

# 2

## 聲波

2-1 聲波的傳播

2-2 基音與泛音

2-3 聲音的共振



# 2-1

# 聲波的傳播



## 教學策略

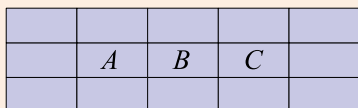
### 一、傳遞聲波的介質

1. 聲波的介質：聲波是力學波，必須要有介質才能傳播，日常生活中的所有物質皆可以作為傳遞聲波的介質，例如金屬、玻璃、水、體內的骨骼與肌肉等。（提醒同學下次上游泳課時，可潛入水面下，聽聽看泳池旁的對話聲，從空氣聽到的聲音與從水中聽到的有何不同。）
2. 介質的振動：固體介質可以傳遞橫向與縱向的擾動，因此固體介質可以傳播橫波與縱波；而流體介質無法傳遞橫向擾動，因此不能傳播橫波，只能傳播縱波。

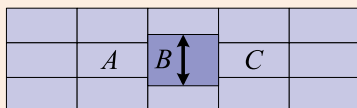
#### 參考補充／縱波與橫波

由於流體沒有固定的形狀，若於流體內任取一小體積元素（以下簡稱為體積素），則鄰近的流體對該小體積素，將只有垂直於其表面的正向力，而無平行於其表面的切向力；即使流體處於不平衡狀態，其相鄰各部分之間，也都不會出現切向力。但固體介質除了能承受正向力外，也能承受切向力。因此固體與流體介質中的波動，其傳播方式與特性有些不同，此點可藉由圖 (a) 所示的模型來說明。

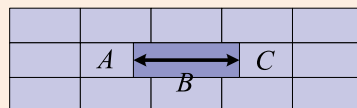
圖 (a) 所示為處於平衡狀態的流體或固體介質，圖中各方塊代表該介質的體積素，其平衡位置如圖所示。垂直於  $ABC$  連線的方向稱為橫向，而沿  $ABC$  的方向則稱為縱向。



▲ 圖 (a) 聲波介質的模型。



▲ 圖 (b) 橫向擾動。



▲ 圖 (c) 縱向擾動。

假設如圖 (b) 所示，流體介質中的方塊  $B$  受到了橫向擾動，則方塊  $B$  與緊鄰的方塊  $A$  或  $C$  之間，不會有沿切面方向的作用力，即方塊  $B$  無法帶動方塊  $A$  與  $C$ ，使它們也一起發生橫向的擾動，因此方塊  $B$  的擾動，並不能在整個介質中引起縱向的波動；換言之，流體介質無法傳播橫波。但對固體介質而言，方塊  $B$  出現橫向擾動後，緊鄰的方塊  $A$  或  $C$ ，會受到沿切面方向的作用力，因此，方塊  $A$  與  $C$  也就會跟著出現橫向的擾動，並帶動其緊鄰的其他方塊，產生橫向的擾動，沿著縱向傳播出去，而形成橫波。

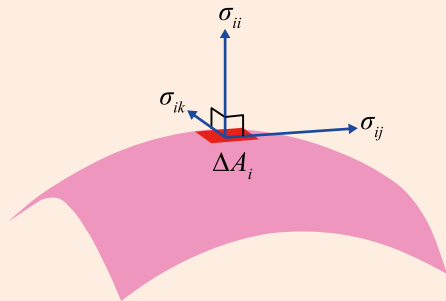
假設如圖 (c) 所示，方塊  $B$  出現縱向擾動，則不管是流體或固體的介質，都會出現正向力，使緊鄰的方塊  $A$  與  $C$ ，也跟著出現縱向的擾動。此時介質位移的方向與波動的傳播方向平行，這種波稱為縱波。以空氣或水為介質的聲波，一般就是以這種方式傳播。

## 參考補充／ 正向應力與切應力

在連續介質中，介質的應力定義為單位面積所受的作用力。以公式表示為

$$\sigma_{ij} = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta F_j}{\Delta A_i}$$

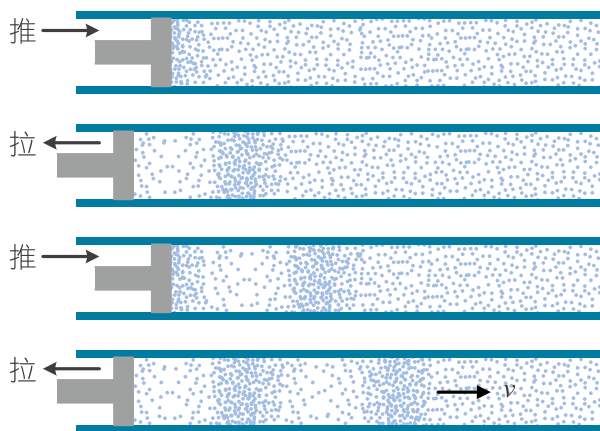
其中  $\sigma_{ij}$  為應力， $\Delta F_j$  為介質在  $j$  方向所受的作用力， $\Delta A_i$  為介質在  $i$  方向的受力面積。如果受力面積與施力方向垂直，即面積法向量與施力方向平行，則此部分的應力分量稱為正向應力（normal stress），如右圖中的  $\sigma_{ii}$ ；如果受力面積與施力方向平行，即面積法向量與施力方向垂直，這部分的應力分量則稱為切應力（shear stress），如右圖中的  $\sigma_{ij}$  與  $\sigma_{ik}$ 。



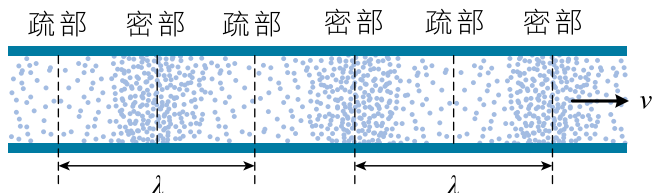
## 二、疏密相間的縱波

長管中的聲波：以活塞作簡諧運動推拉長管中的空氣為例，則

1. 活塞右移：鄰近活塞的空氣因被壓縮，其密度及壓力增加，稱為密部。
2. 活塞左移：鄰近活塞的空氣會膨脹，其密度及壓力降低，稱為疏部。
3. 疏密波：當活塞作簡諧運動時，鄰近活塞的空氣密度會隨之改變，產生疏、密相間的週期波向前傳遞，因此聲波也稱為疏密波。
4. 聲波的波長：兩相鄰密部（疏部）中心的距離，而聲波的頻率則與活塞作簡諧運動的頻率相同。



長管中的聲波。



聲波的波長。

### 三、空氣分子的位移

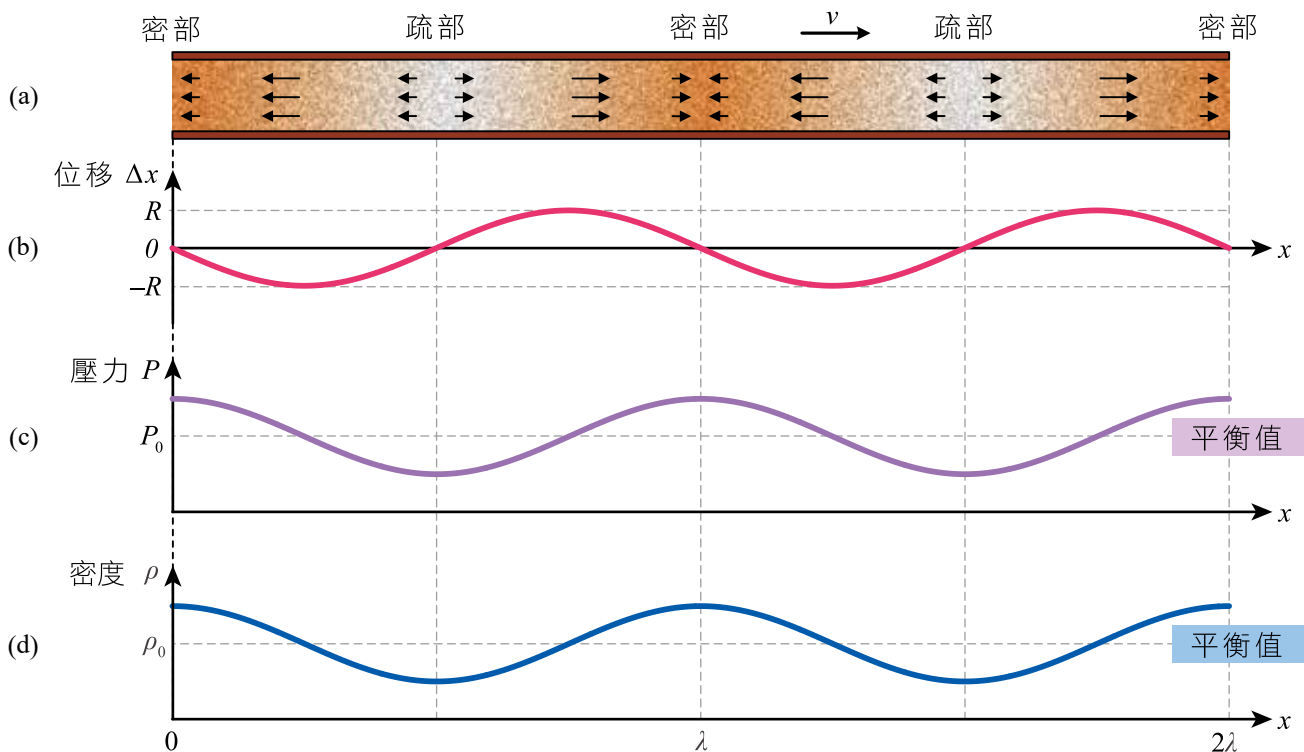
1. 聲波在長管中傳遞使空氣分子位移：

(1) 聲波在長管中傳遞時，傳播聲波的空氣分子在平衡位置左右來回振動。

(2) 密部左邊的質點位移向右、右邊的質點位移向左，故被擠壓而形成密部，密部的中央位置質點的位移為零，如下圖 (a) 所示。

(3) 疏部左邊的質點位移向左、右邊的質點位移向右，故質點向兩旁散開而形成疏部，疏部的中央位置質點的位移亦為零。

2. 位移  $\Delta x$  與位置  $x$  的關係圖：以分子的平衡點位置為橫軸、偏離平衡點的位移為縱軸，且以分子的位移向右為正、向左為負，則密部右邊到疏部之間的質點位移為負，而疏部右邊到密部之間的質點位移為正，如此可得空氣分子的振動位移  $\Delta x$  與位置  $x$  的函數圖，如下圖 (b) 所示，其中密部中央和疏部中央皆為質點作簡諧運動的平衡點，故位移皆為零。



3. 壓力  $P$  (密度  $\rho$ ) 與位置  $x$  的關係圖：密部的空氣壓力和密度都是最大值的的地方，而疏部則是空氣壓力和密度最小值的地方，且密部中央與疏部中央兩者的中點處恰好是空氣壓力和密度處在平衡值的位置，如上圖 (c)、(d) 所示。

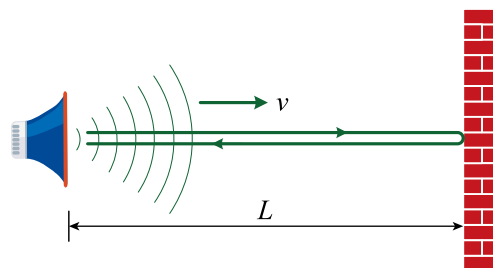
4. 位移  $\Delta x$  與壓力  $P$  (密度  $\rho$ ) 的關係：位移量值最大處，壓力變化恰好為零；位移為零處，壓力變化的量值恰好最大。



