

1-1

庫倫定律

1

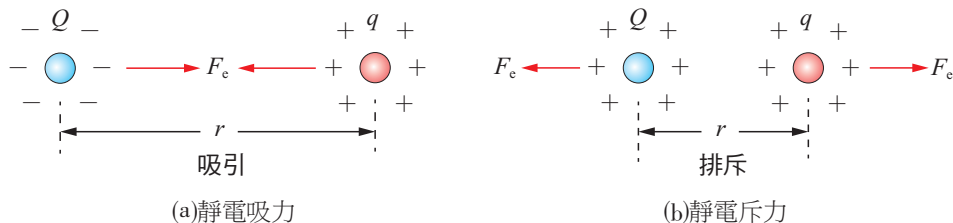
學習概念

1

庫倫（靜電力）定律（配合課本 p.7）

1. 內容：

二點電荷間靜電力（又稱庫倫力）的量值 F_e ，與其所帶電量乘積（ Qq ）成正比，與其間的距離平方（ r^2 ）成反比。



▲庫倫靜電力定律

2. 數學式：

$$\begin{cases} F_e \propto Qq \\ F_e \propto \frac{1}{r^2} \end{cases} \xrightarrow{\text{建立數學式}} \boxed{F_e = \frac{kQq}{r^2}}$$

Qq ：庫倫
 r ：公尺
 F ：牛頓
 k 為庫倫常數， $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$

3. 庫倫定律的限制與特性：

(1) 靜電力是連心力、保守力、場力，滿足作用力與反作用力定律。

(2) 同性電間存在斥力，異性電間存在吸力。

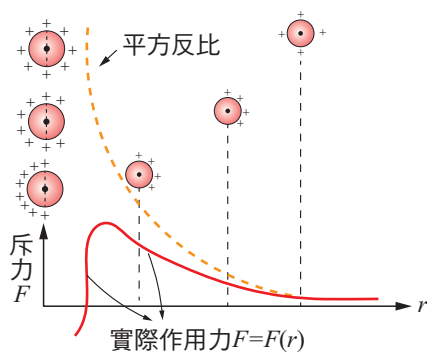
(3) 庫倫（靜電力）定律僅適用於點電荷間的作用力；或兩帶電體相距甚遠時的情形，如右圖所示。

① 當一個帶電體靠近時，由於同性電相斥，而使電荷分布不均，此時實際之力較公式之力小。

② 當帶電體過於靠近時會有靜電感應，此時實際之力較公式計算之力更小，甚至會有吸引力等於（或大於）斥力的情況發生。

(4) 導體空腔內部的電荷受靜電力總和為零。

(5) 微觀世界的靜電力與萬有引力的比較：



▲庫倫靜電力定律

- ① 以「氫原子」為例，質子與電子之間的靜電力 (F_e) 與萬有引力 (F_g) 兩者比值的數量級約為 10^{39} 。

$$\begin{cases} F_e = \frac{kQq}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9) \cdot (1.6 \times 10^{-19})^2}{r^2} \text{ N} \\ F_g = \frac{GMm}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}) \cdot (9.1 \times 10^{-31})(1.7 \times 10^{-27})}{r^2} \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_e}{F_g} \approx 2.2 \times 10^{39} \approx 10^{39}$$

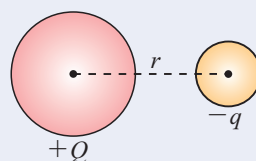
- ② 因在原子尺度下的萬有引力遠小於靜電力， $F_g \ll F_e$ ，故進行相關電學運算時，萬有引力常忽略不予計算。

範例

7

庫倫（靜電力）定律

如右圖所示，兩金屬球分別帶有異性電荷 $+Q$ 、 $-q$ ，球心相距 r ，且 r 略大於兩球半徑之和，若兩球間庫倫靜電力量值為 F ，則下列敘述哪些正確？



- (A) $F > \frac{kQq}{r^2}$ (B) $F = \frac{kQq}{r^2}$ (C) $F < \frac{kQq}{r^2}$ (D) r 愈大， F 愈接近 $\frac{kQq}{r^2}$
(E) r 愈小， F 愈接近 $\frac{kQq}{r^2}$

答

(A)(D)

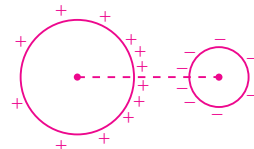
解

(A) ○

(D) ○

(1) 由「 r 略大於兩球半徑之和」，兩球將發生「靜電感應」，而使

電荷分布較集中在兩球接近處，如右圖所示，故 $F > \frac{kQq}{r^2}$ 。



(2) 當 r 愈大，兩球愈可視為「點電荷」， F 愈接近 $\frac{kQq}{r^2}$ 。

故選(A)(D)。

類題

如右圖所示，兩個帶等量同性電的點電荷固定於 A、B 處， \overline{CD} 為 \overline{AB} 連線中垂線，且 D 在無窮遠處。今將另一正電荷 q 由 C 處沿 \overline{CD} 移動至 D 處，則 q 所受電力量值如何變化？

- (A) 逐漸減少 (B) 逐漸增加 (C) 先減少後增加 (D) 先增加後減少
(E) 一直不變

答

(D)

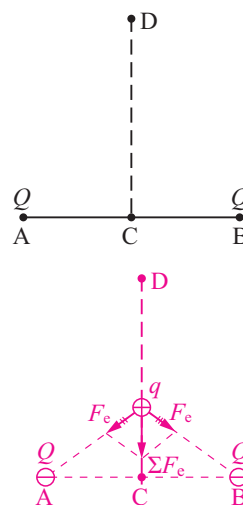
(D) ○ (1) 點電荷 q 在 C 處所受合電力為零。

(2) D 為無窮遠處，故點電荷 q 在 D 處所受的合電力亦為零。

(3) 如右圖所示，點電荷 q 在 \overline{CD} 線上，所受合電力並不為零，

$\Sigma F_e \neq 0$ ，可推得移動過程合電力量值變化為「先增加後減少」。

即使 A、B 為正電荷，量值的變化行為還是相同。故選(D)。



範例 2 庫倫（靜電力）定律

材質與半徑完全相同的兩金屬球分別帶有電量 Q 及 $\frac{1}{2}Q$ ，兩球間的距離遠大於其半徑，且兩球間的靜電作用力為 F 。今將兩球接觸後再將它們放回原來位置，假設過程中兩球上的總電荷守恒，則兩球間的靜電作用力變為何？ 【109. 指考補考】

- (A) $\frac{3}{2}F$ (B) $\frac{9}{8}F$ (C) $\frac{5}{4}F$ (D) $\frac{3}{4}F$ (E) $\frac{7}{8}F$

答 (B)

解 (B) ○ (1)兩金屬球接觸後，各帶電量 $\frac{Q + \frac{1}{2}Q}{2} = \frac{3}{4}Q$ 。

$$(2) \text{依 } F_e = \frac{kQq}{r^2} \xrightarrow{\text{兩金屬球相距 } r} \begin{cases} F = k \times \frac{Q \cdot (\frac{1}{2}Q)}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{r^2} \dots\dots\dots(1) \\ F' = k \times \frac{(\frac{3}{4}Q) \cdot (\frac{3}{4}Q)}{r^2} = \frac{9}{16} \frac{kQ^2}{r^2} \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

由 $\frac{(1)}{(2)}$ ，得 $F' = \frac{9}{8}F$ 。故選(B)。

類題 兩個大小相同的金屬小球，分別帶 q_1 、 q_2 之電荷，相距 10 公分的時候，斥力為 2.4×10^{-3} 牛頓，將兩球互相接觸後再置於原處，其斥力改變為 2.5×10^{-3} 牛頓，則兩球未接觸時，二者電量之比為若干？

答 3 : 2 或 2 : 3

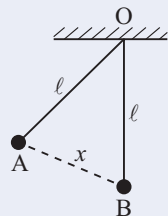
$$(1) \text{依 } F_e = \frac{kQq}{r^2} \xrightarrow{r=0.1 \text{ m}} \frac{k \cdot (q_1 \cdot q_2)}{0.1^2} = 2.4 \times 10^{-3} \dots\dots\dots(1)$$

$$(2) \text{兩金屬球相接觸後電荷分別 } q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow \frac{k \cdot (\frac{q_1 + q_2}{2})^2}{0.1^2} = 2.5 \times 10^{-3} \dots\dots\dots(2)$$

$$(3) \text{由 } \frac{(1)}{(2)}, \text{ 得 } 6q_1^2 - 13q_1q_2 + 6q_2^2 = 0 \Rightarrow q_1 : q_2 = 3 : 2 \text{ 或 } 2 : 3 \text{。}$$

範例 3 庫倫（靜電力）定律

如右圖所示，帶電小球 A、B 荷電量各為 $+q_1$ 、 $+q_2$ ，質量各為 m_1 、 m_2 ，分別以長 ℓ 的輕繩懸起，設法使 B 固定。試回答下列各問題：



- (1) A 被 B 斥開的距離 x 為若干？
- (2) A 所受之靜電力為若干？
- (3) OA 繩之張力 T 為若干？
- (4) 電量不變，欲使 A、B 距離減半，則 m_1 應變為幾倍？

答 (1) $(\frac{kq_1q_2\ell}{m_1g})^{1/3}$; (2) $\frac{m_1g}{\ell} (\frac{kq_1q_2\ell}{m_1g})^{1/3}$; (3) m_1g ; (4) 8 倍

解 { ①電荷系統呈「平移平衡」，即不移動，則滿足 $\Sigma \vec{F} = 0$ 。
 ②不共線之三力平衡時必構成一封閉三角形。
 ③兩三角形相似時對應邊成比例。

(1) 如右圖所示，取帶電球 A 為隔離體圖： $\Sigma \vec{F} = m_1 \vec{g} + \vec{F}_e + \vec{T} = 0$ ，

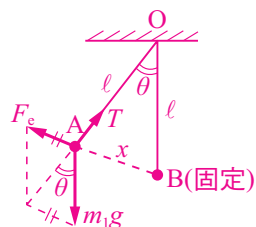
由相似三角形對應邊成比例，可得 $\frac{F_e}{m_1g} = \frac{x}{\ell}$ ，

$$\therefore F_e = m_1g \cdot \frac{x}{\ell} = \frac{kq_1q_2}{x^2} \Rightarrow x = (\frac{kq_1q_2\ell}{m_1g})^{1/3}。$$

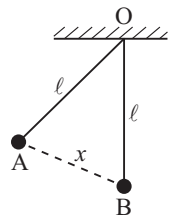
(2) 承(1)， $F_e = m_1g \cdot \frac{x}{\ell} = \frac{m_1g}{\ell} \cdot (\frac{kq_1q_2\ell}{m_1g})^{1/3}。$

(3) 同(1)， $\frac{T}{m_1g} = \frac{\ell}{\ell} = 1 \Rightarrow T = m_1g。$

(4) 承(1)，得知 $x = (\frac{kq_1q_2\ell}{m_1g})^{1/3} \xrightarrow{q_1, q_2, \ell = \text{const.}} x \propto (\frac{1}{m_1})^{1/3} \begin{cases} x \rightarrow \frac{x}{2} \\ m_1 \rightarrow 8m_1 \end{cases}。$



類題 如右圖所示，兩細線的長度均為 ℓ ，A、B 兩小球帶有同性電荷，其中 A 可以移動，B 則被固定於鉛垂線處。若 A 球的質量為 m ，平衡時 A、B 相距 x ，重力加速度為 g ，試回答下列各問題：



- (1) 平衡時 A、B 兩球間的靜電力量值為若干？
- (2) 若只改變 A 的電量，當其電量變為原先的 8 倍而再度平衡時，A、B 間的靜電力變為原來的多少倍？

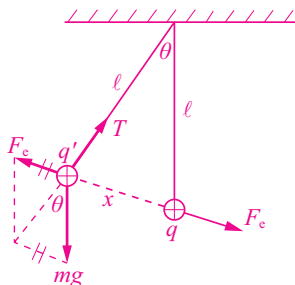
答 (1) $mg \cdot \frac{x}{\ell}$; (2) 2 倍

(1) 如右圖所示，由相似三角形對應邊成比例，可得

$$\frac{F_e}{mg} = \frac{x}{\ell} \Rightarrow F_e = mg \cdot \frac{x}{\ell}。$$

(2) 承(1)，得 $F_e = mg \cdot \frac{x}{\ell} = \frac{kq'q}{x^2}$ ，

$$\therefore x = (\frac{kq'q\ell}{mg})^{1/3} \begin{cases} q' \rightarrow 8q' \\ x \rightarrow 2x \Rightarrow F_e \rightarrow 2F_e \end{cases}。$$

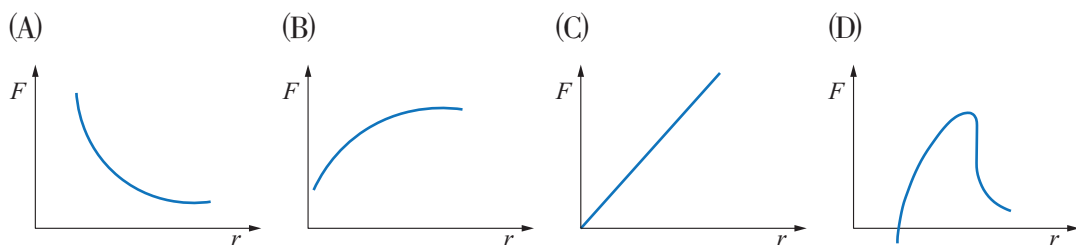


1-1

課後練習

單選題 (解析詳見解答本)

- (D) 1. 下列何者可以表示一點電荷與一帶同性電之金屬球間之作用力與距離之關係？



- (C) 2. 已知質子的質量為 $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，電子的質量為 $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，質子與電子之間庫倫力量值為其間萬有引力值之 K 倍，則 K 的數量級為何？

(A) 10^{36} (B) 10^{38} (C) 10^{39} (D) 10^{40} (E) 10^{41}

- (D) 3. 一定電荷量 Q ，將之分為 q 及 $Q - q$ ，在某距離時其互相作用之力欲為最大，則 q 之值應取為何？

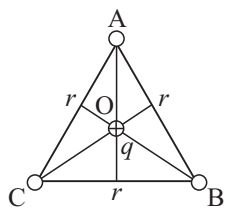
(A) $\sqrt{2} Q$ (B) $2Q$ (C) $\frac{Q}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{Q}{2}$ (E) $\frac{Q}{4}$

- (D) 4. 甲、乙、丙三個固定的點電荷以庫倫力交互作用，已知甲受合力為 $-3\hat{i}$ 牛頓，乙受合力為 $4\hat{j}$ 牛頓，其中 \hat{i} 與 \hat{j} 分別代表沿 $+x$ 軸與 $+y$ 軸之單位向量，則丙受合力量值為多少牛頓？

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 10

- (C) 5. 如右圖所示，邊長為 r 的正三角形 ABC 三頂點，分別固定有點電荷 $+q$ 、 $+q$ 、 $-q$ ，將一電荷 $+q$ 置於重心 O ，其所受淨電力為若干？

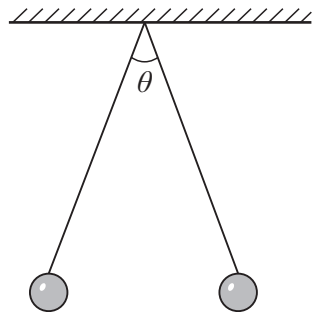
(A) $\frac{2kq^2}{r^2}$ (B) $\frac{3kq^2}{r^2}$ (C) $\frac{6kq^2}{r^2}$ (D) $\frac{kq^2}{2r^2}$ (E) $\frac{kq^2}{3r^2}$



- (B) 6. 質量相等、帶等量電荷的兩小球各以等長的細線懸起，如右圖所示。設兩線之張角為 θ ，則小球所受靜電力與重力之比值為何？

(A) $\frac{1}{2} \cot \theta$ (B) $\tan \frac{\theta}{2}$ (C) $\frac{1}{2} \tan \theta$

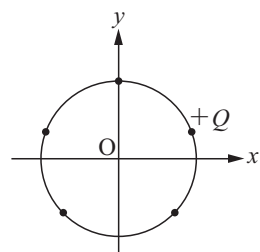
(D) $\cot \frac{\theta}{2}$ (E) $\sin \theta$



- (C) 7. 如右圖所示，在半徑為 R 的圓上，每格 72° 固定放置一電量

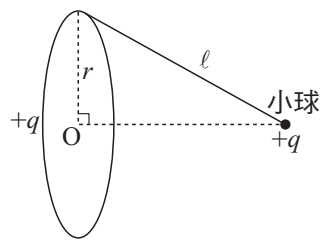
為 $+Q$ 之質點，在通過圓心 O 的 $+z$ 軸距圓心 $\frac{3}{4}R$ 處有一電量為 $-q$ 的質點，則該質點 $-q$ 所受的合靜電力為何？

- (A) 0 (B) $\frac{16GMm}{5R^2}$ (C) $\frac{48kQq}{25R^2}$ (D) $\frac{80GMm}{9R^2}$ (E) $\frac{5GMm}{9R^2}$



- (A) 8. 如右圖所示，在鉛垂面上有一半徑為 r ，均勻帶靜電的金屬線圈。一長為 ℓ 的絕緣細線左端繫於線圈的最高點，右端繫一小球。當線圈與小球均帶 $+q$ 電荷時，小球恰可靜力平衡於線圈之中心軸線上。以 k 表示庫倫靜電力定律中之比例常數，則此時細線之張力為何？

- (A) $\frac{kq^2}{\ell^2}$ (B) $\frac{kq^2}{\ell r}$ (C) $\frac{kq^2}{\ell^2 - r^2}$ (D) $\frac{kq^2}{r^2}$ (E) $\frac{kq^2 r}{\ell^2}$



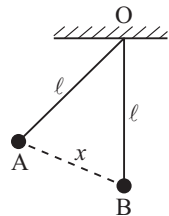
多選題

- (A C E) 1. 三個完全相同的導電球 A、B 及 C，其中 A、B 兩球各帶相等電荷 Q ，且位置固定，C 球不帶電。若 A、B 兩球間之距離 d 遠大於球的半徑，其間的靜電斥力為 F 。今將 C 球先與 A 球接觸，移開後再與 B 球接觸，然後移到遠處。下列有關導電球 A、B 及 C 相互接觸後的各項敘述，哪些正確？

- (A) C 球先與 A 球接觸後，帶有靜電荷 $\frac{Q}{2}$ (B) 承(A)，C 球再與 B 球接觸後，帶有靜電荷 $\frac{Q}{4}$ (C) 承(A)(B)，三球不再接觸後，帶靜電荷比為 2:3:3 (D) 承(A)(B)，三球不再接觸後，A、B 兩球間的靜電力為吸力 (E) 承(A)(B)，最後 A、B 兩球間之作用力為 $\frac{3}{8}F$

- (B D E) 2. 如右圖所示，質量均為 m 之兩帶電球體，若 A 球可自由移動，而 B 球固定不動，下列有關兩帶電球平衡的各項敘述，哪些正確？

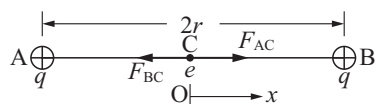
- (A) 兩球間之電力 F_e 與其距離 x 之關係為 $F_e \propto x^2$
 (B) 在 A 球平衡之情況下， $F_e = mg \cdot \frac{x}{\ell}$
 (C) 若兩球之電量不變，而其距離縮短一半，則 A 球之質量應為 $4m$
 (D) 若兩球之電量不變，而其距離加大 2 倍，則 A 球之質量應為 $\frac{1}{8}m$
 (E) 若兩球之電量不變，而其距離變為 n 倍，則 A 球之質量應為 $\frac{1}{n^3}m$



- (A B) 3. 兩氣球帶電量 Q 庫侖，下各繫等長均為 L 之細繩，供 $m \text{ kg}$ 之物體等速上升時，兩繩夾角為 60° ，若電量改為 Q' 庫侖時，夾角為 120° 。下列有關兩氣球帶電量、夾角改變前後的敘述，哪些正確？

(A)各氣球均受三力作用而呈平移平衡 (B)物體亦受三力作用而呈平移平衡
(C)假設兩細繩夾角為 θ ，則兩氣球間距離為 $2L \sin \theta$ (D)承(C)，物體的重量 mg 與細繩的張力 T 關係為 $2T \cos \theta = mg$ (E) $\frac{Q}{Q'} = 3$

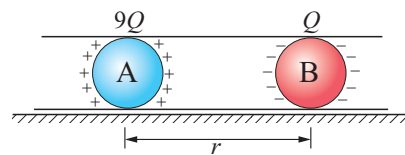
- (A C) 4. 如右圖所示，兩固定不動的正電荷 A、B，帶電量 q ，相距 $2r$ ，在中點置一自由正電荷 C，帶電量 e ，質量 m 。下列有關電荷 C 的敘述，何者正確？



(A)電荷 C 在 O 位置處受合靜電力為零 (B)承(A)，將此正電荷向右移 x ($x \ll r$) 距離後放手，瞬時間此正電荷受力為 $\frac{4kqe}{r^2}x$ ，方向向左 (C)同(B)，瞬時此正電荷受力為 $\frac{4kqe}{r^3}x$ ，方向向左 (D)承(B)，電荷 C 將進行週期性來回往復直線運動 (E)承(D)，電荷 C 的運動週期為 $2\pi \sqrt{\frac{mr^3}{kqe}}$

混合題

- ◎ 有一內部光滑且絕緣良好的玻璃管固定於水平桌面上，內部有兩個完全相同的金屬小球 A、B，如右圖所示。若 A、B 小球上分別帶有均勻電量 $+9Q$ 及 $-Q$ ，且相距 r 。



- (B C) 1. 當 A、B 小球由圖示位置靜止釋放，有關兩球運動的敘述，哪些正確？

E (A)A、B 小球符合萬有引力的模型，受萬有引力作用而相互靠近 (B)A、B 小球時時保持動量守恆 (C)A、B 小球時時保持力學能守恆 (D)A、B 小球終將相吸而接觸，最後靜止停下來 (E)A、B 小球終將相吸而接觸之後，因靜電力相斥而分離

