

1-1

摩擦力

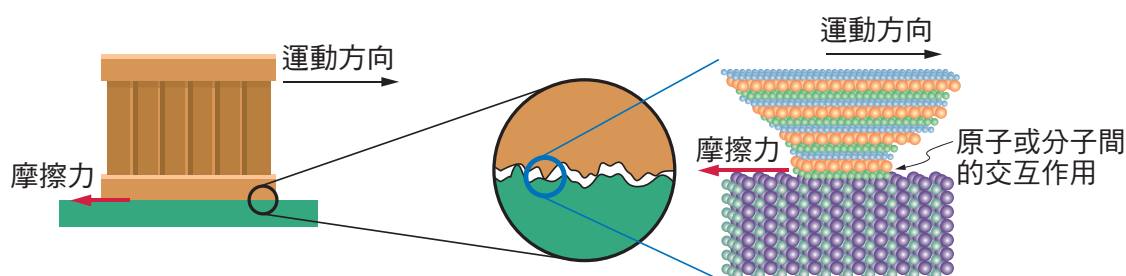
1

學習概念

1

靜摩擦力與動摩擦力 (配合課本 p.7)

1. 摩擦力的來源：當兩物體間的接觸面有相對運動的趨勢時，微觀分子間的交互作用形成巨觀群體抵抗力，稱為摩擦力。摩擦力在微觀上屬於四個基本作用力中的**電磁作用力**。



2. 摩擦力作用的方向：平行於接觸面，企圖阻止相對運動的發生。



▲ 櫥櫃靜止不動表示靜摩擦力與推力相互抵銷。



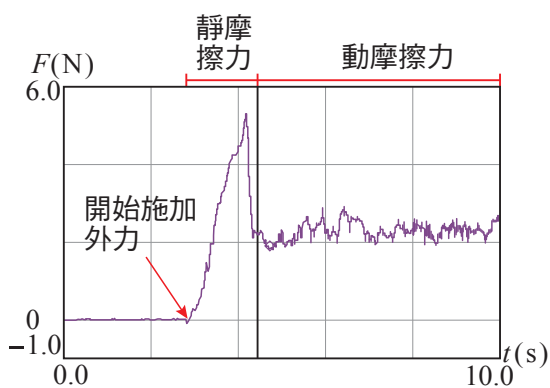
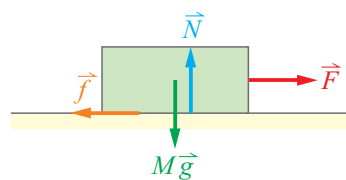
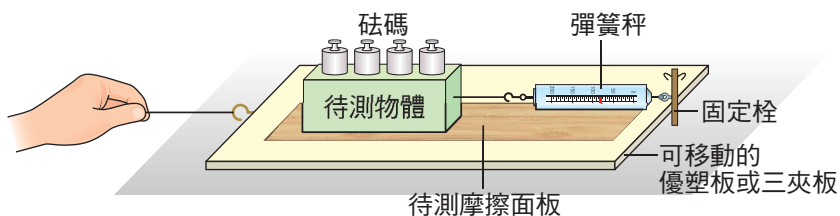
▲ 職棒球員撲壘過程速率漸減，是因為地面給予的動摩擦力產生反向加速度。

3. 分類比較：

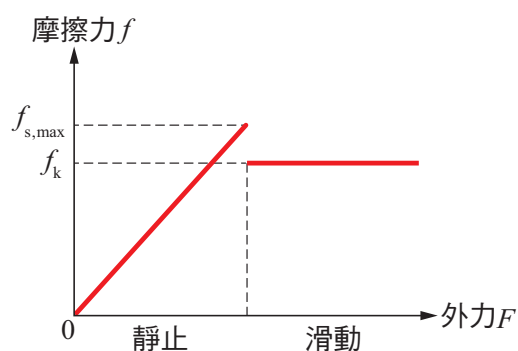
名稱	出現條件、時機
靜摩擦 f_s (static friction)	兩物體之間有相對運動的企圖或趨勢
最大靜摩擦力 $f_{s,max}$	兩物體之間恰可相對運動
動摩擦 f_k (kinetic friction)	兩物體之間已經發生了相對運動

學習概念 2 摩擦力的大小 (配合課本 p.8)

1. 摩擦力與外力大小關係：針對物體由靜止施力後到滑動過程，記錄其摩擦力與外力大小關係。



▲利用數位化實驗設備，取得摩擦力與時間的關係圖（資料來源：Loodog@WIKIPEDIA）。



▲摩擦力與施力的關係圖。

2. 最大靜摩擦力與動摩擦力，皆與正向力 N 成正比：

(1) 最大靜摩擦力 $f_{s,\max} = \mu_s N$ 。

μ_s 稱為靜摩擦係數 (coefficient of static friction)

(2) 動摩擦力 $f_k = \mu_k N$ 。

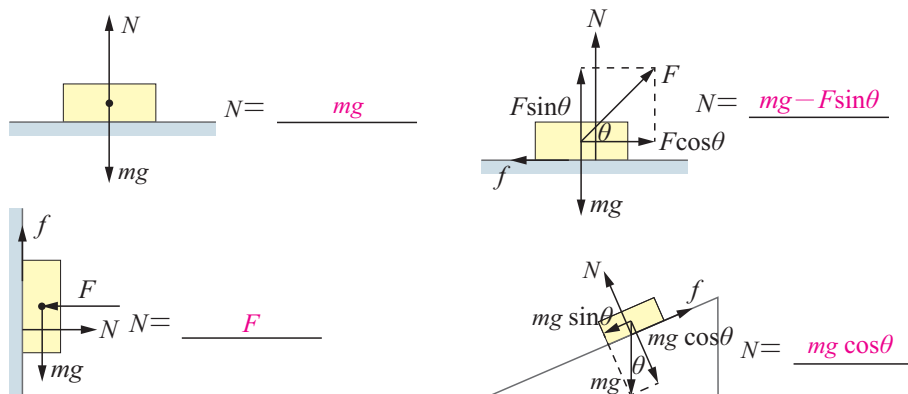
μ_k 稱為動摩擦係數 (coefficient of kinetic friction)

3. 兩個比例常數 μ_s 、 μ_k 與接觸面的材質和表面狀況有關。

下列表格為常用材料的靜摩擦係數與動摩擦係數，一般因為最大靜摩擦力大於等於動摩擦力，故相同接觸面的靜摩擦係數會大於等於動摩擦係數。

材 料	靜摩擦係數 μ_s	動摩擦係數 μ_k
鋼與鋼	0.74	0.57
鋁與鋼	0.61	0.47
玻璃與玻璃	0.94	0.40
銅與玻璃	0.68	0.53
鐵弗龍與鋼	0.04	0.04

4. 靜力平衡時，各種情況下的正向力及其大小：



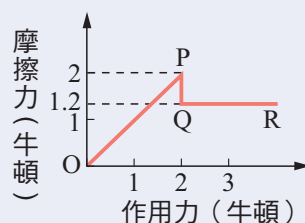
範例

1

摩擦力的特性

一物體質質量 1 公斤，靜置在某水平面上，後來物體受一由小而大的作用力作用，其所受摩擦力與作用力的關係如右圖所示。依據右圖，下列敘述哪些正確？（重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）

- (A) 物體受作用力 1 牛頓時，物體的加速度為 1 公尺/秒²
 (B) 接觸面的靜摩擦係數為 0.2
 (C) 接觸面的動摩擦係數為 0.12
 (D) 物體受作用力 3 牛頓時，物體的加速度為 1.8 公尺/秒²
 (E) 作用力如右圖從 Q 到 R 點時，物體進行等加速度運動



答 (B)(C)(D)

解 (A) O 到 P 點為靜摩擦力作用階段，物體靜止；

(B) P 點時受最大靜摩擦力 $f_{s,\max} = 2 \Rightarrow f_{s,\max} = \mu_s N = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s = \frac{f_{s,\max}}{mg} = \frac{2}{1 \times 10} = 0.2$ ；

(C) 因 Q 到 R 點受動摩擦力作用，故 $\mu_s = \frac{f_k}{N} = \frac{f_{s,\max}}{mg} = \frac{1.2}{1 \times 10} = 0.12$ ；

(D) 根據牛頓第二運動定律知： $F - f_k = ma \Rightarrow 3 - 1.2 = 1 \times a$ ， $\therefore a = 1.8$ 公尺/秒²；

(E) Q 到 R 點為動摩擦力，無論外界作用力多少，動摩擦力 $f_k = 1.2$ 牛頓為定值，由 $F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m}$ ，當作用力 F 愈大，則加速度 a 將愈大。故選(B)(C)(D)。

類題 質量為 2000 kg 的轎車，原本在水平地面上以等速度前進，接著駕駛急踩煞車，使車輪迅速停止轉動，在車輪不轉的情況下，轎車隨即減速滑行至靜止。若地面與輪胎間的動摩擦係數為 0.4，且取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，則：

(1) 減速滑行時的加速度量值為多少？

- (A) 0 m/s^2 (B) 0.4 m/s^2 (C) 4 m/s^2 (D) 80 m/s^2 (E) 800 m/s^2

【100. 指考】

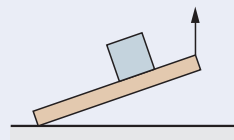
(2) 轎車速度為 108 km/h，則煞車距離為多少公尺？

答 (1)(C)；(2) 112.5

(解析見解答本。)

範例 2 斜面上的摩擦力

一長直木板前端固定於地面，後端施力抬起形成一個斜坡，如右圖所示。斜坡上放置質量 4 kg 的物體，若某人緩緩從後端抬高木板，逐漸增加木板和地面間的夾角，發現角度一超過 37° ，物體就會開始下滑。



請問：（重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$ ）

- (1) 在物體仍靜止於木板的期間，隨著木板與地面夾角愈來愈大，物體所受的摩擦力有何變化？
- (2) 物體和木板間的靜摩擦係數為若干？
- (3) 若已知接觸面的動摩擦係數為 0.25 ，當木板與地面夾 53° 時，物體的加速度為若干？

答 (1) 愈來愈大；(2) 0.75 ；(3) 6.5 m/s^2

解 (1) 物體在斜坡上的下滑力為 $mg\sin\theta$ ，若可以保持靜止，表示下滑力等於摩擦力。

當 θ 愈大時，下滑力愈大，故靜摩擦力也愈大。

(2) 由題意可知，當角度恰為 37° 時，下滑力等於最大靜摩擦力。 $mg\sin\theta = \mu_s mg\cos\theta$ ，

即靜摩擦係數 $\mu_s = \tan\theta \Rightarrow \tan 37^\circ = 0.75$

(3) 由 $mg\sin\theta - f_k = ma$ 可得 $mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma$ ，

$$\therefore a = g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta = 10 \times \frac{8}{10} - 0.25 \times 10 \times \frac{6}{10} = 6.5\text{ m/s}^2。$$

類題 某生質量 50.0 kg ，從一個 10.0 m 長的溜滑梯斜面滑下，此斜面頂端與底部之間的垂直高度差為 6.0 m 。若該生下滑時所受的動摩擦力保持不變，且溜滑梯斜面與該生間之動摩擦係數為 0.25 ，則該生沿斜面下滑的加速度量值為多少？（重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$ ）

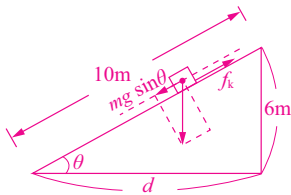
【109. 指考補考】

- (A) 1.0 m/s^2 (B) 2.0 m/s^2 (C) 4.0 m/s^2 (D) 6.0 m/s^2 (E) 8.0 m/s^2

答 (C)

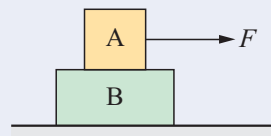
（物體沿斜面下滑時受到 $mg\sin\theta$ 和 f_k 。由題意可知斜面底 $d=8\text{ m}$ ， $F=ma$ ， $mg\sin\theta - f_k = ma$ ，

$$mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma，\therefore a = g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta = 10 \times \frac{6}{10} - 0.25 \times 10 \times \frac{8}{10} = 4\text{ m/s}^2。故選(C)。)$$



範例 3 摩擦力方向的判斷

如右圖所示，有兩個木塊 A、B 相疊，且靜置於光滑水平面上，受一水平拉力作用後，兩木塊一起向右滑動（A、B 接觸面間無相對滑動），下列有關兩物體的敘述哪些正確？

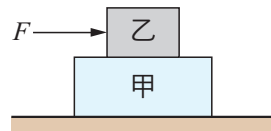


- (A) 兩者相同時間內其速度變化量相同
- (B) A 所受的摩擦力向左
- (C) B 所受的摩擦力向右
- (D) A 所受的摩擦力較 B 所受摩擦力為小
- (E) 兩者速度量值愈來愈小

答 (A)(B)(C)

解 (A) 意指加速度，而加速度相同；(B) A 欲向右離開接觸面，故摩擦力向左；(C) B 欲向左離開接觸面，故摩擦力向右；(D) A、B 兩者所受的摩擦力，互為作用力與反作用力，故兩者量值相等、方向相反；(E) A、B 兩者加速度方向與運動方向相同，故速度量值愈來愈大。故選(A)(B)(C)。

類題 如右圖所示，甲、乙兩物體平行疊放在水平桌面上，施一向右的水平力 F 於乙，發現乙可以在甲表面上移動，但甲卻保持不動，則下列敘述哪些正確？



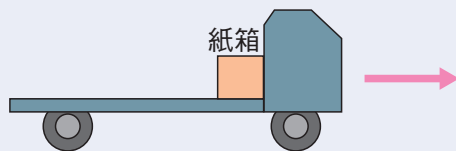
- (A) 水平力 F 施在乙上，故甲完全不受任何的水平力
- (B) 乙在甲上移動時，受到來自甲給的動摩擦力方向向左
- (C) 因為甲靜止不動，所以甲與桌面間摩擦力為 0
- (D) 甲、乙之間的動摩擦力等於甲與桌面間的靜摩擦力
- (E) 甲、乙之間的動摩擦力小於甲與桌面間的靜摩擦力

答 (B)(D)

(乙可以在甲表面上移動，表示兩者間存在動摩擦力，對乙方向向左，對甲方向向右。而甲靜止不動，分析甲的受力，可知甲與桌面間存在靜摩擦力，方向向左，且量值等於甲乙間動摩擦力的量值。故選(B)(D)。)

範例 4 相對運動的摩擦力

卡車的水平載貨廂上有一質量 200 kg 紙箱，緊貼前方駕駛室背面，且卡車貨廂後方無擋板，如右圖所示。卡車在水平長直道路上由靜止開始加速，已知紙箱和載貨廂底部間的動摩擦係數為 0.10 、靜摩擦係數為 0.11 ，取重力加速度為 10.0 m/s^2 ，請回答下列各題：



