*Напоминание:*

*Найти вектор X\* распределения исходного капитала, минимизирующий риск портфеля:*

*, где rij – коэффициент корреляции между портфелями i и j, – вес актива i в портфеле, – волатильность портфеля i,*

*при заданной эффективности портфеля:*

*,*

*с учётом ограничений на вектор X.*

Геометрически выпуклость функции *f* означает, что любая точка произвольной хорды графика *f* располагается не ниже соответствующей точки самого графика (лежит ниже хорды, соединяющей две точки ее графика).

Важную роль в ряде вопросов минимизации играют квадратичные функции, которые в *n* – мерном случае являются обобщением квадратного трехчлена одной переменной

*f*(**x**)=1/2*ax*2+*dx*+*c*.

Функция вида

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

называется квадратичной функцией *n* переменных. Если положить

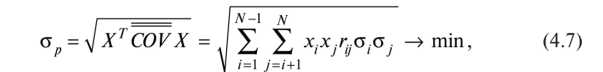
Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание, то получим симметрическую матрицу **А**= (*aij*). Диагональные элементы *ai,i* этой матрицы являются коэффициенты при , а недиагональные элементы *aij* = *aji*равны половине коэффициента при *хiхj*.

Функция, минимизируемая в модели оптимизации Марковица, является выпуклой, то есть имеет только один глобальный минимум. Это связано с тем, что целевая функция модели является квадратичной функцией, которая всегда выпукла.

Целевая функция квадратична, так как это полиномиальное уравнение второй степени, то есть ее можно выразить как ax2 + bx + c = 0. Квадратичные функции всегда выпуклы, потому что они имеют только один глобальный минимум и не имеют локальных минимумов. Это означает, что минимум функции можно найти, не перебирая несколько локальных минимумов.

Целевой функцией модели оптимизации Марковица является максимизация ожидаемой доходности инвестиционного портфеля при минимизации его риска. Функция является квадратичной, поскольку риск портфеля измеряется дисперсией и ковариацией доходности активов. Риск представлен квадратичной формой матрицы дисперсии и ковариации, что приводит к квадратичной целевой функции.



Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Заметим, что ковариационная матрица является симметричной положительно определенной. Это также можно увидеть, если учесть, что дисперсия портфеля всегда должна быть положительным числом. С учётом вышеуказанных параметров проблема также называется оптимизацией среднего отклонения. Выбор дисперсии в качестве меры риска приводит к тому, что задача оптимизации Марковица является задачей квадратичной оптимизации.