- (B C) 2. 當 A、B 小球再次回到原來各位置時，下列相關的力學問題敘述，哪些正確？

E (A)A 球所受的靜電力量值是釋放時的 $\frac{9}{16}$ 倍 (B)B 球所受的靜電力量值是釋放時的 $\frac{16}{9}$ 倍 (C)A、B 小球時時受有靜電力作用，量值相等、方向相反，且作用在一直線上 (D)承(C)，A、B 小球所受靜電力為一對平衡力，彼此抵消，故合力為零 (E)對 A 小球而言，靜電力視為一外力，因此可以改變其運動狀態

3. A 小球回到原位置時，所具有的瞬時加速度量值，是釋放時的若干倍？

答： $\frac{16}{9}$ (3. 依 $F=ma \xrightarrow{m=\text{const.}} F \propto a \Rightarrow \frac{(a_A)_{\text{回到原位}}}{(a_A)_{\text{釋放前}}} = \frac{(F'_{eA})_{\text{回到原位}}}{(F_{eA})_{\text{釋放前}}} = \frac{16}{9}$ 。)

1-2 電場與電力線



學習概念 1 場 (Field) (配合課本 p.12)

1. 場：一種與「位置」有關物理性質，存在於空間，稱為場。

例如：

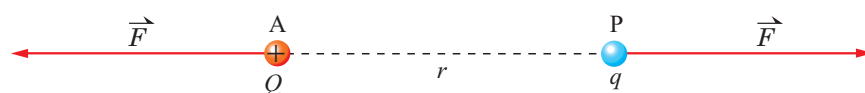
- 重力布及的空間，稱為重力場。
- 電力布及的空間，稱為電（力）場。
- 磁力布及的空間，稱為磁（力）場。

2. 法拉第是第一位提出「電場」的概念來解釋空間中靜電力作用的科學家；除此之外，空間中的重力作用、磁力作用等亦呈現於重力場、磁場裡。

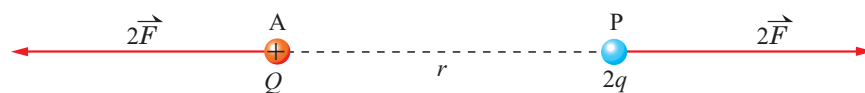
學習概念 2 電場的意義 (配合課本 p.13)

1. 因電荷的存在，使空間存在一種可使其他電荷受電力影響的性質，我們稱此電荷在空間建立了電場，此電荷稱為電場的「場源」。

2. 電場是場源電荷對空間造成的影響（交互作用），使位於此空間的電荷受到「電力」的作用。



(a) 測試正電荷 q 放在 P 位置與電量 Q 的點電荷 A 相距 r ，受到靜電力為 \vec{F}



(b) 測試正電荷電量增為 $2q$ ，所受到靜電力為 $2\vec{F}$



(c) 場源電荷 Q 在 P 位置建立電場 \vec{E}

▲ 電荷在空間中建立電場

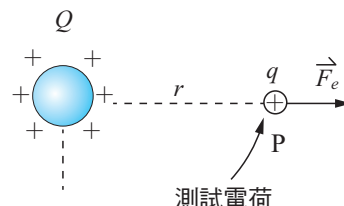
3. 電場的強度 (\vec{E}) :

(1) 定義 :

單位正電荷 q 在電場中 P 位置所受 (造成該電場之) 電力源 Q 的靜電力 \vec{F}_e , 稱為此電力源 Q 在該位置之電場強度 \vec{E}_p 。

廣義之靜電力

$$\vec{E}_p = \frac{\vec{F}_e}{+q} = \frac{\text{牛頓}}{\text{庫倫}} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \xrightarrow{\text{廣義之靜電力}} \boxed{\vec{E}_p = q\vec{E}_p}$$

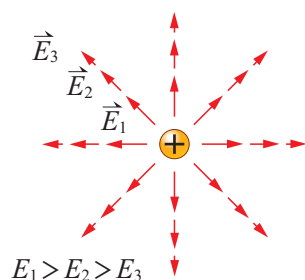


▲測試正電荷在電力源附近受有電力

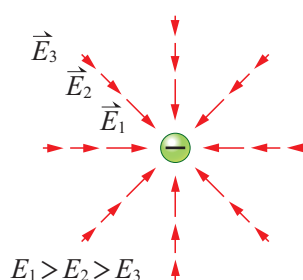
(2) 電場方向 :

① 正電荷建立的電場方向：由場源電荷本身向外發散，如下圖(a)所示。

② 負電荷建立的電場方向：朝場源電荷本身向內收斂，如下圖(b)所示。



(a)正電荷



(b)負電荷

▲電荷建立的電場方向

範例

電場的強度

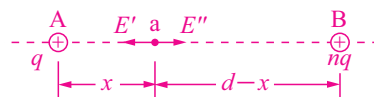
電量分別為 q 及 nq (n 為一正數) 的 A、B 兩電荷，相距 d 。在 AB 線上電場強度為零的點與 A 點的距離為若干？

答 $\frac{d}{1+\sqrt{n}}$

解 (1) 一直線上兩個固定且帶相同電性的電荷系統，其間存在一位置 a ，符合 $E_a = 0$ 。

(2) 由 $E_a = 0$ 、 $E = \frac{kQ}{r^2}$

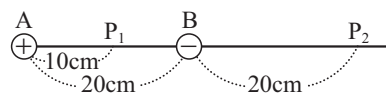
設位置 a 與 A 電荷的距離為 x ，如右圖



$$(E', \leftarrow) + (E'', \rightarrow) = 0 \Rightarrow \left(\frac{k \cdot nq}{(d-x)^2}, \leftarrow \right) + \left(\frac{k \cdot q}{x^2}, \rightarrow \right) = 0$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{n}}{d-x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2 \xrightarrow{\text{化簡}} \frac{\sqrt{n}}{d-x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{d}{1+\sqrt{n}}。$$

類題 如右圖所示，有 A、B 二異性電荷，其電量分別為 $\pm 16 \times 10^{-12}$ 庫侖，A、B 相距 20 公分，求位置 P_1 、 P_2 所受的電場強度分別為若干？



答 $E_{P_1} = 28.8 \frac{N}{C}$ ， \rightarrow ； $E_{P_2} = 2.7 \frac{N}{C}$ ， \leftarrow

(1) 依 $E = \frac{kQ}{r^2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 : \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_A = \frac{kQ}{r^2}, \rightarrow \\ \vec{E}_B = \frac{kQ}{r^2}, \rightarrow \end{array} \right. \xrightarrow{P_1 \text{ 合電場}} \Sigma \vec{E}_{P_1} = \frac{2kQ}{r^2}, \rightarrow \\ P_2 : \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_A' = \frac{kQ}{(4r)^2} = \frac{kQ}{16r^2}, \rightarrow \\ \vec{E}_B' = \frac{kQ}{(2r)^2} = \frac{kQ}{4r^2}, \leftarrow \end{array} \right. \xrightarrow{P_2 \text{ 合電場}} \Sigma \vec{E}_{P_2} = \frac{3kQ}{16r^2}, \leftarrow \end{array} \right.$$

(2) 承(1)，代入各數值，得

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma E_{P_1} = \frac{2 \cdot (9 \times 10^9) \cdot (16 \times 10^{-12})}{(0.1)^2} = 28.8 \left(\frac{N}{C} \right) \\ \Sigma E_{P_2} = \frac{3 \cdot (9 \times 10^9) \cdot (16 \times 10^{-12})}{16 \cdot (0.1)^2} = 2.7 \left(\frac{N}{C} \right) \end{array} \right. \circ$$

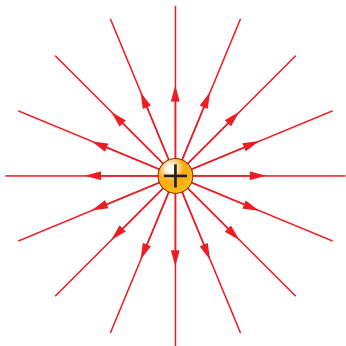
學習概念 3 電力線 (配合課本 p.16)

1. 什麼是電力線？

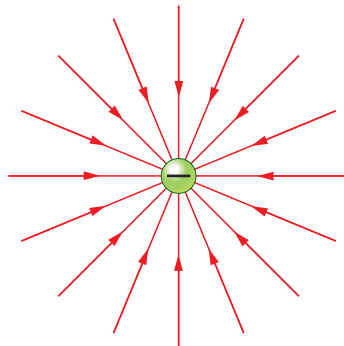
電力線由法拉第所創，用來表示電場「強弱」與「方向」的一假想線，在此線上任一點的切線方向，即一「正電荷」在該點受力的方向。

2. 空間中的電力線分布：

- (1) 單一正電荷之電力線分布，如下圖(a)所示。
- (2) 單一負電荷之電力線分布，如下圖(b)所示。

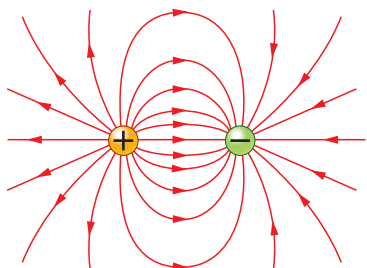


(a) 電力線的終點在無限遠處

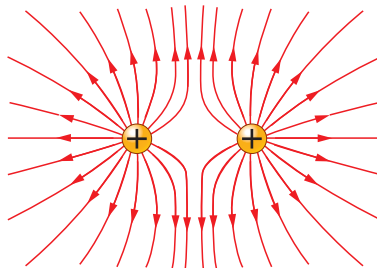


(b) 電力線的始點在無限遠處

- (3) 兩等電量異性點電荷之電力線分布，如下圖(c)所示。
- (4) 兩等電量同性點電荷之電力線分布，如下圖(d)所示。

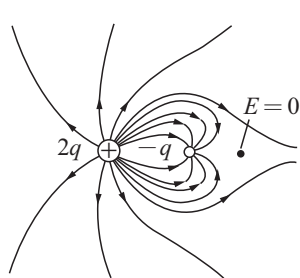


(c) 電力線由正電荷出發，終止於負電荷

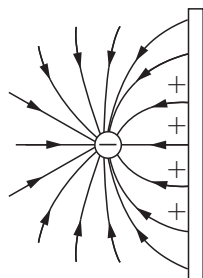


(d) 電力線均趨至無限遠處

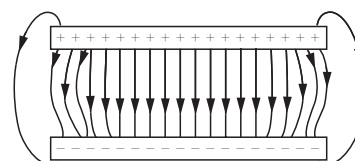
- (5) 兩非等電量異性點電荷之電力線分布，如下圖(e)所示。
- (6) 一小帶電球和附近帶異性電荷之一大平板的電力線分布，如下圖(f)所示。
- (7) 兩平行帶電板間的電力線分布，如下圖(g)所示。



(e) 非等電量異性點電荷之電力線分布

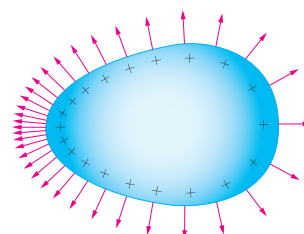


(f) 點與平板之電力線

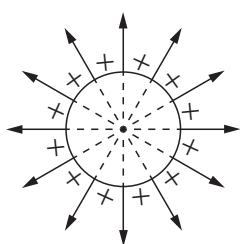


(g) 平行電板間之電力線

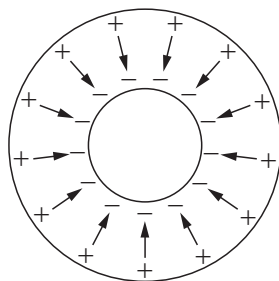
- (8) 蛋形帶電金屬殼之電力線分布，如右圖(h)所示。
- (9) 均勻帶電球殼的電力線分布，如下圖(i)所示。
- (10) 兩同心帶異性電金屬球殼的電力線分布，如下圖(j)所示。
- (11) 一點電荷在金屬球殼內部的電力線分布，如下圖(k)所示。



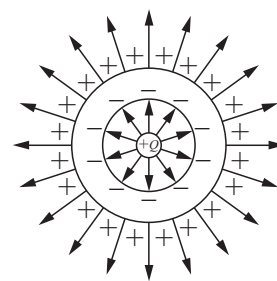
(h) 尖端較密集而鈍端較稀疏



(i) 電力線垂直球面且其延長線通過球心



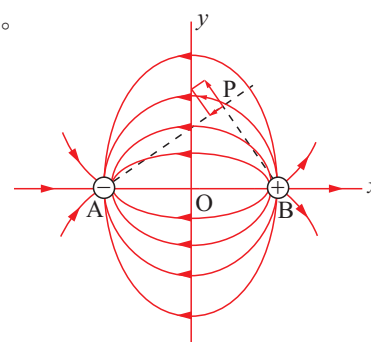
(j) 同心圓金屬球殼間之電力線



(k) 電力線在金屬球殼內會中斷

3. 電力線的性質：

- (1) 靜電荷的電力線始於正電荷，而終於負電荷，**非**封閉曲線。
- (2) 順著電力線，電力線上各點的**切線**方向，即為合成電場在該點的方向。
- (3) 電力線只交於電荷身上，中途兩電力線絕不相交。
- (4) 電力線有互相排擠的傾向。
- (5) 電力線代表電場分布，電力線愈**密集**處，電場強度愈大。
- (6) 導體靜電平衡時，電力線恆**垂直**於導體表面。
- (7) 電力線不一定就是帶電質點在電場中釋放後的運動軌跡線。
- (8) 電力線數目正比於電荷量。



▲ 電力線與電場的關係

範例 2 電力線

有關「電力線」之特性，下列敘述哪些正確？

(A)電力線是正電荷受電力方向連續移動所形成的軌跡 (B)電力線是正電荷在電場中由靜止釋放後的運動軌跡 (C)電力線稠密處，電場較大，稀疏處，電場較小 (D)通過空間中的任一點之電力線只有一條 (E)均勻電場中的電力線互相平行

答 (C)(D)(E)

解 (A) × (1)電力線之切線方向表示電場方向亦是正電荷所受電力之方向，而電力是一向量，依據向量定義得知，向量（電力線）有一定之量值與方向。

(2)只有電力線為「直線」時，電荷質點才有可能完全沿電力線運動。

故選(C)(D)(E)。

類題 有關「電力線」的特性，下列敘述哪些正確？

(A)帶靜電的金屬球，其內部一定沒有電力線 (B)正電荷在電場中的運動方向一定是沿電力線的切線方向 (C)均勻電場中的電力線必為直線且密度均勻 (D)由帶電體在空間建立的電場，其電力線可為封閉曲線 (E)電力線必垂直於帶靜電導體的表面

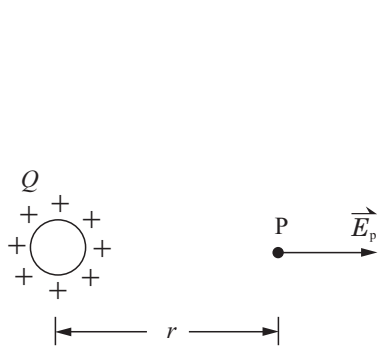
答 (A)(C)(E)

(B) × (1)電力線的切線方向為正電荷受力的方向，亦即加速度的方向，但不一定是運動（速度）的方向。

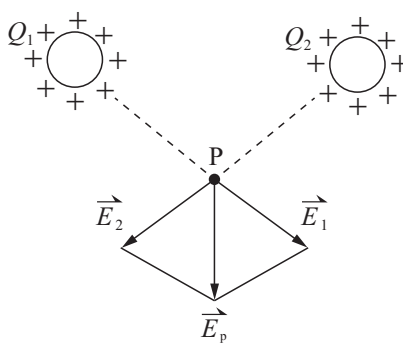
(D) × (2)電力線為非封閉曲線。

故選(A)(C)(E)。

學習概念 4 幾種常見的電場 (配合課本 p.19)



(a)單一點電荷



(b)電荷群（向量疊加）

▲電荷在空間中建立的電場

1. 固定的點電荷： $E_p = \frac{F_e}{q}$ 上圖(a)所示： $F_e = \frac{kQq}{r^2}$ \rightarrow $E_p = \frac{kQ}{r^2}$

2. 固定點電荷群： $\vec{E}_p = \Sigma \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots$ (如上圖(b)所示)

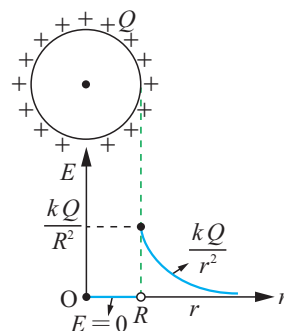
3. 孤立的帶電金屬球：

靜電平衡時，淨電荷 Q 分布於半徑 R 的球面上，而內部則無電荷，如右圖所示。距球心 r 處的電場強度依次如下：

(1) 內部 ($r < R$) : $E = 0$

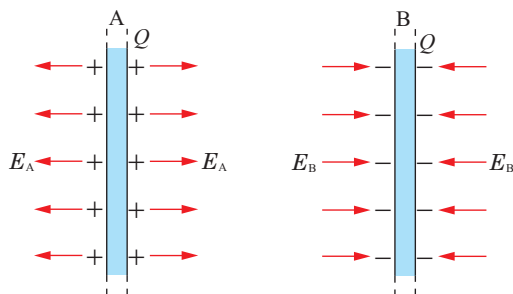
(2) 表面 ($r = R$) : $E = \frac{kQ}{R^2}$

(3) 外部 ($r > R$) : $E = \frac{kQ}{r^2}$

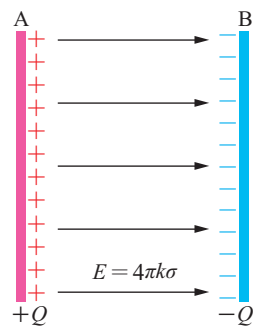


▲帶電金屬球的電場分布

4. 兩帶異性等量電荷之平行板的電場：（配合課本 p.20）



(a)單一帶電平板



(b)兩平行帶電平板

▲帶電平板的電場分布

(1) 單一帶電平板：

如上圖(a)所示，空間中存在兩個獨立無限大平行電板 A、B，分別荷有正、負電量 Q ，則帶電板在其附近所建立的電場強度量值相等，且 A 電板的電場方向為垂直射出板外，B 電板的電場方向則為垂直射入板上。

(2) 兩平行帶電平板：

如上圖(b)所示，兩荷異電量 Q 的無限大平電板 A、B，彼此平行對立，則空間中各處的電場分布依次如下：

① 電板外兩側： $E = 0$ 。

② 兩平行電板間： $\begin{cases} \text{方向：由帶正電板指向帶負電板} \\ \text{特性：量值與位置無關，為均勻電場} \end{cases}$ 。

範例 3 幾種常見的電場

在空間中有 $+q$ 及 $-q$ 兩電荷相距 $2d$ ，試問在二電荷連線的中垂線上，距連線中點 O 為 x 處的電場強度為若干？

答 $\frac{2kqd}{(d^2+x^2)^{3/2}}, \downarrow$

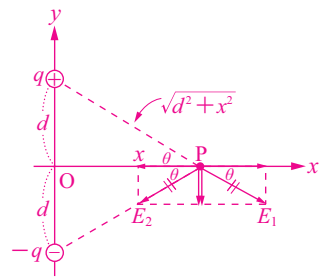
解 (1) 電場強度為向量，若空間某一點之電場係由群體電荷所建立，則此點的電場強度為各個電荷對該點的電場強度之向量和， $\vec{E}_p = \Sigma \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$ 。

(2) 依 $E = \frac{kQ}{r^2}$ $\left\{ \begin{array}{l} +q \text{ 電荷在 P 處建立的電場量值 } E_1 = \frac{kq}{d^2+x^2} \\ -q \text{ 電荷在 P 處建立的電場量值 } E_2 = \frac{kq}{d^2+x^2} \end{array} \right.$

$\therefore E_1$ 與 E_2 在 x 軸上的分量會相互抵銷，

\therefore P 處的合成電場為 $\Sigma \vec{E}_p = (E_1 \sin \theta, \downarrow) + (E_2 \sin \theta, \downarrow)$

$$= 2 \cdot \frac{kq}{d^2+x^2} \cdot \frac{d}{\sqrt{d^2+x^2}}, \downarrow = \frac{2kqd}{(d^2+x^2)^{3/2}}, \downarrow。$$



類題 承例題，若 $x \gg d$ 、 $x \ll d$ ，則答案各為若干？

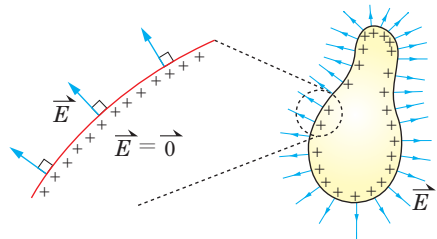
答 $\left\{ \begin{array}{l} x \gg d: \Sigma \vec{E}_p \approx \frac{2kqd}{x^3}, \downarrow \\ x \ll d: \Sigma \vec{E}_p \approx \frac{2kq}{d^2}, \downarrow \end{array} \right.$ 承例題，得 $\left\{ \begin{array}{l} \text{① 若 } x \gg d, \text{ 則 } \Sigma \vec{E}_p \approx \frac{2kqd}{x^3}, \downarrow \\ \text{② 若 } x \ll d, \text{ 則 } \Sigma \vec{E}_p \approx \frac{2kq}{d^2}, \downarrow \end{array} \right.$

學習概念 5 靜電平衡的導體 (配合課本 p.19)

1. 靜電平衡：

帶有淨電荷的導體，其內部的自由電荷將因靜電力作用而重新分布，最後自由電荷不再流動，稱為靜電平衡。

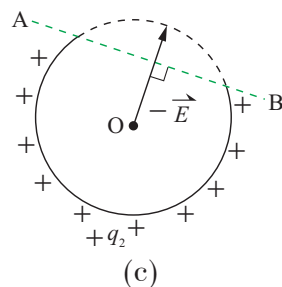
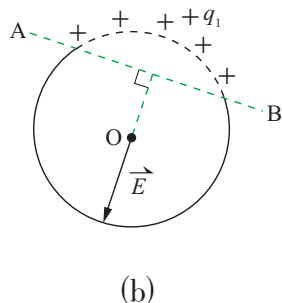
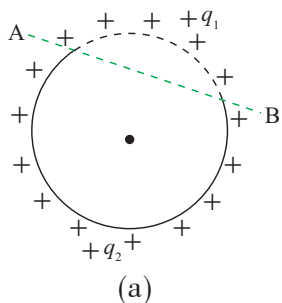
- (1) 淨電荷將分布在導體表面上。
- (2) 導體表面上的電場必垂直於導體表面。
- (3) 導體內部必定無淨電荷（電場為零）。