## 四、聲波波速

1. 空氣中的聲速：若忽略溼度的影響，在攝氏零度的乾燥空氣中，聲波的傳播速率約為 331 公尺 / 秒。溫度每上升  $1^{\circ}\text{C}$  時，聲速會增加 0.6 公尺 / 秒，所以在溫度為  $T^{\circ}\text{C}$  時，乾燥空氣中的聲速  $v$  為  $v \approx (331 + 0.6T)\text{m/s}$
2. 不同介質中的聲速：一般來說，聲音在固態介質中的傳播速率最快，液體次之，在氣態中傳播最慢。

3. 回音：聲波遇到障礙物會反射，若反射聲波與原聲波間隔 0.1 秒以上，人耳即能分辨出兩種聲響，這就是回音現象。如圖所示，聲波來回的路徑長為  $2L$ ，若溫度為  $15^{\circ}\text{C}$ ，則聲速  $v \approx 331 + 0.6 \times 15 = 340$  公尺 / 秒，故



$$L = \frac{v\Delta t}{2} \geq \frac{340 \times 0.1}{2} = 17(\text{m})$$

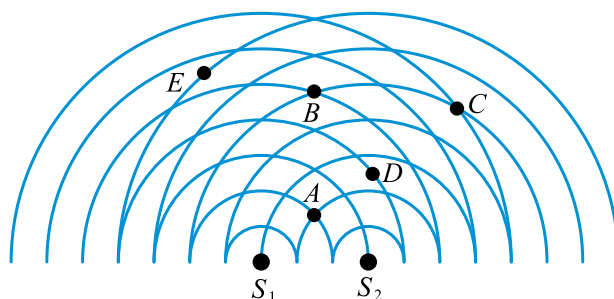
即波源與障礙物之間的距離須大於 17 公尺以上，人耳方能分辨回音。

4. 聲波的干涉：

- (1) 當兩個點波源發出頻率、波長、振幅皆相同的同相聲波時，其干涉情形與水波的干涉類似：當兩聲波重疊形成建設性干涉時，聲音聽起來較大聲；若形成破壞性干涉時，則聲音聽起來較小聲。
- (2) 如圖所示，兩波源  $S_1$ 、 $S_2$  發出同相聲波，腹點、節點與兩點波源的波程差  $D$  之關係為

$$D = \begin{cases} n\lambda, & n = 0, 1, 2, \dots \text{腹點 (聲音最強)} \\ (2m-1)\frac{\lambda}{2}, & m = 1, 2, 3, \dots \text{節點 (聲音最弱)} \end{cases}$$

- (3) 圖中的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點為腹點，故聲音相對最強；而  $D$ 、 $E$  兩點為節點，故聲音相對最弱。

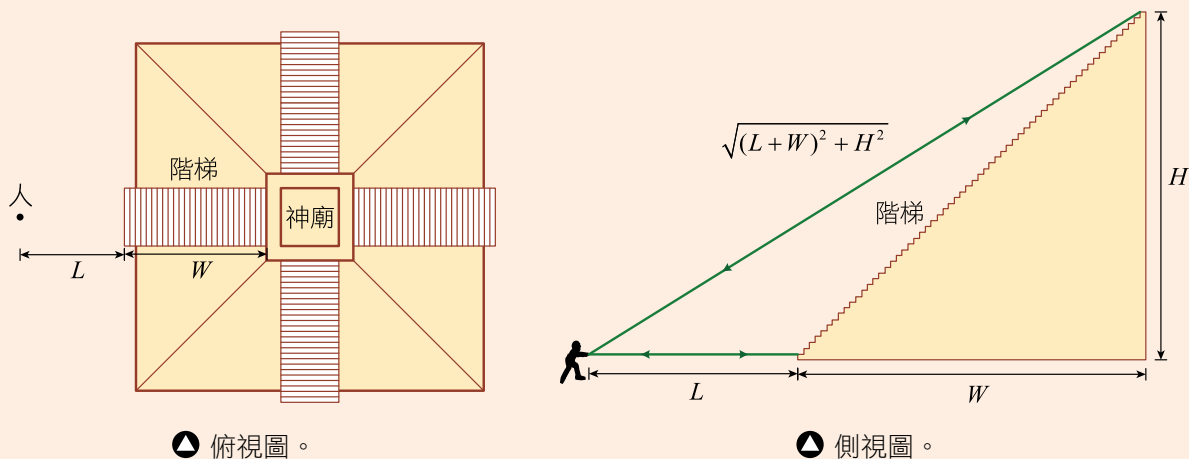


## 參考補充／ 聲波

1. 聲波的種類：人耳可以聽到的聲波頻率，一般介於 20 赫到 20000 赫之間。頻率低於 20 赫的聲波稱為次聲波（infrasound），次聲波的波長較長，因此能繞過大型障礙物而產生繞射，且不易被水和空氣所吸收，所以可傳播較遠的距離；而頻率高於 20000 赫的聲波稱為超音波或超聲波（ultrasound），超聲波波長較短，可以穿透肌肉及軟組織，因此常用於醫學檢測，軍事上可應用於雷達定位。
2. 馬赫（Mach number）：表示飛機在空氣中飛行的速率，為飛行速率和當時聲速之比值，又稱為馬赫數。例如飛機以 1.5 馬赫飛行時，其速率約  $331 \times 1.5 \approx 497$  公尺 / 秒或 1787 公里 / 時。超過音速的飛行速率稱為超音速，低於音速的飛行速率稱為次音速。
3. 卡斯蒂略（西班牙語：El Castillo）金字塔：課本章首提到的金字塔，又稱為羽蛇神金字塔（Pyramid of Kukulcán），羽蛇神代表太陽，是瑪雅人信仰中地位最崇高的一位神明。羽蛇神金字塔是瑪雅人建造的最大的金字塔，矗立在墨西哥的瑪雅文化遺址契琴伊薩（Chich'en Itza'）的中心。金字塔的基座長約為 55.3 公尺，塔高 24 公尺，共分 9 層，頂部有一座神廟，神廟高 6 公尺。塔的四面都有 91 級臺階，四面共 364 級，加上塔頂進入神廟的 1 級，總共 365 級，與一年的天數相等。如圖所示，假設人立於臺階前  $L$  處，階梯的縱深、高分別為  $W$  與  $H$ ，則塔頂臺階與人的距離大約為  $\sqrt{(L+W)^2 + H^2}$ ，此時拍手產生的脈衝波經過階梯反射後，回音持續的時間為

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{(L+W)^2 + H^2}}{v} - \frac{2L}{v}$$

若以聲速  $v = 340$  公尺 / 秒、 $L = 15$  公尺、 $W = H = 24$  公尺代入上式，得  $\Delta t$  大約為 0.181 秒，在 0.181 秒的時間內共有 91 個回音傳到人的耳中，相鄰回音的平均時間間隔大約只有 0.002 秒，人耳無法辨識間隔 0.002 秒的脈衝波。





## 想一想解答

1. 在聲波中，密部中心的空氣氣壓最大、空氣分子的位移也最大，對不對？(P.63)

**答** 在密部中心處，空氣的氣壓最大，但是空氣分子的位移為零。

2. 男生的聲音頻率通常較女生低，而當男、女同學在同一間教室說話時，誰的聲速較快？誰的波長較長？(P.64)

**答** 在同一間教室中講話時，因介質相同，故男生和女生的聲速相等。由  $v = f\lambda$  可知，當聲速相等時，因男生的頻率較低，故男生的波長較長。



## 迷思概念釐清

1. 聲波從空氣傳入水中時，聲波的行進方向會偏向法線。

**答** 錯。水中的聲速大於空氣中的聲速，因此折射角大於入射角，聲波的行進方向會偏離法線。

2. 聲波在水中傳遞時，既不是單純的橫波，也不是單純的縱波，是一種複雜的混合波。

**答** 錯。水中不容易傳遞橫向擾動，因此聲波在水中傳遞時，是以縱波的形式進行。

3. 聲波在空氣中傳遞時，密部中心與相鄰疏部中心的距離，等於聲波波長的一半。

**答** 對。相鄰兩密部中心或相鄰兩疏部中心的距離，等於聲波的波長，因此密部中心與相鄰疏部中心的距離，等於半波長。

4. 空氣中的聲波，其密部中心的空氣氣壓最大，空氣分子的位移量值也最大。

**答** 錯。密部中心的空氣分子密度達最大，故氣壓也達到最大，此時空氣分子的位移恰好為零。

5. 在攝氏零度左右的乾燥空氣，溫度每降低 1 K 時，聲速會減少 0.6 m/s。

**答** 對。攝氏零度左右的乾燥空氣，溫度每增（減）1 °C 時，聲速會增（減）0.6 m/s，因為 1 K = 1 °C，因此每降低 1 K 時，聲速會減少 0.6 m/s。

6. 當溫度升高，且人耳要分辨回音時，則波源與障礙物之間的最短距離會增加。

**答** 對。令波源與障礙物之間的距離為  $L$ ，因為反射聲波與原聲波間隔 0.1s 以上，人耳才能分辨回音，故  $2L = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2L}{v} \geq 0.1(\text{s})$

當溫度升高時，聲速  $v$  增大，因此波源與障礙物之間的距離  $L$  也要增大。

# 2-2

## 基音與泛音



### 教學策略

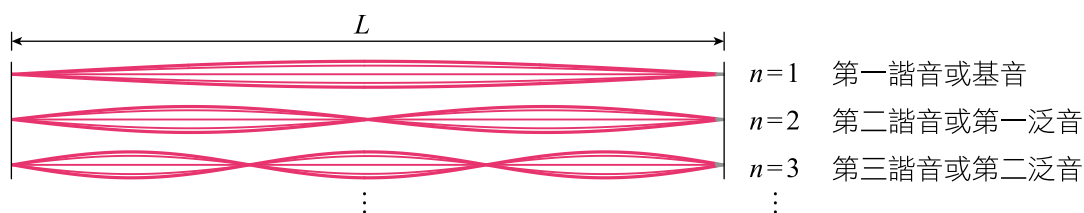
#### 一、常見的管弦樂器可粗略分成三類：

1. 弦樂器：弦樂器所產生的駐波，其兩端皆為固定端。
2. 開管樂器：兩端皆開口的開管樂器所產生的駐波，其兩端皆為自由端。
3. 閉管樂器：一端開口、一端閉口的閉管樂器所產生的駐波，其閉口端為固定端、開口端為自由端。

#### 二、弦樂器的諧音（複習《1-4 波的疊加原理》）

1. 弦長與波長的關係：弦樂器中的琴弦兩端固定不動，因此為節點，故弦長  $L$  與波長  $\lambda$  的關係為（如圖所示）

$$L = n \times \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$



2. 琴弦的頻率：由  $v = f\lambda$  可得琴弦振動產生的頻率為

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2L}{n}} = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$n = 1 : f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ，琴弦振動的最低頻率，稱為第一諧音或基音；