【109. 指考改】

(1)求下列各種狀況中，紙箱底部受摩擦力的大小及種類。

狀況甲：卡車以加速度 0.5 m/s^2 往前方行駛

狀況乙：卡車以加速度 1.2 m/s^2 往前方行駛

(2)承上題，下列敘述哪些正確？

(A)狀況甲中，紙箱對卡車有相對運動

(B)狀況乙中，紙箱對卡車有相對運動

(C)狀況甲中，紙箱與卡車的加速度不同

(D)狀況乙中，紙箱與卡車的加速度不同

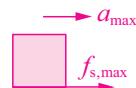
(E)狀況乙中，經過一段時間後紙箱就會和卡車分離。

答 (1)狀況甲： 100 N 的靜摩擦力；狀況乙： 200 N 的動摩擦力。

(2)(B)(D)(E)

解 (1)紙箱和載貨廂底部間的動摩擦係數為 0.10 、靜摩擦係數為 0.11 ，紙箱與貨車無相對運動的條件：

$f_s = ma \leq f_{s,\max} = \mu_s mg \Rightarrow a \leq \mu_s g = 0.11 \times 10 = 1.1\text{ m/s}^2$ ，換言之，貨車的加速度若超過 1.1 m/s^2 ，紙箱相對於卡車就會滑動，此時紙箱以動摩擦力加速前進，加速度小於卡車加速度，故紙箱相對於卡車為向後運動。



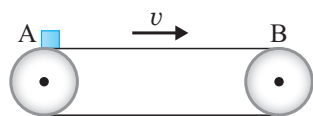
狀況甲：因卡車的加速度 $a = 0.5\text{ m/s}^2 < 1.1\text{ m/s}^2$ ，故紙箱與貨車沒有相對運動，二者加速度皆為 0.5 m/s^2 ，此時紙箱受力 $F = ma = 200 \times 0.5 = 100\text{ (N)}$ ，為靜摩擦力。



狀況乙：因卡車的加速度 $a_1 = 1.2\text{ m/s}^2 > 1.1\text{ m/s}^2$ ，故紙箱與貨車有相對運動，紙箱受動摩擦力作用，此時紙箱受力 $f_k = \mu_k mg = 0.1 \times 200 \times 10 = 200\text{ (N)}$ ，為動摩擦力。

(2)(A)狀況甲兩者無相對運動，(B)狀況乙兩者加速度不同，有相對運動；(C)狀況甲兩者加速度皆為 0.5 m/s^2 ，(D)狀況乙中卡車加速度 1.2 m/s^2 ，紙箱加速度為 $f_k/m = \mu_k g = 0.1 \times 10 = 1.0\text{ m/s}^2$ ；(E)紙箱相對於卡車落後，故一段時間後就會和卡車分離。故選(B)(D)(E)。

類題 如右圖所示，在工廠的輸送帶，始終保持 $v = 1\text{ m/s}$ 的速度水平移動，將一質量為 $m = 0.5\text{ kg}$ 的貨物輕輕放在輸送帶的一端 A 點，貨物與輸送帶間的動摩擦係數 $\mu_k = 0.1$ ，重力加速度量值 $g = 10\text{ m/s}^2$ ，A、B 間距離 $L = 2.5\text{ m}$ ，則貨物由 A 端運動到 B 端所經歷的時間為多少 s？



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

答 (C)

(解析見解答本。)

1-1

課後練習

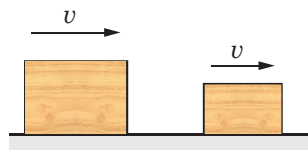
單選題 (解析見解答本)

- (E) 1. 一重為 $W = mg$ 的長方形物體 (g 為重力加速度)，靜置於一以等速度 v 、水平向右直線行駛的火車車箱內的地板上，火車質量為 M 。當火車以等加速度 a 向右加速時，若物體相對火車車箱而言，仍然維持在原地不動，忽略空氣阻力，則對地面上的觀察者而言，有關此時物體的受力及運動，下列敘述何者正確？
 (A) 物體所受合力為零，故仍然可在原地不動 (B) 物體受一量值為 ma 、向右的摩擦力，以維持在原地不動 (C) 物體受一量值為 ma 、向左的摩擦力，以維持等加速運動 (D) 物體受一量值為 ma 、向左的摩擦力，以維持在原地不動 (E) 物體受一量值為 ma 、向右的摩擦力，以維持等加速運動

【98. 指考改】

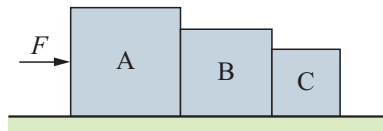
- (C) 2. 下列有關摩擦力的敘述，何者正確？
 (A) 靜止於斜面上之物體，不受摩擦力作用 (B) 摩擦力和接觸面積成正比 (C) 車輛之啟動與停止均需靠摩擦力作用 (D) 物體所受靜摩擦力和正向力之比值，即為靜摩擦係數 (E) 靜摩擦力恆大於物體所受之外力值

- (C) 3. 兩個相同質料但不同大小的木塊，在粗糙的水平面上，以相同的初速 v 滑出，如右圖所示。下列敘述何者正確？



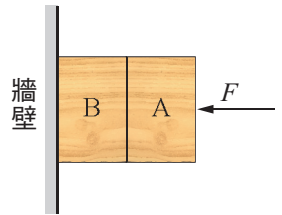
- (A) 大、小兩木塊所受合力相同 (B) 大、小兩木塊所受的動摩擦力大小相等
 (C) 大、小兩木塊具有相同的加速度 (D) 大、小兩木塊間的相對速度逐漸變小
 (E) 大、小兩木塊間的距離逐漸增加
- (B) 4. 勁哥在行駛摩托車時，見到前方號誌為紅燈而開始煞車，煞車一開始的車速為 20 m/s ，假設摩托車在煞車過程中輪胎鎖死而不轉動，且輪胎與路面的動摩擦係數為 0.8 ，忽略其他阻力，取重力加速度為 10 m/s^2 ，則摩托車的直線煞車距離有多遠？
 (A) 1.25 (B) 25 (C) 32 (D) 50 (E) 200

- (D) 5. A、B、C 三物體質量分別為 3 kg 、 2 kg 和 1 kg ，靜止並排置於一水平桌上，以一水平力 $F = 15 \text{ N}$ 施於物體 A，如右圖所示。設該處的重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，若靜摩擦係數 $\mu_s = 0.15$ 、動摩擦係數 $\mu_k = 0.1$ ，則物體 A 對物體 B 的作用力為多少牛頓？



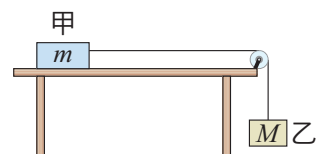
- (A) 4.2 (B) 5.6 (C) 6.0 (D) 7.5 (E) 8.4

- (B) 6. 書櫃 100 kgw 置於水平地面，書櫃與地面的靜摩擦係數為 0.3，若今小嘉體重 60 kgw，欲水平推動此書櫃而小嘉不至於滑動，則小嘉的鞋底與地面的靜摩擦係數最少可以為下列何者？
(A) 0.4 (B) 0.5 (C) 0.6 (D) 0.7 (E) 0.8
- (D) 7. 如右圖所示，以一水平推力將 A、B 兩木塊疊壓在鉛直的牆壁上。已知 A 木塊重 2 kgw，B 木塊重 6 kgw，且兩木塊間的靜摩擦係數為 0.2，木塊與牆面間的靜摩擦係數為 0.5，求欲使兩木塊均不滑動的最小 F 值為多少 kgw？
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18
- (A) 8. 普悠瑪號列車的起動及停止時，整列車加速或減速的淨力是靠哪一種力？
(A)無論加速或減速都是靠軌道上之摩擦力 (B)加速是靠火車頭對車廂之拉力，減速是靠軌道上之摩擦力 (C)加速是靠軌道上之摩擦力，減速是靠火車頭與車廂間的油壓系統 (D)加速是靠火車頭對車廂之拉力，減速是靠火車頭與車廂間的油壓系統 (E)無論加速或減速都是靠列車駕駛員的手對油門或剎車系統的推力或拉力
- (B) 9. 下列有關摩擦力的敘述，何者正確？
(A)靜止於斜面上之物體，不受摩擦力作用 (B)車輛之啟動與停止均需靠摩擦力作用 (C)當你站立於公車地板上時，能隨公車一起加速前進，是因為車內有人施力推動你 (D)費力推動一物體後，發現持續推動變輕鬆了，是因為沒有摩擦力繼續存在 (E)摩擦力的方向恆與運動方向相反

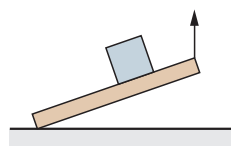


多選題

- (A B) 1. 下列有關摩擦力的敘述，哪些正確？
(A)兩隊伍拔河時的勝負，勝隊是因受地面的摩擦力大於繩索的拉力 (B)摩擦力的方向可與物體運動方向相同 (C)作用力與反作用力的關係並不存在於摩擦力 (D)地面的摩擦力只會使車子減速，並不能使車子加速 (E)相對於地面靜止的物體必不受摩擦力作用
- (A B) 2. 兩木塊以不計質量的輕繩跨過無摩擦之定滑輪而連接，如右圖所示，若甲物質量 6 kg，與水平桌面間的靜摩擦係數 $\mu_s = 0.5$ 、動摩擦係數 $\mu_k = 0.4$ ，下列敘述哪些正確？ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
(A)當乙物質量 2 kg 時，甲物不動 (B)當乙物質量 2 kg 時，甲物受摩擦力為 2 kgw (C)當乙物質量 2 kg 時，繩子張力為 3 kgw (D)當乙物質量 4 kg 時，甲物受摩擦力為 4 kgw (E)當乙物質量 4 kg 時，繩子張力為 4 kgw

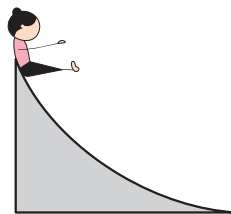


- (C D) 3. 如右圖所示，一木塊原來靜止於平板上，今將平板的一端慢慢舉起，當斜角增加到一定值時，木塊開始沿斜面下滑，此時保持斜角固定，則下列敘述哪些正確？



(A)此時木塊的正向力等於其重力 (B)下滑前木塊的摩擦力等於其重力 (C)下滑前木塊的摩擦力逐漸變大 (D)下滑後木塊的速度逐漸增加 (E)下滑後木塊的動摩擦力逐漸變小

- (A C) 4. 小嘉到遊樂園溜滑梯時，從最上端沿溜滑梯往下滑，溜滑梯的側面所見如右圖所示，下列敘述哪些正確？



(A)溜下來的過程中，正向力漸增 (B)溜下來的過程中，正向力固定 (C)溜下來過程中，動摩擦力漸增 (D)溜下來過程中，動摩擦力固定 (E)由於一直受摩擦力作用，故至底部末端時，速度必恰為零

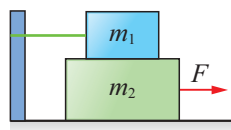
- (A D) 5. 某生練習紙牌魔術，將一疊紙牌水平整齊放置在桌面上，用右手食指以量值為 N 的正向力向下壓，然後向前水平推動，除了最上方數來第一張紙牌向前水平滑出之外，其他的紙牌皆不動、維持在原來的位置上。假設每一張紙牌的質量皆為 m ，紙牌與紙牌之間的靜摩擦係數與動摩擦係數分別為 μ_s 與 μ_k ，第一張紙牌與第二張紙牌之間作用力的水平分量量值為 F_{12} ，第二張紙牌與第三張紙牌之間作用力的水平分量量值為 F_{23} ，以此類推。令重力加速度為 g ，且只考慮摩擦力、重力與手指下壓的力，則下列關於第一張紙牌滑出之過程中的選項哪些正確？

【112. 分科】

(A) $F_{12} = F_{23}$ (B) $F_{12} = \mu_k (N + 2mg)$ (C) $F_{23} = \mu_k (N + 2mg)$
(D) $F_{23} \leq \mu_s (N + 2mg)$ (E) $F_{12} = \mu_k (N + mg)$

非選題

1. 如右圖所示， $m_1 = 3 \text{ kg}$ ， $m_2 = 5 \text{ kg}$ ， $g = 10 \text{ m/s}^2$ ， m_1 以繩子繫在牆壁上，且繩子張力夠大不易斷裂，所有接觸面之靜摩擦係數 $\mu = 0.4$ ，則欲將 m_2 抽出，則水平力 F 最小應為多少 N？



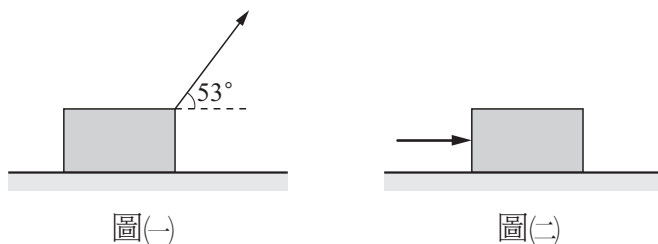
答：44 N

2. 如右圖所示，甲、乙、丙三物體的質量分別為 5 kg 、 10 kg 及 5 kg ，並排置於一水平面上，以一水平力 F 作用於甲物體。若甲與桌面間的摩擦力可忽略，乙、丙與桌面間的動摩擦係數均為 0.4 ，靜摩擦係數均為 0.6 ，當 $F = 75 \text{ N}$ 時，則丙與桌面間的摩擦力量值為多少 N？



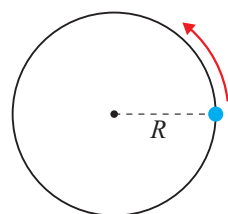
答：15 N

3. 有一箱質量 2 kg ，置於水平面上，今以與水平成 53° 之仰角，施一力 10 N 斜向上拉箱，如圖(一)，恰可使箱等速滑行；則今改以 20 N 之力水平推箱，如圖(二)，求箱之加速度為多少 m/s^2 ？($g = 10\text{ m/s}^2$)



答： 5 m/s^2

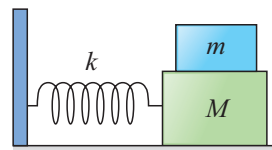
4. 水平面上有一圓盤半徑為 R ，圓盤邊緣放置一質點，圓盤和質點一起繞圓盤中心旋轉，如右圖所示，若圓盤角速度超過 ω 時，質點就會脫離圓盤。設重力加速度為 g ，質點與盤面間之靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，當質點和圓盤一起旋轉時，則：



