

Einführung in LaTeX

Daniel Renschler

17. Juli 2023

1 LaTeX?

2 Beispiele

3 Syntax & etc.

4 Anderes

Geschichte

- Donald Knuth hat 1977-1986 T_EXgemacht, da er die typografische Qualität seiner Bücher nicht gut fand. (The Art of Computer Programming)



Was ist L^AT_EX?

- Textsatzsystem.
- Ermöglicht Erstellen von Dokumenten.
- Beliebt im Akademischen Bereich/Wissenschaft.
- Erstellt hochwertige PDF Ausgabe.

Warum L^AT_EX?

- Ist sehr intuitiv.
- Sehr extensiv mit packages.
- Kümmert sich um viel von alleine
- Man muss sich nicht mit Typografie und Vergleichbarem vertraut machen¹.
- Macht spaß

¹Es funktioniert einfach und sieht gut aus.

Warum nicht Word? (oder andere WYSIWYG² software)

- Word macht es schwerer Änderungen an großen Dokumenten vorzunehmen.
- Bibliografien werden nicht automatisch gemacht, auch Zitierstil nachträglich änderbar.
- Seitenzahlen, Referenzen, etc. werden nicht automatisch erzeugt.
- *kann man nicht in Vim benutzen.*

²WYSIWYG = What you see is what you get

Nutzzwecke

- Ausarbeitungen/Laborberichte
- Präsentationen
- Dokumente
- Lebenslauf
- Bücher

Berichte

■ Laborberichte

Das Gravitationsgesetz

Ando Kinnel, David Renschler
13. Juni 2021

Fragestellung

Begründe Sie, dass die Gravitation g unabhängig die Fallzeit t ist.

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

Berechnen Sie die Masse m , die die Erde, die die Gravitation g erzeugt und die die Gravitation g erzeugt.

Vorversuch 1

Abbildung 1: Messung der Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .

Durchführung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h und der Masse m .
- Verändern Sie die Masse m , halten Sie die Höhe h konstant und messen Sie die Fallzeit t .

Auswertung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .
- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Masse m .

Vorversuch 2

Abbildung 2: Messung der Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .

Durchführung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h und der Masse m .
- Verändern Sie die Masse m , halten Sie die Höhe h konstant und messen Sie die Fallzeit t .

Auswertung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .
- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Masse m .

Vorversuch 3

Abbildung 3: Messung der Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .

Durchführung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h und der Masse m .
- Verändern Sie die Masse m , halten Sie die Höhe h konstant und messen Sie die Fallzeit t .

Auswertung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .
- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Masse m .

Vorversuch 4

Abbildung 4: Messung der Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .

Durchführung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h und der Masse m .
- Verändern Sie die Masse m , halten Sie die Höhe h konstant und messen Sie die Fallzeit t .

Auswertung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .
- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Masse m .

Vorversuch 5

Abbildung 5: Messung der Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .

Durchführung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h und der Masse m .
- Verändern Sie die Masse m , halten Sie die Höhe h konstant und messen Sie die Fallzeit t .

Auswertung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .
- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Masse m .

Vorversuch 6

Abbildung 6: Messung der Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .

Durchführung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h und der Masse m .
- Verändern Sie die Masse m , halten Sie die Höhe h konstant und messen Sie die Fallzeit t .

Auswertung

- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Höhe h .
- Bestimmen Sie die Fallzeit t in Abhängigkeit von der Masse m .

Abbildung: Laborprotokoll Gravitationsgesetz

Paper



Figure 1.3: Examples of Morse functions on the torus. At each critical point, the index is the number of downward directions is indicated.



Figure 1.4: Two Morse functions on S^2 with a different number of critical points.



Figure 1.5: An example of an embedding where the height function is not Morse.



Figure 1.6: An example of a function that is not Morse. $f: B \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$. Small perturbations of f are Morse.

CHAPTER 1. MORSE THEORY

Intuitively, the index of a critical point p is “the number of downward directions”. Let us give some examples of Morse functions.

Example 1.3. Let M be the torus T^2 embedded in \mathbb{R}^3 as illustrated in Figure 1.3. Then the height function $h: T^2 \rightarrow \mathbb{R}$ which is the projection on the x -axis is a Morse function with four critical points. We have a minimum, two saddle points and a maximum, whose indices are 0, 1, 1, 2 respectively.

Example 1.4. In Figure 1.2, we have illustrated two embeddings of S^2 in \mathbb{R}^3 , and considering the corresponding height functions, we get the Morse functions $S^2 \rightarrow \mathbb{R}$. The first one has only two critical points: a maximum and a minimum. The second one has two maxima, a saddle point and a minimum. Later on we will prove that any manifold admitting a Morse function with only two critical points is homeomorphic to the sphere.