$n = 2 : f_2 = 2f_1$ ，稱為第二諧音或第一泛音；

$n = 3 : f_3 = 3f_1$ ，稱為第三諧音或第二泛音；其餘類推。



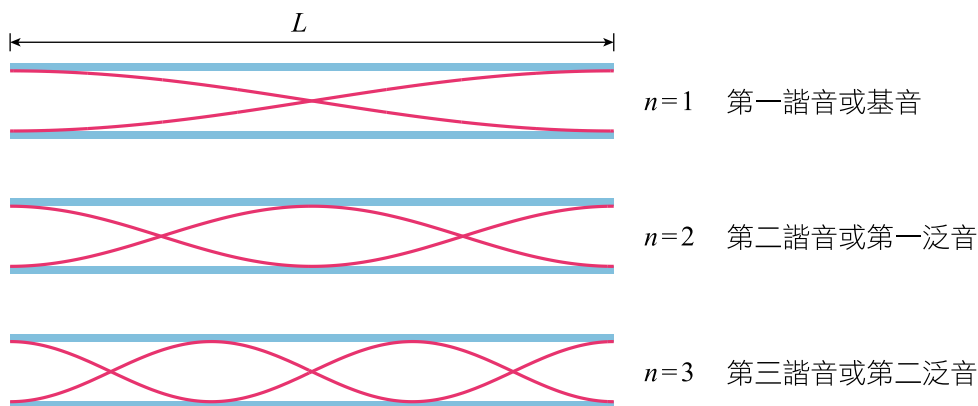
### 三、開管樂器的諧音

#### 1. 管樂器的節點與腹點：

- (1) 開口較大：開口處直接與管外空氣連接，表示此處的壓力約等於大氣壓力，因此為壓力的節點，也就是位移的腹點（相當於弦波的自由端）。
- (2) 開口很小或封閉處：此處空氣分子位移幾乎為零，因此為壓力的腹點，也就是位移的節點（相當於弦波的固定端）。

#### 2. 開管管長與波長的關係：開管樂器的兩端可視為自由端，因此皆為腹點，故管長 $L$ 與波長 $\lambda$ 的關係為（如圖所示）

$$L = n \times \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$



#### 3. 開管樂器的頻率：由 $v = f\lambda$ 可得開管樂器產生的頻率為

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{2L}{n}} = \frac{nv}{2L} \approx \frac{n}{2L} (331 + 0.6T) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$n = 1 : f_1 = \frac{v}{2L}$ ，開管樂器產生的最低頻率，稱為第一諧音或基音；

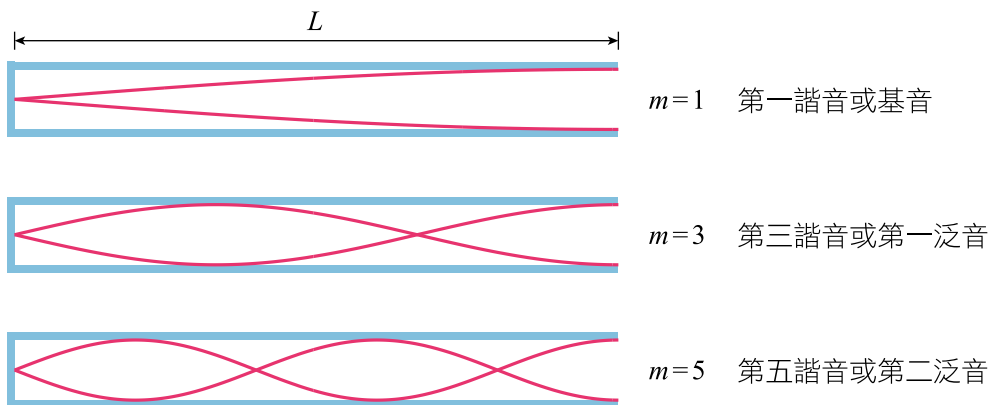
$n = 2 : f_2 = 2f_1$ ，稱為第二諧音或第一泛音；

$n = 3 : f_3 = 3f_1$ ，稱為第三諧音或第二泛音；其餘類推。

#### 四、閉管樂器的諧音

1. 閉管管長與波長的關係：閉口端空氣分子的振動受到限制，可近似為固定端，因此為節點；開口端與管外空氣連接，可視為自由端，因此為腹點。故管長  $L$  與波長  $\lambda$  的關係為（如圖所示）

$$L = m \times \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{m} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$



2. 閉管樂器的頻率：由  $v = f\lambda$  可得閉管樂器產生的頻率為

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{4L}{m}} = \frac{mv}{4L} \approx \frac{m}{4L} (331 + 0.6T) \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

$m = 1 : f_1 = \frac{v}{4L}$ ，閉管樂器產生的最低頻率，稱為第一諧音或基音；

$m = 3 : f_3 = 3f_1$ ，稱為第三諧音或第一泛音；

$m = 5 : f_5 = 5f_1$ ，稱為第五諧音或第二泛音；其餘類推。

3. 開管樂器與閉管樂器的異同：

- (1) 開管樂器與閉管樂器在吹奏時，其基音和泛音均會同時出現。
- (2) 開管樂器有奇數諧音與偶數諧音，閉管樂器只有奇數諧音，而沒有偶數諧音。
- (3) 閉管樂器的音調較低，可以發出更低的聲音。例如相同長度的開管與閉管，開管的基音頻率  $\frac{v}{2L}$  是閉管基音頻率  $\frac{v}{4L}$  的 2 倍；若開管與閉管欲發出相同的基音頻率，則閉管樂器的管長僅需開管樂器的一半。

## 五、音調與音色

1. 音調：即聲音的高低，取決於發音體的振動頻率。一般樂器在演奏某個音調時，除了基音之外，也會同時出現數個泛音；不論泛音的強度高低或出現泛音的個數，人耳所聽到的音調，一般都是由基音的頻率決定。
2. 音色：即聲音的特色，取決於聲音的波形。音色讓人耳得以分辨出強度與頻率相同，但波形不相同的兩個聲音。將樂器所發出的基音與所有泛音，按照各自的振幅比例疊加起來，即可得到該樂器所發出聲音的波形；人耳聽到的音調，就是基音的頻率；而聽到的音色，則是與樂器發出的聲波波形有關。
3. 樂音的三要素：響度、音調、音色，稱為樂音的三要素。其中音調決定於基音的頻率、音色決定於諧音疊加後的波形、響度則決定於聲音的振幅。

補充：聲音的響度與聲音的強度（intensity）有關，聲音的強度是指每秒垂直該處單位面積上的聲波能量，單位為  $\text{J/s} \cdot \text{m}^2$  或  $\text{W/m}^2$ 。比較兩種聲音的強度時，通常採用強度級（intensity level）制，其單位為分貝（decibel，記為 dB）。人耳覺得安靜的環境，大約為 30 到 50 分貝，一般人在交談時發出的聲音，大約 60 分貝。

### 參考補充／ 基音與泛音

一般樂器在演奏某一音符時所發出的聲音，稱為律音（note）。律音是由一個基本頻率的純音（pure tone，具有單一的頻率與特定波形的聲音），和一些頻率較高的純音疊加所合成。這個基本頻率的聲音稱為基音，其他較高頻率的聲音稱為泛音，泛音的強度通常比基音為弱。泛音的頻率如為基音頻率的整數倍，則稱為諧音。例如弦或風琴管所發出的泛音，通常都是諧音，但鐘或鼓所發出的泛音，則並非諧音。

### 參考補充／ 聲音的分貝值

分貝值之訂定，是先選取一適當大小的聲音強度  $I_0$  作為標準，定其強度級為 0 分貝。其他聲音強度  $I$  所對應的分貝值  $L_{\text{dB}}$  定為

$$L_{\text{dB}} = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

其中  $I_0 = 10^{-12}$  瓦特 / 公尺<sup>2</sup>，大約是人耳所能聽見的最小聲音強度。因此當聲音強度  $I = 10^{-10}$  瓦特 / 公尺<sup>2</sup>（為  $I_0$  的 100 倍）時，則其分貝值為

$$L_{\text{dB}} = 10 \log \frac{10^{-10}}{10^{-12}} = 10 \times 2 = 20$$



### 想一想解答

1. 開管樂器的管身愈長時，其可發出聲音的基音頻率愈高，還是愈低？（假設聲速為定值）(P.68)

**答** 由基音頻率  $f = \frac{nv}{2L} = \frac{1 \times v}{2L} = \frac{v}{2L}$  可知，當聲速  $v$  為定值時， $f$  和  $L$  成反比，故管身  $L$  愈長時，頻率  $f$  愈低。

2. 若一單簧管（閉管樂器）吹奏出頻率為 250 Hz 的基音時，其第三諧音的頻率為幾 Hz？(P.70)

**答** 由閉管樂器諧音所對應的頻率  $f = \frac{mv}{4L}$ ， $m = 1, 3, 5, \dots$ ，則當  $m = 1$ ， $f = 250$  (Hz)；  
當  $m = 3$ ， $f = 250 \times 3 = 750$  (Hz)。

3. 當小提琴和鋼琴同時發出相同音量大小，且頻率皆為 440 Hz 的 A 音時，我們如何分辨樂音是由哪種樂器所發出？(P.72)

**答** 利用音色（波形）的不同來分辨。



### 迷思概念釐清

1. 聲波在開管樂器內形成駐波時，兩端開口與管外空氣連接，此處的壓力約等於大氣壓力，即空氣壓力變化幾乎為零，因此可視為空氣分子位移的節點。

**答** 錯。開管樂器兩端的空氣壓力變化幾乎為零，因此為壓力的節點，但卻是空氣分子位移的腹點。

2. 當氣溫升高時，必須適度增加開管樂器的長度，才能吹奏出相同頻率的基音。

**答** 對。開管樂器的基音頻率  $f_1 = \frac{v}{2L}$ ，當氣溫升高時，聲速  $v$  會隨之增大，若要維持基音頻率  $f_1$  不變，則必須適度增加管長  $L$ 。

3. 兩端都開口的開管樂器，其第二泛音的頻率為第一泛音頻率的 2 倍。

**答** 錯。開管樂器的第二泛音（ $n = 3$ ）頻率為基音頻率的 3 倍，第一泛音（ $n = 2$ ）頻率為基音頻率的 2 倍，因此第二泛音的頻率為第一泛音頻率的  $\frac{3f_1}{2f_1} = 1.5$  倍。

4. 相同管長的開管樂器與閉管樂器，開管樂器的基音頻率為閉管樂器基音頻率的 2 倍。

**答**對。開管樂器的基音頻率為  $f_1 = \frac{v}{2L}$ ，而閉管樂器的基音頻率為  $f_1' = \frac{v}{4L}$ ，因此  $\frac{f_1}{f_1'} = 2$ 。

5. 閉管樂器所產生的泛音頻率，必為基音頻率的整數倍。

**答**對。閉管樂器所產生的頻率為  $f = \frac{mv}{4L} = mf_1$ ，其中  $f_1$  為基音頻率、 $m = 1, 3, 5, \dots$ ，當  $m \geq 3$

的駐波頻率稱為泛音，因此泛音頻率為基音頻率的 3 倍、5 倍……。

6. 我們所以能由講話的聲音辨認出對方是哪一位親友，多半是靠著每個人的聲音各有其特定的音調。

**答**錯。人耳由音色辨認出是哪一位親友所發出的聲音。



## 2-3

# 聲音的共振



### 教學策略

## 一、固有頻率與共振

### 1. 固有頻率（natural frequency）：

(1) 物體若受到外界微擾，會以固定的頻率來回振盪，此振盪的頻率稱為該物體的固有頻率，也稱為自然頻率，例如作小角度擺動的單擺的固有頻率  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ，彈簧－物體系

統的固有頻率  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ 。

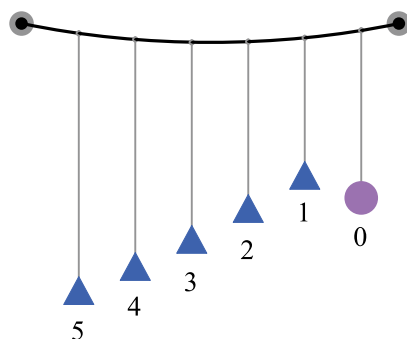
(2) 振動系統的固有頻率可能與系統的質量、材質、幾何結構等因素有關，但卻與外界的擾動無關。