▲靜電平衡的導體

2. 如下圖(a)所示，將帶電呈靜電平衡的金屬球殼以 \overline{AB} 為界，分成 $+q_1$ 與 $+q_2$ 兩部分。

球殼內部電場為零， $\vec{E}_O = 0$ ，則 $\left\{ \begin{array}{l} \text{(b)圖：} +q_1 \text{ 在球心 O 處建立的電場 } \vec{E} \perp \overline{AB} \\ \text{(c)圖：} +q_2 \text{ 在球心 O 處建立的電場則為 } -\vec{E} \end{array} \right.$



▲電場的疊加

範例 4 靜電平衡的導體

已知當一圓周的四分之一均勻帶有電荷 q 時，圓心的電場量值為 0.50 V/m 。若此圓周的一半均勻帶有電荷 $2q$ ，另一半均勻帶有電荷 $-2q$ ，則圓心的電場量值為多少 V/m ？

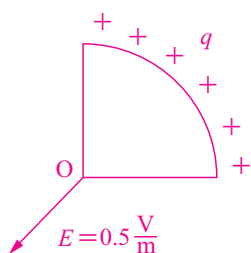
(A) 1.4 (B) 1.6 (C) 1.8 (D) 2.0 (E) 2.2

【91. 指考】

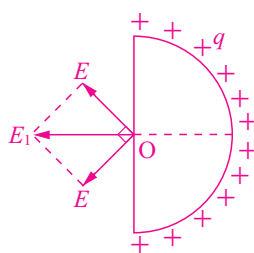
答 (A)

解 (1) 電場強度為向量，若空間某一點之電場係由群體電荷所建立，則此點的電場強度為各個電荷對該點的電場強度之向量和， $\vec{E}_O = \Sigma \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$ 。

(2) ①如下圖(a)所示，四分之一圓周上布有正電荷，而圓心處具朝外的電場向量。



(a)



(b)

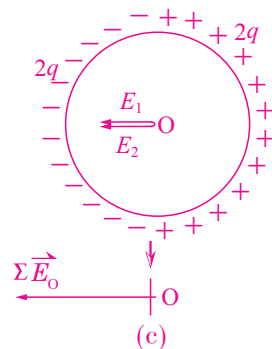
②當兩個四分之一圓周帶有相等電荷 q ，組合成半圓，而圓心處 O 的合電場向量則如上圖(b)所示，由於對稱性的分布，合電場的量值為：

$$E_1 = E_2 = \sqrt{2} E = \sqrt{2} \cdot 0.50 = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)。$$

③當兩個半圓圓周帶有等量異性電荷 $2q$ ，如上圖(b)所示，組合成一圓，而圓心處 O 的合電場向量則如右圖(c)所示：

$$\Sigma \vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right), \leftarrow \approx 1.4 \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right), \leftarrow。$$

故選(A)。



類題 如右圖所示，考慮以 P 點為圓心、

半徑為 R 的部分或整個圓周上的

四種電荷分布情形：(甲)電荷 q 均勻

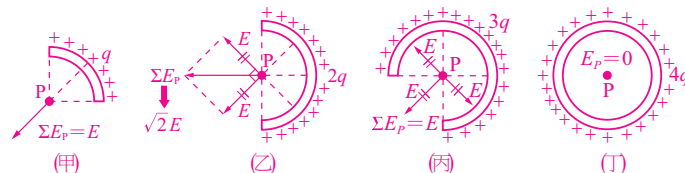
分布在四分之一的圓周；(乙)電荷

$2q$ 均勻分布在半圓周；(丙)電荷 $3q$ 均勻分布在四分之三的圓周；(丁)電荷 $4q$ 均勻分布在整個圓周。試問這四種情形在 P 點所造成的電場，依其量值大小排列的次序為何？

(A) 甲 > 乙 > 丙 > 丁 (B) 丁 > 丙 > 乙 > 甲 (C) 乙 > 甲 = 丙 > 丁

(D) 丁 > 乙 > 甲 = 丙 (E) 甲 = 乙 = 丙 = 丁

答 (C) (依「重疊原理」繪得題圖所示各荷電線圖之電場分布，如下圖所示：

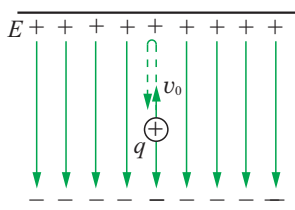


∴ P 點處的電場量值大小排列次序為「 $E_{\text{乙}} > E_{\text{甲}} = E_{\text{丙}} > E_{\text{丁}} = 0$ 」。故選(C)。

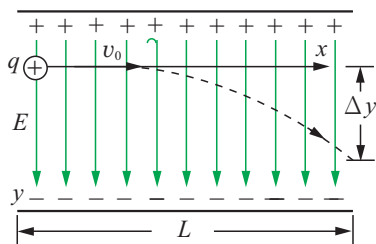
學習概念

6 帶電質點在均勻電場中的運動 (配合課本 p.21)

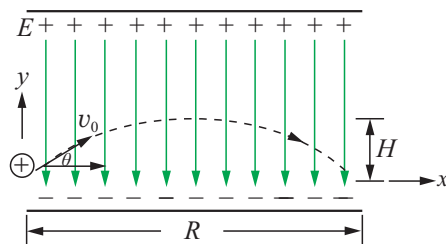
1. 兩平行帶異性電金屬板之間，相當於均勻電場 (E)，若置入一帶電質點 q ，不考慮其重力，則其運動行為有如地表附近的拋體運動，故其必為等加速度運動，運動軌跡為直線或拋物線，如下圖所示。



(a)鉛直拋體運動



(b)水平拋體運動



(c)斜向拋體運動

▲帶電質點在均勻電場中的運動

2. 重要運動要項分析：

(1) 電力加速度：
$$a_e = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m} = \text{const.}$$

(2) 軌跡方程式：

$$\begin{cases} \text{①水平拋射運動：} y = \frac{a_e}{2v_0^2} \cdot x^2 \\ \text{②斜向拋射運動：} y = \tan \theta \cdot x - \frac{a_e}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \cdot x^2 \end{cases}$$

(3) 如上圖(b)所示，水平拋體運動之偏向位移：
$$\Delta y = \frac{qEL^2}{2mv_0^2} = \frac{qEL^2}{4K_i} \quad (K_i \text{ 為帶電質點的動能})$$

【證】(1) 依 $\Sigma F = m \cdot a \xrightarrow{F_e = qE} a_e = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m} \dots\dots\dots \text{①}$

(2) 電荷 q 在電場內進行水平拋射運動：如圖(b)所示

$$\begin{cases} x \text{ 軸：作等速運動，} t = \frac{L}{v_0} \dots\dots\dots \text{②} \\ y \text{ 軸：作等加速運動，} \Delta y = \frac{1}{2} a_e \cdot t^2 \dots\dots \text{③} \end{cases} \xrightarrow{\text{①、②代入③}} \Delta y = \frac{qEL^2}{2mv_0^2} \dots\dots \text{④}$$

$$\text{又 } K_i = \frac{1}{2} mv_0^2 \xrightarrow{\text{代入④}} \Delta y = \frac{qEL^2}{4 \cdot (\frac{1}{2} mv_0^2)} = \frac{qEL^2}{4K_i}$$

(4) 如上圖(c)所示，斜向拋體運動之頂點高度及水平射程：
$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2a_e} \quad R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{a_e}$$

3. 平行電板的應用：

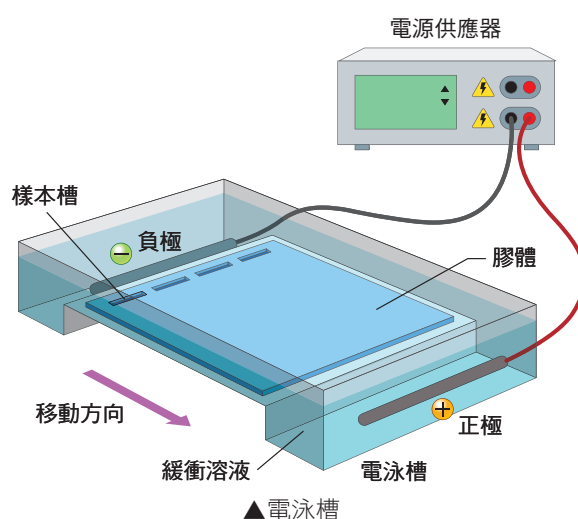
(1) 膠體電泳 (Gel Electrophoresis)：

① 目的：

利用「電泳槽」分離不同質量的分子。

② 原理：

如下圖所示，將蛋白質或核酸放入樣本槽，開啟電源裝置，電泳槽正負極之間會形成均勻電場，帶負電的蛋白質分子或核酸分子往正極移動。其移動的速率受到各分子的大小、形狀及電荷量等物理性質的影響，藉此可將不同質量的分子進行分離。



(2) 噴墨印表機 (Ink-Jet Printer)：

① 目的：

如右圖所示，將細小的墨滴噴在紙張上，以造成文字或圖像的機器。

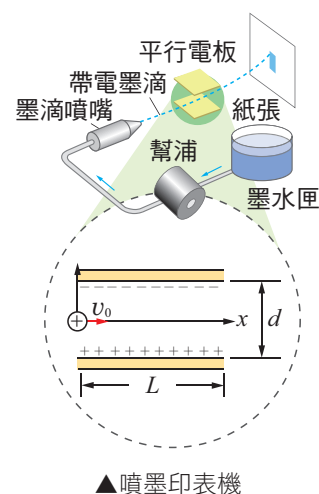
② 原理：

利用幫浦將墨水從墨水匣抽出，轉成極微小的帶電墨滴（質點），並使其通過平行電板，射向紙上特定位置，方可形成文字或圖像。

③ 相關物理量：

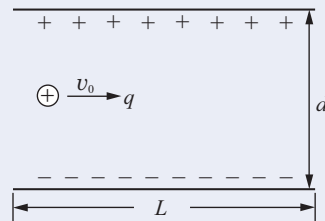
裝置中的平行電板長度為 L 、間距為 d 、內部電場量值為 E ，將電量為 q ，質量為 m 的墨滴以速率 v_0 ，水平射入平行電板中間，沿 x 軸行進。若忽略重力的影響，則

- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{a. 墨滴行進的加速度為 } a_e = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m} \\ \text{b. 墨滴的運動軌跡方程式 } y = \frac{qE}{2mv_0^2} \cdot x^2 \text{ (拋物線)} \\ \text{c. 墨滴順利通過帶電板不觸及電板的最小電場量值 } E_{\min} = \frac{mdv_0^2}{qL^2} \end{array} \right.$$



範例 5 帶電質點在均勻電場中的運動

如右圖所示，設兩個水平平行金屬板中的電場為 E ，兩板距離為 d ，板長為 L 。一個質量為 m 、電荷為 q ($q > 0$) 的粒子，以水平方向射入兩板之間，且剛進入電場區域時，與兩板等距離。如果不考慮重力效應，為了使粒子在運動中不至於撞到金屬板，其入射之初速率 v_0 至少須為若干？



答 $\sqrt{\frac{qE}{md}} \cdot L$

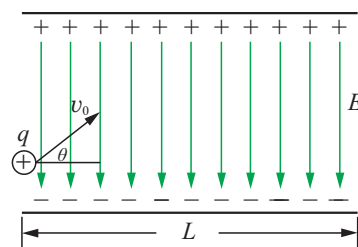
解 (1) 因平行金屬板間為均勻電場，故帶電質點所受之電力為定力，因而在垂直電場方向質點恆不受電力作用，恆作等速直線運動，而在平行電場方向則作等加速度運動，即電荷 q 在電場內進行水平拋射運動。

(2) 依 $\boxed{\Sigma F = m \cdot a}$ $\xrightarrow{y \text{ 軸: } F_e = qE = \text{const.}}$ $a_e = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m} \dots\dots\dots \textcircled{1}$

(3) $\begin{cases} x \text{ 軸: } t = \frac{L}{v_0} \dots\dots\dots \textcircled{2} \\ y \text{ 軸: } y = \frac{1}{2} a_e \cdot t^2 \dots\dots\dots \textcircled{3} \end{cases} \xrightarrow{\textcircled{1}、\textcircled{2} \text{ 代入 } \textcircled{3}} y = \frac{qEL^2}{2mv_0^2},$

又電荷 q 不致撞到金屬板: $\boxed{y \leq \frac{d}{2}} \quad \frac{qEL^2}{2mv_0^2} \leq \frac{d}{2} \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{qE}{md}} \cdot L。$

類題 如右圖所示，有一均勻電場 E ，將質點質量 m ，帶電量 $+q$ ，水平夾 θ 角，初速 v_0 射出，則其恰能穿過長 L 之帶電板，若重力不計，則 v_0 之最小值為若干？



答 $v_0 \geq \sqrt{\frac{qEL}{m \sin 2\theta}}$

(依 $L \leq R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{a_e} \xrightarrow{a_e = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m}} L \leq \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{(\frac{qE}{m})} \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{qEL}{m \sin 2\theta}}。$)

1-2

課後練習

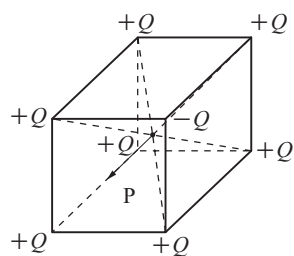
單選題 (解析詳見解答本)

- (C) 1. 在直角坐標中，若於 y 軸 $y = a$ 及 $y = -a$ 處各置一電量為 q 及 $-q$ 之點電荷，則在 x 軸上 $x = b$ 處電場強度之量值為何？

(A) 0 (B) $\frac{2kqa}{a^2+b^2}$ (C) $\frac{2kqa}{(a^2+b^2)^{3/2}}$ (D) $\frac{2kqb}{(a^2+b^2)^{3/2}}$ (E) $\frac{2kqab}{(a^2+b^2)^{3/2}}$

- (D) 2. 如右圖所示，邊長為 a 的正立方體，其中一頂點置放點電荷 $-Q$ 外，其餘各頂點皆置放點電荷 $+Q$ 。試問此正立方體中心點 P 之電場強度量值為何？

(A) $\frac{2kQ}{a^2}$ (B) $\frac{4kQ}{a^2}$ (C) $\frac{6kQ}{a^2}$ (D) $\frac{8kQ}{3a^2}$ (E) $\frac{4kQ}{3a^2}$



- (D) 3. 如右圖所示，將電荷 $4Q$ 固定於原點 O ，另一點電荷 $-Q$ 固定於 C 點（坐標 $x = 3a$ ），則下列關於「電力線」的敘述，何者正確？

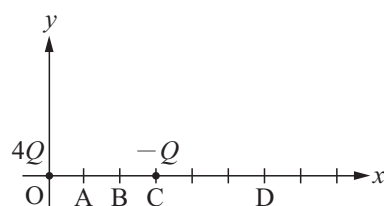
- (A) 在 A 點 ($x = a$) 及 B 點 ($x = 2a$) 附近的電力線密度相等

- (B) 如將一電子靜置於 xy 平面上任意一點，則電子會受電場作用沿著通過此點的電力線運動

- (C) 所有電力線都由原點出發並終止於 C 點

- (D) 在 D 點 ($x = 6a$) 電場為零，故該點不會有電力線通過

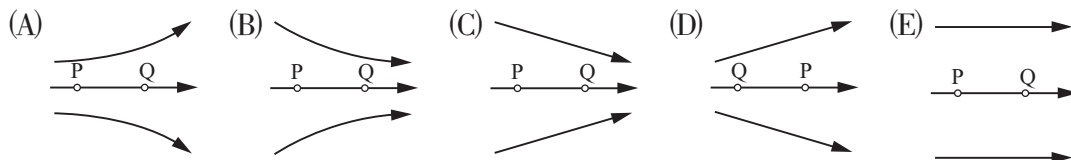
- (E) 在這兩個點電荷的中垂面上各點的電力線均與 x 軸平行



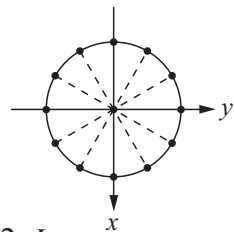
- (D) 4. 已知當一圓周的六分之一均勻帶有電荷 q 時，圓心的電場量值為 2 伏特/公尺。當此圓周的一半均勻帶有電荷 $3q$ ，另一半均勻帶有電荷 $-3q$ 時，則圓心的電場量值為多少伏特/公尺？

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

- (A) 5. 如各選項圖所示，正電荷 q 在電場中由 P 向 Q 作加速運動，而且加速度愈來愈小，那麼可以斷定，它所在的電場分布是下列圖中的哪一個？

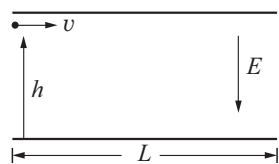


- (C) 6. 如右圖所示，在一半徑為 R 之圓上，每隔 30° 固定放置一帶電荷 q 之質點，則在通過圓心，垂直圓面的對稱軸上，且距圓心 L 處的電場 (E_x, E_y, E_z) 為何？ ($k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$)



- (A) $(0, 0, \frac{12qL}{4\pi\epsilon_0(L^2+R^2)})$ (B) $(\frac{12qL}{4\pi\epsilon_0(L^2+R^2)}, 0, \frac{12qL}{4\pi\epsilon_0(L^2+R^2)})$
 (C) $(0, 0, \frac{12qL}{4\pi\epsilon_0(L^2+R^2)^{3/2}})$ (D) $(\frac{12qL}{4\pi\epsilon_0(L^2+R^2)^{3/2}}, 0, \frac{12qL}{4\pi\epsilon_0(L^2+R^2)})$
 (E) $(0, 0, \frac{12qL}{4\pi\epsilon_0\sqrt{L^2+R^2}})$

- (D) 7. 如右圖所示，一帶電平行金屬板，其長度為 L ，兩板間均勻電場為 E ，今有一正電荷帶電量 q 、質量 m ，由距離平行板底部高度 h 之處以水平速度 v 射入平行板，不考慮重力對電荷運動的影響，則下列敘述何者錯誤？



- (A) 電荷於平行板內之加速度為 $\frac{qE}{m}$
 (B) 電荷通過平行板所需的時間為 $\frac{L}{v}$
 (C) 若要使電荷在平行板內運動不至於撞到平行板，電荷的入射水平初速度 v 至少需要 $\sqrt{\frac{qE}{2mh}} L$
 (D) 電荷通過平行板所需的時間，隨電場的減弱而增加
 (E) 若於平行板間加一垂直射入紙面的均勻磁場，使電荷的運動方向保持水平不偏折，則磁場的強度為 $\frac{E}{v}$ (提示：帶電質點在磁場內的受力量值為 $F_m = qvB \sin \theta$)

- (C) 8. 一帶正電粒子及一中性粒子同時同地以相同之初速射入一水平均勻電場中。若粒子運動方向與電場方向平行而反向，帶電粒子運動 20 公分後不再前進而開始後退，則此時中性粒子已運動多少公分？

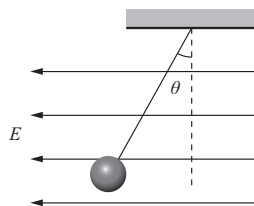
(A) 30 (B) 36 (C) 40 (D) 48 (E) 60

- (E) 9. 質子與 α 粒子以相同之初動能 E_K 垂直射入兩平行金屬間之均勻電場，當離開平板時，質子動能變為 $2E_K$ ，求 α 粒子離開平板時之動能為何？

(A) E_K (B) $2E_K$ (C) $3E_K$ (D) $4E_K$ (E) $5E_K$

多選題

- (B C) 1. 帶電量為 $+Q$ 的質點，質量為 m ，用一根絕緣繩將質點懸掛起來，並加上一水平均勻電場 E ，如右圖所示。重力加速度為 g ，絕緣繩與鉛直線的夾角為 θ 。則下列敘述哪些正確？

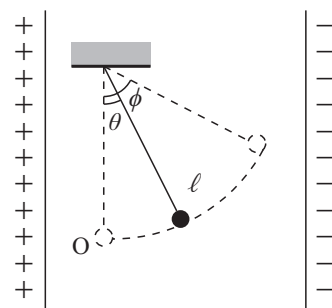


- (A) 將電場增加為兩倍，則絕緣繩與鉛直線的夾角亦變為兩倍
(B) 將質點的質量及電量均加倍，則絕緣繩與鉛直線的夾角不變
(C) 將質點的電量加倍，則 $\tan\theta$ 值亦加倍
(D) 將絕緣繩的長度加倍，則 $\tan\theta$ 值亦加倍
(E) 將重力加速度減半，則 $\tan\theta$ 值加倍

- (B C) 2. 假設空間中某一範圍內有一沿 x 軸方向的電場，電場 E 與所在位置的 x 坐標的關係式為 $E(x) = -\alpha x$ ，其中 $\alpha = 100 \text{ V/m}^2$ ， x 的單位為 m 。有一質點質量為 $3 \times 10^{-4} \text{ kg}$ 、帶電量 $2 \times 10^{-6} \text{ C}$ ，在 $x = 4 \text{ m}$ 處由靜止被釋放。若不考慮重力，則在此質點所能及的範圍內，下列敘述哪些正確？

- (A) 質點在 $x = 0 \text{ m}$ 處的速度為零
(B) 質點做簡諧運動，振幅為 4 m
(C) 質點在 $x = 1 \text{ m}$ 處受力量值為 $2 \times 10^{-4} \text{ N}$
(D) 質點在 $x = 4 \text{ m}$ 處的動能最大
(E) 質點在 $x = 4 \text{ m}$ 處的位能最大