Nonexample 1.5. Let $M = \mathbb{R}^2$ and $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto x^2$. Then all points (x, y) for $x = 0$ are critical points of this function. In particular, $(0, 0)$ is a critical point. As it is impossible to find local coordinates (u, v) for which f can be written as $u^2 + v^2$, we conclude that f is not Morse.

Nonexample 1.6. Let $M = \mathbb{R}$ and $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^3$. Then $x = 0$ is a critical point, but f is not Morse. Note however that if we add a small perturbation to f , say $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^3 + x$, then g is Morse. For $t < 0$, g has two critical points: one of index 1 and one of index 0. If $t > 0$, g has no critical points.

Note that this last case where f has no critical points cannot happen if M is compact. Indeed, any function attains its maximum and minimum on a compact manifold, so we have at least two critical points. On the other hand, the number of critical points is at most finite. This is because of the definition of a Morse function. It implies that critical points are isolated, which on a compact manifold implies that there are only a finite number of them. This also immediately rules out the situation we had in the other example, where the set of critical points was a straight line.

1.2 Coordinate-free definition

The attentive reader will have noticed that the notion of the index of a critical point could possibly be coordinate dependent and hence ill-defined. In order to show that it is not, we will give an equivalent coordinate-free definition. For this, let us first define the Hessian.

Definition 1.7 (Hessian). Let M be a manifold and $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ a function. Let p be a critical point of f . Then we define the Hessian H_p to be the bilinear form

$$H_p = T_p^* M \times T_p^* M \rightarrow \mathbb{R}, \\ (X, Y) \mapsto X(Y)f|_p,$$

where V_p is a local extension of p around p .

1.2. COORDINATE-FREE DEFINITION

Because we are only considering the Hessian H_p at critical points, this is a well defined symmetric bilinear form.¹² In case of a Morse function given locally by $f(x) = f(x) = x_1^2 + \dots + x_k^2 - x_{k+1}^2 - \dots - x_n^2$, the Hessian at p is

$$H_p = 2x_1^2 - 2x_2^2 - \dots - 2x_k^2 + 2x_{k+1}^2 - \dots + 2x_n^2,$$

where $dx_i = dx_i$. Note in particular that H_p is non-degenerate and its signature is $(k, n-k) = (n, n-k)$, as we have k negative eigenvalues and $n-k$ positive eigenvalues. As the signature of a symmetric bilinear form is coordinate independent, this shows that the index of a critical point is as well.

Interestingly, the converse is also true: if H_p is non-degenerate for all critical points p of f , then f is a Morse function. Many authors take this to be the definition of a Morse function, and then prove the so-called Morse lemma stating that there always exist local coordinates such that f is given by

$$f(x) = f(p) - x_1^2 - \dots - x_k^2 + x_{k+1}^2 - \dots + x_n^2,$$

which is our definition of a Morse function. With our choice, the Morse lemma takes on the following form:

Lemma 1.8 (Morse Lemma). Let M be a manifold and $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ a smooth function. If for all $p \in \text{Crit } f$, the Hessian H_p is non-degenerate, then f is Morse.

Proof. We follow the proof of Milnor¹³. We may assume that $M = \mathbb{R}^n$, p is the origin and $f(p) = 0$. Then by a version of Taylor’s theorem, we can write

$$f(x) = f(p) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i}(p) \cdot x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(p) x_i x_j + \dots$$

where g are smooth functions. Now, as $g(x) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(p) x_i x_j$ is the origin and $f(p) = 0$. Then by a version of Taylor’s theorem, we can write this for each g , giving us the following:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i}(p) x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(p) x_i x_j + \dots$$

Because the sum is symmetric in i and j , we may assume that H_p is symmetric as well.¹⁴ Note that

$$H_p(x) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(p) x_i x_j,$$

which is non-degenerate by assumption.

Now we obtain the proof of disintegration of a non-degenerate quadratic form. We do this by induction. Suppose we have coordinates u_1, \dots, u_{k-1} a neighborhood of 0 such that

$$f = u_1^2 + \dots + u_{k-1}^2 + \sum_{i,j=k}^n u_i u_j h_{ij}(u),$$

¹² The difference between $H_p(X, Y)$ and $H_p(Y, X)$ is given by $H_p(X, Y) - H_p(Y, X) = X(Y)f|_p - Y(X)f|_p = [X, Y]f|_p = 0$.

The value of H_p also does not depend on the choice of the coordinate system. Indeed, suppose f and \tilde{f} are two different extensions of f . Then by symmetry of H_p , we have

$$X(Y)\tilde{f}|_p = Y(X)\tilde{f}|_p = X(Y)f|_p.$$

This also shows linearity of the second argument.

¹³ John Milnor, *Morse Theory* (AMS-55), Vol. 51, Princeton university press, 2010, p. 6.