(3) 一般振動系統通常具有多個固有頻率，例如兩端固定、受有張力的細弦線，其固有頻率為  $f = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

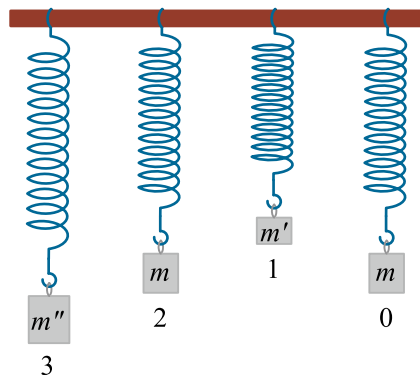
2. 共振（resonance）現象：若外界擾動的頻率恰好與物體的固有頻率相同時，即便是很小的擾動，也會讓物體產生大幅的振盪，這現象稱為共振。

### 3. 共振的實例：

(1) 單擺的共振：擺動最右邊的單擺（編號 0）時，只有擺長相同的單擺（編號 2）會因共振而隨之擺動。這是因為所有單擺繫在同一條繩子上，所以其餘單擺皆會受到微小的擾動。由於單擺的固有頻率  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ，擺長相同的單擺，即便受到微小的擾動時，也會因共振而隨之擺動，而其他擺長不同的單擺，則幾乎不受擾動影響。



- (2)彈簧－物體系統的共振：四條自然長度、彈性常數皆相同的彈簧懸吊在一非剛體水平橫桿上，各懸掛一個物體。使最右邊的彈簧（編號0）作上下的簡諧振動，經過一段時間後，物體質量同為  $m$  的彈簧（編號2）會因共振而作頻率相同的簡諧運動，其他物體質量不同的彈簧，則因為固有頻率不同而幾乎不振動。



- (3)鞦韆的共振：盪鞦韆時，無論是靠別人或自己推動，

只要抓住鞦韆擺動的固有頻率，配合施力的時機，就能把鞦韆愈盪愈高。

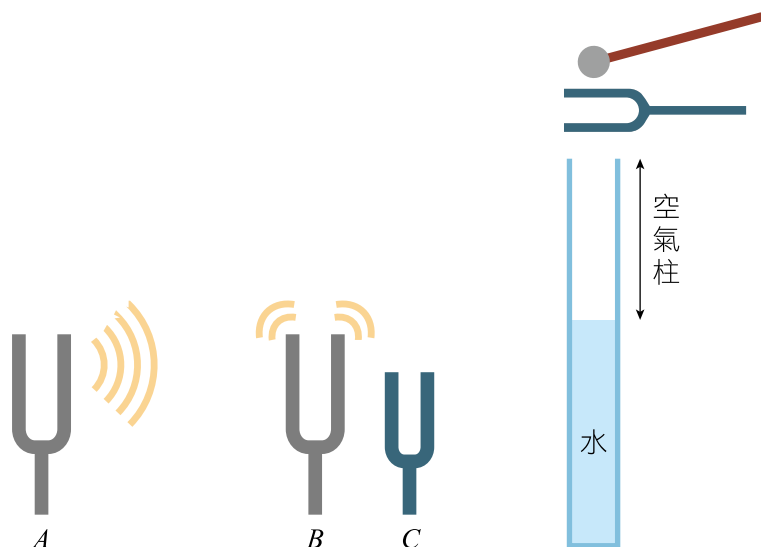
- (4)建築物的共振：建築物也有各自的固有頻率，當地震或風吹的擾動頻率與建築物的固有頻率相近時，會因為共振效應而使建築物大幅晃動而造成倒塌或斷裂。

## 二、共鳴現象

1. 共鳴：聲音的共振現象稱為共鳴。

2. 共鳴的實例：

- (1)音叉的共鳴： $A$ 、 $B$  兩音叉互相靠近，如圖所示。若  $A$ 、 $B$  兩音叉音調相同，則敲擊  $A$  音叉會使  $B$  音叉發生共鳴現象而隨之響起；若  $A$ 、 $C$  兩音叉音調不同，則敲擊  $A$  音叉不會使  $C$  音叉發生共鳴。



▲ 音叉的共鳴。

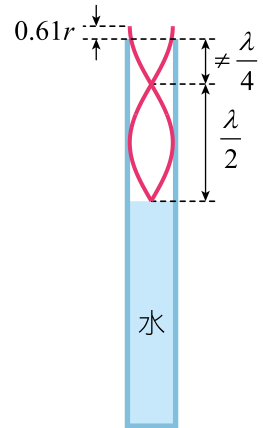
▲ 空氣柱的共鳴。

- (2)空氣柱的共鳴：玻璃管內裝水，使管內餘留的空氣柱類似閉管樂器，近開口的一端是自由端，而近水面的一端則是固定端。當空氣柱的長度大約等於四分之一波長的奇數

倍 ( $L = m \times \frac{\lambda}{4}$ ,  $m = 1, 3, 5, \dots$ ) 時，音叉的聲音在空氣柱內即產生共鳴而使音量變大；意即一固定長度的空氣柱，並非僅有一個固有頻率，而是擁有一系列的固有頻率，這些頻率為

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{4L}{m}} = \frac{mv}{4L} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

【註】因為空氣柱的共鳴實驗經由美國人 Harold Levine 以及 Julian Schwinger 修正，當管口半徑  $r$  遠小於聲波波長  $\lambda$  的情況下，駐波位移的腹點（即壓力的節點）約在管口處上方  $0.61r$  的位置，上述空氣柱的固有頻率須修正為  $f = \frac{mv}{4(L + 0.61r)}$ 。所以音叉振動產生的聲波波長，必須由相鄰兩節點間距等於半波長的條件下求得，如圖所示；若經由管口處到第一個節點的距離等於四分之一波長求得，則測量結果往往失真。



### (3)樂器的共鳴：

- ①管樂器的共鳴：嘴唇吹氣所引發的空氣振動，包含許多不同的頻率，只有與樂器管內空氣柱的固有頻率相等時，才會發生共鳴而被放大，成為我們聽到的樂音。
- ②弦樂器的共鳴：琴弦振動發出的聲音較小，所以弦樂器通常有共鳴箱。當琴弦被撥動時，先是弦線發生共鳴，然後是琴箱內空氣的共鳴，才讓我們聽到弦樂器的樂音。





### 想一想解答

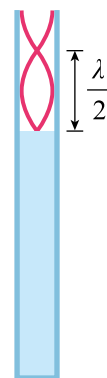
1. 一支鐵鎚和一支老虎鉗，分別掉落到地上時，造成的聲響為什麼聽起來明顯不同？

(P.74)

**答** 任何一種由彈性材料作成的物體，被撞擊時都會以本身固有頻率來振動，造成獨特的聲響。

2. 空氣柱的音叉共鳴實驗中，將水位逐漸下降，當連續兩次聽到共鳴聲時，其水位間的高度差相當於音叉聲音波長的幾倍？ (P.77)

**答** 如圖，連續兩次共鳴時，其水位面的高度差為波長的一半。



### 迷思概念釐清

1. 彈簧一端固定在鉛直牆壁，另一端連結一物體，並使物體在光滑水平面上往復振動，若使物體的振幅加大，則會改變彈簧－物體系統的固有頻率。

**答** 錯。彈簧－物體系統的固有頻率為  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ，與物體的振幅無關，所以增大物體的振幅，不會改變系統的固有頻率。

2. 任何振動系統都只有一個固有頻率。

**答** 錯。例如兩端固定、受有張力的細弦線，會有一系列的固有頻率，其固有頻率為

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)。$$

3. 一作小角度振盪的單擺若要引起另一個單擺的共振，則兩個單擺的擺長須相同，擺錘的質量也必須相同。

**答錯。** 作小角度振盪的單擺的固有頻率  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ，與擺錘的質量無關，因此只須擺長相同即可引起共振。

4. 作空氣柱的共鳴實驗時，若可測得連續兩次共鳴，則此兩次共鳴的空氣柱長度差值等於聲波波長的  $\frac{1}{4}$ 。

**答錯。** 連續兩次共鳴，空氣柱長度差值為聲波波長的  $\frac{1}{2}$ 。

5. 弦樂器通常有共鳴箱，共鳴箱的功能為提供聲音變大所需的能量。

**答錯。** 共鳴箱的功能是使弦線振動的聲音產生共鳴，而聲音變大的能量來自於弦線本身的振動。



## 實驗 2

## 氣柱的共鳴

## 一、實驗器材部分

1. 溫度計：用於測量實驗室的环境溫度  $T$ ，代入聲速公式  $v = (331 + 0.6T)$  公尺 / 秒，求出聲速的公式值，並與實驗結果相比較。
2. 音叉：實驗用的音叉頻率不宜過低（通常選定 400 赫以上），低頻音叉產生的聲波波長較長，若波長大於玻璃管長的 4 倍時，則往往無法測得共鳴的位置。

## 二、實驗操作部分

1. 調整水位：須將蓄水桶置於靠近玻璃管的最低位置時，再將水注入蓄水桶（約八分滿）；如果一開始在蓄水桶置於較高位置時將水注入，則當蓄水桶位置放低時，水會從蓄水桶溢出。
2. 以音叉發出聲響：
  - (1) 切忌讓振動中的音叉碰到玻璃管口，以避免玻璃管被音叉撞擊碎裂的可能。
  - (2) 音叉靠近玻璃管口上方約 1 ~ 2 公分處，讓音叉振動方向與管長方向平行。

## 第2章

## 習題解答

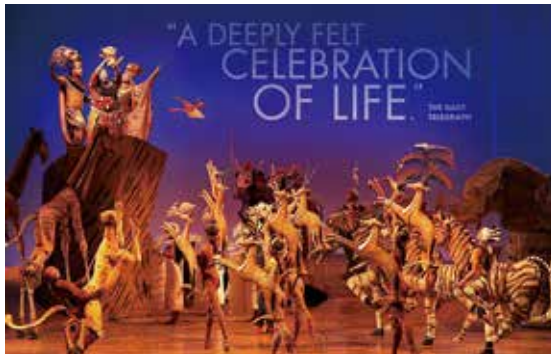
\* 為多選題

## 基礎題

## 2-1 聲波的傳播

1. 改編自迪士尼同名動畫的百老匯音樂劇《獅子王》，在 2019 年再度造訪臺北小巨蛋，為熱愛音樂劇的臺灣觀眾，帶來充滿勇氣與力量的草原故事。假設演出當日小巨蛋內的室溫為定值，則當天無論哪一首表演的曲目，其

- (A) 聲音的頻率皆相等 (B) 聲音的波長皆相等  
(C) 聲音的響度皆相等 (D) 聲音的波形皆相等  
(E) 聲音的波速皆相等。



答 (E)

**解析** 聲音在同樣的氣溫下聲速不變，但頻率和波長則會隨著音調而改變、響度則會隨著振幅而變、音色則隨著不同演唱者聲波波形而變，故選 (E)。

2. 在飛機發生空難沉入海中後，飛機上的黑盒子會發出頻率為 33 kHz 的超聲波，以提供搜救船隻利用聲納探測其位置。已知海水中的聲速約為 1500 m/s，則此超聲波在海水中的波長約為幾 m？