- (A B) 3. 如右圖所示，質量為 m 的帶電小球，以長為 ℓ 的絕緣細線懸吊於垂直水平面的兩平板之間，平行板內有一均勻電場（垂直板面），強度為 E 。小球平衡時，細線與鉛垂方向成 θ 角，此時細線的張力為 T 。若將小球移至使細線與鉛垂方向成 ϕ 角，然後將小球由靜止釋放，小球擺至最低點 O 時，速度恰為零，則下列敘述哪些正確？



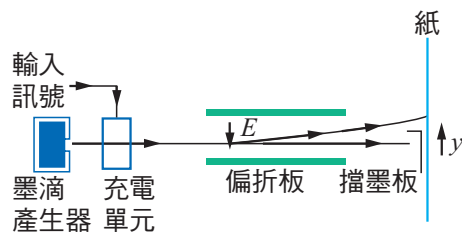
- (A) 小球帶正電荷 (B) 小球所帶電量為 $q = \frac{mg}{E} \tan\theta$ ， g 為重力加速度 (C) 張力 $T = mg \sin\theta + qE \cos\theta$ (D) 若 ϕ 角為 60° ，則 θ 角為 30° (E) 小球擺至最低點時，加速度量值為零

- (A D) 4. 一質子與一 α 粒子同時從均勻電場的正極板由靜止釋放，在不計重力及空氣阻力的影響下，下列哪些正確？

- (A) 在板間所受電力量值之比為 $1:2$ (B) 在板間的加速度量值之比為 $1:2$
(C) 抵達負極板時速率之比為 $1:\sqrt{2}$ (D) 在板間所經歷時間之比為 $1:\sqrt{2}$
(E) 在板間電力對電荷所施衝量量值之比為 $1:\sqrt{2}$

混合題

- ◎ 如右圖所示，為噴墨式印表機的運作示意圖，其中充電單元控制了墨滴的帶電量 q ，進而控制了墨滴在紙面上降落的位置，若墨滴產生器產生的每一墨滴，其質量及速度皆相同。有關印表機的列印原理，試回答下列 1. ~ 3. 題：



- (A B) 1. 墨滴進入正前方的平行板電場，產生偏移運動，相關的物理量敘述，哪些正確？
 C (A)墨滴穿越電場的時間不因其所帶電量 q 不同而改變 (B)墨滴沿水平 x 軸方向不受力，進行等速度運動 (C)墨滴帶負電，沿鉛直 y 軸方向受定電力作用，進行等加速度運動 (D)墨滴穿越電場的運動軌跡為圓的一部分 (E)墨滴穿越電場時的偏移量與其顆粒大小有關，顆粒大，偏移量大
- (B C) 2. 解析墨滴在平行板電場內的運動，會依據一些基本物理定律，試問下列敘述哪些正確？
 D (A)墨滴進入電場後，時時保持動量守恆律 (B)墨滴進入電場後，時時保持力學能守恆 (C)墨滴進入電場後，定電力時時對其作功 (D)墨滴離開電場時，速度會增大 (E)承(D)，加倍墨滴的質量，速度亦加倍
3. 試推論墨滴離開電場時之動能關係式，並說明影響動能的物理量有哪些？

答： K_i 初動能、 q 帶電量、 E 電場強度、 L 電板長度

$$(3. (1) \text{ 由 } K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{q^2 E^2 L^2}{m^2 v_0^2}}} K_f = \frac{1}{2} m \cdot \left(v_0^2 + \frac{q^2 E^2 L^2}{m^2 v_0^2} \right) = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{q^2 E^2 L^2}{2 m v_0^2},$$

$$\text{又 } K_i = \frac{1}{2} m v_0^2, \text{ 得 } K_f = K_i + \frac{q^2 E^2 L^2}{4 K_i}.$$

$$(2) \text{ 影響動能的物理量有： } \begin{cases} K_i : \text{初動能} \\ q : \text{帶電量} \\ E : \text{電場強度} \\ L : \text{電板長度} \end{cases} .$$

1-3-1 電位能

學習概念

1 電位能 (Electric Potential Energy) (配合課本 p.24)

1. 定義：

將電荷 q 由「 ∞ 」處 (電力 $F_e=0$) 等速緩慢移至電場中抵抗保守力所需作的功，稱為該電荷在該處所具有的電位能，以符號 U_e 表之。

2. 改變電荷位置，在不改變其動能條件下反抗電力所作的功，稱為電荷在兩位置間的電位能差。

$$\boxed{\Delta U_e = W_F = -W_e} \begin{cases} \Delta U_e: \text{電位能差 (J)} \\ W_F: \text{外力 (F) 所作的功 (J)} \\ W_e: \text{電力 (F}_e\text{) 所作的功 (J)} \end{cases}$$

學習概念

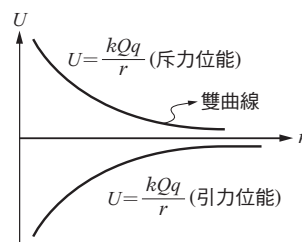
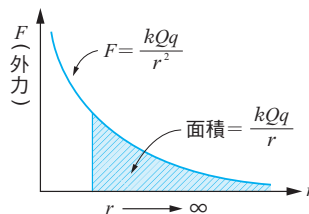
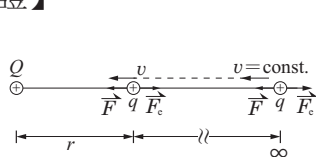
2 點電荷的電位能 (配合課本 p.25)

1. 兩點電荷 Q 與 q 相距 r 時之電位能：

將兩點電荷 Q 與 q ，從相距 ∞ 處以反抗 Q 與 q 間之庫侖力 $F_e = \frac{kQq}{r^2}$ 的外力 $\vec{F} = -\vec{F}_e$ ，等速緩慢移至相距為 r 處時，外力 \vec{F} 所作的功即為 Q 與 q 的「電位能」，電位能為 Q 與 q 所共有，以 $U_e(r)$ 表之。

$$U_e(r) = \frac{kQq}{r} \quad \boxed{U_e(\infty) = 0} \xrightarrow{\text{電位能為純量，有正負之分}} \begin{cases} Q, q \text{ 同號} \rightarrow \text{斥力位能} \rightarrow U_e \geq 0 \rightarrow \begin{cases} r \uparrow \\ U_e \downarrow \end{cases} \\ Q, q \text{ 異號} \rightarrow \text{引力位能} \rightarrow U_e \leq 0 \rightarrow \begin{cases} r \uparrow \\ U_e \uparrow \end{cases} \end{cases}$$

【證】



(1) $W_{\infty \rightarrow r} = F \cdot r$ 關係圖形下之面積

$$= \int_{\infty}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^r -\vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^r -\frac{kQq}{r^2} \cdot dr = \frac{kQq}{r}.$$

(2) 外力對帶電體所做的功，等於帶電體電位能的變化量：

$$W_{\infty \rightarrow r} = (U_e)_r - (U_e)_{\infty} \Rightarrow \frac{kQq}{r} = (U_e)_r - (U_e)_{\infty}, \text{ 定義 } (U_e)_{\infty} = 0, \text{ 得}$$

$$(U_e)_r = U_e(r) = \frac{kQq}{r}.$$

2. 點電荷群系統的總電位能：

若系統有 n 個帶電質點，則系統總電位能等於任兩個質點電荷的電位能之代數和，即

$$U_T = \sum U_i = U_{ij} + U_{13} + U_{14} + \cdots$$

範例

7

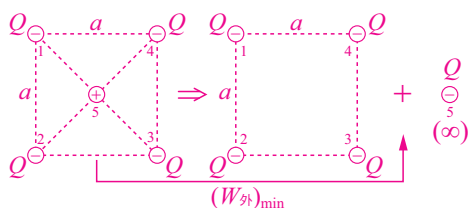
電位能

一邊長為 a 的正方形，四個頂點各放置一個電量 $-Q$ 的電荷，並且在正方形中心放置一個電量 $+Q$ 的電荷。若要將正電荷從正方形中心垂直平面移至無限遠處，所需作最小的功為何？（庫倫靜電力常數為 k ）

- (A) $\frac{\sqrt{2} k Q^2}{a}$ (B) $\frac{4\sqrt{2} k Q^2}{a}$ (C) $\frac{4k Q^2}{a}$ (D) $\frac{k Q^2}{a}$ (E) $\frac{2\sqrt{2} k Q^2}{a}$

答 (B)

解 (B) ○ (1) $W_{\text{外力}} = \Delta U_e = (U_e)_f - (U_e)_i$ ，且



$$(\sum U_e)_i = (U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{15}) + (U_{23} + U_{24} + U_{25}) + (U_{34} + U_{35}) + U_{45}$$

$$(\sum U_e)_f = (U_{12} + U_{13} + U_{14}) + (U_{23} + U_{24}) + U_{34}$$

$$\therefore W_{\text{外力}} = (\sum U_e)_f - (\sum U_e)_i = - (U_{15} + U_{25} + U_{35} + U_{45})。$$

$$(2) \text{ 依 } U_e = \frac{kQq}{r} \quad W_{\text{外力}} = - \left[- \frac{kQQ}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)} \times 4 \right] = \frac{4\sqrt{2} k Q^2}{a}。$$

故選(B)。

類題 正三角形 ABC 的邊長為 a ，重心為 G。若在頂點 A 固定一電量為 $+3q$ 的電荷，在頂點 B 固定一電量為 $+q$ 的電荷，在頂點 C 固定一電量為 $-q$ 的電荷。若 G 點處有一靜止電荷 Q （電量等於 $-2q$ ），當 Q 脫離 G 點而遠走時，所需外力作功至少若干？

答 $\frac{6\sqrt{3} k q^2}{a}$

(1) 計算電荷遷移前後系統的電位能：

$$(U_e)_i = \sum U_e = (U_{AB} + U_{AC} + U_{AG}) + (U_{BC} + U_{BG}) + U_{CG}$$

$$(U_e)_f = \sum U_e = (U_{AB} + U_{AC}) + U_{BC}$$

$$(2) \text{ 由 } W_{\text{外力}} = \Delta(U_e) \xrightarrow{\text{承(1)}} W_{\text{外力}} = -U_{AG} - U_{BG} - U_{CG} = \frac{-3kQq - kQq - (-kQq)}{(\frac{\sqrt{3}}{3}a/3)} = -\frac{3\sqrt{3} k Q q}{a}，$$

$$\text{又 } Q = -2q，\text{ 故 } W_{\text{外}} = \frac{6\sqrt{3} k q^2}{a} = K。$$

學習概念

3 靜電力場的力學能守恒 (配合課本 p.26)

1. 靜電力為保守力，故在靜電場中只受靜電力作用之系統，若不計電磁輻射能，則整個系統的總力學能守恒， $E_T = K + U_e = \text{const.}$ 。
2. 設二帶電質點其電量各為 Q_1 與 Q_2 ，質量各為 m_1 與 m_2 ，只受彼此間之靜電力作用，在相距 r_1 時之速率各為 v_1 與 v_2 ；在相距 r_2 時速率各為 v'_1 與 v'_2 ，則

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{kQ_1Q_2}{r_1} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + \frac{kQ_1Q_2}{r_2} = \text{const.}$$

3. 力學與電學的圓周運動比較：

- (1) 力學：質量 m 的衛星繞質量 M ($M \gg m$) 的行星作半徑為 r 的等速率圓周運動

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} \quad g = \frac{F_g}{m} = \frac{GM}{r^2} \quad U_g = -\frac{GMm}{r}$$

U_g ：衛星和行星之間的重力位能

K ：衛星的動能

E_T ：此系統的力學能

E_b ：衛星的束縛能

$$K = \frac{GMm}{2r} \quad E_T = -\frac{GMm}{2r} \quad E_b = -E_T$$

- (2) 電學：電量 $-q$ 的負電荷繞一電量 $+Q$ 的靜止正電荷作半徑為 r 的等速率圓周運動

$$F_e = \frac{kQq}{r^2} \quad E = \frac{F_e}{q} = \frac{kQ}{r^2} \quad U_e = -\frac{kQq}{r}$$

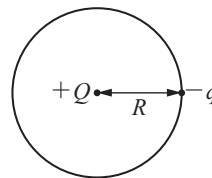
U_e ：兩電荷間的電位能

K ：負電荷的動能

E_T ：此系統的力學能

E_b ：負電荷的束縛能

$$K = \frac{kQq}{2r} \quad E_T = -\frac{kQq}{2r} \quad E_b = -E_T$$



範例 2

靜電力場的力學能守恒

帶正電荷之甲、乙兩粒子，質量分別為 m_1 、 m_2 ，電荷分別為 q_1 、 q_2 ，被置於 x 軸上，距離為 d 。若同時讓這兩個粒子由靜止釋放，不計重力，試問乙粒子最後的速率為若干？

答

$$\sqrt{\frac{2km_1q_1q_2}{m_2d(m_1+m_2)}}$$

解

- (1) 甲、乙兩粒子系統不受外力作用，則系統釋放前後，動量守恒。

依 $\sum p = \text{const.}$ (甲、乙兩粒子最後之速率分別為 v_1 、 v_2)

$$0 = m_1v_1 + m_2v_2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

- (2) 甲、乙兩粒子系統僅受靜電力作用，則系統釋放前後，力學能守恒。

依 $\sum E = K + U_e = \text{const.}$ (甲、乙兩粒子最後相距 ∞)

$$\frac{kq_1q_2}{d} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{聯立①、②，解得} \begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{2km_2q_1q_2}{m_1d(m_1+m_2)}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{2km_1q_1q_2}{m_2d(m_1+m_2)}} \end{cases}$$

類題 在正三角形的三頂點處各有電量、質量完全相同的靜止質點。若將三質點釋放，則各質點的最大速率為 v_1 ；若固定一個而釋放兩個質點，則質點的最大速率為 v_2 ；若固定兩個而只釋放一個質點，則此質點的最大速率為 v_3 ，求 $v_1 : v_2 : v_3$ 為若干？

答 $\sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$

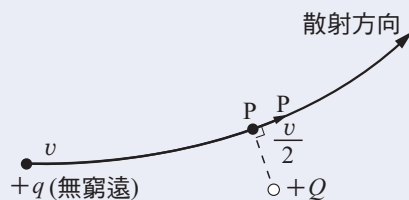
(1) 系統僅受靜電力做功，則力學能守恆。

$$(2) \text{ 依 } \boxed{\Sigma E = K + U_e = \text{const.}} \begin{cases} \frac{3kq^2}{a} + 0 = 0 + 3 \times \left(\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \right), v_1 = \sqrt{\frac{2kq^2}{ma}} \\ \frac{3kq^2}{a} + 0 = 0 + 2 \times \left(\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \right), v_2 = \sqrt{\frac{3kq^2}{ma}} \\ \frac{3kq^2}{a} + 0 = \frac{kq^2}{a} + \frac{1}{2} m \cdot v_3^2, v_3 = \sqrt{\frac{4kq^2}{ma}} \end{cases}$$

$\therefore v_1 : v_2 : v_3 = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} \circ$

範例 3 靜電力場的力學能守恆

右圖中質量 m 、帶電量 $+q$ 之質點，斜向射向一帶電量 $+Q$ 之固定點電荷而被散射，若 q 距 Q 無窮遠時之速率為 v ，最接近（圖中 P 點）之速率為 $\frac{v}{2}$ ，則：



- (1) 二質點最接近之距離為若干？
- (2) 最接近時， q 質點運動軌跡之曲率半徑為若干？（庫倫靜電力常數為 k ）

答 (1) $\frac{8kQq}{3mv^2}$; (2) $\frac{16kQq}{9mv^2}$

解 (1) 系統僅受靜電力作用，則系統的力學能守恆。

$$\boxed{\Sigma E = K + U_e = \text{const.}} \quad \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{2} \right)^2 + \frac{kQq}{r} \Rightarrow r = \frac{8kQq}{3mv^2}$$

(2) 電荷質點受靜電力而偏轉，則靜電力提供轉彎所需之向心力。

$$\text{依 } \boxed{F_n = m \cdot \frac{v^2}{r}} \xrightarrow{F_n = F_e} \frac{kQq}{r^2} = m \cdot \frac{\left(\frac{v}{2} \right)^2}{R} \xrightarrow{\text{承(1), } r = \frac{8kQq}{3mv^2}} R = \frac{16kQq}{9mv^2}$$

類題 帶電質點 $+q$ ，質量為 m ，自無窮處逐漸接近一帶電量 $+Q$ 之固定點電荷而被散射，若無窮遠處之速率為 v_0 ，而最接近 $+Q$ 時電位能和動能相等，試問：

- (1) 兩質點最接近之距離為何？
- (2) 質點與固定電荷最接近時，加速度為何？

答 (1) $\frac{4kQq}{mv_0^2}$; (2) $\frac{mv_0^4}{16kQq}$

$$(1) \text{ 依 } \boxed{\Sigma E = K + U_e = \text{const.}} \quad \frac{1}{2} mv_0^2 = 2 \cdot \frac{kQq}{r_{\min}} \Rightarrow r_{\min} = \frac{4kQq}{mv_0^2}$$

(2) q 最接近 Q 時之靜電力提供散射偏轉之向心力。

$$\text{依 } \boxed{F_e = F_n = m \cdot a_n} \quad \frac{kQq}{r_{\min}^2} = m \cdot a_n \Rightarrow a_n = \frac{kQq}{m \cdot r_{\min}^2} \xrightarrow{\text{代入 } r_{\min}} a_n = \frac{mv_0^4}{16kQq} \circ$$

1-3-1

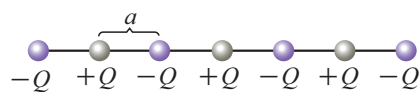
課後練習

單選題 (解析詳見解答本)

(B) 1. 如右圖所示，在一條直線上，七個帶電量為 $+Q$

、 $-Q$ 的正負電荷交替排列，相鄰電荷間的距離為 a 。若將正中央的電荷 $+Q$ 移至無窮遠處（其他電荷不動），所需的能量為下列何者？（設庫倫常數為 k ）

- (A) $\frac{2kQ^2}{a}$ (B) $\frac{5kQ^2}{3a}$ (C) $\frac{kQ^2}{a}$ (D) $-\frac{kQ^2}{a}$ (E) $-\frac{5kQ^2}{3a}$

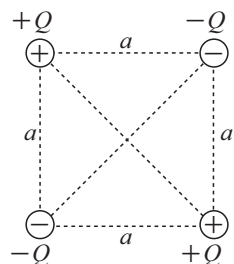


2.、3. 題為題組

如右圖所示，在邊長為 a 之正方形四角上依次放一點電荷 $+Q$ 、 $-Q$ 、 $+Q$ 、 $-Q$ ，構成一帶電質點群系統。試回答第 2.、3. 題：

(E) 2. 如將一帶電量 q 之電荷自無窮遠處移至此正方形之對角線交點處須作功若干？（ k 為庫倫常數）

- (A) $(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \frac{kQ^2}{a}$ (B) $(4 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \frac{kQ^2}{a}$
(C) $(4 + \sqrt{2}) \frac{kQ^2}{a}$ (D) $(4 - \sqrt{2}) \frac{kQ^2}{a}$ (E) 0

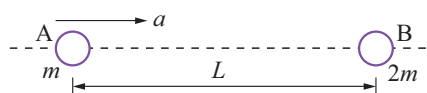


(D) 3. 系統之束縛能為何？

- (A) $(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \frac{kQ^2}{a}$ (B) $(4 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \frac{kQ^2}{a}$ (C) $(4 + \sqrt{2}) \frac{kQ^2}{a}$
(D) $(4 - \sqrt{2}) \frac{kQ^2}{a}$ (E) 0

4. ~ 6. 題為題組

如右圖所示，真空中 A、B 兩點電荷，相距 L ，質量分別為 m 和 $2m$ 。受靜電力作用，它們由靜止開始運動，不計重力，剛開始時 A 電荷的加速度為 a 。



(B) 4. 經過一段時間 B 電荷的加速度量值也為 a 、速度為 v 。試問此時兩點電荷相距若干？

- (A) L (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} L$ (C) $\sqrt{2} L$ (D) $2\sqrt{2} L$ (E) $2L$

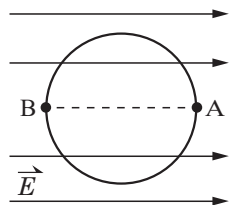
(C) 5. 承 4.，此時點電荷 A 的速率為何？

- (A) $\frac{1}{2} v$ (B) v (C) $2v$ (D) $3v$ (E) $4v$

(E) 6. 承 4.，這兩個點電荷的電位能減少了若干？

- (A) $\frac{1}{3} mv^2$ (B) $\frac{1}{2} mv^2$ (C) mv^2 (D) $2mv^2$ (E) $3mv^2$

- (E) 7. 如右圖所示，將光滑塑膠圓環鉛直固定在水平均勻電場 E 中，在環上套有質量 m 、帶負電量 q 的小球，當小球從水平直徑的 A 端由靜止釋放，沿順時針方向滑到 B 點的瞬間時，圓環對小球的作用力量值為何？



(A) qE (B) $2qE$ (C) $3qE$ (D) $4qE$ (E) $5qE$

- (D) 8. 質量 m 的質點帶電 $+q$ ，以初動能 K 從甚遠處向帶電量 $+Q$ 、質量 M 之靜止原子核正向碰撞，假設原子核不動時， m 、 M 之最近距離為 r_0 ，則當原子核可以自由運動時， m 、 M 之最近距離為何？（假設質點和原子核之間，只有庫侖力作用）

(A) $r_0 \cdot \left(\frac{m}{M}\right)$ (B) $r_0 \cdot \left(\frac{M}{M+m}\right)$ (C) $r_0 \cdot \left(\frac{m}{M+m}\right)$
 (D) $r_0 \cdot \left(\frac{M+m}{M}\right)$ (E) $r_0 \cdot \left(\frac{M+m}{m}\right)$

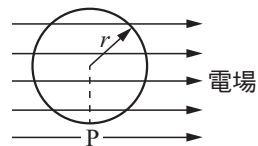
多選題

- (A C) 1. 動能為 E 的 α 粒子 ($Z=2$, $A=4$) 由無限遠處，向固定不動的金原子核 ($Z=79$, $A=196$) 作正面彈性碰撞，設 r 為碰撞過程中， α 粒子與金原子核的距離， k 為庫侖常數， e 為基本電荷的電量，並取 $r = \infty$ 時的電位能為零，若忽略重力，則下列敘述哪些正確？