- (1) 質點與圓盤間之_____摩擦力提供質點向心力。
- (2) 圓盤最大的角速度 $\omega =$ _____。

答：(1) 靜；(2) $\sqrt{\frac{g\mu_s}{R}}$

5. 某簡諧運動的裝置如右圖所示。已知彈簧力常數為 k ， m 與 M 間之靜摩擦係數為 μ_s 、動摩擦係數為 μ_k ；欲使 m 相對 M 為靜止且一起作簡諧運動，則：



- (1) M 的最大加速度為多少？
- (2) 簡諧運動的最大振幅為多少？

答：(1) $\mu_s g$ ；(2) $\frac{(M+m)\mu_s g}{k}$

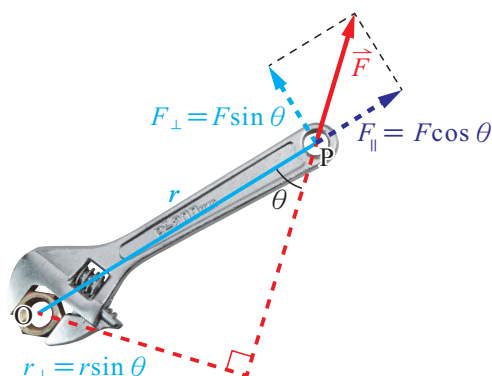
1-2 力矩

學習概念 1 力矩 (torque) (配合課本 p.12)

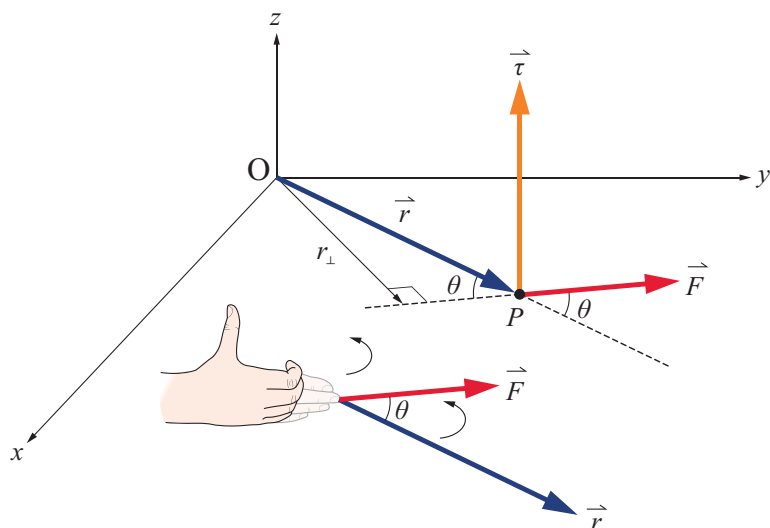
1. 定義：施力 F 能使物體繞某一轉軸 O (支點) 產生轉動變化的作用，稱為力矩 $\vec{\tau}$ 。
2. 公式： $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ， \vec{r} 為轉軸 O 至施力點 P 的位置向量、 \vec{F} 為作用力。

(1) 力矩大小： $\tau = r(F \sin \theta) = F(r \sin \theta) = rF_{\perp} = r_{\perp}F$

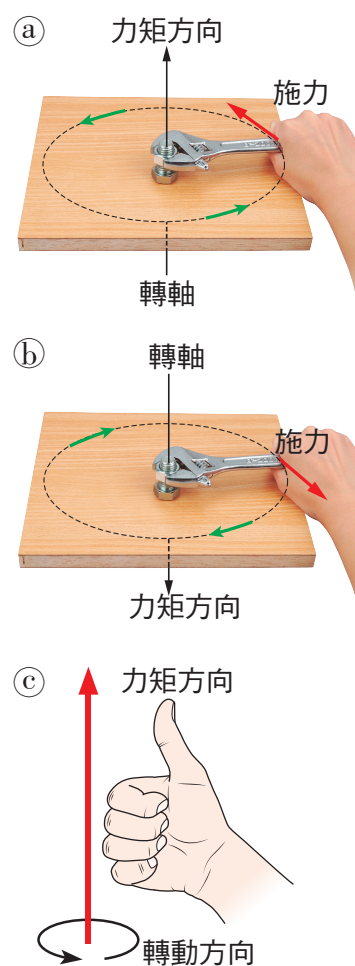
※ 當力的作用線通過轉軸時，因力臂 $r_{\perp} = 0$ ，
則力矩 $\vec{\tau} = 0$ 。



- (2) 力矩方向：根據向量 (外積) 右手定則，四指先平行 \vec{r} ，再掃向 \vec{F} ，大拇指的指向代表力矩的向量方向；力矩的方向規定在轉軸上 (方便做向量處理)。將逆時針旋轉的力矩，定為正力矩；順時針旋轉的力矩，定為負力矩。



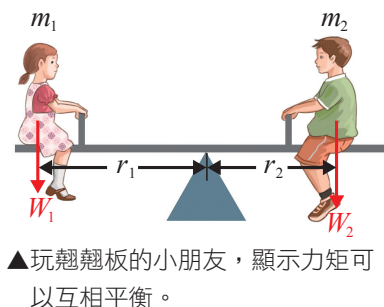
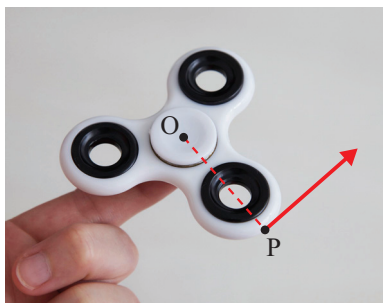
3. 單位：國際單位制中，力矩的單位為牛頓·公尺 ($\text{N} \cdot \text{m}$)



▲原為靜止的扳手受力矩作用開始轉動，從上方往下看時：①若扳手作逆時鐘方向轉動，則所受力矩方向為沿軸向上；②若扳手作順時鐘方向轉動，則所受力矩方向為沿軸向下；③可用右手定則表示力矩與轉動方向的關係。

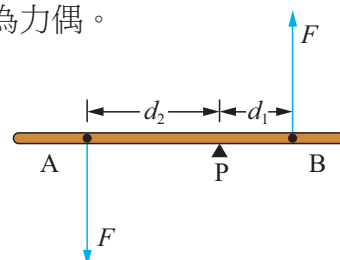
學習概念 2 力矩的作用 (配合課本 p.13)

1. 物體繞某一轉軸的轉動變化，是由其所受合力矩方向所決定。透過變動施力方向，來改變變力臂的大小；或改變施力的大小，都能改變力矩的大小，進而影響轉動效果。
2. 合力矩的方向不一定是轉動的方向。若合力矩與轉動的方向相同，則轉動速率變快；若合力矩與轉動的方向相反，則轉動速率變慢。
3. 若系統的某一點是固定不動，且相對於該點來說，系統所受到的合力矩為零，則它的轉動狀態就不會被改變，此時該系統便達到了轉動平衡狀態，可保持靜止或等角速度轉動。



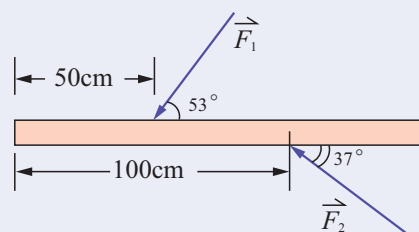
學習概念 3 力偶矩 (補充資料)

1. 定義：量值相等，方向相反且作用不在同一直線上的兩力，稱為力偶。
2. 性質：
 - (1) 合力 $\Sigma \vec{F} = 0$ 。
 - (2) 合力矩 $\Sigma \vec{\tau} = F \times (d_1 + d_2) = F \times \overline{AB} = \text{定值}$ 。
 - (3) 力偶會讓靜止物體在原處轉動而不會移動。
 - (4) 因為 P 點是任意選取，可見力偶矩不論對那一個轉軸，其量值都相同。
3. 生活例子：雙手握方向盤開車、旋開水龍頭取水……。



範例 1 力矩

如右圖所示， \vec{F}_1 的量值為 200 N， \vec{F}_2 的量值為 150 N。若以一輕木棒的左端為轉軸，則此一木棒所受的合力矩為何？（必須說明其為順時針或逆時針）



答 10 N·m (逆時針)

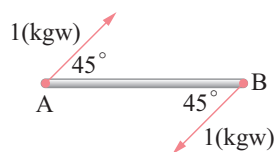
解 F_1 之力矩 = $(F_1 \sin 53^\circ) \times 0.5 = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$ (順時針)

F_2 之力矩 = $(F_2 \sin 37^\circ) \times 1 = 90 \text{ N} \cdot \text{m}$ (逆時針)

合力矩 = $90 - 80 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ (逆時針)。

類題 有一對大小相同的平行力作用於棒子（長為 2 公尺）上，試求這對平行力對棒上某些點所造成的合力矩各為何？其方向為何？

(1) 以 A 為支點 (2) 以 B 為支點 (3) 以 A 與 B 的中點 O 為支點時



答 (1) $\sqrt{2} \text{ kgw} \cdot \text{m}$ (順時針) ; (2) $\sqrt{2} \text{ kgw} \cdot \text{m}$ (順時針) ; (3) $\sqrt{2} \text{ kgw} \cdot \text{m}$ (順時針)

(1) 以 A 為支點 $\Sigma \tau_A = r_A(F_A \sin \theta_A) + r_B(F_B \sin \theta_B) = 0 + 2 \times 1 \times \sin 135^\circ = \sqrt{2} \text{ kgw} \cdot \text{m}$ (順時針)

(2) 以 B 為支點 $\Sigma \tau_B = r_A(F_A \sin \theta_A) + r_B(F_B \sin \theta_B) = 2 \times 1 \times \sin 135^\circ + 0 = \sqrt{2} \text{ kgw} \cdot \text{m}$ (順時針)

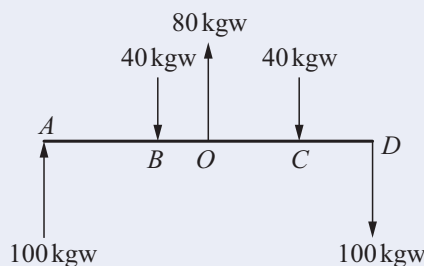
(3) 以 O 為支點 $\Sigma \tau_O = r_A(F_A \sin \theta_A) + r_B(F_B \sin \theta_B) = 1 \times 1 \times \sin 135^\circ + 1 \times 1 \times \sin 135^\circ = \sqrt{2} \text{ kgw} \cdot \text{m}$ (順時針)

範例 2 力偶矩

一木棍長 0.8 m，O 點為棍子中心，A、D 為兩端點，B、C 在棍子某些位置，但距離未知。若各點上瞬間受力大小如右圖所示，力的方向皆與棍子垂直。回答下列問題：

(1) 圖中有哪些點上的作用力會形成力偶？

(2) 承上題，其造成的力偶矩為何？（請註明方向）



答 (1) A、D

(2) 力偶矩為 $80 \text{ kgw} \cdot \text{m}$ ，順時針方向

解 (1) 力偶的兩力必須大小相等，方向相反，故可知作用在 A、D 兩點的力是一對力偶。

(2) 力偶矩和選擇的支點無關，故以 A 為支點， $\tau = 100 \times 0.8 = 80 (\text{kgw} \cdot \text{m})$ ，順時針方向。

類題 一顆落地前沒有旋轉的網球落在水平地面前瞬間的速度

為 $(v_x, -v_y)$ ，其中 $v_x, v_y > 0$ ，落地反彈後瞬間的速度為 (v'_x, v'_y) ，其中 $v'_x, v'_y > 0$ ，如右圖所示。



若網球和地面間有摩擦力、網球與地板接觸的時間 t ，且忽略空氣阻力，則下列有關網球反彈後運動的敘述何者正確？

【109. 指考】

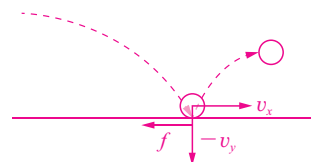
(A) $v'_x > v_x$ ，且網球以逆時針方向旋轉 (B) $v'_x > v_x$ ，且網球以順時針方向旋轉

(C) $v'_x < v_x$ ，且網球以逆時針方向旋轉 (D) $v'_x < v_x$ ，且網球以順時針方向旋轉

(E) $v'_x < v_x$ ，且網球並不旋轉

答 (D)

(如右圖所示，因網球接觸地面時有水平向右的速度，故地面施給網球摩擦力向左，對球心造成順時針方向的力矩。故選(D)。)

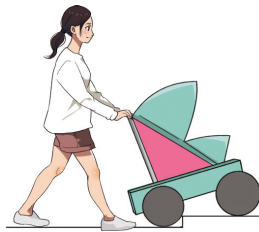


1-2

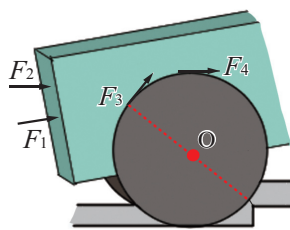
課後練習

單選題 (解析見解答本)

- (C) 1. 嬰兒車是現代家庭中非常重要的嬰兒用品之一。假若今天遇到一名孕婦推一臺嬰兒車要上臺階，如右圖(a)，在所有安全因素都考量到的條件下，對後輪受力而言，哪一種方式最省力，如右圖(b)？(O 為車輪圓心)



圖(a)

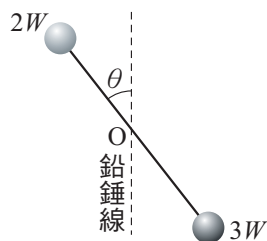


圖(b)

(A) F_1 (B) F_2 (C) F_3 (D) F_4 (E) 以上四種方法一樣省力

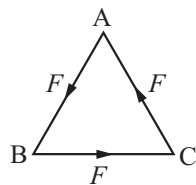
- (B) 2. 如右圖所示，一長度 d 、質量可以忽略的細桿，其中心點固定，兩端各置有重量 $2W$ 及 $3W$ 的質點，細桿與鉛直方向夾角 θ ，則其重力對 O 點所產生總力矩量值為多少？

(A) Wd (B) $\frac{Wd}{2} \sin\theta$ (C) Wgd (D) $\frac{5Wd}{2} \sin\theta$ (E) $5Wd$

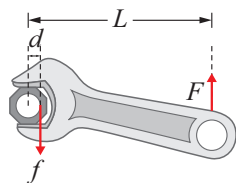


- (C) 3. 如右圖所示，量值為 F 的三力分別作用在邊長 a 的正三角形頂點上，則對任一頂點之合力矩為何？

(A) 0 (B) $3Fa$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2} Fa$ (D) $\sqrt{3} Fa$ (E) $2\sqrt{3} Fa$

