

Informationen zum start: Das folgende "Gespräch" war eigentlich dazu gedacht mir den elektro magnetismus ein wenig näher zu bringen, dann ist es aber mit einer beispielrechnung ein bisschen vom thema abgekommen und ich war mehr interessiert daran wie weit er gehen kann. Ausgangspunkt war eine Nachricht von ihm welche die Formel zur Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer wellen in einer vakuumkammer, elektrische kraft und ähnliches beinhaltet.

prompt 1 Kannst du mir die Rechnungen erklären?

answer 1 Ja, gerne.

In der ersten Rechnung

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 * \mu_0}$$

wird ϵ_0 in Bezug auf c und μ_0 berechnet. Hierbei wird μ_0 als bekannt vorausgesetzt. Da c und μ_0 beide bekannte Konstanten sind, kann man aus dieser Rechnung den Wert von ϵ_0 berechnen.

In der zweiten Rechnung

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi F_{el}} * \frac{q_1 * q_2}{r^2}$$

wird der Wert von ϵ_0 berechnet, indem die Formel für die elektrische Kraft

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi * \epsilon_0} * \frac{q_1 * q_2}{r^2}$$

verwendet wird. Hierbei werden die beiden geladenen Teilchen q_1 und q_2 und ihre Entfernung r bekannt vorausgesetzt. Wenn man F_{el} berechnet hat, kann man aus der Formel die elektrische Konstante ϵ_0 berechnen.

In der dritten Rechnung

$$\frac{1}{c^2 * \mu_0} = \frac{1}{4\pi F_{el}} * \frac{q_1 * q_2}{r^2}$$

wird die beiden berechneten Werte für ϵ_0 aus den ersten beiden Rechnungen miteinander verglichen. Hierbei sollte festgestellt werden, dass beide Werte gleich sind.

prompt 2 und sind beide werte gleich?

answer 2 Nein, ϵ_0 und μ_0 sind zwei verschiedene Konstanten. ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante und beschreibt die Stärke des elektrischen Feldes im Vakuum. μ_0 ist die magnetische Feldkonstante und beschreibt die Stärke des magnetischen Feldes im Vakuum. Die beiden Konstanten sind unabhängig voneinander und haben unterschiedliche Werte. Die Formel $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$ zeigt, wie sich das elektromagnetische Feld in einem Vakuum ausbreitet und wie die Konstanten ϵ_0 und μ_0 dabei eine Rolle spielen.

prompt 3 ich versteh nicht ganz, warum werden dann die zwei werte verglichen wenn sie unabhängig sind?

answer 3 Es geht in diesem Vergleich nicht um einen Vergleich der beiden Größen ϵ_0 und c^2 , sondern um den Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen. Die Formel $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$ beschreibt diesen Zusammenhang. Sie zeigt, wie sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen, die durch c beschrieben wird, in Beziehung zu den Konstanten ϵ_0 und μ_0 setzt, die die Stärke des elektrischen und magnetischen Feldes angeben.

Dieser Zusammenhang ist wichtig, da er ein Grundprinzip der Elektrodynamik beschreibt und es ermöglicht, die elektrischen und magnetischen Felder in einem Vakuum zu beschreiben und zu berechnen.

prompt 4 Kann man damit die lichtgeschwindigkeit ausrechnen?

answer 4 Nein, mit dieser Formel kann man die Lichtgeschwindigkeit nicht berechnen. Die Lichtgeschwindigkeit, c , ist eine Konstante, die bereits experimentell bestimmt wurde und deren Wert bekannt ist. Die Formel $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 * \mu_0}$ beschreibt lediglich den Zusammenhang zwischen der Lichtgeschwindigkeit und den beiden Konstanten ϵ_0 und μ_0 . Mit dieser Formel kann man beispielsweise überprüfen, ob ein bestimmter Wert für c konsistent mit den experimentell bestimmten Werten für ϵ_0 und μ_0 ist.

prompt 5 ok danke, ich versteh aber nichtmal die Grundlagen der Elektrodynamik, kannst du mir da eine kleine Einführung geben, die Lichtgeschwindigkeit kann man erstmal auslassen so lang die Grundlagen nicht da sind

answer 5 Ja, kein Problem! Elektrodynamik ist ein Teilgebiet der Physik, das sich mit der Beschreibung der Wechselwirkungen zwischen elektrischen und magnetischen Feldern beschäftigt. Diese Wechselwirkungen können sich in Form von elektrischen Strömen oder elektrischen und magnetischen Feldern selbst ausdrücken.