【98. 指考】

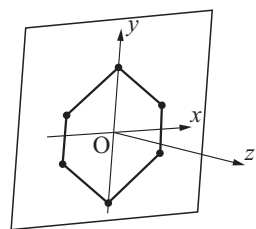
(A) α 粒子在碰撞過程中，在 r 處受到 $\frac{158ke^2}{r^2}$ 的排斥力 (B) α 粒子在碰撞過程中，在 r 處的電位能為 $\frac{158ke^2}{r^2}$ (C) α 粒子在碰撞後，其運動方向與原入射方向相反 (D) α 粒子在碰撞過程中的最小動能為 $\frac{1}{2} E$ (E) α 粒子在碰撞過程中的最小距離為 $\frac{158ke^2}{E}$

- (B D) 2. 如右圖所示，半徑為 r 的絕緣光滑圓環固定於鉛直平面內，環上套有一質量為 m 帶正電的珠子，圓環所在處有水平向右的均勻電場，且已知珠子所受靜電力是重力的 $\frac{3}{4}$ 倍。若將珠子從環上最低位置 P 點靜止釋放，下列各項敘述哪些正確？



(A) 珠子將作簡諧運動 (B) 珠子的動能最大值為 $\frac{1}{4} mgr$ (C) 珠子的動能達極大值時的位置較 P 高 $\frac{2}{5} r$ (D) 珠子的動能達極大值瞬間，圓環施於珠子的力量值為 $\frac{7}{4} mg$ (E) 珠子可上升的最大高度為 $\frac{4}{5} r$

- (B D) 3. 如右圖所示，在 xy 平面上分置六個 $+Q$ 之點電荷形成一邊長為 r 之正六邊形，中點為 O 。今擬自 O 點發射帶電質點，下列有關發射質點的運動敘述，哪些正確？



(A) 正六邊形中點 O 處的電場強度為 $\frac{6kQ}{r^2}$

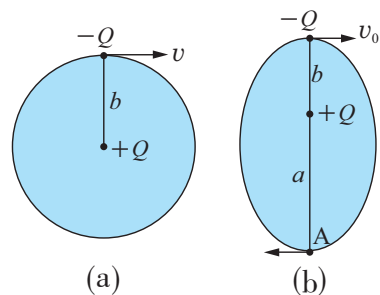
(B) 使質量 m 、電量 $+q$ 之質點，自 O 點沿 z 軸運動，至距 O 點為 $\sqrt{8}r$ 處，質點速率 $v = \sqrt{\frac{8kQq}{mr}}$

(C) 承(B)，又該質點加速度量值 $a = \frac{\sqrt{2}kqQ}{9mr^2}$

(D) 使質量 m 、電量 $-q$ 之質點，自 O 點沿 z 軸射至無限遠處所需之最小初速 $u = 2\sqrt{\frac{3kQq}{mr}}$

(E) 承(D)，質點在 O 點位置處受靜電力為 $\frac{6kQq}{r^2}$

- (D E) 4. 點電荷 $+Q$ 及 $-Q$ ($Q > 0$) 位在同一平面上， $+Q$ 的位置固定， $-Q$ 的質量為 m ，且和 $+Q$ 的距離為 b 。 $-Q$ 電荷以垂直於兩電荷連線的方向射出。下列有關 $+Q$ 及 $-Q$ 的敘述哪些錯誤？【97. 指考】



(A) 若點電荷 $-Q$ 以 v 射出，繞 $+Q$ 作半徑為 b 的等速率圓周運動，如圖(a)所示，令 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 為庫侖

定律中的比例常數，則速率 $v = \sqrt{\frac{kQ^2}{mb}}$

(B) 若 $-Q$ 電荷以 v_0 射出，則循一橢圓軌跡運動，如圖(b)所示。令 $-Q$ 距離 $+Q$ 的最遠點為 A 點，且令 A 點與 $+Q$ 電荷間的距離為 a ，則點電荷 $-Q$ 相對於點電荷 $+Q$ 的角動量是守恆的

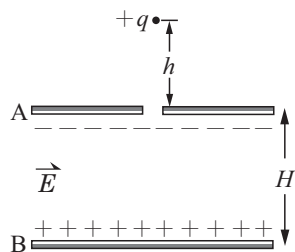
(C) 承(B)，角動量的數值為 $\sqrt{\frac{2abmkQ^2}{a+b}}$ ，方向為朝紙面射入

(D) 承(B)，若 $v_0 = \sqrt{\frac{3kQ^2}{2mb}}$ ，則 $-Q$ 在 A 點的速率為 $\frac{v_0}{2}$

(E) 承(D)， $a = 2b$

混合題

◎ 如右圖所示，二平行帶電金屬板 A、B，相距 H ，其間為均勻電場 \vec{E} ($qE > mg$)，A 板中央有一小孔，小孔之正上方 h 處有一質量為 m 、帶電量為 $+q$ 之點電荷。



(B) 1. 今點電荷 q 由靜止自由落下，抵達洞口位置時，速率為何？

- (A) \sqrt{gh} (B) $\sqrt{2gh}$ (C) $\sqrt{3gh}$ (D) $2\sqrt{gh}$ (E) $3\sqrt{gh}$

(B) 2. 點電荷 q 進入電場後，下列各項有關運動的敘述，何者正確？

- (A) 點電荷 q 受合力為零，進行等速度運動
 (B) 點電荷 q 受合力方向向上，進行等減速度運動
 (C) 點電荷 q 受合力方向向下，進行等加速度運動
 (D) 點電荷 q 受合力作用，合力提供向心力，進行等速右轉圓周運動
 (E) 點電荷 q 受合力作用，合力提供向心力，進行等速左轉圓周運動

3. 點電荷 q 進入電場後，若不欲撞擊 B 板，則 h 之最大高度為何？（以 m 、 q 、 g 、 E 、 H 表示， G 為重力加速度）

$$(3. \text{ 依 } v^2 = v_0^2 + 2aS \xrightarrow{\text{承 1.、2.}} 0 = (\sqrt{2gh})^2 - 2 \left(\frac{qE - mg}{m} \right) \cdot S \Rightarrow S = \frac{mgh}{qE - mg}$$

答： $h_{\max} = \frac{qE - mg}{mg} \cdot H$

又點電荷 q 不欲撞擊 B 板： $S \leq H$

$$\therefore \frac{mgh}{qE - mg} \leq H \Rightarrow h \leq \frac{qE - mg}{mg} \cdot H, \text{ 得 } h_{\max} = \frac{qE - mg}{mg} \cdot H.$$

1-3-2 電位、電位差

學習概念

1 電位 (Electric Potential) (配合課本 p.28)

1. 定義：

- (1) 若 $V_{\infty} = 0$ ，則自 ∞ 處將單位正電荷 (q) 等速移至電場 (\vec{E}) 中某一位置時，反抗電力 (\vec{F}_e) 所作之功稱為該位置的電位，以 V 表之。

$$V = \frac{W_{\infty \rightarrow r}}{q} \xrightarrow{\text{單位}} \frac{\text{焦耳 (J)}}{\text{庫倫 (C)}} = \text{伏特 (V)}$$

- (2) 在電場中，單位正電荷在某一位置所具有的電位能稱為該位置的電位。

$$V = \frac{U_e}{q} \text{ 或 } U_e = qV$$

2. 特性：

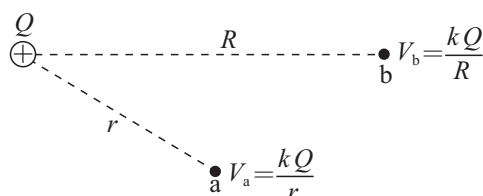
- (1) 電位與電位能皆為一種相對的量，因此必定義零電位與零電位能的參考點位置。
 (2) 電位為描述電場中某位置的特性，僅與場源 Q 及位置 r 有關。

3. 點電荷 (Q) 在空間所建立之電位：

距固定點電荷 (Q) r 處之電位：如右圖。

$$V(r) = \frac{W_{\infty \rightarrow r}}{q} = \frac{\left(\frac{kQq}{r} \right)}{q} = \frac{kQ}{r}$$

(定無窮遠處的電位為零， $V_{\infty} = 0$)



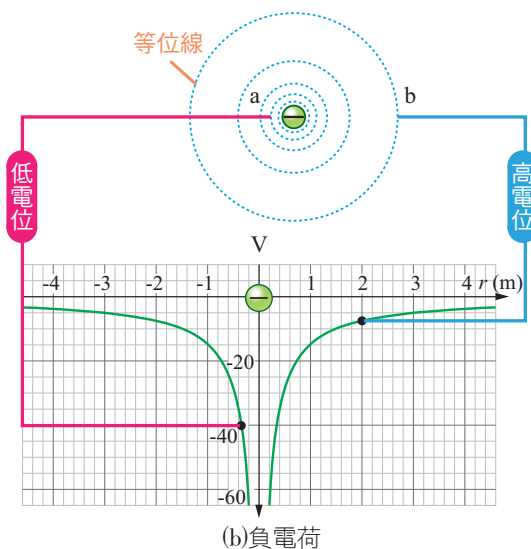
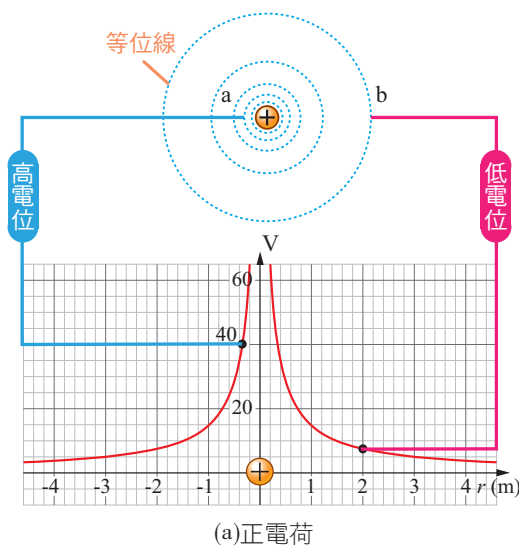
▲點電荷 (Q) 在空間所建立之電位

- (1) 點電荷 Q 為正電荷：

① $V(r) \geq 0$ ，愈靠近電荷 Q 的電位愈高。 ② 如下圖(a)所示， $V_a > V_b$ 。

- (2) 點電荷 Q 為負電荷：

① $V(r) \leq 0$ ，愈靠近電荷 Q 的電位愈低。 ② 如下圖(b)所示， $V_a < V_b$ 。



學習概念

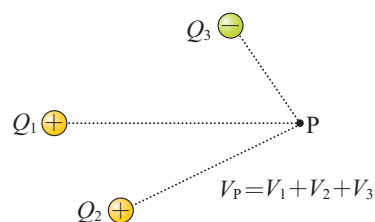
2

點電荷群在空間某位置所建立之電位

(配合課本 p.30)

1. 當空間的電場係由一群點電荷所共同建立，則空間某一位置 P 的電位 V_P 為各個點電荷對該位置的電位之代數和。

$$V_P = V_1 + V_2 + \dots = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} + \dots = \sum \frac{kQ_i}{r_i}$$



▲點電荷群在空間所建立之電位

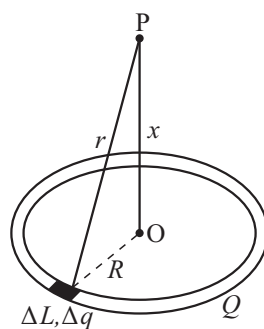
2. 圓環帶電體在空間某位置建立之電位：

如右圖所示，有一均勻帶電的圓環，總電量為 Q ，環的半徑為 R 。在此環軸上各處的電位，依序如下：

(1) 距環心 x 處 $V(x) = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + x^2}} = V_P$

(2) 環心處 ($x = 0$) $V_O = \frac{kQ}{R}$

(3) 無窮遠處 ($x \gg R$) $V_\infty = \frac{kQ}{x} = 0$

▲群電荷 (Q) 在空間所建立之電位

【證】①如上圖所示，在圓環上取一微小弧長 ΔL ，圓環為一均勻帶電體，則 ΔL 弧長帶有電荷 Δq ，此 Δq 與 P 點的距離為 $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ 。

②依 $V(r) = \frac{kQ}{r}$ $\xrightarrow{\Delta q \text{ 在 P 處所建立之電位}}$ $\Delta V = \frac{k\Delta q}{r} = \frac{k\Delta q}{\sqrt{R^2 + x^2}}$

③整個圓環在 P 位置所建立的電位：

$$V_P = \sum \Delta V = \sum \left(\frac{k\Delta q}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = \frac{k}{\sqrt{R^2 + x^2}} \cdot \sum \Delta q = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

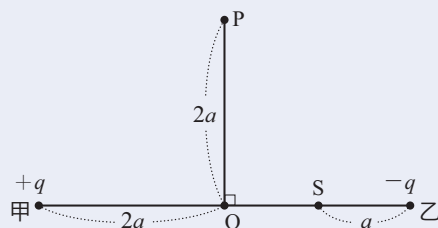
④由 $V(x) = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + x^2}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{環心處：} x=0 \Rightarrow V(0) = \frac{kQ}{R} = V_O \\ \text{無窮遠處：} x=\infty \Rightarrow V(\infty) = \frac{kQ}{x} = 0 = V_\infty \end{array} \right.$

3. 承 2.，當一帶電質點 q ，沿圓環軸心運動，因系統僅受靜電力做功，故任意位置處保持力學能守恆，即 $E_T = K + U_e = \text{const.}$ 。

範例 1

點電荷群在空間某位置所建立之電位

如右圖所示，甲電荷 $+q$ 與乙電荷 $-q$ ，兩者相距 $4a$ ，若取兩電荷連線上之 S 點處的電位為零，則距離 O 點 $2a$ 處之 P 點的電位為何？（已知庫倫定律 $F_e = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ ）



- (A) 0 (B) $\frac{kq}{\sqrt{2}a}$ (C) $\frac{kq}{2\sqrt{2}a}$ (D) $-\frac{kq}{\sqrt{2}a}$ (E) $\frac{2kq}{3a}$

答 (E)

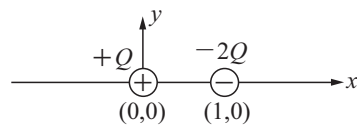
解 (E) ○ (1) 電位為一種相對的量，空間中各位置的電位會因定義零電位的參考點不同而不同，但兩點間的電位差是固定的。

$$(2) \text{ 依 } V = \sum \frac{kQ_i}{r_i} \xrightarrow{V(\infty)=0} \begin{cases} V_s = \frac{kq}{3a} + (-\frac{kq}{a}) = -\frac{2kq}{3a} \xrightarrow{\text{改定 } V_s=0} V_P = \frac{2kq}{3a} \\ V_P = 0 \end{cases}$$

故選(E)。

類題

1. 如右圖所示，兩個點電荷 $+Q$ 與 $-2Q$ ，分別置於坐標 $(0,0)$ 與 $(1,0)$ 處。則下列哪些坐標的電位為零？



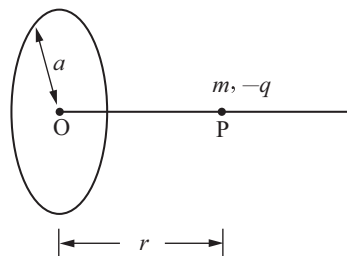
- (A) $(-1,0)$ (B) $(-\frac{1}{3},0)$ (C) $(\frac{1}{3},0)$ (D) $(2,0)$

答 (A)(C) (A) ○ (C) ○ 依 $V = \sum \frac{kQ}{r}$ $\xrightarrow{\Sigma V=0}$ $\begin{cases} x > 0: \frac{kQ}{x} + \frac{k \cdot (-2Q)}{1-x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{座標}} (\frac{1}{3}, 0) \\ x < 0: \frac{kQ}{x} + \frac{k \cdot (-2Q)}{(x+1)} = 0 \Rightarrow x = -1 \xrightarrow{\text{座標}} (-1, 0) \end{cases}$

故選(A)(C)。

類題

2. 如右圖所示，一半徑為 a 之金屬圓環，均勻帶電量 $+Q$ ，在其圓環軸心右方相距 r 處的 P 點，置一質量為 m ，帶電量 $-q$ 的質點，若 $r = \frac{3}{4}a$ ，則欲使此質點在 P 點沿軸方向射出，到達無限遠處，所需最小速率為若干？（萬有引力忽略不計）



答 $\sqrt{\frac{8kQq}{5am}}$ (1) 在靜電場中只受靜電力作用的系統，若不計電磁輻射能，整個系統的總力學能守恒：
 $\Sigma E = K + U_e = \text{const.}$

(2) 欲使 $-q$ 質點能達無窮遠處，則力學能 $\frac{1}{2}mv_p^2 + (-\frac{kQq}{\sqrt{a^2+r^2}}) \geq 0$

$$\text{又 } r = \frac{3}{4}a, \sqrt{a^2 + (\frac{3}{4}a)^2} = \frac{5}{4}a \xrightarrow{\text{代入}} \frac{1}{2}mv_p^2 \geq \frac{kQq}{R} = \frac{4kQq}{5a}$$

$$\text{得 } v_p \geq \sqrt{\frac{8kQq}{5am}} \xrightarrow{\text{取最小值}} (v_p)_{\min} = \sqrt{\frac{8kQq}{5am}} \text{。}$$

學習概念 3 荷電 (Q) 之金屬球 (半徑 R) 在空間中所建立之電位 (配合課本 p.31)

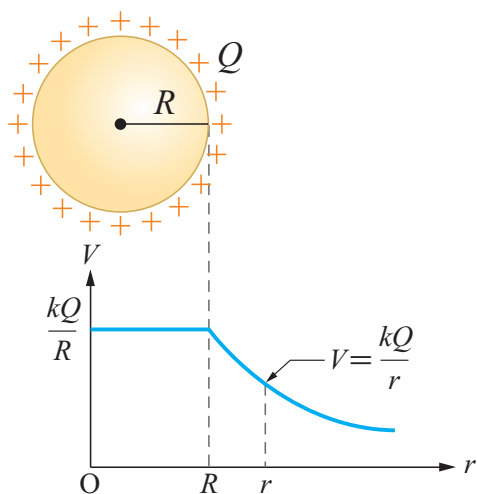
1. 如右圖所示，半徑為 R 的實心（或空心）均勻帶電量 $+Q$ 的金屬導體球，在距球心不同位置 r 處所建立之電位：

(1) 球外 ($r > R$) $V = \frac{kQ}{r}$

(2) 球表面 ($r = R$) $V = \frac{kQ}{R}$

(3) 球內 ($r < R$) $V = \frac{kQ}{R}$

2. 荷電金屬球內部無電場， $E=0$ ，則帶電質點在金屬球內部移動時不需做功，故荷電金屬球內任一位置電位與表面者相同，稱金屬球體為等電位體。



▲荷電金屬球所建立之電位

範例 2 荷電 (Q) 之金屬球 (半徑 R) 在空間中所建立之電位

半徑 3 米的金屬球帶有 $+0.2$ 庫侖的電荷且作均勻分佈，今取一質量 3×10^{-8} kg 且帶有 1 微庫侖負電之小質點，由距離球心 4 米處靜止釋放，若金屬球沿小質點受力之方向恰有一孔道沿直徑方向可穿過，則此小質點穿越該金屬球兩面之時間為何？

- (A) 3.87×10^{-5} s (B) 3.3×10^{-4} s (C) 7.0×10^{-4} s (D) 6.0×10^{-5} s
(E) 8.37×10^{-5} s

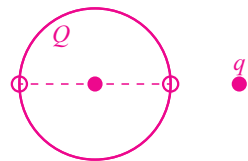
答 (D)

解 (D) ○ (1) 如右圖所示，因金屬球內部電場為零，故帶電質點 q 行經期間不受力作用，進行等速度運動。

(2) 依 $\Sigma E = \text{const.} \Rightarrow \left(-\frac{kQ}{r}\right) \times q = \left(-\frac{kQ}{R}\right) \times q + \frac{1}{2}mv^2$

代入各數值，得 $\left[-\frac{(9 \times 10^9) \cdot 0.2}{4} + \frac{(9 \times 10^9) \cdot 0.2}{3}\right] \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times (3 \times 10^{-8}) \cdot v^2$

$\therefore v = 10^5 \text{ (m/s)}$ $\xrightarrow{\text{等速度運動}} t = \frac{6}{10^5} = 6 \times 10^{-5} \text{ (s)}$ 。故選(D)。



類題 真空中有一不帶電半徑為 R 的金屬製空心薄球殼，將一點電荷 Q 固定在球外與球心相距 $2R$ 處，一段時間後，距球心 $\frac{R}{2}$ 處電位應為若干？

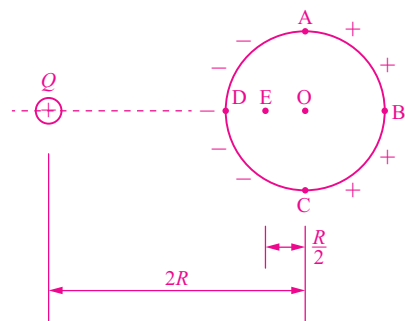
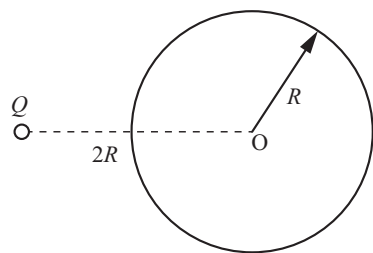
- (A) $\frac{kQ}{R}$ (B) 0 (C) $\frac{2kQ}{R}$ (D) $-\frac{kQ}{R}$ (E) $\frac{kQ}{2R}$

答 (E)

(E) ○ 金屬球殼因球外電荷 ($+Q$) 而產生感應電荷，靠近球外電荷端感應出異性電 (D 處)，較遠端感應出同性電 (B 處)。但金屬球上仍維持電中性，平衡時金屬球上任一處 (包括球表面、球內) 的電位必相等，即：

$$V_A = V_B = V_C = V_D = V_E = V_O = \frac{kQ}{2R} \quad (\text{等電位體})$$

故選(E)。



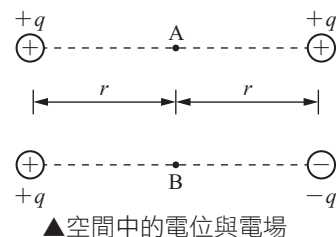
學習概念 4 電位 (V) 與電場 (E) (補充資料)