- (A) 500 (B) 150 (C) 22 (D) 0.045 (E) 0.010。

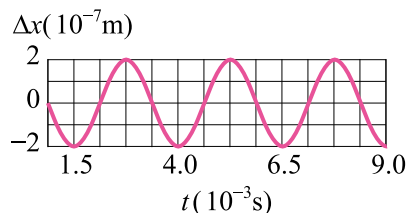
【106 指考】

答 (D)

**解析**  $v = f\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{33000} \approx 0.045(\text{m})$ 。

3. 小騰手持一支振動的音叉，當音叉產生的聲波在大氣中傳播時，利用實驗室的聲音頻譜分析儀，在某位置測得空氣分子振動位移與時間關係如圖所示。若當時的氣溫為 15°C，則：

- (1) 此音叉的頻率為幾 Hz？  
(2) 此聲波的波長為幾 m？



答 (1) 400 (2) 0.85

**解析** (1) 由題圖知，聲波的週期  $T = 4.0 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3} = 2.5 \times 10^{-3}(\text{s})$

$$\Rightarrow \text{聲波的頻率 } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.5 \times 10^{-3}} = 400(\text{Hz}) = \text{音叉的頻率。}$$

$$(2) \text{聲波的波長 } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{331 + 0.6 \times 15}{400} = 0.85(\text{m})。$$

4. 鯨魚會利用聲音與同類溝通，其發聲頻率通常介於 10 Hz ~ 39 Hz 之間，但科學家卻在太平洋某處探測到一條鯨魚發出不尋常的 52 Hz 聲音。由於牠的叫聲頻率比其他已知鯨魚高許多，科學家判斷牠的叫聲無法被其他鯨魚接收，所以稱牠為「世界上最寂寞的鯨魚」。已知海水中聲音速度為 1560 m/s，試問：

- (1) 此鯨魚的聲音在海水中傳播時，其波長為幾 m ？  
 (2) 已知空氣中聲音速度為 340 m/s，當此鯨魚的聲音同時透過海水和空氣傳播至 10 km 外的探測船時，兩聲音抵達的時間差約為幾 s ？

**答** (1) 30 (2) 23

**解析** (1)  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1560}{52} = 30(\text{m})$ 。

(2)  $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{10000}{340} - \frac{10000}{1560} = 23(\text{s})$ 。

5. 關於「聲音」的敘述，下列何者正確？

- (A) 聲音的傳遞不一定需要介質，屬於力學波的一種 (B) 游泳教練的聲音由空氣傳入水中的選手耳中時會偏向法線 (C) 同一介質中，超聲波的波速等於一般聲音的波速 (D) 聲音傳遞時，空氣分子的振動速度即為聲速 (E) 聲音的頻率愈高，則聲速愈快。

**答** (C)

**解析** (A) 錯：聲音傳遞一定需要介質，屬於力學波的一種。

(B) 錯：空氣中的聲速 < 水中的聲速，故斜向入射時會偏離法線。

(C) 對：同一介質中，超聲波速率等於一般聲波速率。

(D) 錯：空氣分子在原地作來回振動，而聲音則向外傳播，兩者速率並不相同。

(E) 錯：聲波速率快慢由介質的條件來決定，與聲波頻率無關。

## 2-2 基音與泛音

6. 小騰拿一根 40 cm 長、兩端皆打通的塑膠管作為簡易樂器來吹奏。已知當時空氣中聲速為 344 m/s，則此管所能發出的基音和第 1 泛音頻率分別為幾 Hz ？

**答** 430、860

**解析** 開管樂器頻率為

$$f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f = \frac{n \times 344}{2 \times 0.4} = 430n(\text{Hz}), \text{ 其中 } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Rightarrow \text{此管的基音 } f_1 = 430 \times 1 = 430(\text{Hz}), \text{ 第 1 泛音} = \text{第 2 諧音 } f_2 = 430 \times 2 = 860(\text{Hz})。$$

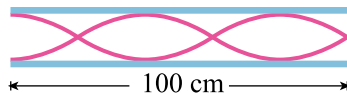
7. 長笛是現代管弦樂和室內樂中主要的高音旋律樂器，它的音色極富變化，故成為獨奏樂器首選。某長笛以開管空氣柱原理發聲，已知其第 2 諧音頻率為 1360 Hz，已知當時空氣溫度為 15°C，則此長笛的空氣柱長度為幾 cm ？

**答** 25

**解析**  $v = 331 + 0.6T = 331 + 0.6 \times 15 = 340(\text{m/s})$

$$\Rightarrow \text{開管樂器頻率為 } f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow \text{第 2 諧音 } f_2 = \frac{2 \times 340}{2 \times L} = 1360(\text{Hz}) \Rightarrow L = 0.25(\text{m}) = 25(\text{cm})。$$

8. 如圖所示，某聲波在閉管內共振形成駐波，已知當時空氣中的聲速為  $340 \text{ m/s}$ ，則：



(1) 此駐波為閉管的第幾諧音？第幾泛音？

(2) 此駐波的波長為幾  $\text{m}$ ？頻率為幾  $\text{Hz}$ ？

**答** (1) 第 5 諧音或第 2 泛音 (2)  $0.8\text{m}$ 、 $425\text{Hz}$

**解析** (1) 閉管駐波的條件為：管長  $L = \frac{m}{4}\lambda$  ( $m = 1, 3, 5, \dots$ )，由題圖看出，管長  $L$  等於  $\frac{5}{4}\lambda$ ，

故  $m = 5$ ，為第 5 諧音或第 2 泛音。

$$(2) \text{ 由 } L = 100(\text{cm}) = \frac{5}{4}\lambda \Rightarrow \lambda = 80(\text{cm}) = 0.8(\text{m})$$

$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.8} = 425(\text{Hz})。$$

- \* 9. 有關管樂器諧音的敘述，下列哪些正確？

(A) 開管樂器沒有偶數諧音 (B) 閉管樂器沒有偶數諧音 (C) 相同長度的開管和閉管樂器，開管基頻是閉管基頻的 2 倍 (D) 開管樂器的第 2 泛音頻率是第 2 諧音的 2 倍 (E) 開管樂器的管長愈長，則發出的基音頻率愈高。

**答** (B)(C)

**解析** (A) 錯：開管的頻率  $f = \frac{nv}{2L}$ ， $n = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow$  有偶數諧音。

(B) 對：閉管的頻率  $f = \frac{mv}{4L}$ ， $m = 1, 3, 5, \dots \Rightarrow$  沒有偶數諧音。

$$(C) \text{ 對： } \frac{f_{\text{開管基頻}}}{f_{\text{閉管基頻}}} = \frac{\frac{v}{2L}}{\frac{v}{4L}} = 2。$$

$$(D) \text{ 錯：由 } f = \frac{nv}{2L}, n = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \frac{f_{2\text{泛}}}{f_{2\text{諧}}} = \frac{\frac{3v}{2L}}{\frac{2v}{2L}} = \frac{3}{2}。$$

(E) 錯：開管的基音頻率  $f_1 = \frac{1 \times v}{2L} \propto \frac{1}{L} \Rightarrow$  管長  $L$  愈大，則基頻  $f_1$  愈小（低沉）。

10. 當聲速相同時，長度為  $L_A$  的開管樂器第 3 諧音頻率為  $f_A$ ，長度為  $L_B$  的閉管樂器其基音頻率為  $f_B$ 。已知  $f_A$  等於  $f_B$ ，若閉管樂器的長度  $L_B$  為  $20 \text{ cm}$ ，則開管樂器的長度  $L_A$  為幾  $\text{cm}$ ？

**答** 120

$$\text{解析 } \begin{cases} \text{開管頻率 } f_{3\text{諧}} = \frac{3 \times v}{2L_A} = f_A \\ \text{閉管頻率 } f_{\text{基頻}} = \frac{1 \times v}{4L_B} = f_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{依題意，} \frac{3 \times v}{2L_A} = \frac{1 \times v}{4L_B} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{6}{1} \Rightarrow L_A = 6L_B = 6 \times 20 = 120 (\text{cm})。$$

## 2-3 聲音的共振

11. 簡述當外來的擾動傳至物體所在位置時，物體產生共振的條件為何？

**答** 略

**解析** 物體振動時，都有一個或數個固有頻率，當外界擾動的頻率，恰好與物體的固有頻率相同時，物體會產生共振。

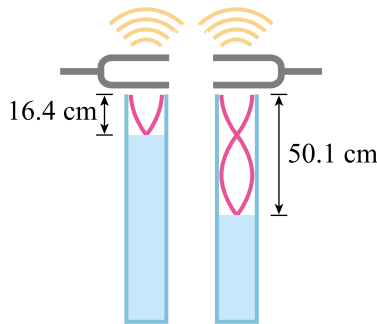
12. 在吉他空腔的圓孔上方，以管笛吹奏某特定頻率的聲音，即使不彈奏吉他，吉他也可能會發出聲音並看到弦在振動，這主要是下列何種物理現象造成的？

(A) 回聲 (B) 繞射 (C) 反射 (D) 折射 (E) 共鳴。

**答** (E)

**解析** 當管笛吹奏的頻率恰與弦的固有頻率相同時，弦就會跟著一起振動而發出聲音，這種現象稱為共振或共鳴。

13. 將一未知頻率的音叉靠近一鉛直豎立的長玻璃管管口，管內裝滿水，管底有一開關可慢慢將水漏掉。當音叉振動時，調整管內的水面，使自管口處緩緩下降，當水面至管口的距離為 16.4 cm 及 50.1 cm 的位置，連續兩次聽到共鳴的聲音，如圖所示。設當時的氣溫為 10°C，則音叉的頻率為幾 Hz？



**答** 500

**解析** 連續兩次聽到共鳴的聲音，水面的高度差即為聲波的半波長

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 50.1 - 16.4 = 33.7(\text{cm}) \Rightarrow \lambda = 67.4(\text{cm}) = 0.674(\text{m})$$

$$\therefore \text{聲速 } v = 331 + 0.6 \times 10 = 337(\text{m/s}) \Rightarrow \text{音叉的頻率 } f = \frac{v}{\lambda} = \frac{337}{0.674} = 500(\text{Hz})。$$

## 進階題

### 2-1 聲波的傳播

1. 關於「聲波」的敘述，下列何者正確？

(A) 聲波由空氣傳入鋼鐵中，波長變長 (B) 聲波由空氣進入水中且入射角不為零時，行進方向會偏向法線 (C) 聲波的傳遞可以不依靠介質 (D) 聲波要共振，振幅須相同 (E) 空氣中的聲速與氣溫成正比。

**答** (A)

**解析** (A) 對：聲波由空氣中傳入鋼鐵中，波速變快，但頻率  $f$  不變，由  $v = f\lambda$

$\Rightarrow$  當  $f$  固定時， $v$  正比於  $\lambda \Rightarrow$  傳入鋼鐵後波長  $\lambda$  變長。

(B) 錯：聲波由空氣中傳入水中時，波速變快  $\Rightarrow$  由速度慢傳至速度快，偏離法線。

(C) 錯：聲波為力學波，而非電磁波，需由介質幫忙傳遞。

(D) 錯：聲波要共振的條件是  $\Rightarrow$  頻率  $f$  相同。

(E) 錯：一般溫度下，空氣中聲速  $v \approx (331 + 0.6T)\text{m/s}$ 。



2. 小狗最高約可聽到 50000 Hz 的聲波，小貓最高約可聽到 70000 Hz 的聲波，而蝙蝠發出的聲波頻率約可達 120000 Hz。已知某日氣溫為 15°C，下列敘述何者**錯誤**？

