^2.$$

При этом для воздуха $\mu \approx 0,02898 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Во время эксперимента температура в лаборатории равнялась $T = 25^\circ \text{C}$. Тогда погрешность такого вычисления можно оценить по следующей формуле:

$$\sigma_\gamma = \sqrt{2} \varepsilon_c \gamma.$$

В итоге получаем:

$$\gamma = 1,37 \pm 0,03 \quad (\varepsilon = 1,5\%)$$

Измерение C_p/C_v для углекислого газа при помощи установки с раздвижной трубой

В этой части работы проведём измерения, аналогичные проведённым с воздухом, но теперь для трубы, заполненной углекислым газом. Измерения резонансных максимумов с углекислым газом будем производить при малых перемещениях подвижной части трубы как внутрь, так и наружу. Заносим результаты измерений зависимости номера резонанса от величины, на которую выдвинута труба, в таблицу 4 и таблицу 5.

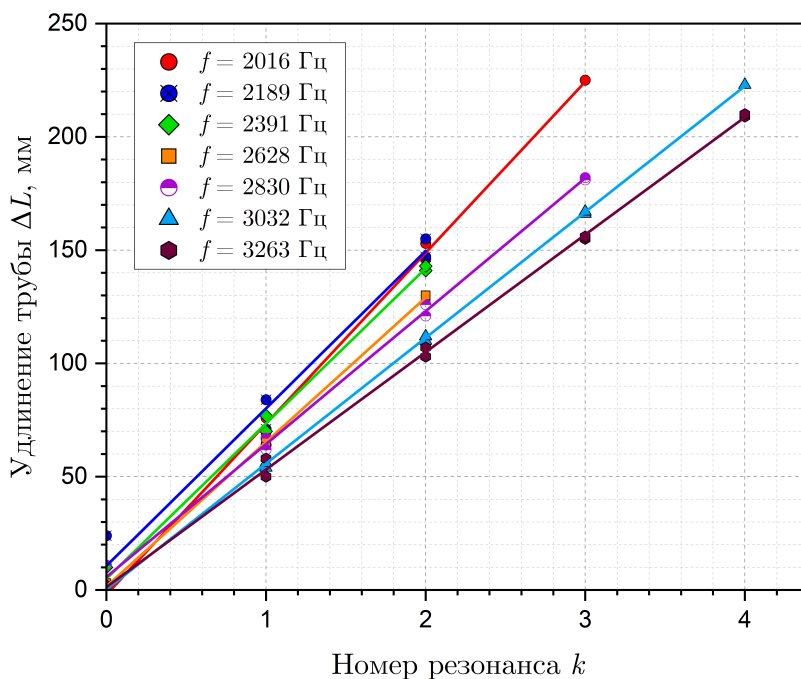
f , Гц	2016		2189		2391		2628		2830	
k	l_k , мм	ΔL , мм	l_k , мм	ΔL , мм	l_k , мм	ΔL , мм	l_k , мм	L_k , мм	l_k , мм	ΔL , мм
0	0	0	15	0	32	0	51	0	41	0
0	0	0	39	24	42	10	54	3	52	11
1	64	64	86	71	102	70	115	64	103	62
1	76	76	99	84	109	77	118	67	108	67
2	146	146	162	147	173	141	179	128	162	121
2	153	153	170	155	175	143	181	130	167	126
3	225	225							222	181
3	225	225							223	182
4										
4										

Таблица 4: Результаты измерений для углекислого газа

f , Гц	3032		3263	
k	l_k , мм	ΔL , мм	l_k , мм	ΔL , мм
0	5	0	15	0
0	7	2	17	2
1	59	54	65	50
1	61	56	73	58
2	115	110	118	103
2	117	112	122	107
3	171	166	170	155
3	172	167	171	156
4	228	223	224	209
4	228	223	225	210

Таблица 5: Результаты измерений для углекислого газа (*продолжение*)

Строим графики зависимости $L_k(k)$ (рис. 3). Аппроксимируем зависимости прямыми $y = ax$. Результаты заносим в таблицу 6. Вычисляем также λ и c для каждого значения частоты f .