1. 當空間中某位置電位為零時，該位置電場不一定為零，反之亦然。

【說明例】：如右圖所示，電位為純量而電場為向量：

$$\text{A 點: } \begin{cases} \text{電位: } V_A = \left(\frac{kq}{r}\right) + \left(\frac{kq}{r}\right) = \frac{2kq}{r} \neq 0 \\ \text{電場: } \vec{E}_A = \left(\frac{kq}{r^2}, \rightarrow\right) + \left(\frac{kq}{r^2}, \leftarrow\right) = 0 \end{cases}$$

$$\text{B 點: } \begin{cases} \text{電位: } V_B = \left(\frac{kq}{r}\right) + \left(-\frac{kq}{r}\right) = 0 \\ \text{電場: } \vec{E}_B = \left(\frac{kq}{r^2}, \rightarrow\right) + \left(\frac{kq}{r^2}, \rightarrow\right) = \frac{2kq}{r^2}, \rightarrow \neq 0 \end{cases}$$

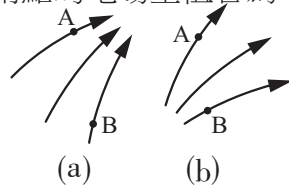


2. 空間中呈非均勻電場分布時，愈接近正電荷，電位愈高，其電場強度愈大。愈接近負電荷，電位愈低，其電場強度愈大。

【說明例】：如右圖所示，為某靜電場的電力線分布，其中 A、B 兩點的電場量值各為 E_A 、 E_B ，電位各為 V_A 、 V_B ，則：

$$\text{(a)圖: } \begin{cases} (1) \text{ A 位置處之電力線密度高, 故 } E_A > E_B. \\ (2) \text{ A 位置處較靠近負電荷, 故 } V_A < V_B. \end{cases}$$

$$\text{(b)圖: } \begin{cases} (1) \text{ B 位置處之電力線密度高, 故 } E_A < E_B. \\ (2) \text{ B 位置處較靠近正電荷, 故 } V_A < V_B. \end{cases}$$



▲空間中的電位與電場

範例 3 電位與電場

試分辨一個帶電量為 Q 之孤立金屬球（半徑為 a ）在空間中建立的電場與電位：

(1) 在帶電球內離開球心距離為 b 處之電場強度為何？

(A) 0 (B) $\frac{kQ}{a^2}$ (C) $\frac{kQ}{b^2}$ (D) $\frac{kQ}{(a+b)^2}$ (E) $\frac{kQ}{b}$

(2) 承(1)，該處之電位為何？

(A) 0 (B) $\frac{kQ}{a}$ (C) $\frac{kQ}{b}$ (D) $\frac{kQ}{a+b}$ (E) $\frac{kQ}{b^2}$

答 (1) (A)；(2) (B)

解 帶電金屬球之電荷分布於球的表面，球內部沒有電場；球內部的電位同表面電位。

(1) (A) ○ 帶電金屬球內之電場強度為 0。故選(A)。

(2) (B) ○ 承(1)，帶電質點在金屬球內部移動時不需作功，故帶電金屬球內任一位置電位同表面者，即 $V_b = \frac{kQ}{a}$ ($b < a$)。故選(B)。

類題 試依次計算一個孤立金屬球在空間中建立的電場與電位相關問題：

(1) 一個球形導體外距球心 10 cm 處之電場強度為 2.7×10^{10} N/C，方向指向球心，則球面上電荷為若干？

(2) 半徑 2 cm 之金屬球，其上布有 2×10^{-8} C 電量，則此金屬球之球心、表面之電位各為若干？

答 (1) - 0.03 (C)；(2) 均為 9000 (V)

(1) 依 $E = \frac{kQ}{r^2} \Rightarrow 2.7 \times 10^{10} = \frac{(9 \times 10^9) \cdot Q}{(0.1)^2} \Rightarrow Q = 0.03$ (C) (負電荷)

(2) 依 $V = \frac{kQ}{r}$ 球心與球表面等電位 $\rightarrow V_{\text{球心}} = V_{\text{表面}} = \frac{(9 \times 10^9) \cdot (2 \times 10^{-8})}{0.02} = 9000$ (V)。

學習概念 5 電位差 (Electric Potential Difference) (配合課本 p.32)

1. 定義：在電場中任兩位置 A、B 間電位之差，稱為 A、B 二位置的電位差。

$$\boxed{\text{A、B 兩點的電位差} = \text{A 點電位} - \text{B 點電位}} \quad \boxed{\Delta V_{AB} = V_A - V_B}$$

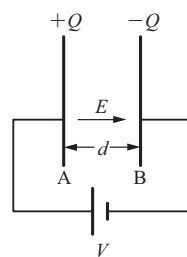
2. 點電荷周圍之電位差：

距固定點電荷 Q 各為 r_A 及 r_B 之二位置 A 與 B，則

$$\left\{ \begin{array}{l} V_A = \frac{kQ}{r_A} \\ V_B = \frac{kQ}{r_B} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{電位差, } \Delta V_{AB}} \Delta V_{AB} = V_A - V_B = kQ \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

3. 帶等量異性電荷之平行金屬板之電位差 (ΔV) 與電場 (E) 之關係：
如右圖所示，設面積均為 S 的 A、B 兩金屬板，分別帶有電量 $+Q$ 、 $-Q$ ，兩板間距離為 d ，則：

$$\boxed{V_{AB} = E \cdot d} \text{ 或 } \boxed{E = \frac{V_{AB}}{d}}$$



▲平行金屬板的電位差

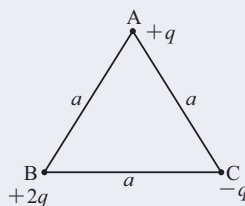
【證】點電荷 $+q$ 自 A 金屬板釋出，沿電場方向奔向 B 金屬板，抵達 B 金屬板時，靜電力對 $+q$ 作功 $W_{A \rightarrow B}$ ，則 A、B 兩金屬板間之電位差為：

$$V_{AB} = \frac{\text{電力}(F_e)\text{作功}, W_{A \rightarrow B}}{q} = \frac{F_e \cdot d}{q} = \frac{(qE) \cdot d}{q} = E \cdot d$$

範例 4 電位差

如右圖所示，正 $\triangle ABC$ 的三個頂角上之電荷，則 A、C 之電位差 V_{AC} 為何？

- (A) $\frac{2kq}{a}$ (B) $\frac{kq}{a}$ (C) $-\frac{kq}{a}$ (D) $-\frac{2kq}{a}$ (E) 0



答 (D)

解 (D) ○ (1) A 位置的電位係由 B、C 電荷所建立，而 C 位置的電位則由 A、B 電荷所建立。

$$\text{依 } \boxed{V = \sum \frac{kQ_i}{r_i}} \xrightarrow{\text{定 } V(\infty)=0} \begin{cases} V_A = \frac{k \cdot 2q}{a} + \frac{k \cdot (-q)}{a} = \frac{kq}{a} \\ V_C = \frac{k \cdot q}{a} + \frac{k \cdot 2q}{a} = \frac{3kq}{a} \end{cases}$$

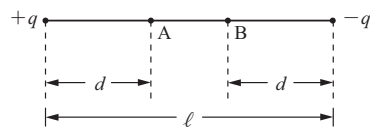
(2) 承(1)，得 $V_{AC} = V_A - V_C = -\frac{2kq}{a}$ 。故選(D)。

類題 如右圖所示，兩點電荷 $+q$ 、 $-q$ 相距 $\ell = 8 \text{ m}$ ，若 $q = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$ ， $d = 3 \text{ m}$ ，求 A、B 兩點之電位差為若干？

答 12 (V)

$$\text{(依 } \boxed{V(r) = \frac{kQ}{r}} \text{)} \begin{cases} V_A = \frac{k \cdot (5 \times 10^{-9})}{3} + \frac{k \cdot (-5 \times 10^{-9})}{5} = 6 \text{ (V)} \\ V_B = \frac{k \cdot (5 \times 10^{-9})}{5} + \frac{k \cdot (-5 \times 10^{-9})}{3} = -6 \text{ (V)} \end{cases} \circ$$

由 $V_{AB} = V_A - V_B = 6 - (-6) = 12 \text{ (V)}$ 。



學習概念

6

等電位體 (配合課本 p.33)

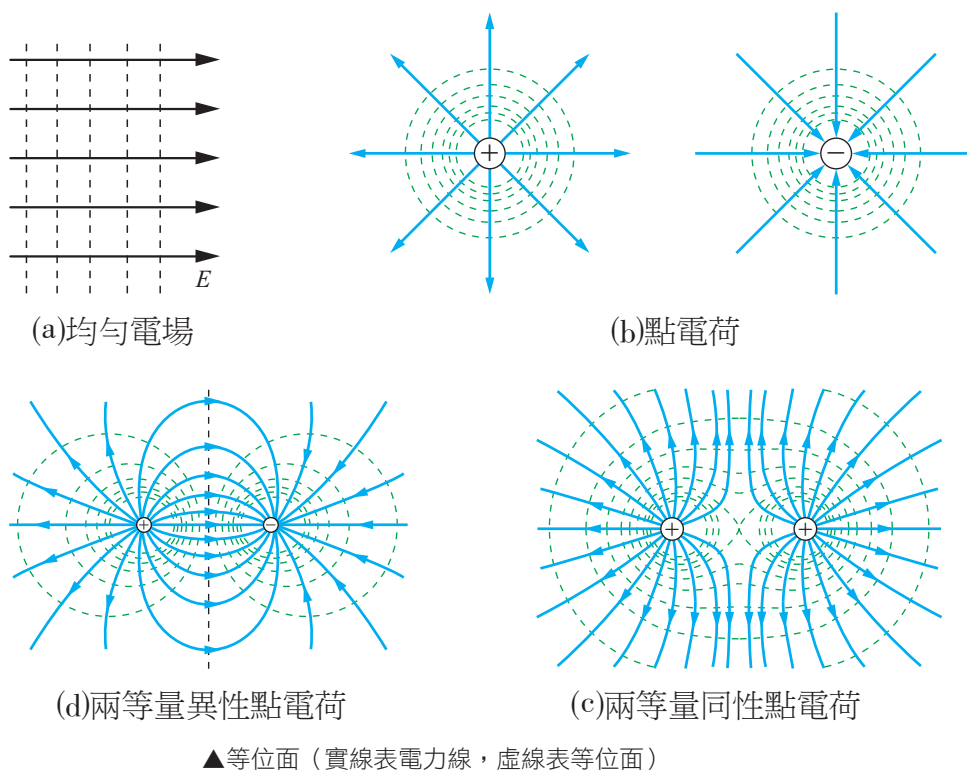
1. 定義：導體呈靜電平衡時，導體上任一點之電位必均相同，稱為等電位體。

2. 性質：

- (1) 導體之內部無電場亦無電荷存在，但電位則等於表面電位。
- (2) 導體外之電力場（或電力線）方向必垂直於導體的表面。
- (3) 在等位體內部或沿表面上等速移動的電荷，不需要作功。
- (4) 兩帶電導體互相接觸，或以導線聯結之，導體上帶電質點發生移動，直至兩導體電位相等，導體內部電場消失為止。
- (5) 電荷恆分布於導體表面上，曲率愈大處，電荷密度愈大，電場強度愈強，但電位與其他各處相等。

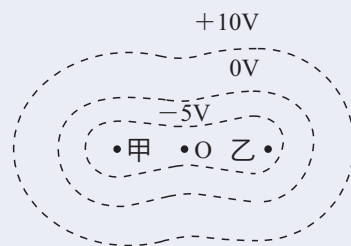
3. 等位面（或等位線）：

- (1) 電位恆為一定值的假想面，稱為等位面。
- (2) 等位面垂直電場方向。
- (3) 等位面彼此不相交，亦不相切。
- (4) 等位線形狀隨帶電體形狀之不同而異。
 - ① 點電荷所建立之電場：等位面形狀為球面；而等位線為圓。
 - ② 帶電長直導線所建立的電場：等位面形狀為柱面；而等位線為圓。
 - ③ 均勻電場：等位面的形狀為平面；而等位線為直線。



範例 5 等電位體

如右圖所示，甲與乙是兩個電量相等的點電荷，空間中電位的零點可以任意選定。三條虛線表示電場中的三個等位面，其電位分別為： -5 V ， 0 V ，與 $+10\text{ V}$ ， O 點是甲與乙的連線中點。下列相關敘述何者正確？



- (A) 甲與乙必同為正電荷 (B) 甲與乙必同為負電荷 (C) 甲與乙其中一個是正電荷，另一個是負電荷 (D) 甲與乙的電性無法確定 (E) 甲與乙可同為正電荷或同為負電荷

答 (B)

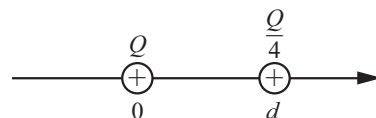
解 (B) ○ (1) ①等位面上各處電位相等。

②愈接近正電荷，電位愈高；愈接近負電荷，電位愈低。

(2) 由等位面判斷，甲、乙之電性相同且電位由內而外漸高，可知甲、乙應為「負電荷」。故選(B)。

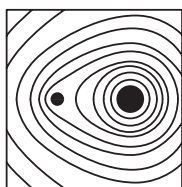
類題 如右圖所示， x 軸上坐標為 0 處置一個點電荷 Q ($Q > 0$)

，坐標為 d 處置一個點電荷 $\frac{Q}{4}$ ，則下列哪一圖形可代表

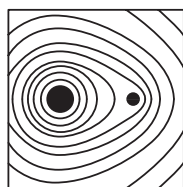


兩電荷周圍的等電位線？

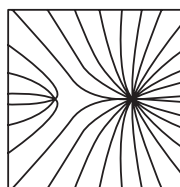
(A)



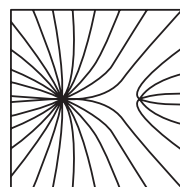
(B)



(C)



(D)

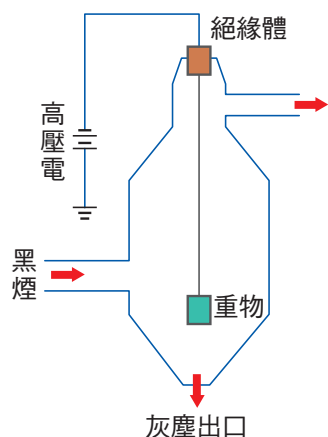


答 (B)

(B) ○ 電極的帶電量愈大，附近分布的電場愈強，電力線愈密集，等電位線也愈密集。故選(B)。

學習概念 7 靜電學的應用 (配合課本 p.37)

1. 靜電集塵器 (Electrostatic Precipitator) :



▲靜電集塵器



▲未使用靜電集塵器空氣品質差

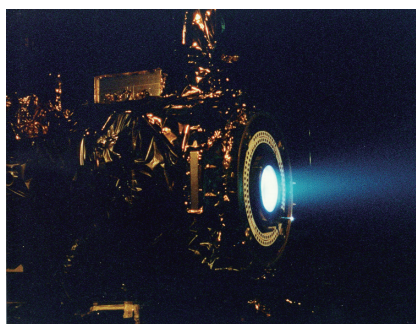
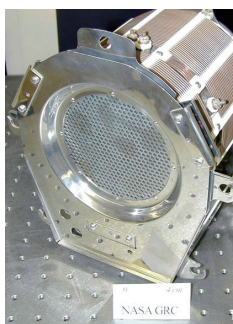


▲使用靜電集塵器改善空氣品質

- 【原理】(1)將除塵器之金屬外殼接電壓極高之電源供應器的正極並且接地以保護工作人員的安全，除塵器內銅導線則接負極，利用頂端之絕緣體使正負極分離。
- (2)由煙囪排出之黑煙由除塵器左下端開口處流入，大部分塵埃顆粒都吸附負電荷，因而帶負電的塵埃顆粒會向正極的除塵器四壁飛去而吸附在器壁上，清潔的空氣則由右上方的開口逸出外界。
- (3)除塵器需定時抖動，使吸附在四壁的灰塵由底端開口排出。經此處理後，大部分的灰燼皆可去除，達到有效的淨化目的。

2. 離子推力器 (Ion Thruster) : 又稱離子推進器、離子發動機。

- 【原理】(1)先將氣體電離成為帶電粒子（氙離子， Xe^+ ），然後用電場力將帶電的離子加速後噴出，以其反作用力推動火箭。
- (2)這是目前已實用化的火箭技術中，最為經濟的一種。因為只要調整電場強度，就可以調整推力，且只需要少量的推進劑就可以達到很高的最終速度，而既然太空船本身不需要攜帶太多燃料，總重量大幅減少後就可以使用較小而經濟的運載火箭，節省下來的燃料更是可觀。



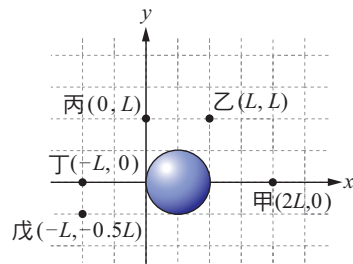
▲離子推力器

1-3-2

課後練習

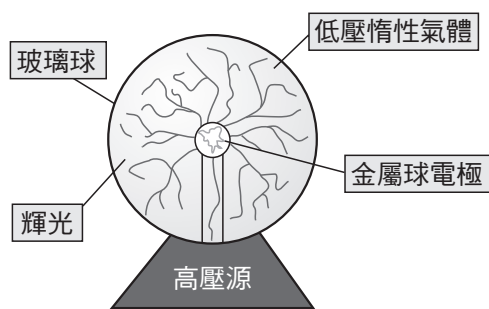
單選題 (解析詳見解答本)

- (C) 1. 如右圖所示，一均勻帶正電球體直徑為 L ，球心位置落在 $(0.5L, 0)$ 。周圍有五個位置依次為甲 $(2L, 0)$ 、乙 (L, L) 、丙 $(0, L)$ 、丁 $(-L, 0)$ 、戊 $(-L, -0.5L)$ 等，各位置之電位量值為 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$ 、 $V_{\text{丙}}$ 、 $V_{\text{丁}}$ 、 $V_{\text{戊}}$ ，則電位量值次序為何？



- (A) $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}} > V_{\text{丙}} > V_{\text{丁}} > V_{\text{戊}}$
 (B) $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}} > V_{\text{丁}} > V_{\text{戊}}$
 (C) $V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}} > V_{\text{甲}} = V_{\text{丁}} > V_{\text{戊}}$
 (D) $V_{\text{甲}} = V_{\text{丁}} > V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}} > V_{\text{戊}}$
 (E) $V_{\text{戊}} > V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}} > V_{\text{甲}} = V_{\text{丁}}$

- (B) 2. 如右圖所示為電漿球的構造簡圖：在一玻璃球殼內充有低壓的惰性氣體，底座的高壓電源，能使中央的金屬球，快速充電達到高電壓。當兩球之間的電場夠大時，氣體分子會被游離，產生放電。此時，電荷自電極流向玻璃球，當電荷經過氣體時，

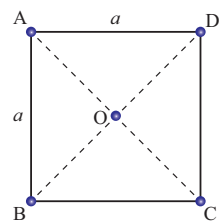


碰撞氣體分子，使氣體產生輝光。已知一電漿球金屬電極的直徑為 5 cm ，要使得此電漿球產生放電，兩球間的電場必須超過 $3.0 \times 10^6\text{ V/m}$ ，則電極的電壓至少應為多少 V ？

- (A) 7.5×10^2 (B) 7.5×10^4 (C) 7.5×10^6 (D) 1.2×10^6 (E) 1.2×10^8

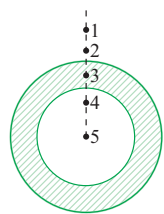
- (D) 3. 在邊長為 a 之正方形四個頂點上，A 置有一個 α 質點及 B、C、D 三個質子，如右圖所示，以 e 表基本電荷之電量，試求在正方形中心 O 點處之電位為何？

- (A) $\frac{\sqrt{2} ke}{2a}$ (B) $\frac{2\sqrt{2} ke}{a}$ (C) $\frac{3\sqrt{2} ke}{a}$ (D) $\frac{5\sqrt{2} ke}{a}$ (E) $\frac{\sqrt{2} ke}{2a}$

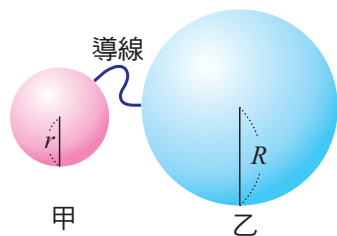


- (A) 4. 考慮一帶負電的金屬球殼，其通過球心的截面如右圖所示。斜線部分為金屬，在標示 1 ~ 5 的五個點中，哪一點的電位最高？

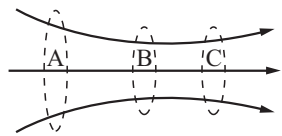
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



- (B) 5. 如右圖所示，兩個帶正電的金屬球相距甚遠，甲球半徑 r 、乙球半徑 R ，且 $r < R$ ，以導線連接達靜電平衡，其表面電位分別為 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$ ，表面電場強度的量值分別為 $E_{\text{甲}}$ 、 $E_{\text{乙}}$ 。下列各項敘述何者正確？



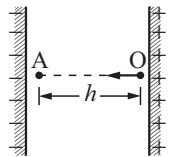
- (A) $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}$ 、 $E_{\text{甲}} = E_{\text{乙}}$
 (B) $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}$ 、 $E_{\text{甲}} > E_{\text{乙}}$
 (C) $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}$ 、 $E_{\text{甲}} < E_{\text{乙}}$
 (D) $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}$ 、 $E_{\text{甲}} > E_{\text{乙}}$
 (E) $V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}$ 、 $E_{\text{甲}} < E_{\text{乙}}$
- (A) 6. 如右圖所示，虛線表示同數目的電力線通過之截面積，其量值次序為 $A > C > B$ 。下列有關各處電位與電場強度的比較，何者正確？



