Mathe Arbeit J1-2 1 Verbesserung

Aaron, Daniel & Vincent

April 18, 2023

Besprechung der Klausur (Gruppenarbeit)

1. Besprechen Sie alle Aufgaben. Klären und korrigieren Sie dabei die Fehler jeder Schülerin bzw. jeden Schülers der Gruppe.
2. Einigen Sie sich auf eine Musterlösung der Klausur. Achten Sie dabei auf Vollständigkeit, eine saubere Darstellung und korrekte Anwendung der Fachsprache. Die Musterlösung muss abgeben werden.
3. Jeder Schüler soll in den kommenden Wochen an einer seiner Schwierigkeiten arbeiten. Besprechen Sie in der Gruppe, an welcher Schwierigkeit jede Schülerinbzw. jeder Schüler arbeiten wird.

Reflexion der Klausur (Einzelarbeit)Beantworten Sie ehrlich folgende Fragen.

- Ich bin mit dem Ergebnis der Klausur zufrieden.

  Nein, Joa, Ja
- Was haben Sie in der in der Klausur leicht lösen können? Was hat Ihnen Schwierigkeiten bereitet?

  Ableitungen waren eine Schwierigkeit, auch extremwerte und punkte
- Wie haben Sie sich zu Hause auf die Klausur vorbereitet?

  Die Aufschriebe im Heft noch einmal durchgelesen. *Ja, Joa, Nein*

  Grundbegriffe wiederholt. *Nein, nicht so, Ja*

  Übungsaufgaben gelöst. *Ja, ne, Nein*

  Andersweitig geübt Wie? *Ja, Ne, Ja*
- Wie lange haben Sie für die Klausur gelernt? *10h, 0.5h, 1h*
- Haben Sie aktiv im Unterricht mitgearbeitet? (ständig / häufig / wenig / nie) *Nein, Ja, Nein*

  Im Unterrichtsgespräch? *Nö, wenig, ne*

  In den Arbeitsphasen? *Joa, Ja schon, ein wenig*
- Was hätten Sie im Vorfeld der Klausur anders machen können, um Ihre Note zu verbessern?

  Weis ich nicht, mehr übungsaufgaben, sich überzeugen das es die Zeit wert ist
- An welcher Schwierigkeit werden Sie in den kommenden Wochen arbeiten?

  Alles anders, Hausaufgaben machen, weniger Linux mehr rechnen

1

1.1

$$f(x) = 2x^3 - \sqrt{5} \cdot x^2 + 9$$
$$f'(x) = 6x^2 - \sqrt{5} \cdot 2x - 1$$

1.2

$$u(t) = -3\sqrt{t} + \frac{1}{t}$$
$$u'(t) = -\frac{3}{2}t^{-\frac{1}{2}} - t^{-2}$$

1.3

$$g(x) = 4x^2 \cdot e^{3x-2}$$
$$g'(x) = 8xe^{3x-2} + 12x^2 \cdot e^{3x-2}$$

1.4

$$h(x) = cos(-x+6) \cdot sin(x)$$
$$h'(x) = \sin(-x+6) \cdot \sin(x) + \cos(-x+6) \cdot \cos(x)$$

2

2.1

Wendepunkte: 1(0,5;0,5), 2(-0,5;0,5)

3

3.1

Falsch, grafisch kann man pruefen, dass die Ableitung g' bei $x_0 = 1$ ungefaer 1 ist, in dem intervall $[3;6]$ die mittlere aenderungsrate aber nur $\frac{1}{2}$, also um die haelfte weniger.

3.2

Wahr, da es in deiesem Bereich keine positive Steigung gibt.

Teil 2, Aufgabe 1

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{(-(x+h)^2 + 4(x+h) + 3) - (-x^2 + 4x + 3)}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{-x^2 - 2xh - h^2 + 4x + 4h + 3 + x^2 - 4x - 3}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{-2xh - h^2 + 4h}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} (-2x - h + 4) \\
&= -2x + 4
\end{aligned}$$

Daher ist die Ableitungsfunktion von $f(x)$ gleich $f'(x) = -2x + 4$.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ für $-2 \leq x \leq 2$. Wir sollen zeigen, dass $h'(x) = 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ eine Gleichung der ersten Ableitung von h ist.
Zunächst berechnen wir die Ableitung $h'(x)$ von $h(x)$ nach der Produktregel und der Kettenregel:

$$\begin{aligned}
h'(x) &= \frac{d}{dx}(5x^2) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} + 5x^2 \cdot \frac{d}{dx}(e^{\frac{2}{3}x^3}) \\
&= 10x \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} + 5x^2 \cdot \frac{2}{3}x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} \\
&= 10x \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} + 10x^3 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}
\end{aligned}$$

Dann faktorisieren wir den Term $h'(x)$ mit $10x$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= 10x \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} + 10x^3 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} \\ &= 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} \end{aligned}$$

Daher ist $h'(x) = 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ eine Gleichung der ersten Ableitung von $h(x)$, wie gefordert.

2.2&3

Da die Funktion $h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ auf dem Intervall $-2 \leq x \leq 2$ stetig ist, existieren nach dem Satz von Weierstraß globale Extremwerte auf diesem Intervall.
Um die globalen Extremwerte zu ermitteln, suchen wir zuerst die kritischen Punkte von $h(x)$, d.h. die Punkte, an denen die Ableitung von $h(x)$ gleich Null ist oder nicht existiert. Wir berechnen zuerst die erste Ableitung von $h(x)$:
$h'(x) = 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$
$h'(x)$ ist genau dann gleich Null, wenn $x = 0$ oder $x = -1$ oder $x = 1$. Um zu zeigen, dass $h'(x)$ für alle $x \in [-2, 0)$ negativ und für alle $x \in (0, 2]$ positiv ist, nutzen wir die Vorzeichenregel für Ableitungen:
Für $x \in [-2, 0)$ gilt: $h'(x) < 0$, da $10x < 0$ und $1 + x^3 > 0$ für alle $x \in [-2, 0)$. Außerdem ist $e^{\frac{2}{3}x^3} > 0$ für alle x, daher ist $h'(x) < 0$ für alle $x \in [-2, 0)$.
Für $x \in (0, 2]$ gilt: $h'(x) > 0$, da $10x > 0$ und $1 + x^3 > 0$ für alle $x \in (0, 2]$. Außerdem ist $e^{\frac{2}{3}x^3} > 0$ für alle x, daher ist $h'(x) > 0$ für alle $x \in (0, 2]$.
Somit hat $h(x)$ bei $x = 0$ ein lokales Maximum und bei $x = -1$ und $x = 1$ jeweils ein lokales Minimum auf dem Intervall $[-2, 2]$. Da $h(x)$ für $x \to -\infty$ und $x \to \infty$ gegen 0 strebt, sind das globale Maximum von $h(x)$ bei $x = 0$ und das globale Minimum von $h(x)$ bei $x = -1$ und $x = 1$.
Daher sind die globalen Extremwerte von $h(x)$ auf dem Intervall $[-2, 2]$:

- globales Maximum: $h(0) = 0$
- globales Minimum: $h(-1) = \frac{5}{e^{\frac{2}{3}}} \approx 0.7648$ und $h(1) = \frac{5}{e^{\frac{2}{3}}} \approx 0.7648$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 ist nicht siginifikant und wurde daher ausgelassen.