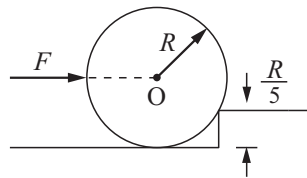


- (D) 4. 如右圖為使用扳手來旋開螺帽的示意圖，若圖中螺絲與螺帽間的最大靜摩擦力 f 為 50 kgw，摩擦力作用點與中心軸的距離 d 為 1 cm，手的施力點離中心軸距離 L 為 15 cm，欲旋開此螺帽所需最小施力 F 為多少 kgw？



(A) $\frac{5}{3}$ (B) 2 (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) 4

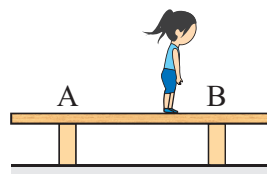
- (E) 5. 如右圖所示，一球重為 W ，半徑為 R ，球心為 O，欲施一力 F 通過球心，使球滾上一高 $\frac{R}{5}$ 之臺階，則 F 之最小值為何？



(A) W (B) $\frac{4}{5} W$ (C) $\frac{5}{4} W$ (D) $\frac{4}{3} W$ (E) $\frac{3}{4} W$

6.、7. 題為題組

如右圖所示，一均勻平板長 15 m，質量 10 kg，靜止放置於相距 8 m 之對稱支腳上，質量 50 kg 的小嘉從 A 點開始向右走，則：
($g = 10 \text{ m/s}^2$)



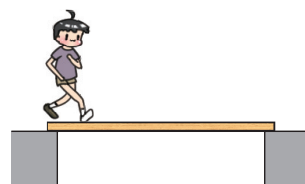
(B) 6. 當小嘉經過 B 點後再向右走多遠，平板恰蹣起？

(A) 0.2 m (B) 0.8 m (C) 1 m (D) 1.5 m (E) 2 m

(E) 7. 若質量 70 公斤的勁哥跳上平板的 A 點處站立，這樣小嘉可以再往右多走多遠平板才會蹣起呢？

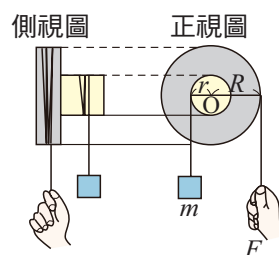
(A) 1.12 m (B) 1.92 m (C) 2.72 m (D) 3.5 m (E) 不再蹣起

(E) 8. 勁哥散步時通過一座由長度 10 公尺的均勻木板搭建而成的臨時便橋。如右圖所示，已知勁哥重量 70 公斤重，木板重 200 公斤重。若勁哥跨步每步的長度為 60 公分，則勁哥在木板上每跨一步，左岸對木板支撐力的量值大約如何變化？



(A) 不變 (B) 增加 2.1 公斤重 (C) 增加 4.2 公斤重
(D) 減少 2.1 公斤重 (E) 減少 4.2 公斤重

(B) 9. 如右圖所示的輪軸（左邊為側視圖，右邊為正視圖），外輪半徑 R 為內軸半徑 r 的 2 倍。當施定力 F 於外輪上的細繩時，可使質量為 m 的物體以加速度 $0.2g$ 向上運動， g 為重力加速度。若空氣阻力、繩子的重量與摩擦力皆可忽略不計，則懸掛物體的繩子張力對軸心 O 點所產生的力矩之量值為下列何者？



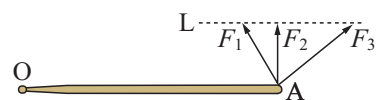
(A) 0 (B) $0.6 mgR$ (C) $1.2 mgR$ (D) $1.6 mgR$ (E) $2.0 mgR$

多選題

(B D) 1. 下列有關力矩之敘述，哪些錯誤？

- (A) 力矩不為零時，可使一物體能繞轉軸轉動
- (B) 力矩為純量
- (C) 力矩需表明對哪一轉軸旋轉
- (D) 當有兩力均通過轉軸時，則其力矩的大小與力的大小成正比
- (E) 同一物體受等大相同方向的力量，但對不同轉軸時，力矩即不同

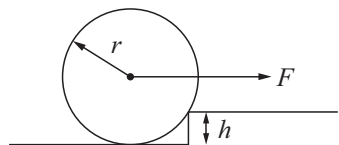
- (B D) 2. 如右圖所示，一鼓棒的一端固定於 O 點，在另一端分別施加 F_1 、 F_2 、 F_3 三力，三力的量值由圖中依箭頭符號比例表示，圖中虛線 L 與鼓棒平行，則下列敘述哪些正確？



- (A) 對通過 O 點的轉軸而言， F_3 所產生的力矩最大
 (B) 對通過 O 點的轉軸而言，三力所產生的力矩都相同
 (C) 對通過 O 點的轉軸而言， F_3 的力臂最大
 (D) 對通過 O 點的轉軸而言， F_3 的力臂最小
 (E) 對通過 O 點的轉軸而言，三力的力臂都相同

非選題

1. 如右圖所示，一圓柱形油桶重 $W = 200 \text{ kgw}$ ，截面半徑 $r = 100 \text{ cm}$ 。



- (1) 某人以水平施力於軸心處，欲使油桶滾上 $h = 40 \text{ cm}$ 高的臺階，此力之最小值為_____kgw。
 (2) 若可改變施力位置及方向，欲使油桶滾上 $h = 40 \text{ cm}$ 高的臺階，最小施力為_____kgw。

答：(1) $\frac{800}{3}$ ；(2) 80

1-3

靜力平衡與應用

學習概念

1

平衡種類 (配合課本 p.16)

1. 移動平衡：若系統受合力為零時，此時系統不移動或等速移動，稱為移動平衡。

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \text{ 軸: } F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ y \text{ 軸: } F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{cases}$$

2. 轉動平衡：若系統受合力矩為零時，此時系統不轉動或等角速度轉動，稱為轉動平衡。

$$\Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow |\vec{\tau}_{\text{順}}| = |\vec{\tau}_{\text{逆}}|$$

3. 靜力平衡：原先靜止的系統，若同時處於移動平衡和轉動平衡，則達靜力平衡狀態。

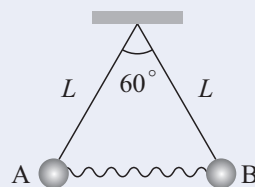
$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ 且 } \Sigma \vec{\tau} = 0$$

範例

1

移動平衡

質量均為 m 的 A、B 兩球，用兩根長度均為 L 的輕繩懸掛於天花板，兩球之間夾一彈力常數為 k 的輕彈簧，兩繩在平衡時的夾角為 60° ，如右圖所示，則：



- (1) 每條繩子的張力量值為何？
- (2) 彈簧被壓縮的長度為何？
- (3) 天花板受力量值為何？
- (4) 若平衡時的夾角改為 30° ，請問天花板的受力量值會增加、減少或不變？

答

(1) $\frac{2\sqrt{3}mg}{3}$; (2) $\frac{\sqrt{3}mg}{3k}$; (3) $2mg$; (4) 不變

解

(1) 分析 A 球受力圖如右：設張力為 T ，彈簧形變量為 x ，則

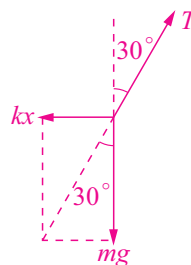
$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T \sin 30^\circ = kx \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T \cos 30^\circ = mg \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

由②可知 $T = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}mg}{3}$

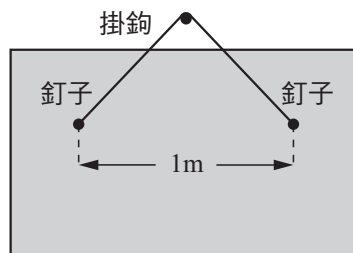
(2) 由 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 可得 $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{kx}{mg} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}mg}{3k}$

(3) 分析天花板受力 $F = 2T \cos 30^\circ = 2 \times \frac{2\sqrt{3}mg}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2mg$

(4) 由於力平衡，整個系統的外力只有重力及天花板的支撐力；其他的彈簧力和張力都是內力，會抵銷。所以不管角度多大，重力都不會變，因此天花板的支撐力也不變。



類題 小軒要在客廳裡掛上一幅 1 公斤重的畫（含畫框），畫框的背面有兩個相距 1 公尺、位置固定的釘子。他將畫對稱的掛在牆壁的掛鉤上，掛繩最大可以承受 1 公斤重的張力，掛好後整條細繩呈緊繃的狀態（如右圖）。假設細繩可以承受的最大張力與繩長無關，則細繩最少需要幾公尺才不至於斷掉？

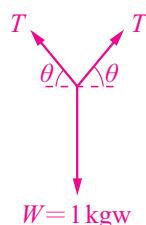


【93. 指考】

- (A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) $2\sqrt{3}$

答 (A)

(由掛鉤的受力圖與平衡條件可知 $2T \sin \theta = W$, $2 \times 1 \times \sin \theta = 1$, $\theta = 30^\circ$, 設細繩至少需 ℓ , $\frac{\ell}{2} \cos 30^\circ \times 2 = 1$, $\ell = \frac{2}{\sqrt{3}}$ m。故選(A)。



範例 2 轉動平衡

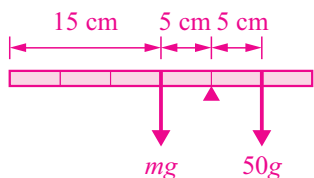
一支均勻直尺的長度為 30 cm，若在直尺上距離直尺左端 25 cm 處放置一質量為 50 g 的小物體，則須於直尺上距離直尺左端 20 cm 處支撐直尺，方可使其維持水平狀態。該直尺的質量為多少 g？

【107. 指考】

- (A) 20 (B) 30 (C) 50 (D) 60 (E) 70

答 (C)

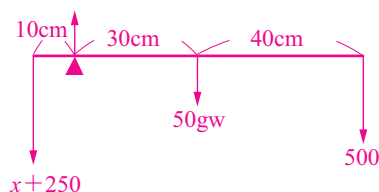
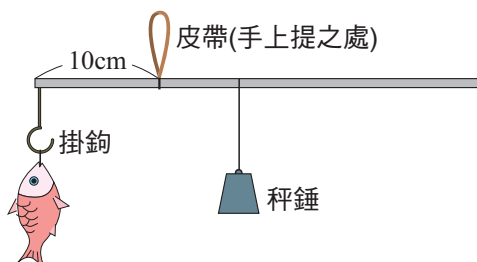
解 均勻直尺的重力作用點在尺中央處，選擇距離直尺左端 20 cm 處為支點，則由力矩平衡： $5 \times mg = 5 \times (50g) \Rightarrow m = 50g$ 。故選(C)。



類題 桿秤是早期菜市場攤販使用之秤重工具，掛鉤下面掛待秤物，可以調整秤錘位置讓桿秤達平衡，視秤錘位置來計算金額。如右圖，一均勻桿秤桿重 50 gw，桿長 80 公分，掛鉤重 250 gw，秤錘重 500 gw，若皮帶（固定點）距離掛鉤 10 公分，此一桿秤所能測量物體的最大重量約為多少 gw？

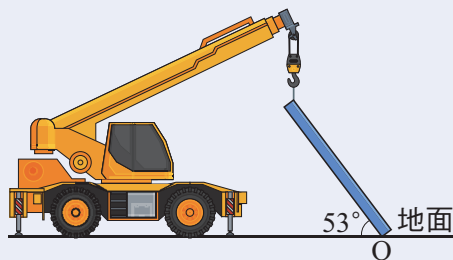
答 3400 gw

(設待測物最大重量 x gw，均勻桿秤重量集中在正中央，令皮帶處為支點，秤錘退至最末端， $(x + 250) \times 10 = 50 \times 30 + 500 \times 70$ 。
 $\therefore x = 3400$ gw。)



範例 3 轉動平衡

某處施工利用起重機緩緩自地面吊起一長度 8.0 m 的鋼梁，如右圖所示，鋼梁吊至與地面夾角 53° 後暫時靜止一段時間，若此時纜繩上的張力為 $1.5 \times 10^4 \text{ N}$ ，則：



- (1) 鋼梁總共受到哪些力的作用？
- (2) 此時重力相對於 O 點的力矩量值和方向為何？
- (3) 地面是否有摩擦力？若有，是靜摩擦力或動摩擦力？

答 (1) 纜繩張力、重力、地面正向力；(2) $7.2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，逆時針方向；(3) 沒有。

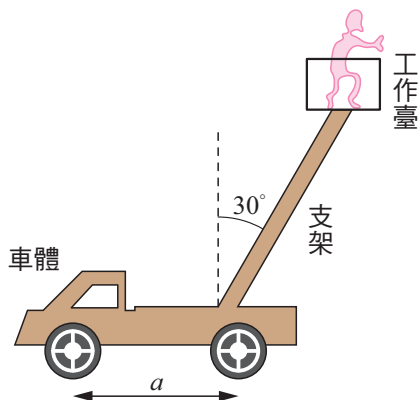
解 以地面為支點，則纜繩張力產生的順時針力矩和重力產生的逆時針力矩互相抵銷，

$\tau_{\text{逆時針}} = \tau_{\text{順時針}}$ ，故可知重力產生的力矩量值等於纜繩張力產生的力矩量值，

$\therefore 1.5 \times 10^4 \times 8 \times \cos 53^\circ = 7.2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，逆時針方向。

繩張力、正向力、重力皆為垂直方向；不需要水平方向的摩擦力來平衡。

類題 如右圖為在水平面上的高架工作車示意圖，車體質量為 M （不含支架），質心恰在前輪軸正上方，前後輪軸間距為 a 。均質支架質量為 $\frac{M}{8}$ ，支架底端的支點恰在後輪軸正上方。支架頂端工作臺與人員總質量為 $\frac{M}{4}$ ，質心恰在支架頂端正上方。設工作時支架與鉛垂線的夾角為 30° ，要使車體不致翻覆，支架長度最大可為多少？



【99. 指考】

- (A) $8a$ (B) $\frac{32a}{5}$ (C) $\frac{16a}{3}$ (D) $\frac{16a}{5}$ (E) $\frac{a}{8}$

答 (B)

（設地面與前輪的正向力為 N_1 、地面與後輪的正向力為 N_2 、支架長度為 ℓ 。

取後輪軸正上方的支架底端處為支點，如右圖所示。

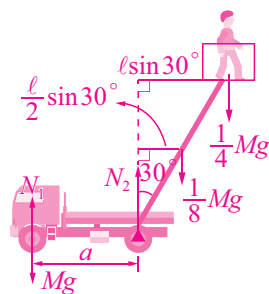
要使車體不致翻覆，由轉動平衡條件可知

$$Mg \times a = N_1 \times a + \frac{Mg}{8} \times \frac{\ell}{2} \sin 30^\circ + \frac{Mg}{4} \times \ell \sin 30^\circ,$$