(A) 小貓和小狗可聽到人耳所不能聽到的超聲波 (B) 小貓和小狗可聽到蝙蝠所發出頻率為 120000 Hz 的超聲波 (C) 聲速為 340 m/s (D) 小貓和小狗可聽到波長 1 cm 的聲波 (E) 超聲波波長小於 1.7 cm。

**答** (B)

**解析** (A) 對：50000 Hz 與 70000 Hz 的聲波為超音波的範圍。

(B) 錯：120000 Hz 不在小貓和小狗的聽覺範圍內。

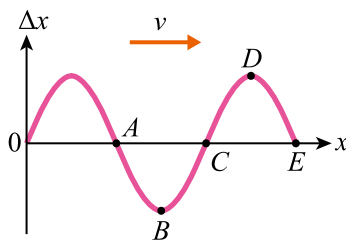
(C) 對： $v = 331 + 0.6T = 331 + 0.6 \times 15 = 340(\text{m/s})$ 。

(D) 對：波長 1 cm 的聲波，其頻率  $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.01} = 34000(\text{Hz})$ ，仍在小貓和小狗的聽覺範圍內。

(E) 對：超聲波  $f \geq 20000(\text{Hz}) \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \leq \frac{340}{20000} = 0.017(\text{m}) = 1.7(\text{cm})$ 。

3. 有一縱波向右行進，得介質質點振動位移  $\Delta x$  對位置  $x$  的函數圖如圖，以向右為正。則下列何者**錯誤**？

(A)  $A$  點為密部中點 (B)  $B$  點的壓力最小 (C)  $C$  點是疏部中點 (D)  $D$  點的壓力變化為 0 (E)  $E$  點的振動位移為 0。



**答** (B)

**解析** (A) 由題圖可看出， $A$  點左方的介質質點位移向右、 $A$  點右方的介質質點位移向左而  $A$  的位移為 0  $\Rightarrow A$  為密部中點。

(B) 疏部中點的壓力值最小，而  $B$  點並非為疏部中點，所以並非壓力最小處。

(C) 由題圖可看出， $C$  點左方的介質質點位移向左、 $C$  點右方的介質質點位移向右而  $C$  的位移為 0  $\Rightarrow C$  為疏部中點。

(D)  $D$  點左方和右方的質點位移，與  $D$  點的位移幾乎相等，此表示  $D$  點處並無明顯的壓力變化，為正常壓力值。

(E) 由題圖直接讀出， $E$  點處的介質質點振動位移 = 0。

## 2-2 基音與泛音

4. 在 15°C 時，將可發出連續音頻的喇叭置於一閉管樂器的開口端作共鳴實驗。已知閉管的長度固定為 50 cm，且喇叭的頻率範圍為 500 Hz ~ 1000 Hz 之間，則實驗中可以測得幾次的共鳴？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5。

**答** (B)

**解析** 15°C 時，空氣中聲速  $v \approx (331 + 0.6T)\text{m/s} = 331 + 0.6 \times 15 = 340(\text{m/s})$

$\Rightarrow$  閉管樂器的駐波頻率  $f = \frac{nv}{4L}$ ， $n = 1, 3, 5, \dots$

$\Rightarrow f = \frac{n \times 340}{4 \times 0.5} = 170 \times n$ ， $n = 1, 3, 5, \dots$

$\Rightarrow f = 170 \text{ Hz}、510 \text{ Hz}、850 \text{ Hz}、1190 \text{ Hz}、1530 \text{ Hz}、\dots$

由題意：喇叭頻率介於 500 Hz 至 1000 Hz 之間，故總共可產生 2 次共振，頻率分別為 510 Hz、850 Hz。

5. 已知音階上中央 C 的頻率為 262 Hz，每升高  $n$  個八度音，聲音頻率就變為原來的  $2^n$  倍。當聲速為 340 m/s 時，若欲用兩端開口的管子作成管風琴，在僅考慮基音頻率的情況下，其能彈奏的最高音為中央 C 升高兩個八度音，則最短管子的長度最接近多少 cm？【107 指考】

(A) 28 (B) 24 (C) 20 (D) 16 (E) 12。

答 (D)

解析 中央 C 升高兩個八度音  $\Rightarrow$  頻率變為原來中央 C 的  $2^2 = 4$  (倍)  $\Rightarrow f = 262 \times 4(\text{Hz})$

$$\text{兩端開口: } f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 262 \times 4 = \frac{n \times 340}{2 \times L} \Rightarrow L \approx 0.16n(\text{m}), n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Rightarrow n = 1 \text{ 時, 管長 } L \text{ 有最小值約為 } 0.16 \times 1 = 0.16(\text{m}) = 16(\text{cm})。$$

- \* 6. 下列有關理想的「開管」樂器之敘述，哪些正確？

(A) 駐波的頻率不是連續的 (B) 基音的波長是管長的 2 倍 (C) 形成兩個節點時的駐波頻率，是形成一個節點時駐波頻率的 2 倍 (D) 形成 4 個節點的駐波時，波長是管長的  $\frac{1}{4}$  (E) 管口附近的空氣分子，其振動的位移為最大值。

答 (A)(B)(C)(E)

解析 (A) 對：開管的駐波頻率  $f = \frac{nv}{2L}$ ， $n = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow$  駐波頻率是不連續的。

(B) 對：由圖 (a) 的駐波圖形，可看出：管長  $= \frac{1}{2} \times$  基音波長  $\Rightarrow$  基音波長是管長的 2 倍。

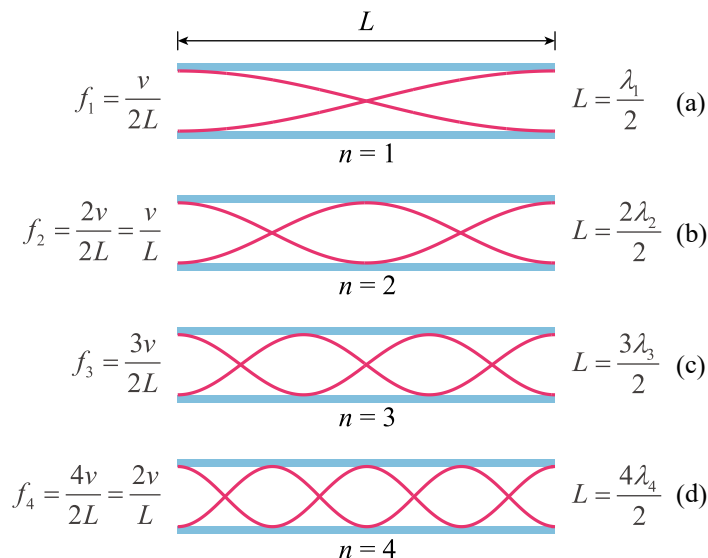
(C) 對：由圖 (a) 和圖 (b) 的駐波圖形，可看出：

$$\begin{cases} \text{形成 1 個節點的駐波時} \Rightarrow \text{為第 1 諧音} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} \\ \text{形成 2 個節點的駐波時} \Rightarrow \text{為第 2 諧音} \Rightarrow f_2 = \frac{v}{L} \end{cases} \Rightarrow f_2 \text{ 為 } f_1 \text{ 的 2 倍。}$$

(D) 錯：由圖 (d) 的駐波圖形，可看出：形成 4 個節點時，為第 4 諧音，

$$\text{管長} = \frac{4}{2} \times \text{第 4 諧音波長} \Rightarrow \text{第 4 諧音波長是管長的 } \frac{1}{2} \text{ 倍。}$$

(E) 對：理想共鳴管的開口端為波腹，故空氣分子的振動位移為最大值。



\* 7. 下列有關聲波在圓形管中傳播的敘述，哪些正確？

(A) 任何頻率的聲波都可產生駐波 (B) 管的兩端開口時，管長為基音波長的整數倍 (C) 管的一端開口、一端封閉時，管長是基音波長的四分之一 (D) 不論是開管或閉管，管的長度固定，但溫度改變時，基音的頻率都會改變 (E) 不論是開管或閉管，將管截去一半的長度時，基音頻率都會加倍。

**答** (C)(D)(E)

**解析** (A) 錯：僅有某些特定的頻率能形成駐波。

(B) 錯：開管產生基音時，管長  $L = \frac{\lambda}{2}$ 。

(C) 對：閉管產生基音時，管長  $L = \frac{\lambda}{4}$ 。

(D) 對：
 
$$\begin{cases} \text{閉管的基頻為 } \frac{v}{4L} \cdots \cdots \text{①} \\ \text{開管的基頻為 } \frac{v}{2L} \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

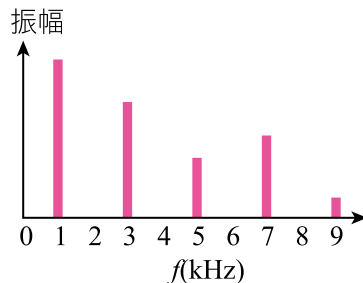
⇒ 即無論開管或閉管樂器，基音頻率皆與空氣中的聲速  $v$  有關，而空氣中的聲速又與溫度有關，故溫度改變時，會影響到管中基音的頻率。

(E) 對：承 (D) 的 ① 和 ② 式可知，不論是開管或閉管，當  $v$  不變時， $f$  和  $L$  成反比，故管子長度減半，則基音的頻率都會加倍。

8. 當空氣中聲速為 340 m/s 時，對一長度固定之空氣柱發出的聲音，進行頻率對振幅的量測實驗，其結果如圖所示，試問：

(1) 此空氣柱為兩端皆開口，還是一端開口、一端閉口？試述理由。

(2) 此空氣柱的長度為幾 cm？



**答** (1) 一端開口一端閉口，原因：諧音的頻率皆為基頻的奇數倍

(2) 8.5

**解析** (1) 由實驗結果得知，諧音的頻率皆為基頻的奇數倍，故為一端開口、一端閉口的閉管空氣柱。

(2) 基頻的頻率為 1(kHz) = 1000(Hz)，由閉管駐波頻率為

$$f = \frac{mv}{4L}, m = 1, 3, 5, \cdots \Rightarrow 1000 = \frac{1 \times 340}{4 \times L} \Rightarrow L = 0.085(\text{m}) = 8.5(\text{cm})。$$

9. 如圖所示，將揚聲器置於長管右端開口處，連續改變揚聲器發出的聲頻，發現當頻率為 400 Hz、500 Hz 及 600 Hz 時都會產生共鳴，則此管左端開閉情形與基音頻率的組合，可為下列何者？



(A) 閉口，100 Hz (B) 閉口，200 Hz (C) 開口，100 Hz (D) 開口，200 Hz (E) 以上四組答案皆不可能。

**答** (C)

**解析** (A) 錯：左端閉口且  $f_1 = 100(\text{Hz})$ ，則其他諧音為 300 Hz、500 Hz、700 Hz... ⇒ 沒有 400 Hz 和 600 Hz 諧音。

(B) 錯：左端閉口且  $f_1 = 200(\text{Hz})$ ，則其他諧音為 600 Hz、1000 Hz... ⇒ 沒有 400 Hz 和 500 Hz 諧音。

- (C) 對：左端開口且  $f_1 = 100(\text{Hz})$ ，則  $f_4 = 400(\text{Hz})$ 、 $f_5 = 500(\text{Hz})$ 、 $f_6 = 600(\text{Hz}) \Rightarrow$  有可能。  
 (D) 錯：左端開口且  $f_1 = 200(\text{Hz})$ ，則其他諧音為  $400 \text{ Hz}$ 、 $600 \text{ Hz} \cdots \Rightarrow$  沒有  $500 \text{ Hz}$  諧音。