- (A) $V_A > V_B > V_C$
 (B) $E_A > E_B > E_C$
 (C) $E_A = E_B = E_C$
 (D) $V_A = V_B = V_C$
 (E) A、B、C 三處為等位線
- (B) 7. 有彼此相距甚遠的甲、乙兩帶電金屬球，甲、乙兩球的半徑各為 a 及 b 。假設在無窮遠處電位為零，甲、乙兩球的電位分別為 V_a 及 V_b 。今以一細長導線接觸兩球，使兩球成為等電位後，再將此導線移開，則此兩球之電位為何？

- (A) $\frac{V_a + V_b}{2}$ (B) $\frac{aV_a + bV_b}{a + b}$
 (C) $\frac{bV_a + aV_b}{a + b}$ (D) $\frac{a^2V_a + b^2V_b}{a^2 + b^2}$
 (E) $\frac{b^2V_a + a^2V_b}{a^2 + b^2}$

- (D) 8. 如右圖所示，二平行金屬板的間距為 d ，二板電位差為 V ，其間為均勻電場。今將一電子（電量 $-e$ ）以一初速自正板附近一點 O 垂直板面射出，達負板附近一點 A 時返回，若 OA 間距為 h ，則此電子的初動能為何？

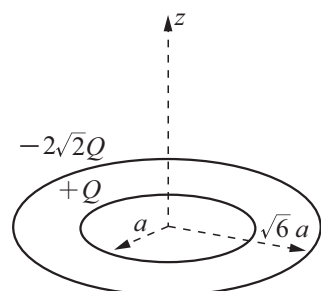


- (A) $\frac{edh}{V}$ (B) $edhV$ (C) $\frac{eV}{dh}$ (D) $\frac{ehV}{d}$ (E) $\frac{edV}{h}$

多選題

- (A D) 1. 在 x 軸上有一點電荷 Q 置於 $x = a$ 處 (Q 及 a 均為正值)，另一點電荷 $-\sqrt{5}Q$ 置於 $x = -3a$ 處。設在無限遠處之電位為零，下列相關敘述哪些正確？
- (A) 在 y 軸上， $y = a$ 處電位為零
- (B) 在 y 軸上， $y = 2a$ 處電位為正
- (C) 在 y 軸上， $y = a$ 處電場的 y 方向分量為零
- (D) 在 x 軸上， $x = (2 - \sqrt{5})a$ 處電位為零
- (E) 在 x 軸上， $a > x > -3a$ 間電場均朝正 x 方向

- (B E) 2. 如右圖所示，今將同心均勻帶電圓環置於同一平面上，已知內環的半徑為 a ，總帶電量為 $+Q$ ，外環的半徑為 $\sqrt{6}a$ ，總帶電量為 $-2\sqrt{2}Q$ ，下列各項有關空間位置的電場、電位敘述，哪些正確？



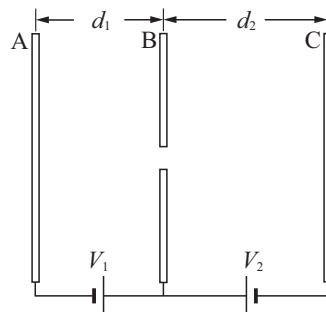
- (A) 環心處之電場、電位均為 0
- (B) 環心處之電場為 0，而環心處之電位為 $(\frac{3-2\sqrt{3}}{3}) \frac{kQ}{a}$
- (C) 環心處之電場為 $(\frac{3-\sqrt{2}}{3}) \frac{kQ}{a^2}$ ，而環心處之電位為 $(\frac{3-2\sqrt{3}}{3}) \frac{kQ}{a}$
- (D) z 軸上 $z=2a$ 處電場為 $(\frac{1-\sqrt{2}}{5}) \frac{kQ}{a^2}$
- (E) z 軸上 $z=2a$ 處電位為 $(-\frac{\sqrt{5}}{5}) \frac{kQ}{a}$

- (A C) 3. 同體積的兩圓球水滴，帶同性電荷，表面電位各為 V_1 和 V_2 ，但 $V_1 \neq V_2$ 。若將兩球合成為一圓球，則下列各項敘述哪些正確？

- (A) 合成圓球半徑為 $\sqrt[3]{2}r$ ，其中 r 為合成前圓球的半徑
- (B) 合成前兩球的電荷相等於 $V_1 + V_2$
- (C) 合成後的電荷與合成前兩電荷之和相等
- (D) 合成後的電位為 $V_1 + V_2$
- (E) 合成後的電位為 $\frac{V_1 + V_2}{\sqrt[3]{2}}$

混合題

- ◎ 如右圖所示，A、B、C 三塊金屬板彼此平行並接上電池。A、B 兩板相距 d_1 ，電壓 V_1 ；B、C 兩板相距 d_2 ，電壓 V_2 且已知 $V_2 > V_1$ ， $d_2 > d_1$ 。一個電量 e 、質量 m 的電子從 A 板由靜止出發，通過 B 板中央小孔進入 B、C 兩板之間，不計重力對電子的影響。試回答下列 1. ~ 3. 題：



- (B D) 1. 有關電子在 A、B 板間之運動情形，下列各項敘述
E 哪些正確？

(A) A、B 板間具有均勻電場強度，量值為 $E_{AB} = \frac{d_1}{V_1}$

(B) 電子進行等加速度運動，且加速度量值為 $a_1 = \frac{eV_1}{md_1}$

(C) 電子抵達 B 板小孔時，具有動能為 $\frac{1}{2} eV_1$

(D) 電子抵達 B 板小孔時，具有速度為 $v_B = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}}$

(E) 電子抵達 B 板小孔時，費時為 $t_1 = d_1 \sqrt{\frac{2m}{eV_1}}$

- (C) 2. 電子通過 B 板中央小孔後，在 B、C 板之間前進的最大距離 x 為何？

(A) $\frac{V_1}{V_2} d_1$ (B) $\frac{V_2}{V_1} d_1$ (C) $\frac{V_1}{V_2} d_2$ (D) $\frac{V_2}{V_1} d_2$ (E) d_2

3. 電子在電板間往返運動的週期 T 為何？

答： $T = 2 \sqrt{\frac{2mV_1}{e}} \left(\frac{d_1}{V_1} + \frac{d_2}{V_2} \right)$

(3. 依 $J = F \cdot \Delta t = \Delta p$) $\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} t_1 = \frac{(\Delta p)_{AB}}{(F_e)_{AB}} = \frac{\sqrt{2m \cdot eV_1}}{e \cdot (\frac{V_1}{d_1})} = d_1 \sqrt{\frac{2m}{eV_1}} \\ \textcircled{2} t_2 = \frac{(\Delta p)_{BC}}{(F_e)_{BC}} = \frac{\sqrt{2m \cdot eV_1}}{e \cdot (\frac{V_2}{d_2})} = d_2 \sqrt{\frac{2mV_1}{eV_2^2}} \end{array} \right.$

\therefore 往返運動的週期 $T = 2(t_1 + t_2) = 2 \sqrt{\frac{2mV_1}{e}} \left(\frac{d_1}{V_1} + \frac{d_2}{V_2} \right)$



實驗影片

一、實驗目的

藉由電位的檢測、操作，繪出等位線，進而製得電力線的分布，以檢視電場的範圍。

二、實驗說明

1. 電場：

- (1) 因電荷的存在，使空間存在一種可使其他電荷受電力影響的性質，我們稱此電荷在空間建立了「電場」，此電荷稱為電場的「場源」。
- (2) 電場是空間的一種性質，此性質使位於此空間的電荷受到「電力」的作用。
- (3) 單位正電荷 q 在電場中某位置所受（造成該電場之）電力源的靜電力（ \vec{F}_e ），稱為此電力源在該位置之電場強度（ \vec{E} ），簡稱為電場。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{+q} \xrightarrow{\text{量值}} E(r) = \frac{kQ}{r^2} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \text{ 或 } \vec{F}_e = q\vec{E}$$

2. 電力線：由法拉第提出

- (1) 電力線是法拉第為幫助了解電場的「強弱」與「方向」所想像出的假想力線。
- (2) 電力線由正電荷出發，終止於負電荷或是無窮遠處，屬於非封閉曲線。
- (3) 電力線彼此不會交會，線上每一點的切線方向為該點的電場方向。

3. 電位差：

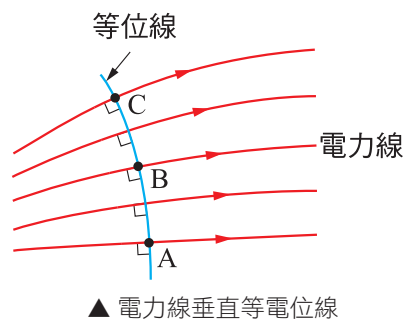
- (1) 電場中 A、B 兩點間的電位差，定義為單位正電荷自電場中的 A 點移至 B 點外力所需做的功。

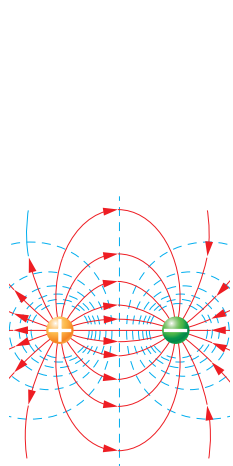
$$\Delta V_{AB} = \frac{W_{A \rightarrow B}}{q} \quad \Delta V_{AB} = V_A - V_B$$

- (2) 在庫侖力作用下，電荷移動所需作的功僅與起點和終點位置有關，而與路徑無關。

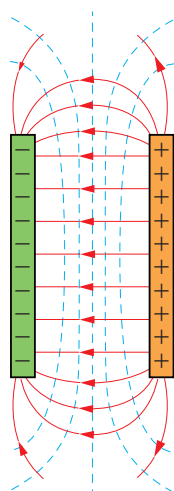
4. 等位線（或等位面）：

- (1) 在電場中可以找到很多點，它們的電位都相同，連接這些點而成的線或面稱為等位線或等位面。
- (2) 依照電位差的定義可知電荷在等位線或等位面上移動，必不作功，因而電荷將沒有受到沿等位線或等位面方向的力，亦即電力線或電場方向無論在何處必與等位線或面相互垂直，如右圖所示。
（本實驗即利用此關係先描出電場的等位線，然後再垂直於等位線，繪出電力線。）

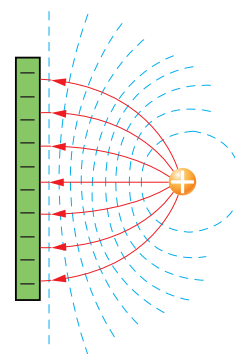




(a)兩圓柱形金屬電極



(b)兩長條形金屬電極

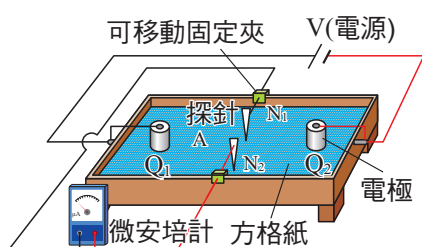


(c)一個圓柱形與一個長條形金屬電極

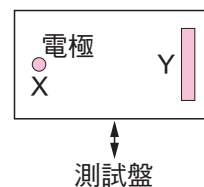
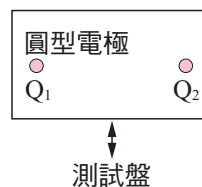
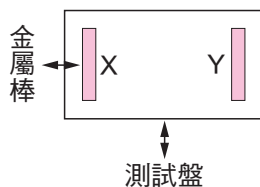
▲ 各種電極組之等位線（虛線）及電力線（實線）圖

三、實驗器材

- | | | |
|------------------------|-------|-----|
| 1. 電場形成盤 | ----- | 1 個 |
| 2. 圓金屬電極組（高度約 1 公分以上） | ----- | 1 組 |
| 3. 食鹽水 | ----- | 少許 |
| 4. 金屬探針（一支可在盤上移動，一支固定） | ----- | 2 支 |
| 5. 微安培計 | ----- | 1 具 |
| 6. 直流電源（或 1.5 伏特之乾電池） | ----- | 1 個 |
| 7. 方格紙 | ----- | 數張 |
| 8. 鉛筆 | ----- | 1 支 |



▲ 電場形成盤（盤由玻璃或壓克力板製成，可盛裝水，玻璃下面墊一張細目方格紙）



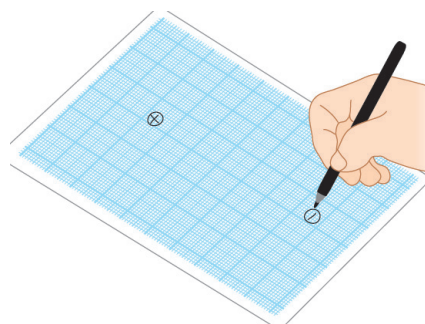
▲ 電極組

四、實驗步驟

- 依器材圖所示，裝置電場形成盤。接上直流電源或電池 V 、微安培計 μA ，將探針 N_1 固定於可前、後、左、右移動之夾座上。將探針 N_2 放在電場形成盤的外面。
- 選出兩個電極 Q_1 及 Q_2 ，將其放置於盤內，如器材圖所示，在盤內注入食鹽水，水深以不超過金屬電極之高度為宜，再接上電線。



▲金屬電極放置示意圖



▲在方格紙上標示電極

3. 在一張備用方格紙上畫出電極位置。
4. 將探針 N_1 移至 A 處予以固定，再用探針 N_2 探測，觀測微安培計是否偏轉，若有偏轉，則再移動 N_2 ，使微安培計達到不偏轉（而為零指示）時，利用步驟 3. 之方格紙標示 N_2 點的位置。
如此繼續移動 N_2 ，則可得許多不同的點（其電流不偏轉），將這些點用鉛筆予以連接，即得一等位線。
5. 如步驟 4.，將探針 N_1 移至另一位置，找出不同之等位線。
6. 將畫有等位線之方格紙，以虛線繪出垂直各等位線的電力線。
7. 選出其他電極組，如器材圖所示，重複步驟 2. 到 6.，畫出各種電極組所形成的等位線及電力線圖。

五、實驗問題與討論

問題 1-1 兩不同的等位線或電力線在金屬體上是否會相交？原因何在？

答：(1)不會。

(2)若不同等位線（或電力線）相交，則意謂著單位正電荷在此點上，可以有兩個以上的運動方向，但實際上，在電場中，電荷在任意點，只能有一個移動方向；而等位線恆與電力線垂直，故不能相交。

問題 1-2 在靜電場中封閉金屬體內的電位，是否相同？闡述原因。

答：(1)是。

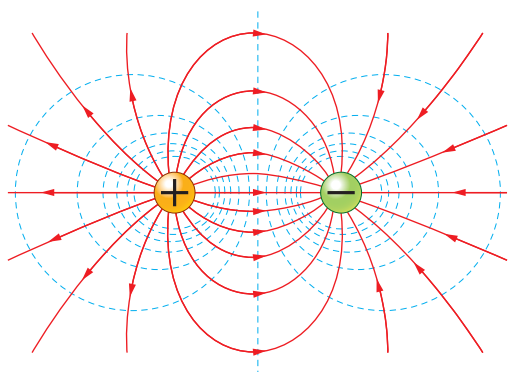
(2)金屬體內無電場（亦即無電力線），而其表面上之電場（或電力線），則與表面垂直，故整個金屬體為等電位體。導體內若有電力線，則必不為等電位體，自由電荷必定會流動到導體成為等電位體為止。此時導體內部無電場。

問題 1-3 電場形成盤內為何不適合使用純水？

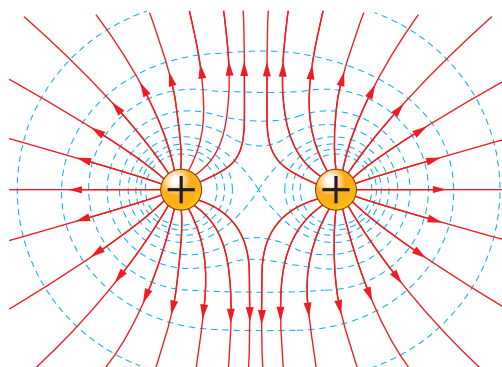
答：純水不能導電。

問題 1-4 圓形電極的等位線與電力線的形狀如何？

答：等位線隨電極的形狀而異，而圓形電極類似於點電荷。



▲兩異性電荷的電場和等位面

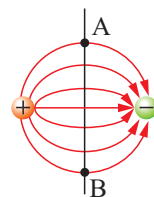


▲兩正電荷的電場和等位面

問題 1-5 若兩點有相同的電位，則在此兩點間每一處的電場均為零嗎？

答：(1)電場不為零。

(2)電位相同僅表示此兩點在同一等電位面上而已。如右圖所示，有正、負兩電荷之電場線圖，A、B 為兩個等電位點，但 A、B 均有電場，且介於 A、B 間的點亦均有電場。



問題 1-6 在一空間區域中的電場為零，則此區域中之電位為零嗎？若不然，電位將是什麼情形？

答：(1)電場為零，電位不為零。

(2)電場為零之處，此區域之電位均相同，但不一定為零。如金屬球內部之電場為零，但其電位並不為零，僅是相等而已。

實驗 1 實驗試試看

單選題 (解析詳見解答本)

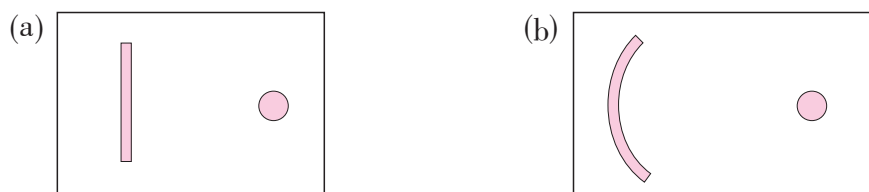
- (E) ◎ 注入食鹽水的水深以不超過金屬電極的高度為宜，原因為何？
 (A)食鹽水可使接電極的電線腐蝕 (B)食鹽水太深，則導電離子的可動範圍太大，不易測量 (C)可以節省食鹽的浪費 (D)電極較易導電 (E)整個電極深入食鹽水中時，電極不可視為點電極，則依探針插入的深度不同，其電位可能不同

多選題

- (B C) ◎ 下列有關「等位線與電場」實驗之敘述，哪些正確？
 (A)本實驗中之電場可視為點電荷的電場，故為球面的等位面 (B)本實驗的電場強度與距離平方成反比 (C)電力線與等位線相互垂直 (D)每一點上的電場方向與電力線垂直 (E)本實驗中等位線並無直線

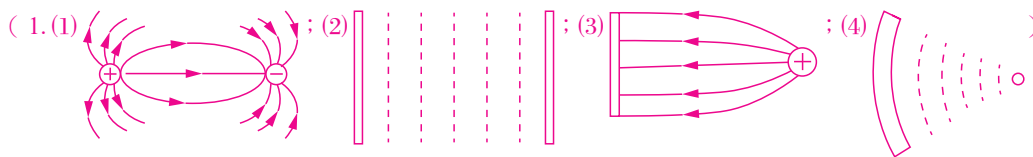
非選題

1. 某生用不同形狀的電極作「等位線與電場」的實驗，並繪圖。試回答下列各問題：



- (1) 若電極形狀為二個圓點，則其電力線分布圖為何？（作圖）
 (2) 若電極形狀為二條平行銅線，則其等位線分布圖為何？（作圖）
 (3) 若電極形狀為一圓點及一直線，如上圖(a)所示，則其電力線分布圖為何？（作圖）
 (4) 若電極形狀為一圓點及一弧線，如上圖(b)所示，則其等位線分布圖為何？（作圖）

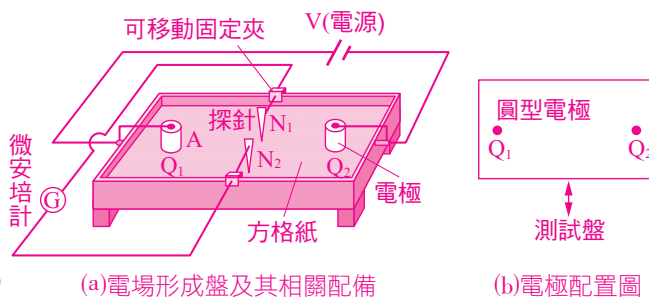
答：詳見解析



2. 若欲以「電場形成盤」來尋找兩個圓形電極所造成的等位線，則實驗所需的裝置為何？試畫簡圖說明之。

答：詳見解析

- (2. (1) 如右圖(a)、(b)所示，接上直流電源或電池 V 、微安培計 μA ，將探針 N_1 、 N_2 固定於可前、後、左、右移動之夾座上。取出兩個電極 Q_1 及 Q_2 ，將其放置於盤內適當位置。
 (2) 在盤內注入食鹽水，水深以不超過金屬電極之高度為宜，再接上電線。
 (3) 在一張備用方格紙上畫出電極位置，以便描出等位線。)



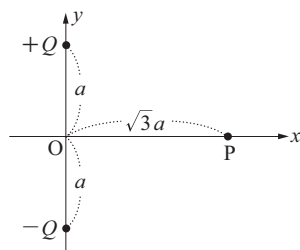
學習成效診斷

單選題 (解析詳見解答本)

(D) 1. 下列何者不是「電場」的單位？

- (A) 牛頓/庫侖 (B) 達因/基本電荷
(C) 伏特/公尺 (D) 電子伏特/公尺
(E) 公斤·公尺/庫侖·秒²

(C) 2. 如右圖所示， y 軸上有兩固定點電荷，均與原點 O 相距 a ，其電量分別為 $+Q$ 、 $-Q$ ，在 x 軸上與 O 點相距 $\sqrt{3}a$ 之 P 點，有一電量為 $-q$ 的點電荷，若庫侖靜電力常數為 k ，則此點電荷在 P 點時所受的淨電力量值為何？



- (A) $\frac{kQq}{a^2}$ (B) $\frac{kQq}{2a^2}$ (C) $\frac{kQq}{4a^2}$ (D) $\frac{kQq}{8a^2}$ (E) $\frac{kQq}{12a^2}$