當 $N_1 = 0$ 時， ℓ 有最大值 $= \frac{32a}{5}$ 。故選(B)。）

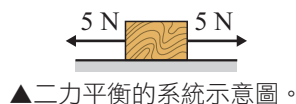
▼解題秘方

不致翻覆→考慮力矩平衡



學習概念 2 靜力平衡 (配合課本 p.17)

1. 二力的靜力平衡：此二力必大小相等，方向相反，且作用在同一直線上。

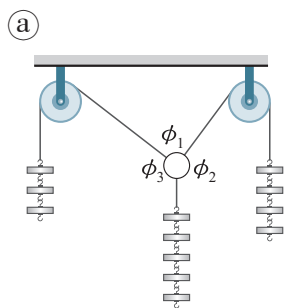


【註：否則兩平行力會形成力偶矩】

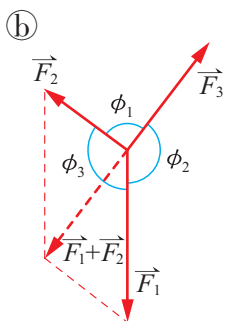
2. 三力的靜力平衡：若物體受不平行的三力作用時，則達靜力平衡的條件與關係為

- (1) 三力的作用線必定共點：

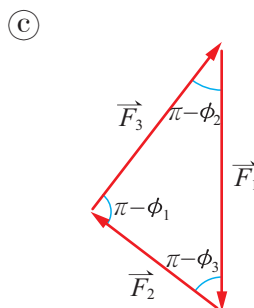
在下圖(a)中，小銅環受三力的作用成靜力平衡，受合力為零，故 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ ，即 $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow \vec{F}_3$ 除了與 \vec{F}_1 和 \vec{F}_2 兩力的合力（以虛線向量表示）大小相等、方向相反之外，還必須作用在同一直線上，否則兩者會構成一對力偶，無法形成靜力平衡。所以為了達成靜力平衡，三力的作用線必定共點，如下圖(b)。



▲三力平衡的系統示意圖。



▲該系統的受力情形。



▲三力平衡，形成封閉三角形。

- (2) 三力的量值滿足正弦定理（或稱拉密定理）：

根據上圖(c)，由正弦定理可知

$$\frac{F_1}{\sin(\pi - \phi_1)} = \frac{F_2}{\sin(\pi - \phi_2)} = \frac{F_3}{\sin(\pi - \phi_3)} \Rightarrow \frac{F_1}{\sin \phi_1} = \frac{F_2}{\sin \phi_2} = \frac{F_3}{\sin \phi_3}$$

- (3) 三力的向量可連成一封閉的三角形，即三力必在同一平面上。

根據上圖(c)，由三角形的關係可知三力之量值應符合

$$|F_1 + F_2| \geq F_3 \geq |F_1 - F_2|$$

3. 靜力平衡解題步驟：確定對象 → 畫出力圖 → 列方程式 → 解方程式

- 確定分析的對象，接著將問題中物體（或系統）所受到的外力一一標出，畫出所謂的自由體受力圖（free-body diagram），簡稱力圖。
- 取適當的坐標系，寫出物體所受的作用力在各坐標軸的分量。
- 根據問題中物體所達到的平衡特性，來列出其平衡的條件：
 - 達到移動平衡的物體，其受到的合力必須是零， $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = 0$ 。
 - 達到轉動平衡的物體，其受到的合力矩必須是零， $\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \cdots + \vec{\tau}_n = 0$ 或 $\tau_{\text{逆時鐘}} = \tau_{\text{順時鐘}}$ 。
- 透過計算、解決原始問題後，回頭檢視所獲得答案的物理意義甚至將之推廣，如此不但可以幫助判斷答案的正確性，亦可加深對此中物理的了解。

範例 4 平衡的概念

若在慣性參考坐標系中觀察一物體的運動狀況，則下列敘述何者正確？ 【104. 指考】

- (A)當物體作等加速直線運動時，其所受合力必為 0
- (B)當物體作等速圓周運動時，其所受合力必為 0
- (C)當物體靜力平衡時，其所受合力與合力矩均為 0
- (D)當物體所受合力為 0 時，物體必為靜止
- (E)當物體作等速圓周運動時，不論是否以圓心為力矩的參考點，其所受合力矩恆為 0

答 (C)

解 (A)物體作加速度運動時，物體必受定力作用；(B)物體作等速圓周運動時，以其所受合力作為圓周運動所需的向心力；(D)物體可能靜止也可能作等速直線運動；(E)物體作等速圓周運動時，只有以圓心為力矩的參考點，其所受合力矩才會等於 0。故選(C)。

類題 下列敘述，哪些正確？

- (A)力矩為一向量，是影響物體轉動之物理量
- (B)若兩力對物體作用之力矩和為零，則兩力之和亦必為零
- (C)物體受三力作用成力平衡時，若三力不平行，則此三力必在同一平面上，且三力作用線必交於一點
- (D)承(C)，任兩力量值之和等於第三力的量值
- (E)承(C)，此物可能靜止或等速運動

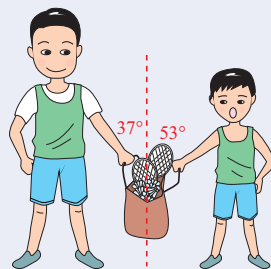
答 (A)(C)(E)

(B)有可能兩力通過支點無法造成力矩，且兩力合力不一定為零；(D)三力平衡時，任兩力之合力的量值，必與第三力量值相等，由於力為向量，故兩力量值之和不一定等於兩力合力之量值。故選(A)(C)(E)。

範例 5 三力平衡——拉密定律

兩兄弟合抬一袋重物，如右圖所示，哥哥手臂和鉛直線夾角 37° ，弟弟手臂和鉛直線夾角 53° ，若重物重量為 10 kgw ，則：

- (1) 兄弟倆的手臂各負重多少 kgw ？如何做才能讓兄弟兩人手臂負重相同？
- (2) 請問兄弟兩人合力最小值為多少？此時施力方向與鉛直線夾多少角度？

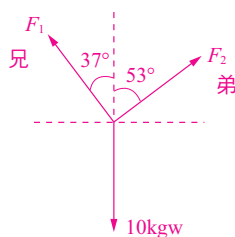


答 (1) 兄負重 8 kgw ，弟負重 6 kgw 。兩人手臂和鉛直線的夾角相同；(2) 10 kgw ，皆為 0 度。

解 (1) 拉密定理：
$$\frac{F_1}{\sin 127^\circ} = \frac{F_2}{\sin 143^\circ} = \frac{10}{\sin 90^\circ}$$

$$\therefore F_1 = 8 \text{ kgw}, F_2 = 6 \text{ kgw}$$

- (2) 水平方向合力抵銷，最小值為兩人皆只有垂直方向上的力，合力為 10 kgw 。

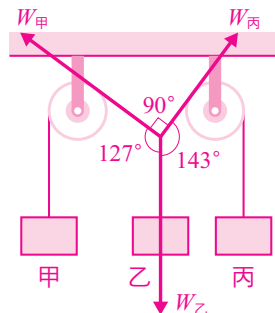
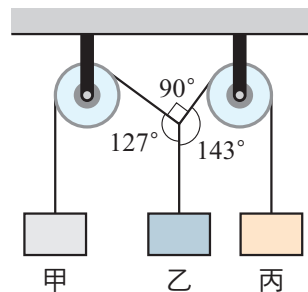


類題 甲、乙、丙三個物體在懸線下呈靜止，三力的夾角如右圖所示，則三者重量大小關係為何？

- (A) $W_{\text{丙}} > W_{\text{乙}} > W_{\text{甲}}$ (B) $W_{\text{乙}} > W_{\text{丙}} > W_{\text{甲}}$
 (C) $W_{\text{甲}} > W_{\text{乙}} > W_{\text{丙}}$ (D) $W_{\text{丙}} > W_{\text{甲}} > W_{\text{乙}}$
 (E) $W_{\text{甲}} = W_{\text{乙}} = W_{\text{丙}}$

答 (B)

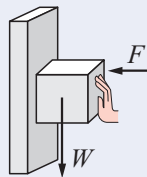
(由於三力平衡，符合拉密定律：
$$\frac{W_{\text{甲}}}{\sin 143^\circ} = \frac{W_{\text{乙}}}{\sin 90^\circ} = \frac{W_{\text{丙}}}{\sin 127^\circ},$$
故 $W_{\text{乙}} > W_{\text{丙}} > W_{\text{甲}}$ 。故選(B)。)



範例 6 靜力平衡

將重量 W 的物體以水平外力 F 壓在鉛直的牆面上，物體離地面有一段距離。若物體靜止不動，則下列敘述哪些正確？

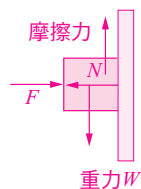
【109. 指考補考】



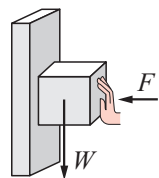
- (A) W 與 F 量值相等，才能達成靜力平衡
 (B) 牆對物體的作用力，在水平方向是正向力，且與 F 量值相等
 (C) 牆對物體的作用力，在鉛直方向是摩擦力，且與 F 量值相等
 (D) 鉛直方向的摩擦力與 W 量值相等，才能達成靜力平衡
 (E) 當水平外力 F 增大時，牆對物體的正向力增大，但摩擦力量值不變

答 (B)(D)(E)

解 如右圖， $N = F$ ， $W = f$ ；(A) W 與摩擦力 f 量值相等，達平衡；(E) 當 F 增大時， N 變大，但摩擦力仍然等於物重。故選(B)(D)(E)。



類題 如右圖所示，重量 W 的木塊，以水平外力 F 將木塊緊壓於一鉛直牆面上，讓木塊保持靜止不動。木塊所受的摩擦力為 f ，方向鉛直向上。牆面施於木塊的正向力為 N ，方向為水平向右。今讓 F 作用於木塊中點並逐漸將量值增大，則下列敘述哪些正確？

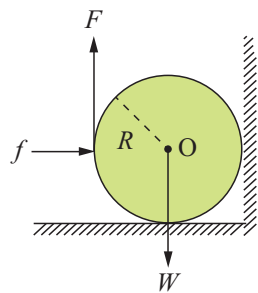


- (A) N 逐漸變大 (B) f 逐漸變小 (C) 木塊合力逐漸變大 (D) 正向力對木塊中點力矩逐漸變大 (E) 正向力對木塊中點力矩不變

答 (A)(E)

(A)(B) 因合力 $= 0$ ，可得 $\begin{cases} N = F \\ f = W \end{cases}$ ，所以 N 會隨 F 增加而增加，但 $f = W$ ，故保持不變；(C) 木塊靜止，故合力仍為 0；(D) F 通過木塊中點， F 增加對中點而言，力矩仍為 0；(E) 因合力矩為零： $\tau_N = \tau_f$ ，而 τ_f 不變，故 τ_N 不變。故選(A)(E)。

類題 一重量為 W 的均勻圓柱體，半徑為 R ，中心軸通過重心 O ，靜止置於一水平地板上。以一沿半徑通過 O 點的水平力 f 作用於圓柱體左側，使其右側緊靠著一鉛直的牆壁，並在 f 的作用點處施一向上之鉛直力 F ，使圓柱體仍與地板接觸而且保持靜力平衡，如右圖所示。若地板與牆壁均非光滑，且所有的力矩均以 O 點為參考點，則下列敘述哪些正確？

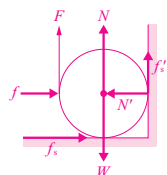


【101. 指考】

- (A) 作用於圓柱體的靜摩擦力，其總力矩的量值為 FR (B) 作用於圓柱體的靜摩擦力，其總力矩為零 (C) F 所產生的力矩量值為 FR (D) W 所產生的力矩量值為 WR (E) F 與 W 的量值一定相等

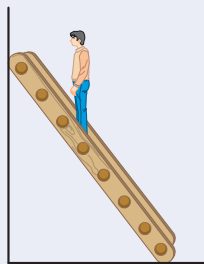
答 (A)(C)

(分析物體受力：利用靜力平衡條件得 $f + f_s = N'$ ， $F + N + f_s' = W$ ，及以 O 點為參考點，力矩總和為零，得到 F 產生力矩與靜摩擦力的力矩需等大反向，所以(A)(C)正確；(D) W 因通過 O 點，所以力矩為零；(E) 鉛直方向力的關係為 $F + N + f_s' = W$ 。故選(A)(C)。



範例 7 靜力平衡

如右圖所示，一長度 5.0 m、質量 20 kg 的均勻梯子，斜靠在完全光滑的牆壁上，且梯子頂端的高度是 4.0 m，梯子底端和牆角的距離是 3.0 m，且梯子和地面間的靜摩擦係數 $\mu_s = 0.5$ 。在梯子不滑倒的條件下，請問：



(1)當小南從梯底開始上爬，隨著高度增加，以下各種力有何變化？

①牆面正向力；②地面摩擦力；③地面正向力。

(2)質量 100 kg 的小南沿著梯子上爬，其所能到達梯子的最大高度約為多少 m？

答 (1)①增加；②增加；③不變；(2) 2.8 m

解 光滑牆面僅提供正向力設為 N_1 ，地面給予梯子正向力設為 N_2 ；

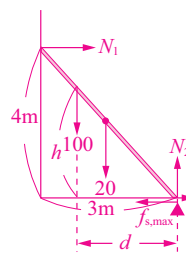
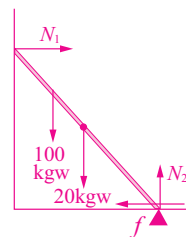
(1)以梯子底端為支點，平衡時 N_1 產生的 $\tau_{\text{順}} = (\text{人} + \text{梯重})$ 產生的 $\tau_{\text{逆}}$ ，故當人愈往上爬， $\tau_{\text{逆}}$ 愈大，故 $\tau_{\text{順}}$ 也要變大才足以抗衡， $\therefore N_1$ 增加，而 $N_1 = f$ ，故 f 也增加，而 $N_2 = 100 + 20 = 120 \text{ kgw}$ 則不變。

(2)由(1)可知，人爬愈高 f 愈大，當 $f = f_{s,\text{max}}$ ，就是高度的極限 h ，假設此時人和支點水平距離為 d 以梯底為支點， $f_{s,\text{max}} = \mu_s N_2 = 0.5 \times 120 = 60 \text{ kgw}$ 。

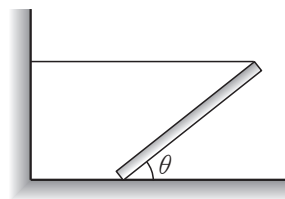
$$\begin{cases} N_1 = f_{s,\text{max}} = 60 \text{ kgw} \\ N_2 = 100 + 20 = 120 \text{ kgw} \end{cases}$$