¹⁴ If A_n is not symmetric, we can replace it by $A_{n,0} = \frac{1}{2}(A_n + A_n^T)$. Then $A_{n,0}$ is symmetric and we still have $\sum_{i,j=1}^n A_{n,0}(u_i, u_j) = \sum_{i,j=1}^n A_n(u_i, u_j)$.

Abbildung: Auszug einer Masterarbeit über Morse Theorie

Beispiel 1

Beispiele:

- Irgendwas mit Euler [1]

$$\mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \frac{\partial^2}{\partial y_k^2}.$$

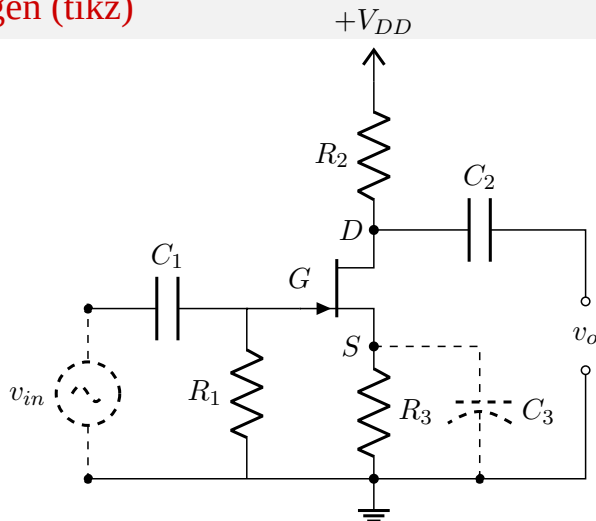
- Analysis Aufgabe:

$$\lim_{x \rightarrow \int_0^\infty \sqrt{t} e^{-t} dt} \left(\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n_4}}{(2n+1)(4n+3)(4n+4)} \right)'' \right).$$

Toeplitz Matrix

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_{-1} & a_{-2} & \dots & \dots & a_{-n+1} \\ a_1 & a_0 & a_{-1} & \ddots & & \vdots \\ a_2 & a_1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & a_{-1} & a_{-2} \\ \vdots & & \ddots & a_1 & a_0 & a_{-1} \\ a_{n-1} & \dots & \dots & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix}.$$

Abbildungen (tikz)



Syntax

- Commands beginnen mit `\`, nicht zu verwechseln mit `/`
- Umgebungen (environments) beginnen und enden immer gleich, man kann/muss nesten.

Struktur

Struktur die in jedem Dokument eingehalten werden muss:

```
\documentclass{article}  
\usepackage{tikz} % Fuer Zeichnungen  
\usepackage{amsmath} % Fuer mathematische Symbole  
  
\begin{document}  
  
\end{document}
```

Documentclasses

Gibt viele, die wichtigsten sind:

- `article`: “normale Klasse” Titel ist auf erster Seite
- `report`: Titel hat eigene Seitenzahlen
- `beamer`: Für Präsentationen (diese z.B.)
- Andere sind: `book`, `letter`, etc.

Sections

Es gibt verschiedene an Sections.

- section
- subsection
- subsubsection

Diese werden dann z.B. in Inhaltsverzeichnissen angezeigt und sich untergeordnet.

- Section
 - subsection
 - subsubsection

Fußnoten und Bibliografien

Eine Fußnote macht man:

```
\footnote{Fußnoteninhalt}
```

Eine Zitat macht man:

```
\cite{Zitat}
```

Eine Bibliografie macht man:

```
\printbibliography
```

Fußnote³

Zitat [3]

³Fußnoteninhalt

Math environments

Mathe wird in math-environments geschrieben.

- inline math, z.B. $f(x) = x^2$: \$ \dots \$
- display-math, z.b.

$$\frac{1}{|G|} \sum_g X_i^g$$

mit: $\backslash[\dots \backslash]$

- Gleichungen, mit einem align environment.

Mathe 1

- superscript: ^, bzw. ^{\}
- e^x : e^x
- subscript: _, bzw. _{\}
- e_x : e_x
- Brüche: \frac{\}{\}
- $\frac{a}{b}, \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$

$$\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2}2}2}2.$$

Mathe 2

- Integral: \int_0^{π}

$$\int_0^\pi$$

- Summe: \sum_0^1

$$\sum_0^1, \prod_0^1$$

- Arch-basiert: `pacman -S texlive-basic`
- Debian-basiert: `apt-get install texlive-full`
- MacOS: MacTeX
- Windows: MiKTeX
- Online: Overleaf

Weitere Ressourcen

- diese Präsentation:
<https://github.com/d-rems/LaTeX-Einfuehrung/>
- LaTeX Tutorials, von Luke Smith
- Overleaf Tutorials
- “The TeXbook”, von Donald E. Knuth