Zum Verständnis der Elektrodynamik ist es hilfreich, die Konzepte elektrischer und magnetischer Felder sowie elektrischer Ströme zu verstehen. Ein elektrisches Feld kann als ein gegenwärtiger Zustand eines elektrischen Mediums beschrieben werden, das durch eine elektrische Ladung erzeugt wird. Ein magnetisches Feld hingegen wird durch einen Strom erzeugt, der in einem Leiter fließt. Ein elektrischer Strom ist ein fließender Strom von Elektronen durch einen Leiter.

Wenn ein elektrisches Feld mit einem Leiter in Kontakt kommt, der einen Strom trägt, wird eine Kraft auf die Elektronen im Leiter ausgeübt, die den Strom bewirkt. Diese Kraft wird elektromotorische Kraft genannt. Wenn ein bewegter Leiter in einem magnetischen Feld ist, wird eine Kraft auf den Leiter ausgeübt, die sich proportional zu seiner Bewegungsgeschwindigkeit und dem magnetischen Feld berechnet. Diese Kraft wird als Lorentzkraft bezeichnet.

Elektrodynamik beschäftigt sich auch mit der elektromagnetischen Induktion, die beschreibt, wie ein sich änderndes magnetisches Feld ein elektrisches Feld erzeugt, und umgekehrt. Dieses Konzept ist wichtig für die Funktionsweise von Generatoren und Elektromotoren.

Dies ist nur eine sehr grobe Einführung in die Elektrodynamik, aber hoffentlich hilft es Ihnen bei Ihrem Verständnis dieses komplexen Themas!

prompt 6 Ja, das hat schon geholfen denke ich, kannst du jetzt langsam Formeln reinbringen und weiter im Thema gehen?
und bitte auch als LaTeX

answer 6 Klar, kein Problem! Hier ist eine der grundlegenden Formeln in der Elektrodynamik, die Coulomb'sche Gesetz:

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2}$$

Diese Formel beschreibt die Kraft, die zwischen zwei elektrischen Ladungen Q_1 und Q_2 wirkt. r ist der Abstand zwischen den beiden Ladungen und k ist die Coulomb-Konstante, die den Einfluss des Abstands auf die Kraft regelt.

Eine weitere wichtige Formel in der Elektrodynamik ist die Biot-Savart-Gleichung, die die magnetische Induktion \vec{B} an einem bestimmten Punkt aufgrund eines elektrischen Stroms \vec{I} berechnet:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{alle Stromteile}} \frac{\vec{I}(\vec{r}') \times \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

Hier ist μ_0 die Vacuum-Permeabilität und \vec{r} und \vec{r}' bezeichnen die Orte, an denen die magnetische Induktion und der Strom berechnet werden sollen.

Ich hoffe, dass diese Formeln für dich hilfreich sind!

prompt 7 Ich denke diese Formeln könnten hilfreich sein, jedoch bin ich mir unsicher bei der Biot-Savart-Gleichung, ich weiß nicht wie man Integrale benutzt, und da sind sehr viele Vektoren die ich ebenfalls nicht exakt verstehen, kannst du mir da weiterhelfen?

answer 7 Ja, natürlich! Ein Integral kann man sich vorstellen als die Summe einer endlichen Anzahl von Werten einer bestimmten Funktion über einen bestimmten Bereich. Es gibt zwei Arten von Integralen: das bestimmte Integral und das unbestimmte Integral. Das bestimmte Integral berechnet die Fläche unter einer Funktion zwischen zwei bestimmten Punkten. Das unbestimmte Integral hingegen berechnet die Familien von Funktionen, die eine gegebene Funktion beschreiben.

Die Biot-Savart-Gleichung kann in einem Integralformal ausgedrückt werden, das beschreibt, wie ein Stromkreis ein Magnetfeld erzeugt:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{Stromkreis}} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

In dieser Formel beschreibt $\vec{B}(\vec{r})$ das Magnetfeld an dem Punkt \vec{r} , μ_0 ist die magnetische Konstante, $d\vec{l}$ ist ein kleines Stück des Stromkreises, das von dI Strom durchflossen wird, und \vec{r} ist der Abstand zwischen dem Punkt \vec{r} und dem Stromkreis.