## 2-3 聲音的共振

10. 某特定頻率的聲波在一支長度為  $160 \text{ cm}$  的理想開管樂器中共振形成駐波，已知管中駐波共有 2 個節點，聲速為  $336 \text{ m/s}$ ，試問：

- (1) 此駐波為第幾諧音？  
 (2) 最近的節點距離管口幾  $\text{cm}$ ？  
 (3) 此聲波的頻率為幾  $\text{Hz}$ ？

**答** (1) 第 2 諧音 (2) 40 (3) 210

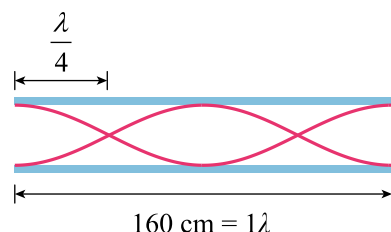
**解析** (1) 管內駐波如圖所示，由圖知管長  $L = \lambda = \frac{2}{2} \lambda$

$\Rightarrow$  此為第 2 諧音的駐波。

(2) 管長  $L = 160 = 1 \times \lambda \Rightarrow \lambda = 160(\text{cm})$

$\Rightarrow$  最近的節點與管口的距離為  $\frac{1}{4} \lambda = \frac{1}{4} \times 160 = 40(\text{cm})$ 。

(3)  $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{336}{1.6} = 210(\text{Hz})$ 。



11. 小華以如圖的裝置觀察空氣柱的共鳴，下列敘述何者正確？

- (A) 蓄水器應在高處先裝滿水後再逐漸下降 (B) 右管的水位在相鄰兩共鳴位置間的距離等於 0.5 倍波長 (C) 共鳴發生時，右管的開口處必為壓力的腹點 (D) 乙音叉的擺設方式較甲音叉正確 (E) 右管的開口端可視為固定端反射。

**答** (B)

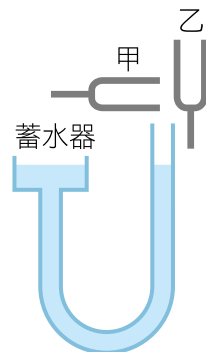
**解析** (A) 錯：若蓄水器於高處裝滿水再下降時，水將溢出蓄水器而濺溼實驗室。

(B) 對：相鄰兩共鳴位置間的距離等於半倍波長。

(C) 錯：若是理想共鳴管，開口處應為位移的腹點（壓力的節點）。（註：若是非理想的共鳴管，開口處也不一定剛好是位移的腹點。）

(D) 錯：音叉正確的擺置方式應如圖中的甲音叉。

(E) 錯：若是理想共鳴管，右管的開口端應為自由端反射。縱使不是理想共鳴管，右管的開口端也不會是固定端反射。



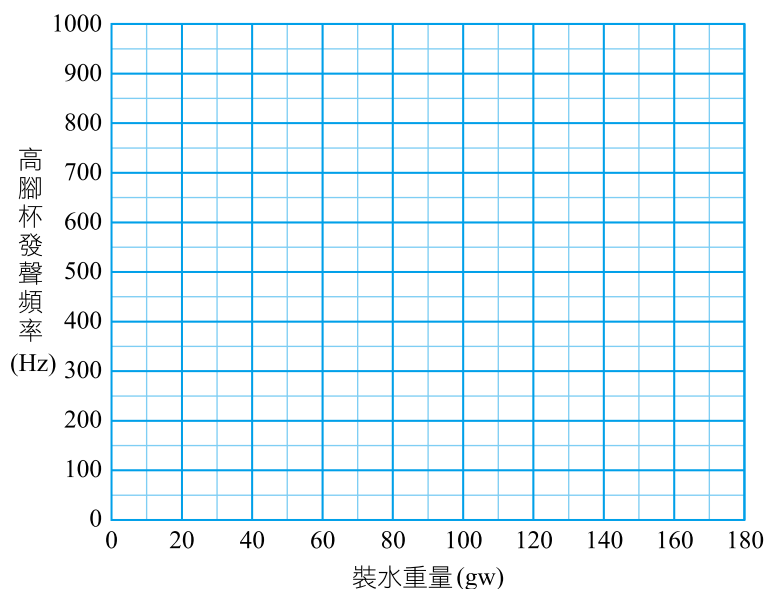
## 探究實作題

1. 有一種音樂演奏的方式，是以手指摩擦裝水高腳玻璃杯的杯緣使其發聲，它所發出的音色柔和順耳、頻率的高低也能有豐富的變化。在自然探究實作課程中，老師請每組學生尋找一個與「聲音」有關的主題來進行探究。雨歆這組決定以《音樂中的物理－高腳杯》為主題，探討摩擦高腳杯時，影響其發聲頻率高低的因素。試回答下列問題。



- (1) 如果你是這組同學，請列出當手指摩擦高腳杯的杯緣時，可能影響其發聲頻率高低的因素或變因會有哪些？
- (2) 雨歆這組的討論中，有人認為影響高腳杯發聲頻率高低的因素之一，可能為高腳杯內裝水的重量，他們決定以此作為探究的主要題目，試問：題目宜如何訂定，才能簡扼且清楚表達出此探究主題的目的？操縱變因和應變變因分別為何？
- (3) 尚未開始實驗前，小組成員可先對實驗進行結果預測，並各自陳述理由。你認為高腳杯內裝水的重量愈大時，摩擦高腳杯時，發聲頻率應該愈高、還是愈低？你的理由為何？
- (4) 這組同學的探究實驗中，如果僅以耳朵的聽覺來偵測高腳杯的發聲頻率，其缺點為何？請試著查查看是否有其他科學測量的輔助軟體（如手機 APP、電腦軟體），可以偵測高腳杯的發聲頻率。
- (5) 這組同學將所測得的高腳杯的空杯重量與不同裝水重量，所對應的發聲頻率等數據記錄下來，如表所示。請將實驗數據結果，繪製於圖中，並依據實驗數據與圖表，簡述此實驗的結果。

高腳杯（空杯）重量 123.9 (gw)	
裝水重量 (gw)	高腳杯發聲頻率 (Hz)
0.0	940
20.0	938
40.0	926
60.0	914
80.0	902
100.0	879
120.0	832
140.0	785
160.0	721

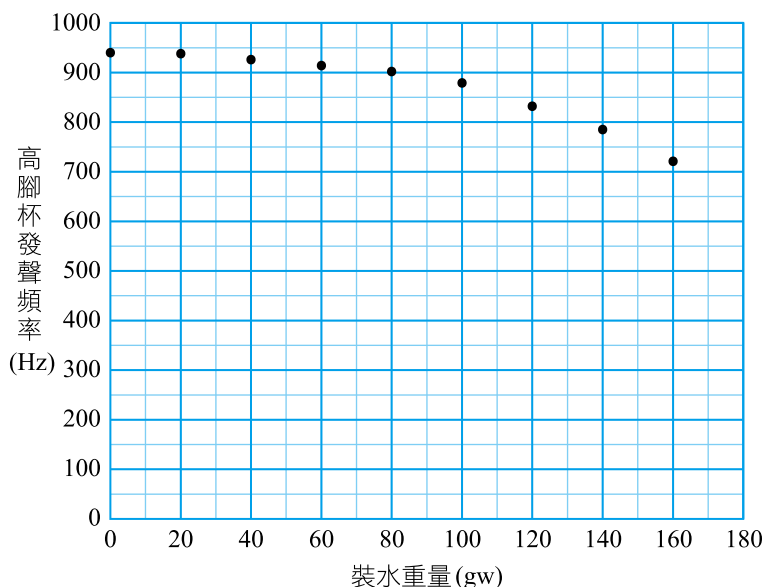


- (6) 由實驗結果，本組所得到的結論為何？



- 答** (1) (參考答案) 裝水重量、高腳杯的重量、高腳杯的形狀、高腳杯的材質等  
 (2) (參考答案) 題目訂定：相同高腳杯裝不同重量的水對高腳杯發聲頻率的影響；  
 操縱變因：裝水重量，應變變因：高腳杯的發聲頻率  
 (3) 略 (4) 略 (5) 略 (6) 略

- 解析** (1) (開放性問題，無標準答案，僅供參考) 裝水重量、高腳杯的重量、高腳杯的形狀、高腳杯的材質等。  
 (2) 題目訂定：(開放性問題，無標準答案，僅供參考) 相同高腳杯裝不同重量的水對高腳杯發聲頻率的影響。操縱變因：裝水重量；應變變因：高腳杯的發聲頻率。  
 (3) 本題請學生進行預測及理由陳述，為避免限縮學生的思路，在此不提供參考答案。  
 (4) (開放性問題，無標準答案，僅供參考)  
 僅以耳朵聽覺來偵測聲音頻率的缺點如下：  
 ① 耳朵聽覺涉及個人主觀、且每個人的聽覺穩定性因人而異。  
 ② 以聽覺偵測頻率時，無法得到量化的數據。  
 當前而言，有不少手機 APP (如 Spectroid) 及電腦軟體程式 (如 Goldwave)，可以協助探究者來偵測聲音頻率，請學生自行上網搜尋。  
 (5) 如圖，相同高腳杯裝水重量愈多時，高腳杯的發聲頻率愈低。



- (6) 對相同的高腳杯而言，當杯內裝水的重量愈大時，摩擦高腳杯的發聲頻率愈小 (低沉)。

## 第 2 章

## 素養題解答

## 貝殼裡的海浪

拿起夠大的貝殼貼近耳朵，就會聽到類似海浪的聲音，科學家注意到這個現象後，就開始研究貝殼產生「海浪聲」的機制。首先，貝殼內部的空腔會放大特定頻率的聲音，而讓其他頻率的聲音減弱，這即是共鳴的現象。也就是說，貝殼藉由過濾周遭的背景聲響，最終呈現特定的聲波組合傳到聆聽者的耳朵。



貝殼空腔的共鳴效應，  
讓耳朵聽到海浪聲。

過往誤認為人體內血液循環、呼吸、心跳的聲響，是這神奇「海浪聲」的主要來源，但目前實驗證明周遭環境的背景噪音才是主要因素。若是在隔音室裡，拿起貝殼貼在耳旁，會發現神奇的海浪聲就此消失了！其實不只是貝殼，空杯子、空瓶子或是鼓起來的手掌，都可以藉由共鳴效應，過濾背景聲響產生不同的聲音，下次你也可以自己試試看，聽聽不同版本的海浪聲。 【混合題】

- \* 1. 愛麗絲原先坐在安靜的教室，聆聽貝殼產生的共鳴現象。以下哪種方式會讓聽到的「海浪聲」有顯著的不同呢？  
 (A) 將貝殼拿到隔音室 (B) 將貝殼拿到吵雜的工地 (C) 拿著貝殼跳到空中  
 (D) 跑到氣喘吁吁再來聽 (E) 將貝殼上下顛倒來聽。

答 (A)(B)

解析 根據短文提供的資訊可知，貝殼因為共鳴效應，放大背景噪音中特定頻率的聲波。因此將貝殼拿到隔音室或吵雜的工地，都會大幅改變背景噪音。但聆聽者的呼吸聲、跳躍到空中、轉個角度聆聽，都不會大幅改變背景噪音，所聽到的聲音不會有明顯改變，故選 (A)(B)。