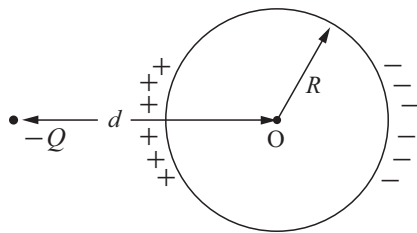
(C) 3. 電場 E 之方向向上，一電子質量 m ，電量 $-e$ ，水平速度 v_0 射入此電場中，則其軌跡方程式可寫為 $y = -kx^2$ ，則 k 值為何？

- (A) $\frac{eE}{mv_0^2}$ (B) $\frac{2eE}{mv_0^2}$ (C) $\frac{eE}{2mv_0^2}$ (D) $\frac{2mv_0^2}{eE}$ (E) $\frac{mv_0^2}{2eE}$

(D) 4. 質子與 α 質點以相同之初動能 K ，垂直射入兩平行金屬板間之均勻電場中，當離開平板時，質子動能變為 $3K$ ，則 α 質點離開平板時之動能為何？

- (A) $2K$ (B) $5K$ (C) $7K$ (D) $9K$ (E) $12K$

(C) 5. 如右圖所示，一不帶電之中空金屬球殼外徑為 R ，中心位於 O 點。今在球殼外距球心 d 處放置一點電荷 $-Q$ ，則金屬球上會產生感應電荷。所有感應電荷在球心 O 點處產生之電場其量值及方向各為何？



- (A) $\frac{kQ}{R^2}$ ，方向向右 (B) $\frac{kQ}{R^2}$ ，方向向左
(C) $\frac{kQ}{d^2}$ ，方向向右 (D) $\frac{kQ}{d^2}$ ，方向向左
(E) 0

- (B) 6. 有 A、B 兩個點電荷質量分別為 $2m$ 與 m ，相距為 d 時，互斥之電力為 f ，此二電荷自相距 d 時由靜止釋放，當相距 $3d$ 時，試問點電荷 A、B 的速率為何？

(A) $v_A = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2fd}{m}}$, $v_B = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2fd}{m}}$ (B) $v_A = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2fd}{m}}$, $v_B = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2fd}{m}}$
 (C) $v_A = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2fd}{m}}$, $v_B = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2fd}{m}}$ (D) $v_A = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{fd}{2m}}$, $v_B = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{fd}{2m}}$
 (E) $v_A = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2m}{fd}}$, $v_B = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2m}{fd}}$

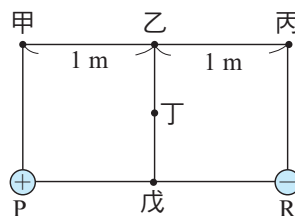
- (C) 7. 如右圖所示，在水深超過 200 m 的深海裡，光線極少，能見度小，有一種電鰻具有特殊的適應性，來自於牠的肌肉組織所構成數以千計的放電體，電鰻的頭部是正極，尾部是負極，每個放電體約可製造 0.15 V 的電壓，透過自身發出的生物電獲取食物、試探或偵測敵害，保護自己。若有一隻身長 50 cm 的電鰻在放電時產生的瞬間電壓為多少 V，便可在海水裡產生的電場強度約為 10^3 V/m 來警告敵害？



(A) 5×10^4 (B) 5×10^3 (C) 5×10^2 (D) 5×10^1 (E) 5

- (E) 8. 右圖中兩個正方形的邊長均為 1 m，圖中 P 點處有 $2 \mu\text{C}$ 之電荷，在 R 點處有 $-2 \mu\text{C}$ 之電荷，則甲、乙、丙、丁、戊五點中，何處電場的量值最大？ 【101. 指考】

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁 (E) 戊



- (C) 9. 將一電荷 $q = -2 \text{ C}$ 由電場中的 A 點移到 B 點，需作功 30 J，若 $V_B = -5 \text{ V}$ ，則 V_A 為多少 V？

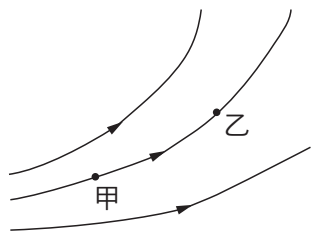
(A) -10 (B) -20 (C) +10 (D) +20 (E) +5

- (B) 10. 半徑為 R 的金屬球，帶電量 $+Q$ ，距離球心 $\frac{R}{2}$ 處，電位為 V ，電場量值為 E ，試問下列各項中哪一數對可以表示 (V, E) ？

(A) $(0, 0)$ (B) $(\frac{kQ}{R}, 0)$
 (C) $(0, \frac{4kQ}{R^2})$ (D) $(\frac{kQ}{R}, \frac{4kQ}{R^2})$
 (E) $(\frac{2kQ}{R}, \frac{4kQ}{R^2})$

- (A) 11. 空間中某區域的電力線分布如右圖，其電場方向如箭頭所示，下列敘述何者正確？ 【103. 指考】

(A) 甲點的電場較乙點強 (B) 甲點之電位低於乙點之電位
(C) 若甲點沒有電荷存在，則可以有兩條電力線通過甲點
(D) 帶電粒子在甲點所受之靜電力之方向即為甲點電場之方向
(E) 在甲點附近以平行電力線的方向移動帶電粒子時，電場所施之靜電力不會對該粒子作功

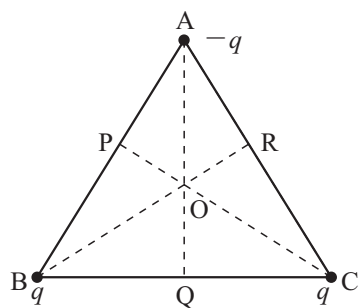


- (E) 12. 有兩片大小皆為 $0.50 \text{ m} \times 0.50 \text{ m}$ 的帶電平行金屬薄板，其間距固定為 1.0 mm ，電位差為 100 V 。若將一電量為 $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 的電子置於兩平行板的正中央，則此電子約受到多少牛頓的靜電力作用？ 【104. 指考】

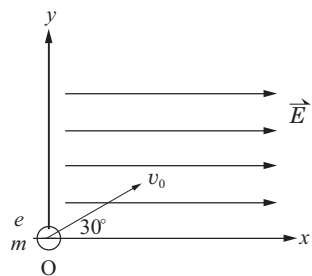
(A) 0 (B) 1.6×10^{-17} (C) 4.0×10^{-16} (D) 3.2×10^{-15} (E) 1.6×10^{-14}

多選題

- (A C) 1. 如右圖所示，正三角形 ABC，重心為 O，其三邊上之中點分別為 P、Q、R。今於 ABC 三頂點分別置點電荷 $-q$ 、 q 及 q 。設 $q > 0$ ，令 O、P、Q、R 各點之電位分別為 V_O 、 V_P 、 V_Q 、 V_R ；電場量值分別為 E_O 、 E_P 、 E_Q 、 E_R ，下列不等式哪些正確？
- (A) $V_O > V_P$ (B) $V_O > V_Q$ (C) $E_O > E_Q$ (D) $E_R > E_Q$
(E) $E_O > E_P$

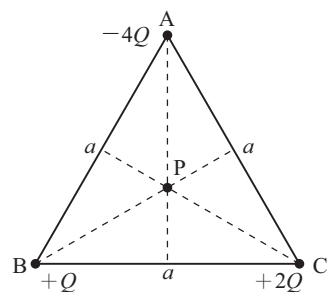


- (B E) 2. 如右圖所示，在 x - y 平面上，電子（初速 = 0）經 V 伏特之電位差加速後，由原點 O 以與 x 軸夾 30° 之方向，進入一指向 x 軸正方向之均勻電場 \vec{E} 中。若不考慮重力作用，下列各項有關電子在電場內運動的敘述，哪些正確？



- (A) 電子進入電場時的初速度為 $\sqrt{\frac{eV}{2m}}$
(B) 電子在電場中進行等加速度運動，且電力加速度量值為 $\frac{eE}{m}$
(C) 電子軌跡頂點之 x 坐標為 $\frac{\sqrt{3} V}{2E}$
(D) 電子軌跡頂點之 y 坐標為 $\frac{3V}{4E}$
(E) 電子自進入電場到離開為止，共費時 $\sqrt{\frac{6Vm}{eE^2}}$

- (C D) 3. 如右圖所示，在邊長為 a 之正三角形的三頂點 A、B、C 上各置一點電荷，電量分別為 $-4Q$ 、 $+Q$ 、 $+2Q$ ， k 為電力常數，下列有關電荷的各項運動敘述，哪些正確？



- (A) A 所具有的電位能為 $-\frac{12kQ^2}{a}$ (B) B 所具有的電位能為 $-\frac{2kQ^2}{a}$ (C) 此系統之總電位能為 $-\frac{10kQ^2}{a}$ (D) 分離此三電荷至無窮遠至少須作功 $\frac{10kQ^2}{a}$ (E) 將 $+Q$ 自 B 等速移至三角形重心 P 處所作之功為 $-\frac{23kQ^2}{a}$

- (B D) 4. 電蚊拍利用電子電路讓兩電極間的直流電壓可生高達上千伏特，且兩電極間串聯著一個電阻值很大的電阻。它酷似網球拍的網狀拍外型，一般具有三層金屬導線網，其中構成上、下拍面的兩層較疏的金屬網彼此相通，構成同一電極，處於電路的低電位；夾在中間的一層金屬網則是電路中電位較高的另一電極。

已知在一大氣壓下，當電場超過 $30 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ 時，空氣通常會被游離而放電。以下僅

考慮兩電極的間距為 5 mm 之金屬網，且兩電極間的電壓不足以使空氣游離的電蚊拍。依據上述，判斷下列敘述哪些正確？ 【108. 指考】

- (A) 該電蚊拍兩極間的電壓可升高至 30 kV (B) 閃電生成的基本原理與電蚊拍游離空氣放電的原理是一樣的 (C) 電蚊拍拍面上的電子由較高的原子能階躍遷回低能階時釋放的能量可使空氣游離 (D) 飛入兩電極間的蚊蟲相當於導電體，即使它只碰到外層電網，也可使兩電極間的空氣間隙減小，以致空氣游離放電 (E) 電蚊拍中間夾層的金屬網電位高達上千伏特，若人體碰觸金屬網，會因電擊而產生嚴重傷害

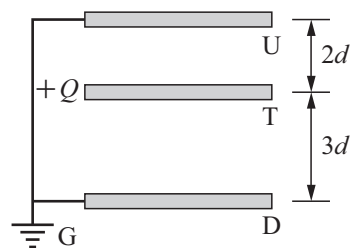
- (A C) 5. 在科學博覽會中，有一學生站在塑膠凳上，以手指接觸相對地面電壓為 27 萬伏特、半徑為 15 cm 的金屬球時，導致頭髮直豎，引發觀眾驚呼。已知金屬球表面的電場大於 $3.0 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ 時，即會造成空氣游離而放電。下列敘述哪些正確？

(庫倫常數 $k=9.0 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)

【110. 指考】

- (A) 學生手指接觸高電壓金屬球後，頭髮因帶同性電荷而互斥所以直豎 (B) 將懸掛在質輕細繩下的不帶電金屬小球移近高電壓金屬球時，金屬小球會立即被排斥開 (C) 電壓固定為 27 萬伏特時，金屬球的半徑必須不小於 9.0 cm，才不至於發生放電現象 (D) 高電壓金屬球在該生接觸它之前的電量約為 $3.0 \times 10^{-4} \text{ C}$ (E) 高電壓金屬球上電荷透過接地之導體，在 5.0 ms 內全部轉移到地面期間之平均電流約為 0.90 mA

- (C E) 6. 如右圖所示，兩片完全相同、可視為無限大的平行金屬薄板 U 與 D，間距固定為 $5d$ ，以銅線連接到電位恆為 0 的接地體 G，最初 U 與 D 均不帶電。今將與 U、D 完全相同、帶電量 $+Q$ 且不接地的金屬薄板 T 平行移入，並固定於上板下方 $2d$ 處。已知連接兩板的電力線數目，既與兩板間的電場成正比，也與起點或終點處的電量成正比，且 D、T 間的電位差與 U、T 間的電位差相等，則在靜電平衡時，下列敘述哪些正確？

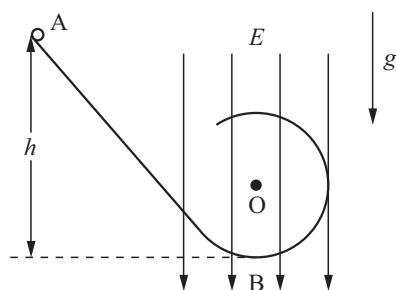


【111. 分科測驗】

- (A) D、T 間的電場量值為 U、T 間電場量值的 1.5 倍
 (B) 以 U 板與 D 板為終點的電力線數目相等
 (C) T 板受到向上的靜電力
 (D) T 板受到的靜電力為零
 (E) U 板上的電量為 D 板上電量的 1.5 倍

非選題

- ◎ 如右圖所示，質量為 m 、帶電量為 $-q$ 的小球在光滑軌道上運動，軌道左邊為斜軌，右邊為半圓形圓環，其半徑為 R ，小球在 A 點時的初速度為 v_0 ，方向和斜面平行，整個裝置放在方向鉛直向下、強度為 E 的均強電場中，A 點的高為 h 。



試回答下列 1、2 題：

- 如果小球能到達 B 點，則速率 v_B 若干？
- 承 1. 小球在 B 點時對圓環的正壓力為若干？（本題要考慮小球重力，重力場強度為 g 向下）

答：1. $\sqrt{v_0^2 + 2gh - \frac{2qEh}{m}}$ ；2. $\frac{mv_0^2 + 2mgh - 2qEh}{R} + mg - qE$

(1. 依 $W_{\text{外力}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{重力}} + W_{\text{電力}} + W_{\text{正向力}} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$

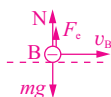
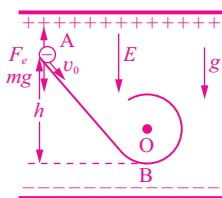
又 $\vec{N} \perp \vec{S}$ ，故 $W_{\text{正向力}} = 0$ ，且 $v_A = v_0$

得 $mg \cdot h + (-qE) \cdot h = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_0^2)$

$\therefore v_B = \sqrt{v_0^2 + 2gh - \frac{2qEh}{m}} \dots\dots\dots(1)$

2. 分析帶電小球在位置 B 處之動力行為：

依 $F_n = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow N + qE - mg = m \cdot \frac{v_B^2}{R} \xrightarrow{\text{代入(1)式}} N = \frac{mv_0^2 + 2mgh - 2qEh}{R} + mg - qE$ 。



$$(3. (1) \text{ 依 } \Delta V = E \Delta y \quad 0.07 = E' \times 5 \times 10^{-9} \Rightarrow E' = \frac{7 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-9}} = \frac{7}{5} \times 10^7 \text{ (V/m)}$$

$$(2) \text{ 由 } \frac{E'}{E_c} = \frac{(\frac{7}{5} \times 10^7)}{(3.0 \times 10^6)} = \frac{14}{3} \text{。}$$

混合題

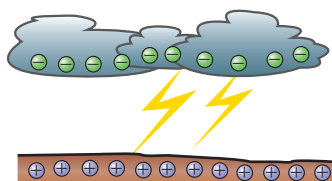
- ◎ 《夢溪筆談》是百科全書式的著作，記載了北宋科學家沈括的科學知識及成就。書中有一段關於「雷電」的敘述：「內侍李舜舉家曾為暴雷所震。其堂之西室，雷火自窗間出，赫然出檐，人以為堂屋已焚，皆出避之。及雷止，其舍宛然，牆壁窗紙皆黔。」

語譯：李舜舉家曾被雷電擊中。有雷火從房子西邊的房間窗戶冒出，然後竄上房簷，人們都害怕得跑去躲避。暴雷停止後，房子卻保持完好，只是牆壁和窗紙都變黑了。

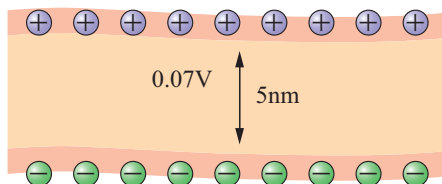
正常情況下空氣是不導電的，但是當電荷在雲中積累至一定的程度，直至大氣中的電場足夠強而引致空氣失去其絕緣性質，閃電便會發生，導致「擊穿」發生的臨界電場約為 $3.0 \times 10^6 \text{ V/m}$ ，高於此值則在大氣中的電子或離子可穿越雲和地面之間或雲和雲之間的空氣，典型閃電的峰值電流約可達 $3.0 \times 10^4 \text{ A}$ ，大部分的情況是負電荷處於雲的底部而地面上則會感應出正電荷。



▲閃電



▲電場 = 300 萬伏/米



▲細胞膜—電場 = 1400 萬伏/米

雷電發生時會使空氣中的氧氣和氮氣化合成二氧化氮 ($\text{O}_2 + \text{N}_2 \rightarrow 2 \text{NO}$ 、 $2 \text{NO} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{NO}_2$)，這些二氧化氮被雨水溶解落地後融入土壤中，便會形成硝酸鹽（天然的氮肥），便成為農業所需要的天然氮肥，保守估算，每年因雷電生成的氮肥總量約在4億噸。在人體內，一個厚約 5 nm 細胞膜的內外層之間，存在一 0.07 V 的微小電位差，看似微不足道，但在微觀尺度下，如此巨大電場更勝閃電「擊穿」空氣的臨界電場，而人體約有 50 兆個細胞，因此，有科學家對於細胞膜電壓控制細胞的生長模式展開研究。

- (C) 1. 根據上述短文，下列各項推論，何者較為正確？

(A)閃電擊中李家的房子，有可能是李家房簷與地面間恰有 $3.0 \times 10^6 \text{ V/m}$ 的電場
(B)閃電擊中李家後，李家的房子被閃電完全燒毀 (C)閃電由屋簷出來，可能是因為屋簷突出，有如針尖效應（尖端放電） (D)牆壁、窗紙變成黑色，是因為書桌上的墨汁被閃電擊中而噴至牆壁、窗紙 (E)牆壁、窗紙變成黑色，是因為被雨水溶解的二氧化氮遇到牆壁、窗紙而產生硝酸鹽

- (C) 2. 若雷雨雲底部和地面可模擬成兩塊帶相反電荷的平行板，分布於雲底的負電荷距地面約為 2 km ，當大氣中的電場剛好達到「擊穿」的臨界值時，則雲和地面之間的電位差量值約為多少 V ？

(A) 2×10^9 (B) 3×10^9 (C) 6×10^9 (D) 3×10^{10} (E) 6×10^{10}

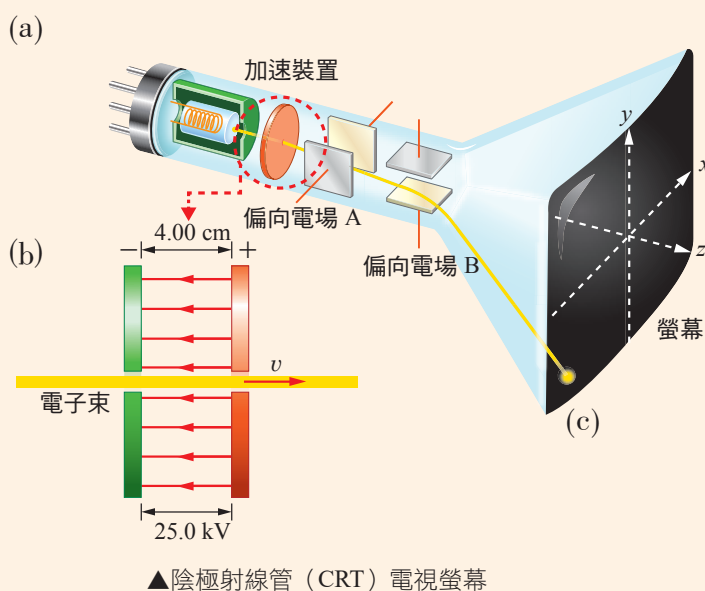
3. 試估算在人體細胞膜（厚度約 5 nm ）的內外層之間，微小的 0.07 V 電位差所形成的電場，約相當大氣中的電子或離子恰可「擊穿」雲層的臨界電場 $3.0 \times 10^6 \text{ V/m}$ 的多少倍？

答： $\frac{14}{3}$



陰極射線管顯示器 (CRT) 的構造

早年的電視螢幕是利用陰極射線管 (CRT) 來顯示圖案，它是利用電子「熱游離」的原理所製作的螢幕。如下圖所示，在螢幕表面塗佈螢光粉，利用電子槍發射電子束，射向螢幕，使螢幕內側螢光粉發光，同時電子束在偏向電場的作用下，作上下、左右的移動來達到掃描的目的，進而產生圖案。



- (A) 1. 題圖(a)所示為 CRT 的電子槍裝置，內部有一等量異性電平行電板，間距 4.00 cm，兩平行板之間的電壓差 25.0kV，由螢幕座落的亮點位置可以判斷，行進中裝設的偏向電場 A (\vec{E}_A)、偏向電場 B (\vec{E}_B) 的方向為何？(以 +x、-x、+y、-y 表示)
- (A) \vec{E}_A 向 +x、 \vec{E}_B 向 +y (B) \vec{E}_A 向 +y、 \vec{E}_B 向 +x (C) \vec{E}_A 向 +x、 \vec{E}_B 向 -y
(D) \vec{E}_A 向 -x、 \vec{E}_B 向 +y (E) \vec{E}_A 向 -x、 \vec{E}_B 向 -y
- (C) 2. 承 1.，題圖(a)所示的等量異性電平行電板之間的電場量值為多少 N/C？
(A) 6.25×10^4 (B) 1.25×10^5 (C) 6.25×10^5 (D) 1.25×10^6 (E) 6.25×10^6
3. 承 1.，題圖(a)所示電子被電子槍加速後，可獲得多少動能？(依序以 J、eV 表之)

答： 4×10^{-15} (J)、25 (keV)

- (3.(1)依 $W_e = \Delta K \xrightarrow{W_e = U_e = q \Delta V} \Delta K = (1.6 \times 10^{-19} \text{ (C)}) \cdot (25 \times 10^3 \text{ (J/C)}) = 4 \times 10^{-15} \text{ (J)}$
(2)同(1)，得 $\Delta E_K = (1e) \cdot (25 \times 10^3 \text{ (V)}) = 25 \text{ (keV)} \circ$)