Рис. 3: График зависимости $L(k)$ для углекислого газа

f , Гц	a , мм	σ_a , мм	λ , мм	σ_λ , мм	c , м/с	σ_c , мм
2016	75,5	1,5	150,9	2,9	304,2	5,9
2189	69,5	5,2	139,0	10,3	304,3	22,5
2391	68,5	2,2	137,0	4,4	327,6	10,4
2628	63,8	0,8	127,5	1,7	335,1	4,4
2830	58,7	1,2	117,4	2,4	332,2	6,8
3032	55,6	0,3	111,1	0,5	336,9	1,5
3263	51,9	0,6	103,7	1,1	338,4	3,6

Таблица 6: Результаты вычислений для углекислого газа

Усредняя результаты всех экспериментов, получаем:

$$c = (325,5 \pm 7,7) \text{ м/с} \quad (\varepsilon = 2,3\%)$$

Вычисляя C_p/C_v аналогично предыдущему пункту, получаем

$$\gamma = 1,88 \pm 0,06 \quad (\varepsilon = 3,3\%)$$

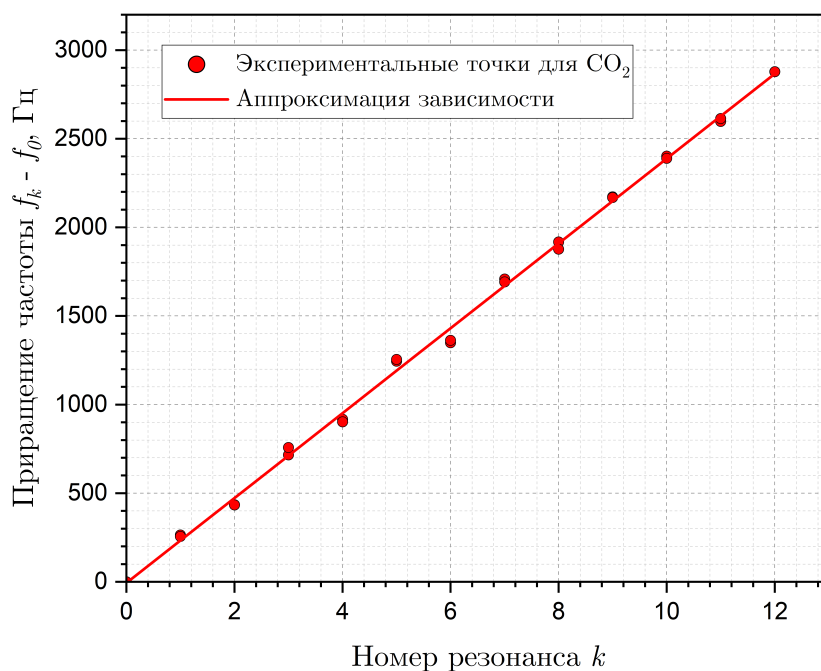
Измерение C_p/C_v для углекислого газа и воздуха при неизменной длине трубы и температуре

Проведём измерения C_p/C_v для воздуха и углекислого газа при $T = \text{const}$. Для этого будем использовать трубу во *вставленном состоянии*, размер которой $L = (700 \pm 5)$ мм. Для фиксированной температуры будем изменять частоту звукового сигнала, тем самым изменяя и длину волны, так, чтобы мы могли наблюдать последовательные резонансы. Для каждого резонанса будем фиксировать частоту, при которой он возник. Измерения будем проводить при увеличении и уменьшении частоты. Полученные измерения занесём в таблицу 7.

	Углекислый газ		Воздух	
k	f_k , Гц	f_k' , Гц	f_k , Гц	f_k' , Гц
0	467	468	468	469
1	731	724	727	761
2	902	902	932	947
3	1183	1226	1263	1256
4	1384	1371	1445	1441
5	1712	1723	1738	1764
6	1816	1831	1804	1973
7	2176	2160	2246	2238
8	2385	2345	2478	2492
9	2639	2637	2722	2730
10	2869	2858	2981	2986
11	3065	3082	-	-
12	3346	3347	3206	3202

Таблица 7: Результаты измерений при постоянной температуре и длине трубы

По полученным экспериментальным данным построим графики зависимости $\Delta f_k(k)$ (рис. 4 и рис. 5), где $\Delta f_k = f_k - f_0$. Погрешность измерения такой величины составит $\sigma_{\Delta f_k} = \sigma_{f_k} \sqrt{2} \approx 1,41$ Гц.