轉動平衡： $60 \times 4 = 20 \times 1.5 + 100 \times d$ ， $\therefore d = 2.1 \text{ m}$ ，

故 $h = 2.1 \times \frac{4}{3} = 2.8 \text{ m}$ 。



類題 有一重量為 W 的均勻木棒，一端置於水平地面上，另一端以水平細繩繫至一鉛直牆壁，使木棒與地面夾 θ 角，如右圖所示。若已知 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，木棒與地面之間的靜摩擦係數為 0.75，則木棒所受到地面的摩擦力為若干？



【96. 指考】

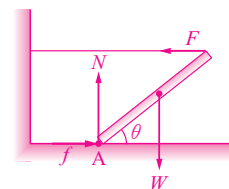
(A) $\frac{1}{3} W$ (B) $\frac{2}{3} W$ (C) $\frac{3}{4} W$ (D) W (E) $\frac{4}{3} W$

答 (B)

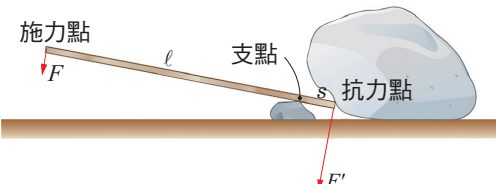
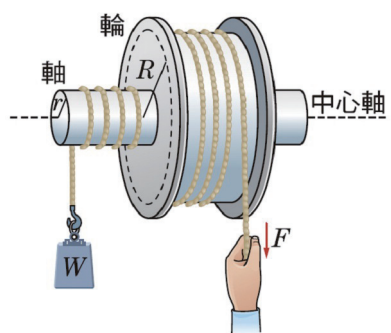
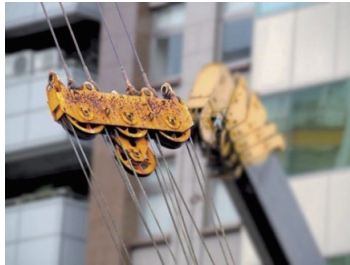
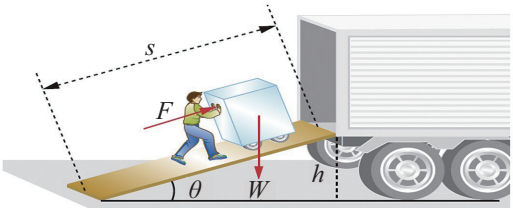
(木棒受力如右圖所示，以 A 為支點，由轉動平衡得 $W \left(\frac{L}{2} \cos \theta \right) = FL \sin \theta$ ，

$\therefore F = \frac{W}{2 \tan \theta} = \frac{2}{3} W$ ，再由移動平衡可得地面摩擦力 $f = F = \frac{2}{3} W$ 。

故選(B)。



學習概念 3 簡單機械 (補充資料)

簡單機械	實例	原理
槓桿 (lever) : 凡可繞著一固定點而轉動的硬棒，均可視為槓桿。		手施力 F 對支點所產生的力矩，必須至少等於抗力 F' 對同一支點所造成的力矩，即 $F\ell = F's$
輪軸 (wheel and axle) : 由兩個半徑不等的圓輪，固定在同一軸心上，這種機械稱為輪軸。		把軸心當做支點，則輪半徑 R 是輪上作用力的力臂，而軸半徑 r 是軸上作用力的力臂，則欲將物體拉高，施力 F 對中心軸所產生的力矩，必須至少等於物重 W 對中心軸造成的力矩，則 $RF = rW \Rightarrow F = \frac{r}{R} W$
滑輪 (pulley)		滑輪的適當組合不但可以改變施力的方向，也能省力。
斜面 (inclined plane)		斜面是一種傾斜的平板，能夠以相對較小的力將物體從低處提升至高處，設物重為 W ，斜面與水平地面之間的夾角為 θ ，不考慮摩擦力的情況，則人沿平行斜面方向至少需施力 $F = W \sin\theta$ ，才能推動物體，角度愈小愈省力

1

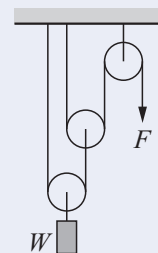
教師用書

貼心伴隨 · 敬請賜教

範例 8 滑輪組

如右圖所示，物體重量為 W ，若每個滑輪的重量均可忽略不計，則須施力 F 向下拉繩，恰可使系統維持平衡則 F 為何？

- (A) $\frac{W}{4}$ (B) $\frac{W}{2}$ (C) W (D) $2W$ (E) $3W$



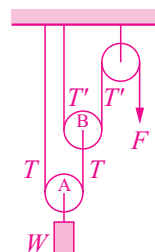
答 (A)

解 設每條繩子分別受力分別為 T' 與 T ，則系統受力如附圖所示；

分析 B 滑輪： $2T' = T$

分析 A 滑輪： $2T = W$

因 $F = T'$ ，故 $W = 2T = 4T' = 4F$ ，即 $F = \frac{W}{4}$ 。故選(A)。



類題 如右圖所示，物體與每個滑輪重量均為 W ，施力 F 向下拉繩，恰可使系統維持平衡，則 F 為何？

- (A) $\frac{W}{4}$ (B) $\frac{W}{2}$ (C) W (D) $2W$ (E) $3W$

答 (C)

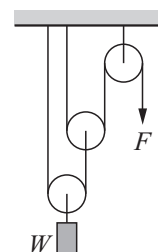
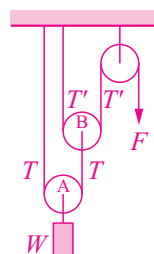
(設每條繩子分別受力分別為 T' 與 T ，則系統受力如附圖所示；

分析 B 滑輪： $2T' = W + T$

分析 A 滑輪： $2T = W + W = 2W$

由上兩式可得 $T = W = T'$

因 $F = T'$ ，故 $F = T' = W$ 。故選(C)。

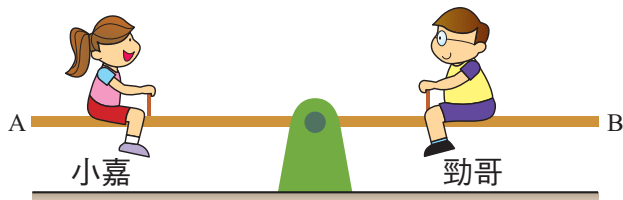


1-3

課後練習

單選題 (解析見解答本)

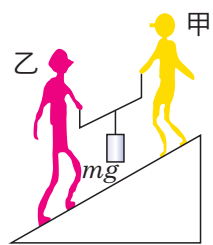
- (A) 1. 小嘉與勁哥兩人坐翹翹板如右圖，翹翹板總長為 8 m 的均勻木板，重量為 10 kgw，支點在木板的中點上，勁哥重 70 kgw，小嘉重



50 kgw，小嘉坐在翹翹板距離支點 3 m 處，而勁哥坐在距離支點 1.2 m 處，則最後達平衡時，翹翹板哪端會觸地，且翹翹板支架的支撐力為何？

- (A) A 端會觸地，翹翹板支架的支撐力為 113.5 kgw (B) A 端會觸地，翹翹板支架的支撐力為 130 kgw (C) B 端會觸地，翹翹板支架的支撐力為 113.5 kgw (D) B 端會觸地，翹翹板支架的支撐力為 130 kgw (E) 兩端均不會觸地，翹翹板支架的支撐力為 120 kgw

- (D) 2. 一重物以細繩固定於均勻木棒中心點，整個系統總重量為 mg 。甲、乙兩人站在斜坡上，從木棒兩端鉛直向上提起重物而達靜力平衡，如右圖所示。甲、乙兩人的施力量值分別為 $F_{\text{甲}}$ 與 $F_{\text{乙}}$ ，則下列敘述何者正確？

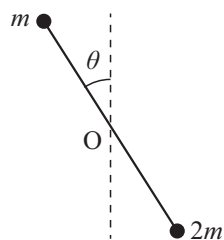


【99. 指考】

- (A) $F_{\text{甲}} < F_{\text{乙}}$ 且 $(F_{\text{甲}} + F_{\text{乙}}) < mg$ (B) $F_{\text{甲}} < F_{\text{乙}}$ 且 $(F_{\text{甲}} + F_{\text{乙}}) = mg$ (C) $F_{\text{甲}} < F_{\text{乙}}$ 且 $(F_{\text{甲}} + F_{\text{乙}}) > mg$ (D) $F_{\text{甲}} = F_{\text{乙}}$ 且 $(F_{\text{甲}} + F_{\text{乙}}) = mg$ (E) $F_{\text{甲}} > F_{\text{乙}}$ 且 $(F_{\text{甲}} + F_{\text{乙}}) > mg$

3. ~ 5. 題為題組

如右圖所示，一長度為 d ，質量可以忽略的細桿，其中心點 O 固定，兩端各有質量為 m 及 $2m$ 的質點；細桿與鉛直方向夾角 $\theta = 30^\circ$ ，設重力加速度量值為 g ，則：



- (B) 3. 重力對 O 點所產生的力矩量值為何？

- (A) $\frac{1}{2} mgd$ (B) $\frac{1}{4} mgd$ (C) $\frac{3}{4} mgd$ (D) $\frac{3}{2} mgd$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2} mgd$

- (E) 4. 若在 m 施一水平外力 F ，恰可使系統達靜止狀態，則 F 為何？

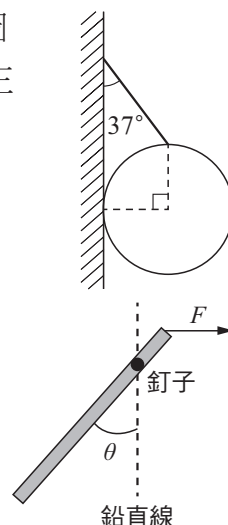
- (A) $\frac{1}{2} mg$ (B) $\frac{1}{4} mg$ (C) $\frac{3}{4} mg$ (D) mg (E) $\frac{\sqrt{3}}{3} mg$

- (B) 5. 承 4.，中心點 O 受力大小為何？

- (A) $\frac{10\sqrt{3}}{3} mg$ (B) $\sqrt{\frac{28}{3}} mg$ (C) $\frac{13}{4} mg$ (D) $3mg$ (E) $\frac{9+\sqrt{3}}{3} mg$

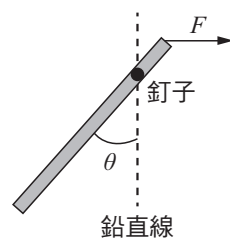
- (A) 6. 有一重量 420 gw 的均勻球體，以細繩懸於鉛直牆壁上，如右圖所示，當達平衡時，細繩與牆的夾角為 37° ，則此時牆對球的正向作用力量值為何？

(A) 180 gw (B) 240 gw (C) 252 gw
(D) 315 gw (E) 560 gw



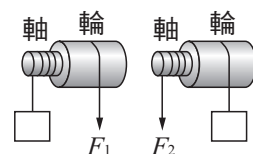
- (E) 7. 如右圖所示，一均勻細桿長 1 公尺，重量為 W ，在距離其上端 25 公分處以一釘子將此細桿釘在鉛直牆面上，使細桿可繞此釘子無摩擦地旋轉。若施一水平力 F 於其上端，使細桿與鉛垂線來 θ 角，則在平衡時作用於細桿的力 F 其量值為何？
($\theta = 37^\circ$)

(A) W (B) $\frac{4W}{3}$ (C) $\frac{5W}{3}$ (D) $\frac{5W}{4}$ (E) $\frac{3W}{4}$



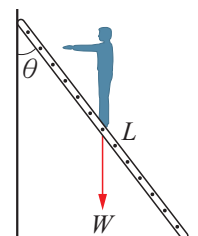
- (A) 8. 如右圖所示，是利用輪軸將重物提升的示意圖，其上各繞以繩線，當重物繞軸時，於繞輪施力至少需 F_1 才可將物拉起，當重物繞輪時，於繞軸施力至少需 F_2 ，則重物的重量為何？

(A) $\sqrt{F_1 F_2}$ (B) $F_1 + F_2$ (C) $\frac{F_1 + F_2}{2}$ (D) $\sqrt{\frac{F_1 F_2}{2}}$ (E) $F_1 - F_2$

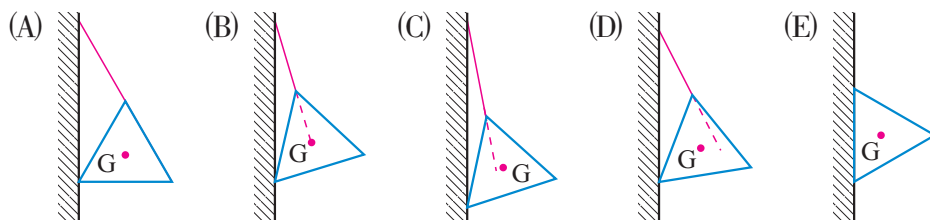


- (D) 9. 如右圖所示，一梯子長 L 重量不計，靠在光滑牆上，若一人重 W 站立於梯的中點，試求梯子和地面的作用力為何？
($\theta = 30^\circ$)

(A) $\frac{1}{4} W$ (B) $\sqrt{\frac{13}{18}} W$ (C) W (D) $\sqrt{\frac{13}{12}} W$ (E) $2W$

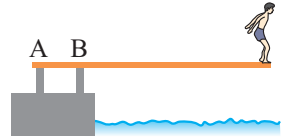


- (C) 10. 下列五圖表示一個正三角形均質木板懸於牆上之情形， G 為三角板之重心，若牆面光滑無摩擦，則下列何者最接近平衡狀態？



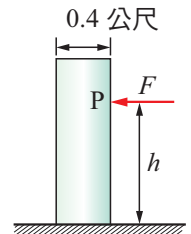
多選題

- (B D) 1. 一跳水選手站在跳板末端，跳板固定在 A、B 兩地樁上；若選手體重為 60 公斤重，跳板全長為 3 公尺而重量不計，兩地樁間隔為 50 cm，如右圖所示，則下列敘述哪些正確？



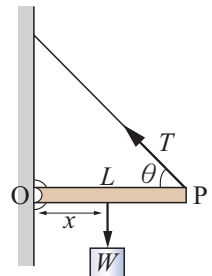
- (A) A 地樁施予跳板向上的力 (B) B 地樁施予跳板向上的力 (C) B 地樁施予跳板上的力比 A 地樁小 (D) B 地樁施予跳板的力為 360 公斤重 (E) A 地樁施予跳板的力為 320 公斤重

- (B E) 2. 如右圖所示，一木箱置於水平面上，已知木箱重 60 公斤重，箱與地面間的靜摩擦係數為 0.2。今施一水平力推此木箱，木箱恰好同時發生移動與傾斜現象，下列敘述哪些正確？