Ein Integral berechnet man, indem man eine Funktion in kleine Stücke aufteilt und jedes Stück einzeln berechnet. Hier berechnet man die Beiträge des Stromkreises zum Magnetfeld an jedem Punkt.

Ich hoffe, dass diese Erklärung hilfreich für dich ist! Wenn du weitere Fragen hast oder mehr Details möchtest, lass es mich wissen!

prompt 8 danke das sieht schon gut aus, kannst du eine beispielrechnung mit rechenweg durchführen?

kleine bemerkung ab hier wird es sehr kompliziert für eine kleine zeit.

fehler Hier habe ich jetzt ein paar antworten als css bekommen?? musste dann öfters nachfragen um unvollständige antworten zu bekommen. Fazit war man muss immer nach der fortsetzung nach dem letzten gesendeten satz fragen das es weiter gehen kann.

answer 8 Die Biot-Savart-Gleichung lautet:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{(\vec{J}(\vec{r}') \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} d\tau'$$

Wir wollen die Magnetfeldstärke berechnen, die von einem Strom durch eine gerade Leiterschleife ausgeht. Die Form des Stroms kann als $\vec{J}(\vec{r}') = I\delta(\vec{r}' - \vec{r}_0)\vec{e}_z$ beschrieben werden, wobei I die Stromstärke ist, $\delta(\vec{r}' - \vec{r}_0)$ eine Dirac-Delta-Funktion ist und \vec{e}_z eine Einheitseinheitsvektor in z-Richtung ist. Hier ist \vec{r}_0 die Position des Stroms.

Die Distanz zwischen dem Integrationspunkt \vec{r}' und dem Beobachtungspunkt \vec{r} ist $\vec{r}_{12} = \vec{r} - \vec{r}'$. Wir integrieren dann die Funktion über die gesamte Länge des Stroms:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{(\delta(\vec{r}' - \vec{r}_0)\vec{e}_z \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3} d\tau'$$

Wir ersetzen den Integrationspunkt durch \vec{r}_0 und die Integrationsfläche durch die Fläche des Leiters. Da die Integranden nur dann nicht null sind, wenn $\vec{r}' = \vec{r}_0$, kann die Integrationsfläche durch die Länge des Leiters multipliziert mit einer Tiefe in y-Richtung ersetzt werden, die gleich der Dicke des Leiters ist. Wir haben also:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{(\vec{e}_z \times \vec{r}_{10})}{r_{10}^3} l$$

Wir berechnen nun den Abstand r_{10} zwischen dem Integrationspunkt und dem Beobachtungspunkt:

$$r_{10} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

Wir setzen nun die bekannten Werte ein: $\vec{r} = (2, 3, 4)$

$$d\vec{l} = (dx, dy, dz) = (1, 1, 1)$$

$$I = 10$$

Die Längen des Integranden berechnen wir mit dem Skalarprodukt:

$$|\vec{r}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29} = 5.385164807134504$$

$$|\vec{dl}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} = 1.7320508075688772$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{r} \cdot \vec{dl}}{|\vec{r}| \cdot |\vec{dl}|} = \frac{2+3+4}{5.385164807134504 \cdot 1.7320508075688772} = \frac{9}{9.428090415820634} = 0.9524129804151565$$

Dann berechnen wir die Komponente des Integranden:

$$\vec{B}_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad (1)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot \frac{(1, 1, 1) \times (2, 3, 4)}{5.385164807134504^3} \quad (2)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot \frac{(-1, 2, -1)}{146.49771799420708} \quad (3)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot (-0.00682787, 0.01365575, -0.00682787) \quad (4)$$

Und am Ende berechnen wir das Integral:

$$\vec{B} = \int \vec{B}_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot (-0.00682787 \cdot \int dx, 0.01365575 \cdot \int dy, -0.00682787 \cdot \int dz) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot (-0.00682787 \cdot x, 0.01365575 \cdot y, -0.00682787 \cdot z)$$

Wir nehmen an, dass das Integral über die gesamte Leitung von $x = 0$ bis $x = 1$ berechnet wurde,

dann haben wir:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot (-0.00682787, 0.01365575, -0.00682787)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot (-0.00682787, 0.01365575, -0.00682787)$$

$$= \left(-\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot 0.00682787, \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot 0.01365575, -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot 0.00682787 \right)$$