Рис. 4: График зависимости $\Delta f(k)$ для углекислого газа

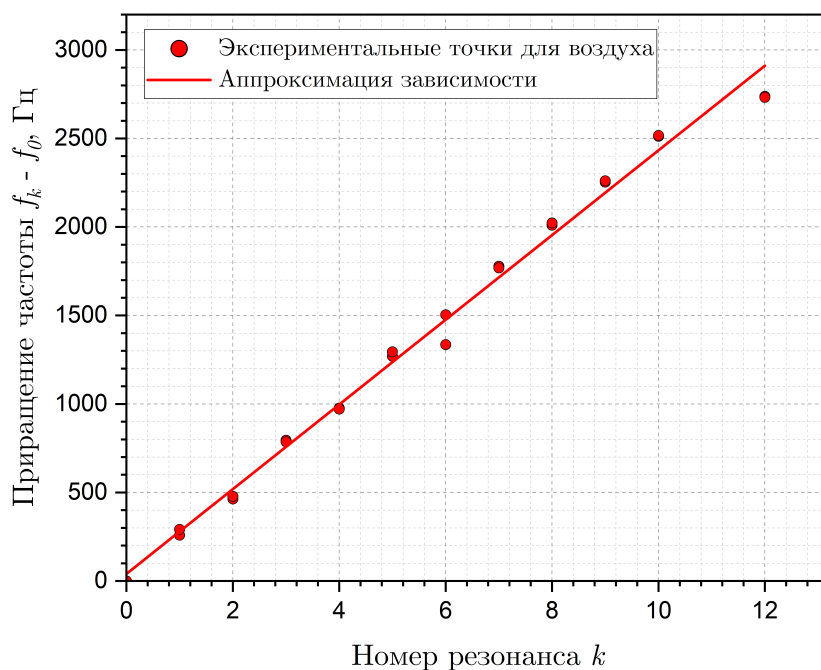


Рис. 5: График зависимости $\Delta f(k)$ для воздуха

Аппроксимируем полученные зависимости прямыми $y = ax$ используя метод наименьших квадратов. Коэффициент a и погрешности его определения находим по приведенным в предыдущих пунктах формулам.

Коэффициент наклона $a = \frac{c}{2L}$. Тогда вычислим скорость звука c при фиксированной температуре и её погрешность. Кроме того, по формуле (2) вычислим γ при фиксированной температуре и погрешность этого вычисления.

Получим: $a_{\text{возд}} = 239,3 \pm 4,4$ Гц и $a_{CO_2} = 239,4 \pm 1,97$ Гц. Следовательно,

$$c_{\text{возд}} = 335 \pm 7 \text{ м/с } (\varepsilon = 2\%); c_{CO_2} = 335 \pm 4 \text{ м/с } (\varepsilon = 1,2\%)$$

Отсюда,

$$\gamma_{\text{возд}} = 1,32 \pm 0,04 \text{ м/с } (\varepsilon = 2,8\%); \gamma_{CO_2} = 2,00 \pm 0,07 \text{ м/с } (\varepsilon = 1,7\%)$$

Заключение

В ходе работы показатель адиабаты для воздуха был измерен двумя разными способами. Сначала измерения проводились при фиксированной частоте звукового сигнала, а мы изменяли длину трубы. В ходе таких измерения было получено:

$$\gamma_f = 1,37 \pm 0,03 \quad (\varepsilon = 1,5\%)$$

Сравним полученные данные с табличными. Согласно справочнику, показатель адиабаты для воздуха при нормальных условиях равен $\underline{\gamma = 1,4}$. Таким образом, можно утверждать, что результат измерения γ на первой установке в пределах погрешности совпадает с табличными данными. Результаты измерения на второй установке незначительно отличаются от табличных. Это может быть связано с большой неточностью определения резонансных частот на второй установке. Чтобы этого избежать, необходимо использовать генератор частоты с возможностью более точной настройки для возможности чёткого отслеживания резонансов.

Также в ходе работы был измерен показатель адиабаты для углекислого газа. Измерения проводились на первой установке. В итоге мы получили

$$\boxed{\gamma_{CO_2} = 1,88 \pm 0,06} \quad (\varepsilon = 3,3\%)$$

Сравним эти данные с табличными. Согласно справочнику, показатель адиабаты для углекислого газа при нормальных условиях $\gamma = 1,3$. Таким образом, полученные данные значительно отличаются от табличных. Это связано с тем, что при измерениях в трубе находился углекислый газ с примесями (в основном, азот и кислород), которые исказили результаты измерений (как оказалось, балон с углекислым газом был пуст).