- (A) 地面對木箱的正向力量值為 75 公斤重 (B) 地面的摩擦力量值為 12 公斤重 (C) 水平力的量值為 15 公斤重 (D) P 點離地的高度為 1.5 公尺 (E) P 點離地的高度為 1.0 公尺

- (A D) 3. 一木棒長 L ，其重量可忽略，一端 O 以樞鈕固定於牆上，另一端 P 用輕繩懸於牆，使木棒成水平，而輕繩與木棒成 θ 之夾角，於木棒上距牆 x 處懸一重 W 的物體，其平衡狀態如右圖所示。若將木棒上懸重物之位置右移（即令 x 增大），則下列哪些數值將隨之增大？



- (A) 樞鈕施予木棒作用力的水平分量 (B) 樞鈕施予木棒作用力之垂直分量 (C) 樞鈕施予木棒作用力方向與水平方向的夾角 (D) 輕繩上張力的量值 (E) 施予木棒的三作用力方向延長線交點與 P 端的距離

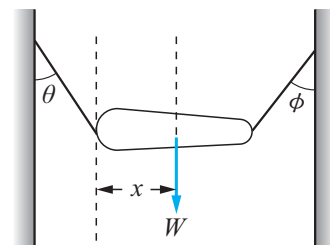
- (C D) 4. 有關簡單機械的運用，下列敘述哪些正確？

- E (A) 使用槓桿一定會省力 (B) 使用定滑輪的目的是為了省力 (C) 使用動滑輪的目的是為了省力 (D) 使用輪軸，若施力在輪上則費時 (E) 斜面與地面的斜角愈小則愈省力

非選題

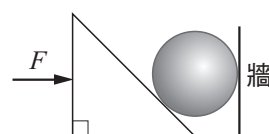
1. 一不均勻之木棒重 W ，由兩條繩懸掛於水平位置，如右圖所示，一繩與牆之夾角 $\theta = 37^\circ$ ，另一繩與牆之夾角 $\phi = 53^\circ$ ，若木棒長 $\ell = 20.0 \text{ cm}$ ，求木棒的重心到左端之距離 x 為多少 cm ？

答： 7.2 cm



2. 如右圖中圓柱體的重量為 6 kgw ，靜止的等腰直角三角形木塊重量為 4 kgw ，除水平地面有摩擦外，其餘接觸面均光滑。若施水平外力 F 等於 2 kgw 時，等腰三角形木塊呈平衡狀態，求等腰三角形木塊與圓柱體間的作用力為若干？

答： $6\sqrt{2} \text{ kgw}$



學習成效診斷

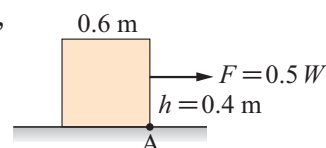
單選題 (解析見解答本)

- (C) 1. 質量為 2000 kg 的轎車，原本在水平地面上以等速度前進，接著駕駛急踩煞車，使車輪迅速停止轉動，在車輪不轉的情況下，轎車隨即減速滑行至靜止。若地面與輪胎間的動摩擦係數為 0.4 ，且取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，則減速滑行時的加速度量值為多少？

【100. 指考】

(A) 0 m/s^2 (B) 0.4 m/s^2 (C) 4 m/s^2 (D) 80 m/s^2 (E) 800 m/s^2

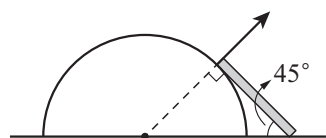
- (E) 2. 如右圖所示，重量為 W ，邊長為 0.6 m 的正立方體木塊，放在水平桌面上，木塊與桌面間的靜摩擦係數為 0.6 、動摩擦係數為 0.4 。假如在距桌面高度為 $h = 0.4 \text{ m}$ 處，對木塊施一水平力 $F = 0.5 W$ 作用時，則桌面對木塊所施正向力的施力點距 A 點的距離應為多少 m ？

(A) 0.5 (B) 0.4 (C) 0.3 (D) 0.2 (E) 0.1

- (C) 3. 小嘉推不動書櫃，於是他先將書本全部取出，再用小片地毯墊在書櫃底下，結果可輕易推動，下列關於這個過程中，有關摩擦力的敘述何者錯誤？

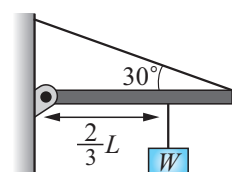
(A) 正向力越大，摩擦力越大 (B) 最大靜摩擦力的大小與接觸面的性質有關
(C) 小嘉剛開始推不動書櫃是因為當時他的水平推力小於靜摩擦力 (D) 推力須大於最大靜摩擦力才能開始推動 (E) 小片地毯的作用是為了改變與接觸面間的性質

- (D) 4. 如右圖所示，一均勻木棒重 W ，一端放在光滑半圓球面上，另一端放在水平面，與水平面夾 45° ，木棒與水平面間之靜摩擦係數為 0.4 ，當木棒達平衡時，木棒與水平面間的正向力為何？



(A) $\frac{\sqrt{2} W}{4}$ (B) $\frac{W}{4}$ (C) $\frac{3W}{8}$ (D) $\frac{3W}{4}$ (E) W

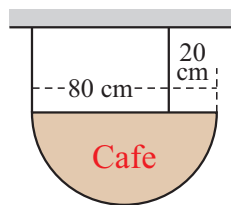
- (D) 5. 如右圖所示，一木棒長 L （重量可忽略不計），在距牆 $\frac{2}{3} L$ 處懸一重 W 之物體，一端以一樞鈕固定牆上，另一端用細繩與水平成 30° 夾角懸於牆上使其平衡，則牆上樞鈕作用於木棒之作用力量值為何？



(A) $\frac{1}{2} W$ (B) $\frac{4}{3} W$ (C) $\frac{3}{4} W$ (D) $\frac{\sqrt{13}}{3} W$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{5} W$

- (D) 6. 一半圓形鐵牌，以兩條細繩懸吊於天花板，如右圖所示，若鐵牌的質量分布均勻，重量為 W ，直徑為 1 m ，則右邊細繩上的張力為多少？

(A) $\frac{1}{4} W$ (B) $\frac{2}{5} W$ (C) $\frac{1}{2} W$ (D) $\frac{5}{8} W$ (E) W



- (E) 7. 下列關於靜力平衡的敘述何者正確？

(A) 數力作用於物體上，若合力為零，則物體必平衡 (B) 物體受力而平衡時，物體必靜止 (C) 三力作用於物體上而平衡時，三力之作用力線必通過同一點 (D) 合力矩為零，合力也必為零 (E) 施一力使門打開的轉動力矩，與力和力臂的乘積成正比

- (D) 8. 以手握住鉛直的尺靜止時，下列何者為影響摩擦力大小的主要因素？

(A) 手施的力 (B) 手握住的面積 (C) 尺上塗有潤滑劑與否 (D) 尺的重量 (E) 尺的材質

- (C) 9. 在水平筆直的道路，摩托車因太慢煞車而撞上正前方靜止等候紅燈的汽車，若摩托車開始煞車前的車速為 20 m/s ，且警察在地面上量到碰撞前摩托車的直線煞車痕為 16 m 。假設摩托車在煞車過程中輪胎鎖死而不轉動，且輪胎與路面的動摩擦係數為 0.8 ，忽略其他阻力，取重力加速度為 10 m/s^2 ，則與汽車接觸前瞬間摩托車的車速為多少 m/s ？

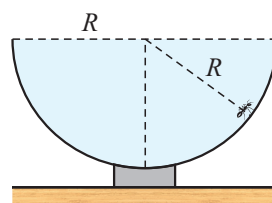
【104. 指考】

(A) 0 (B) 6 (C) 12 (D) 24 (E) 36

10.、11. 題為題組

一隻質量為 m 的螞蟻在半徑為 R 之半圓形固定碗壁內沿壁上爬，若螞蟻可爬升之最大鉛直高度距離碗底 $\frac{2R}{5}$ ，如右圖所示，則：（設重

力加速度量值為 g ）



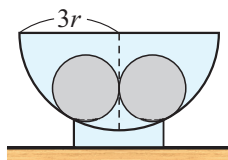
- (C) 10. 螞蟻和碗壁間之靜摩擦力為何？

(A) $\frac{4}{3} mg$ (B) $\frac{3}{4} mg$ (C) $\frac{4}{5} mg$ (D) mg (E) $\frac{3}{5} mg$

- (A) 11. 螞蟻和碗壁間之靜摩擦係數為何？

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) 1 (E) $\frac{3}{5}$

- (A) 12. 右圖為半徑 $3r$ 之半球形碗，內置二個半徑 r 之小球，球重 W ，當呈平衡時二球間之兩相互作用力 X 及球對碗壁之作用力 Y 分別為何？



- (A) $X = \frac{W}{\sqrt{3}}$, $Y = \frac{2W}{\sqrt{3}}$ (B) $X = \frac{2W}{\sqrt{3}}$, $Y = \frac{W}{\sqrt{2}}$ (C) $X = \frac{W}{\sqrt{2}}$, $Y = \frac{W}{\sqrt{3}}$
 (D) $X = Y = \frac{2W}{\sqrt{3}}$ (E) $X = \frac{W}{\sqrt{3}}$, $Y = \sqrt{2} W$

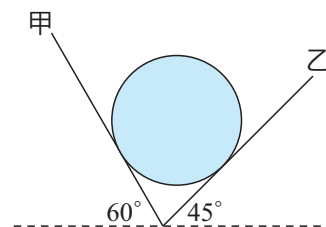
- (B) 13. 一個物體同時受到兩力作用， $\vec{F}_1 = (3, -5)$ ， $\vec{F}_2 = (2, -7)$ (單位：N)，則該物體所受合力的量值為多少 N？

- (A) 6 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 20

- (D) 14. 有關靜力平衡觀念之敘述，下列何者錯誤？

- (A) 當一物處於靜力平衡時，作用於物體上互不平行的諸力，可構成一封閉的多邊形 (B) 當一物處於靜力平衡時，作用於物體上的諸力，對任意支點之合力矩必為零 (C) 當一物所受外力合力為零，且外力之合力矩為零時，物體不一定達到靜力平衡 (D) 一物體受量值相等、方向相反之二力作用，則必成靜力平衡狀態 (E) 一物體受互不平行的三力作用且平衡時，此三力必須共點

- (C) 15. 如右圖所示，一重量為 W 的均勻圓球，架在底緣相靠的甲、乙兩光滑平板上，甲板與水平面成 60° 角，乙板與水平面成 45° 角，設板與球間無摩擦力，則甲板施於球的作用力量值為何？



- (A) $\frac{2}{1+2\sqrt{3}} W$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}} W$ (C) $(\sqrt{3} - 1) W$
 (D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} W$ (E) $(3 - \sqrt{3}) W$

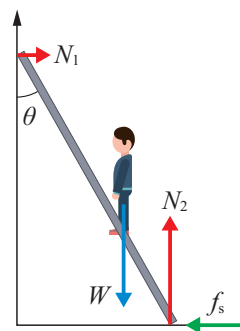
多選題

- (A C) 1. 下列敘述，哪些正確？

E

- (A) 力矩為一向量，是影響物體轉動之物理量
 (B) 若兩力對物體作用之力矩和為零，則兩力之和亦必為零
 (C) 物體受三力作用成力平衡時，若三力不平行，則此三力必在同一平面上，且三力作用線必交於一點
 (D) 承(C)，任兩力量值之和等於第三力的量值
 (E) 承(C)，此物可能靜止或等速運動

- (A C) 2. 如右圖所示，一梯子上端斜靠鉛直光滑牆面，梯與牆之夾角為 θ ，梯的下端在水平地面上，梯長為 L ，其質量可以不計。重量為 W 的小嘉，直立於梯上 $\frac{L}{3}$ 處（沿梯自下端量起），則下列敘述哪些正確？

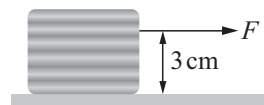


- (A) 梯施予小嘉之力為 W (B) 牆施予梯的正向力為 $\frac{W}{3}$ (C) 地面施予梯的摩擦力為 $\frac{W \tan \theta}{3}$ (D) 若小嘉往上爬到 $\frac{L}{2}$ 處，梯便開始下滑，則梯與地面間的靜摩擦係數為 $\frac{\tan \theta}{2}$ (E) 承(D)此時地面施予梯的摩擦力為 $\frac{W \tan \theta}{3}$

- (B D) 3. 一木塊在水平桌面上平移滑動，因為摩擦力的作用，最後會停下來。此木塊的質量為 m ，初速為 v ，木塊與桌面間的靜摩擦係數為 μ_s 、動摩擦係數為 μ_k 、重力加速度為 g ，假設以上參數皆可變化，則改變哪些參數，會使木塊由開始平移運動到完全停下前所行經的距離產生變化？ 【107. 指考】

- (A) m (B) v (C) μ_s (D) μ_k (E) g

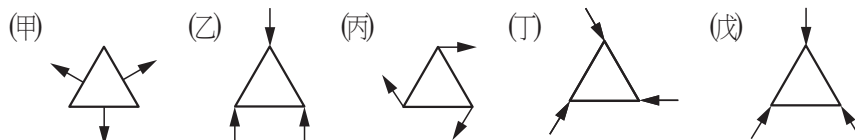
- (B C) 4. 質量 2.0 kg ，長、寬、高為 5.0 cm 、 5.0 cm 、 4.0 cm 的均勻木塊，置放在水平桌面上。在距桌面高 3 cm 處，施一水



平力 F 向右，已知 $F = 5.0 \text{ N}$ 時方能拉動靜止的木塊，木塊拉動後， $F = 2.0 \text{ N}$ 即可使之作等速滑動，則下列敘述哪些正確？（ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ） 【92. 指考】

- (A) 木塊與桌面間之靜摩擦係數為 0.20 (B) 木塊作等速度滑動時，作用於木塊的合力矩為零 (C) 木塊作等速度滑動時，桌面施於木塊之正向力，對通過木塊質心（轉軸垂直於紙面）所施的力矩量值為 $0.06 \text{ N} \cdot \text{m}$ (D) 木塊被拉動後，若 $F = 5.0 \text{ N}$ ，則木塊的加速度為 2.5 m/s^2 (E) 當木塊以 $v = 1.0 \text{ m/s}$ 的等速率運動時，若改施以 $F = 4.0 \text{ N}$ 的力，則在 2 s 後，木塊速率變為 3.0 m/s