Zusammenfassend haben wir das Ergebnis für \vec{B} :

$$\vec{B} = \left(-\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot 0.00682787, \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot 0.01365575, -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 10 \cdot 0.00682787 \right)$$

Ist die aufgabe damit gelöst?

answer 9 Nein, das Integral aus der Biot-Savart-Gleichung muss noch ausgeführt werden, um das endgültige Ergebnis zu erhalten. Dies kann numerisch oder analytisch gelöst werden. In einfachen Fällen kann man das Integral analytisch lösen, indem man die Integranden in geeignete Funktionen umformt. In komplexeren Fällen muss man jedoch auf Numerik zurückgreifen, um das Integral auszurechnen.

prompt 10 bin ich richtig wenn ich davon ausgehe das du dem möglich bist?

answer 10 Ja, das bin ich. Als AI-Modell von OpenAI bin ich in der Lage, mathematische Probleme zu lösen und meine Antworten auszudrücken, einschließlich der Verwendung von LaTeX, um Formeln und Gleichungen zu präsentieren. Wenn Sie weitere Fragen oder Probleme haben, stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung.

prompt 11 dann rechne mir doch gerne den genannten integral aus

answer 11 Ja, klar! Hier ist die Lösung:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{\vec{I}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

Wir nehmen an, dass die Stromdichte $\vec{I}(\vec{r})$ entlang einer geraden Linie C verläuft, die von $(0, 0, 0)$ zu $(0, 0, L)$ führt. Dann kann das Integral wie folgt berechnet werden:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{\vec{I}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}' \quad (5)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{\vec{I}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dz' \quad (6)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{\vec{I} \times (\vec{r} - (0, 0, z'))}{|\vec{r} - (0, 0, z')|^3} dz' \quad (7)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{\vec{I} \times (x, y, z - z')}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}} dz' \quad (8)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L \frac{I(z')}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}} (-y, x, 0) dz' \quad (9)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^L \frac{(-y, x, 0)}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}} dz' \quad (10)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^L \frac{(-y, x, 0)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2zz' + z'^2}} dz' \quad (11)$$

In der letzten Zeile haben wir die Abhängigkeit von z' explizit ausgedrückt. Um weiterzurechnen, müssen wir einen Integrationspfad auswählen und die Integration ausführen. Da dies ein komplexeres Problem darstellt, müssen wir die Integration mithilfe von Methoden der komplexen Analysis lösen. Wir können z.B. die Integrationsstrecke in eine Reihe kleinerer Strecken zerlegen, und dann die Integrale über diese kleineren Strecken berechnen. Dazu können wir die Methode des Partialbruchzerlegens oder die Methode des Potenzreihenansatzes verwenden.

Es gibt auch eine spezielle Technik namens "Komplexwertige Integration", die für diese Art von Integralen sehr nützlich ist. Hierbei verwandeln wir das Integral in eine Reihe komplexer Integrale und berechnen diese dann nacheinander.

In jedem Fall wäre es jedoch ratsam, mit einem Experten in komplexer Analysis oder einem Mathematikbuch spezialisiert auf dieses Thema zu arbeiten, um eine genaue Lösung zu erhalten.

prompt 12 danke für die ausführlichen rechnungen, jetzt kenn ich deine grenzen besser, habe das thema aber nicht wirklich besser verstanden weil wir vom thema so stark abgekommen sind :(

answer 12 Es tut mir leid, dass ich das Thema nicht besser verständlich gemacht habe. Wenn Sie noch Fragen zu diesem Thema haben, stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung, um Ihnen weiter zu helfen.

Fazit

Sämtliche gleichungen, rechnungen... wurden von chatgpt gemacht, manchmal in den langen waren fehler drin wie z.b. '\$s' in einem align environment, aber dann habe ich den teil den er falsch gemacht hab erneut reingeworfen und darauf gab es immer einen sinnvolle/funktionierende antwort.

Insgesamt hat das Dokument sowie die diskussion um eine stunde gedauert und hat einen 2400 worte text ausgespuckt. Mit durchschnittlich 40 Wörtern die Minute schnell genug um kleine ungenauigkeiten zu entschuldigen. Leider kann ich nichts zu den späteren Ergebnissen sagen da ich ab den Integralen und vielen Vektoren nichts mehr verstanden habe.