2. 若貝殼長度約為 20 cm，將其空腔近似為相同長度的閉管樂器，試估算聽到「海浪聲」的音調為多少 Hz？（聲速在室溫空氣中約為 340 m/s）

答 425

解析 若假設貝殼為長 20 cm 的閉管樂器，則其音調即為該空氣柱的基頻為

$$f = \frac{v}{4L} = \frac{340}{4 \times 0.20} = 425(\text{Hz})。$$

## 第2章

## 深度探索

### 為什麼是 $331 + 0.6t$ ？

不論是橫波或縱波，波速是由介質不同的力學特性所決定的，抗彎性決定了橫波的波速，如繩波；抗壓性決定了縱波的波速，如聲波。一般的流體，像是空氣或水，很容易受到外力而改變其形狀，並不具有抵抗形變的特質，因此在流體中不易產生橫波，流體容易受到壓縮，尤其是氣體，因此氣體只能傳遞經過壓縮的疏密波，也就是縱波。

我們可以利用活塞推動長管中的空氣，來了解疏密波傳播的機制。假設在長管中，活塞使空氣產生波速為  $v$  且向左運動的疏密波。若觀測坐標系也和疏密波一樣，向左以  $v$  的速度運動，則以坐標系來看，疏密波是靜止的，而空氣則向右以  $v$  的速度運動，如圖 1 所示。考慮一小段空氣，截面積為  $A$ ，厚度為  $\Delta x$ ，壓力為  $P$ 。而疏密波內空氣壓力為  $P + \Delta P$ ，密部  $\Delta P > 0$ ，疏部  $\Delta P < 0$ 。

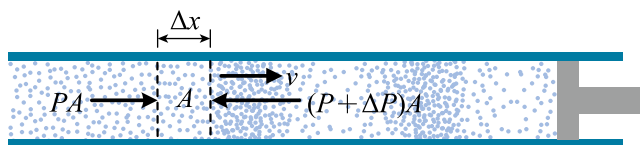


圖 1 活塞推動長管中的空氣，使空氣產生疏密波。

當這一小段空氣遭遇疏密波而減速成為  $v + \Delta v$  的速度，這裡的  $\Delta v < 0$ ，這一小段空氣進入疏密波費時  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ 。作用於此小段空氣的作用力，分別為  $PA$  向右及  $(P + \Delta P)A$  向左，其合力為

$A\Delta P$  向左。小段空氣的質量  $\Delta m = \rho A \Delta x = \rho A v \Delta t$ ，由牛頓第二運動定律推得空氣的平均加速度  $a =$

$\frac{-A\Delta P}{\rho A v \Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ，其中的負號代表小段空氣所受的合力方向向左。化簡這個式子，可以寫成

$$\frac{-\Delta P}{\frac{\Delta v}{v}} = \rho v^2 \dots \dots \textcircled{1}$$

考慮這一小段空氣原來的體積  $V = A v \Delta t$ ，進入疏密波後被壓縮了  $\Delta V$ ， $\Delta V = A \Delta v \Delta t$ ，可以得到

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta v}{v} \dots \dots \textcircled{2}$$

將第 ② 代入第 ①，可以得到

$$\frac{-\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} = \rho v^2 \dots \dots \textcircled{3}$$

聲音在空氣中的傳播速度可說是很快的，但熱量的傳導卻很慢，小段空氣被壓縮的過程可視為絕熱過程。由理想氣體方程式及熱力學第一定律可以推得，在絕熱過程中，體積和壓力的關係為

$$PV^\gamma = \text{定值} \cdots \cdots \textcircled{4}$$

其中  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ ，為定壓莫耳比熱  $C_p$  與定容莫耳比熱  $C_v$  的比值。空氣大多數為氧及氮所組成，

雙原子分子於室溫下， $C_p = \frac{7}{2}R$ ， $C_v = \frac{5}{2}R$ ，因此  $\gamma = 1.4$ 。

將第④寫成微分形式，

$$\frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V} \cdots \cdots \textcircled{5}$$

第③式中的  $\Delta P$  可視為  $dP$ ， $\Delta V$  視為  $dV$ 。將第⑤代入第③式計算，可以得到

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \cdots \cdots \textcircled{6}$$

速率  $v$  是上圖中小段空氣向右運動的速率，同時也代表聲波在空氣中的速率。理想氣體方程式

$PV = nRT$ ，也可以寫成  $PM = \rho RT$ ，其中  $M$  為空氣的平均分子量。 $\rho = \frac{PM}{RT}$  代入第⑥式計算可得

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \cdots \cdots \textcircled{7}$$

其中  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$ ， $R = 8.31$  焦耳 / 莫耳 · 克耳文， $M = 28.97 \times 10^{-3}$  公斤 / 莫耳， $T = 273.15 + t$ ，

$t$  為攝氏溫度。代入第⑦式計算

$$v = \sqrt{\frac{1.4 \times 8.31}{28.97 \times 10^{-3}} (273.15 + t)} \approx 331 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}} \text{ (m/s)} \cdots \cdots \textcircled{8}$$

利用二項式定理，可將第⑧式寫成

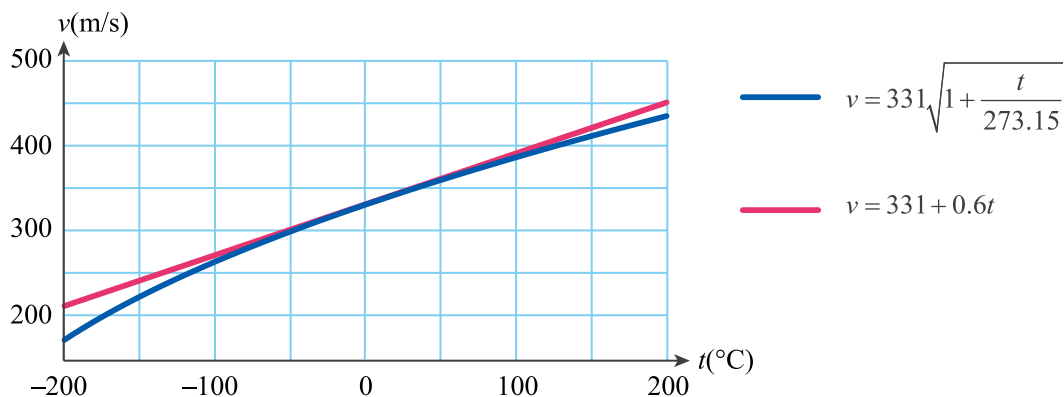
$$v \approx 331 + \frac{331}{546.3} t - \frac{331}{8} \left( \frac{t}{273.15} \right)^2 + \cdots \text{ (m/s)} \cdots \cdots \textcircled{9}$$

第⑨式中  $\frac{331}{546.3} \approx 0.6059 \approx 0.6$ ，以地球各地氣溫不致於過高的條件下，第3項以後的所有項

次之和，可以略而不計。因此第⑨式可以進一步簡化為

$$v = 331 + 0.6t \text{ (m/s)} \cdots \cdots \textcircled{10}$$

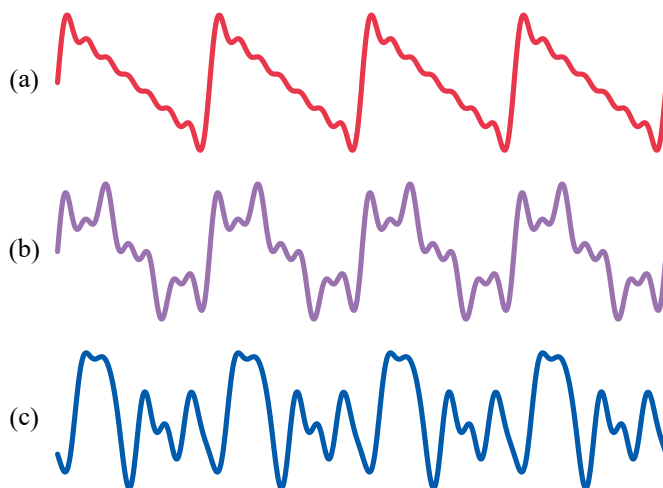
若氣溫  $t$  介於  $\pm 50^\circ\text{C}$  之間，第⑧及第⑩兩式有絕佳的近似值，如圖2所示。



▲圖 2 空氣中的聲速  $v$  與攝氏溫度  $t$  的關係曲線。

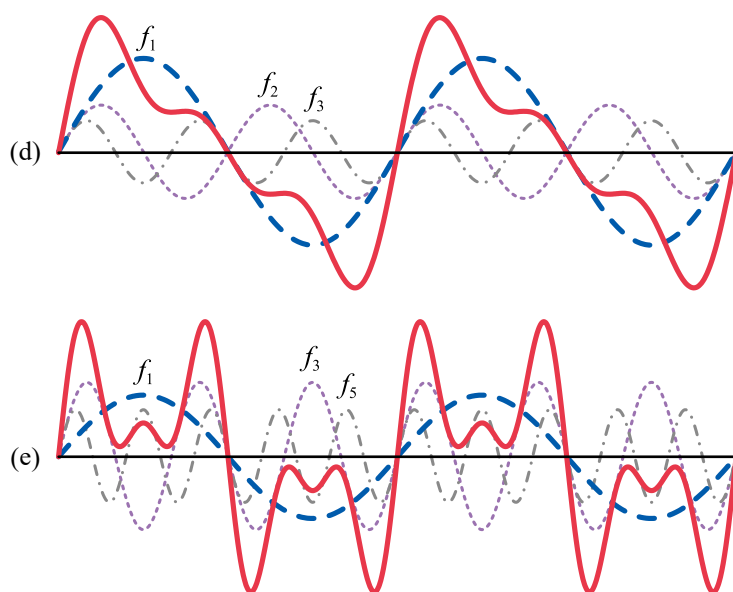
## 諧音的組合與波形

不同的樂器在彈奏或吹奏同一律音時，由於所激發的諧音數與振幅不盡相同，因此疊加後所產生的波形也不會相同。如圖所示的波形，是由某固定基頻的第一至第七諧音，共 7 個諧音組合後的三種不同波形，其中圖 (a) 波形的各諧音振幅比為  $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6} : \frac{1}{7}$ ，圖 (b) 波形的各諧音振幅比為  $1 : 0.08 : 0.1 : 0.5 : 0.1 : 0.07 : 0.3$ ，而圖 (c) 波形則是同時改變諧音的振幅以及相位組合而成的；這三種波形雖相異，但由於基音頻率相同，所以三種波形的音調並沒有不同。



● 由某固定基頻的第一至第七諧音，共 7 個諧音組合後的三種不同波形。

我們可以簡化諧音的數量，以便觀察律音頻率與各個諧音頻率的關係。例如圖 (d) 所示的律音波形，是由振幅比為 6 : 3 : 2 的第一、二、三諧音疊加而成，而圖 (e) 的律音波形，是由振幅比為 1 : 1.2 : 0.75 的第一、三、五諧音疊加而成，其中  $f_1$  為基音的頻率， $f_2$  為第二諧音的頻率…，依此類推。由圖中可發現，一般而言，無論是否有偶數諧音（即無論是弦樂器、閉管或開管樂器），或是泛音的強度是否大於基音，基本上泛音的作用只是在基音的波形上作變化，而無法改變律音的頻率；換句話說，樂器彈奏或吹奏出某個律音時，其頻率就是基音的頻率。



▲ 律音（紅色波形）的頻率與基音（藍色波形）的頻率相同。

#### 本章圖片來源

CH2 章首 shutterstock 圖庫提供

P72 吉他 shutterstock 圖庫提供

習題基礎 1 <https://www.lionking.com/worldwide/united-states>

探究實作題 龍騰美編部拍攝

素養題 shutterstock 圖庫提供

※ 未列出者皆為徐國誠老師提供