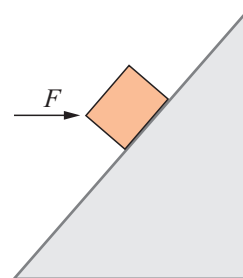
- (C D) 5. 在光滑水平面上，有一正三角形的均勻面板，現以如下圖所示的幾種方式施水平力，圖中各力的量值都相等（施力與面板邊緣的夾角為 0° 、 60° 、 90° 、 120° 或 150° ）。試問下列圖中，哪些施力方式會使面板轉動而不會移動？ 【94. 指考】



- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁 (E) 戊

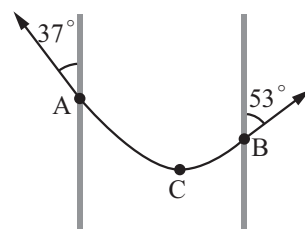
非選題

1. 如右圖所示，重 W 之物置放在斜面上，斜面和水平面的夾角是 θ ，斜面和物體間的靜摩擦係數為 μ_s ，試回答下列問題：
- (1) 今欲施一水平力 F 使物體靜止在斜面上，求斜面施予物體的正向力為若干？
- (2) 為了避免物體上滑，此水平力 F 最大不能超過多少？



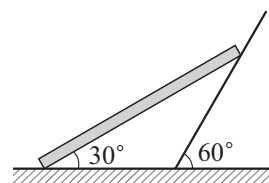
答：(1) $F \sin \theta + W \cos \theta$ ；(2) $\frac{\mu_s \cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} W$

2. 一重量為 $2W$ 的均勻鐵鍊懸吊於兩壁之間，如右圖所示，角度已標示於圖中。若圖中位置 C 為鐵鍊的最低點，則：
- (1) A 點處牆壁所受鐵鍊的拉力量值為若干？
- (2) B 點處牆壁所受鐵鍊的拉力量值為若干？
- (3) C 點處的張力量值為若干？
- (4) 鐵鍊左半部 A 至 C 的重量為若干？



答：(1) $\frac{8}{5} W$ ；(2) $\frac{6}{5} W$ ；(3) $\frac{24}{25} W$ ；(4) $\frac{32}{25} W$

3. 如右圖所示，一均勻木棒重 W ，一端置於粗糙的地面上，另一端置於斜角 60° 的光滑斜面上，若此木棒與地面成 30° 角，求地面對木棒的作用力為若干？



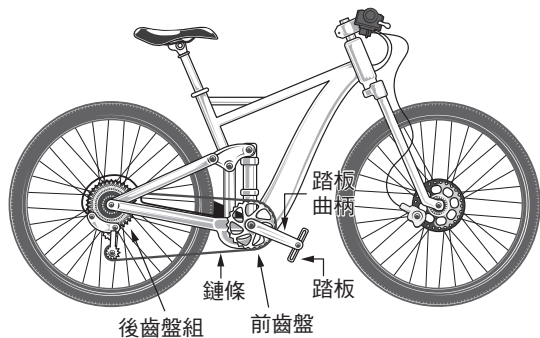
答： $\frac{\sqrt{3}}{2} W$

混合題

1. ~ 3. 題為題組

◎ 一台具有三段變速系統的腳踏車（如右圖），其前齒盤的齒數為 38 齒，後齒盤組有相同轉軸但齒數分別為 14、19 與 26 齒的 3 個齒盤。鏈條套在前齒盤和後齒盤上，當前齒盤轉動 1 齒，後齒輪盤也跟著轉動 1 齒；且齒盤齒數與齒盤半徑成正比。

【113. 分科】



(A D) 1. 齒數為 n 的齒盤邊緣的切線速度定為

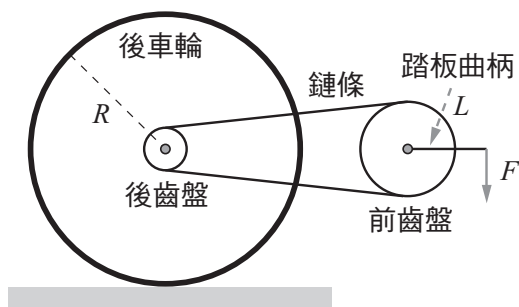
v_n 、角速度定為 ω_n 、法線加速度（向心加速度）定為 a_{Nn} 。若變速系統將鏈條套在前齒盤與齒數 19 齒的後齒盤上，當前、後齒盤轉動時，下列敘述哪些正確？（多選）

(A) 後齒盤： $v_{26} / v_{14} = 13 / 7$ (B) 後齒盤： $\omega_{26} / \omega_{14} = 7 / 13$

(C) 後齒盤： $a_{N26} / a_{N14} = 1$ (D) 前齒盤與後齒盤： $\omega_{38} / \omega_{19} = 1 / 2$

(E) 前齒盤與後齒盤： $v_{38} / v_{19} = 2$

2. 右圖為腳踏車驅動過程的示意圖：（i）騎士對踏板施力，經長度 L 的踏板曲柄對前齒盤的轉軸產生力矩、（ii）使前齒盤轉動並施力於鏈條上、（iii）鏈條上的力傳遞至後齒盤產生力矩、（iv）後齒盤將此力矩傳遞至驅動輪（後輪），即為腳踏車的驅動力矩驅使車輪轉動。



承第 1 題，當腳踩踏板的垂直力為 F 且車輪相對於路面為靜止狀態時，回答下列問題：

(1) F 經由踏板曲柄對前齒盤轉軸產生的力矩的量值為何？

(2) F 經由踏板曲柄對腳踏車後輪產生的力矩的量值為何？（需有計算過程）

答：(1) LF ；(2) $LF / 2$

3. 車輪轉動對路面產生往後的摩擦力，路面也同時對車輪施加往前的反作用力，此即為驅動腳踏車往前的力。已知後輪的半徑為 R ，若以腳踩踏板施加相同垂直力 F 於長度 L 的踏板曲柄上（如上題題圖），且車輪相對於路面為靜止狀態時，改變前齒盤與後齒盤之間的齒數比，使鏈條對後輪產生最大驅動力矩，則此時僅由 F 所產生驅動腳踏車往前的最大的力為何？（需有說明或計算過程）

答： $\frac{13LF}{19R}$

科學素養新焦點



1

在一年一度的梨泰高中園遊會中，這一次勁哥擔任科學班闖關的關主。這一關名為：「筷子提小米」，他出了一道題目：「如何利用一根筷子提起一杯米粒？」現場道具如下：相同的竹筷子數支、空養樂多瓶、中杯咖啡杯、足量的米粒與綠豆。



挑戰者小嘉同學思考了一下後，順利破解，他將養樂多瓶裝滿米後，用手蓋住瓶口後輕敲瓶身數下，使米粒紮實，接著把竹筷子插入，然後握住筷子，即可把整杯米跟著竹筷子提起靜止在空中喔！



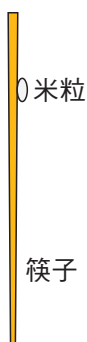
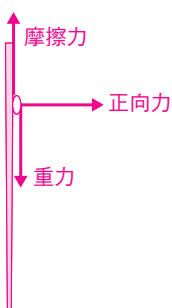
(1. 考慮瓶子與米整體為受力對象，能夠提起整杯米主要是利用米粒和筷子間向上的摩擦力，來克服瓶子與米向下的重力。所以當米粒被壓得越紮實，則愈有更多的米粒與筷子接觸，筷子與米粒間的總摩擦力就愈大，阻止彼此間的相對運動，使得插在容器中的筷子可以將整杯米提上來。故選(C)(E)。)

(C E) 1. 關於此次闖關挑戰能成功，使瓶子與米粒不掉落能靜止在空中，小嘉的做法原理，下列敘述哪些正確？（多選）

(A)利用竹筷子與米粒之間的萬有引力來克服養樂多瓶與米粒的總重量 (B)使米粒紮實的目的是為了增加更多的米粒質量，增加彼此間的萬有引力 (C)利用竹筷子與米粒之間的摩擦力來克服養樂多瓶與米粒的總重量 (D)利用竹筷子與米粒之間的正向力來克服養樂多瓶與米粒的總重量 (E)使米粒紮實的目的是為了增加更多米粒與竹筷子的接觸，提供更多的摩擦力

2. 請由右圖，考慮米粒為受力對象時，畫出其力圖，並說明力量名稱。

答：



- (E) 3. 勁哥再度出題，他改用中杯的咖啡杯，其容量較養樂多瓶大，可以選擇填充約 9 分滿的米粒或綠豆，要小嘉再度挑戰，能否提起杯子與米粒靜止在空中，但是只有 3 次挑戰機會。小嘉為了把握僅有的機會，於是在出手前先思考可行的方式，你覺得下列哪個方法成功機會最高？

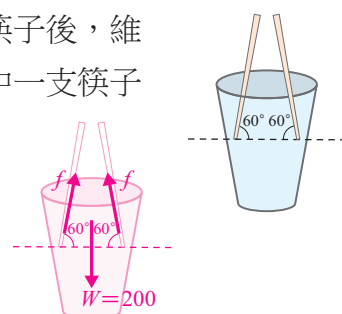
(A) 筷子細端插入，但減少竹筷子在米粒中的深度 (B) 搖晃使米粒成為寬鬆的空間，再將筷子細端插入 (C) 將米粒改成綠豆，再將筷子細端插入 (D) 將米粒改成綠豆，再將竹筷子改成粗端插入米粒中 (E) 維持米粒，將竹筷子粗端插入米粒中至容器底部

(3. 維持米粒的原因在於，米粒顆粒小增加與筷子接觸的機會，較能避免綠豆因有縫隙，造成減少接觸到筷子的機會。而增加筷子在米粒中的深度，或是換成粗端插入，也是有同樣的目的，增加與筷子的接觸。故選(E)。)

4. 有一杯米的總重量為 200 克重，勁哥打算利用右圖的方式握住筷子後，維持整杯米靜止在空中，若考慮兩支筷子放置方式對稱，請問其中一支筷子與米粒間的總摩擦力約為若干克重？

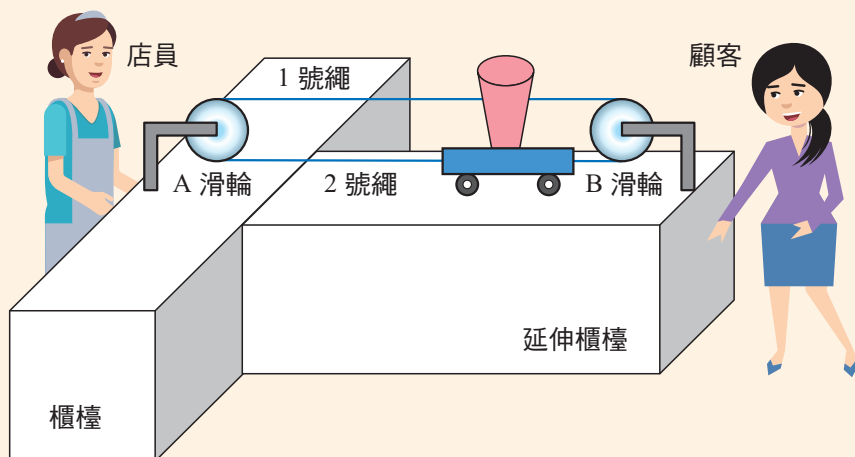
答：115 克重

$$(4. 2 \times f \sin 60^\circ = 200, \\ f = \frac{200}{\sqrt{3}} \approx 115 \text{ 克重。})$$



2020 年，全球在武漢肺炎（COVID-19）肆虐下，建立不少防疫方式與觀念，包含出入人潮擁擠的環境中配戴口罩、勤用肥皂洗手，還有保持適當的社交距離。有家手搖飲店，為了避免與客人因近距離的接觸，造成飛沫傳染的風險，於是在傳統的櫃台前，設計了一個滑車，與兩個定滑輪的裝置，如下圖所示，其中 A 滑輪在店員側，B 滑輪在顧客面前，透過拉 1 號繩將飲料送至顧客面前，再請顧客將金額放置臺車上，再由店員拉 2 號繩，將金額收回。

哇！這的確是個有趣簡單且能達成自我保護的一種創意設計！



- (B) 5. 飲料杯能跟著滑車無相對運動，一起送至顧客面前的主要原因為何？

(A)飲料杯因受到繩子所提供的向右拉力作用而前進 (B)飲料杯受到與滑車之間向右的靜摩擦力作用而前進 (C)飲料杯受到與滑車之間向右的動摩擦力作用而前進 (D)飲料杯受到店員所提供向右的推力用而前進 (E)飲料杯受到顧客所提供向右的拉力用而前進

(5. 考慮飲料杯為受力對象，其未與繩子、店員、顧客接觸，故不能受其提供的作用力。飲料杯能前進，靠的是與滑車接觸面間向右的摩擦力，而因與滑車間無相對滑動，故為靜摩擦力。故選(B)。)

- (B C) 6. 若店員拉 1 號繩時太心急，一時施力過大，導致飲料杯掉落滑車後方，請判斷針對其發生過程下列敘述哪些正確？（多選）

(A)滑車因受拉力向前，飲料杯相對向前，其接觸面間的動摩擦力作用於飲料杯方向向左 (B)滑車因受拉力向前，飲料杯相對向後，其接觸面間的動摩擦力作用於飲料杯方向向右 (C)飲料杯向右的位移小於滑車向右的位移 (D)飲料杯向右的位移等於滑車向右的位移 (E)飲料杯向左的位移大於滑車向右的位移

(6. (A)(B)滑車因受拉力向前，飲料杯相對向後，兩者接觸面間產生相對滑動，故為動摩擦力，而摩擦力方向與物體欲離開接觸面方向相反，故對飲料杯而言為向右；(C)(D)(E)飲料杯與滑車因產生相對運動，其加速度不同，造成向右位移不等，當飲料杯位移小於滑車位移時，飲料杯即會掉落滑車後方。故選(B)(C)。)

7. 若飲料杯質量為 m ，滑車質量為 M ，重力加速度為 g ，飲料杯與滑車接觸面間的靜摩擦係數為 μ_s ，動摩擦係數為 μ_k ，在忽略滑輪與繩子間摩擦阻力與滑車與櫃檯面間的摩擦力，當 2 號繩鬆弛，1 號繩張緊時，欲使飲料杯能與滑車一起前進，所需提供給 1 號繩的最大拉力為若干？

答： $(M + m)g\mu_s$

- (7. 考慮飲料杯為受力對象（下圖 1），欲使飲料杯能與滑車一起前進的最大加速度是發生在飲料杯與滑車間為最大靜摩擦力時： $f_{s, \max} = ma \Rightarrow mg\mu_s = ma$ ， $a = g\mu_s$ 。考慮滑車與飲料杯為受力對象（下圖 2），張緊的 1 號繩拉力一起拉動飲料杯與滑車使其具有相同加速度， $T = (M + m) \times a = (M + m)g\mu_s$ 。)

