

3

原子結構

3-1 原子光譜與拉塞福原子模型

3-2 波耳氫原子模型

3-3 原子核

3-4 無所不在的守恆律



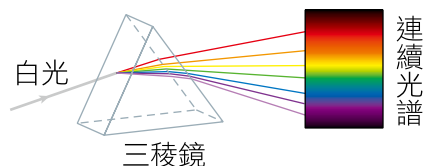
3-1

原子光譜與拉塞福原子模型

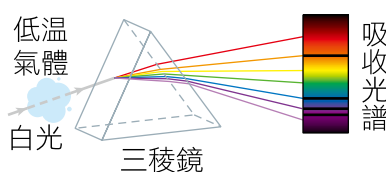
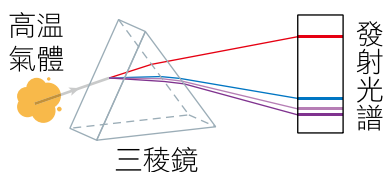
教學策略

一、原子光譜

1. 連續光譜：白光（例如白熾燈泡發出的光）通過三稜鏡後所形成的光譜呈現連續分布，稱為連續光譜。



2. 發射光譜：光源為高溫元素氣體，僅在特定波長處出現亮線，稱為發射光譜。
3. 吸收光譜：白光通過低溫元素氣體，原本連續的光譜，會在特定波長處出現暗線，稱為吸收光譜。



4. 光譜為元素的特徵：克希何夫與本生於 1859 年發現元素處於氣體狀態放光時，其發射光譜會有特定的亮線，像是各個元素的身分證一般。
 - (1)同一種元素發射光譜的亮線位置，與吸收光譜的暗線位置相同。
 - (2)可藉由測量發射光譜，確認發光氣體的元素組成。
 - (3)天文學家利用觀測到的吸收光譜，分析星球與星雲組成的元素為何。
5. 芮得柏公式：1908 年瑞士物理學家瑞茲指出，氫元素所觀察到的發射光譜波長 λ ，可由以下簡單的公式描述，

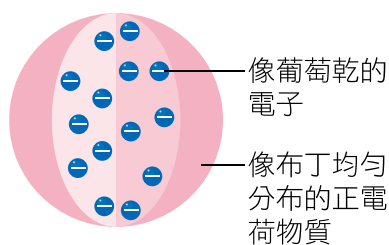
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

此公式最初由芮得柏提出，經過瑞茲修改推廣而來，故稱為芮得柏公式。其中 $R_H = 1.09678 \times 10^{-2} \text{ nm}^{-1}$ ，稱為芮得柏常數， m 、 n 皆為正整數，且滿足 $m < n$ 的關係。芮得柏

公式是整理實驗數據得來的，其背後的物理意涵不明，一直到了 1913 年波耳提出氫原子模型後，原子光譜所遵循的公式才得到合理的解釋。

二、原子核與行星模型

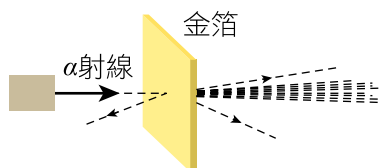
1. 葡萄乾布丁模型：湯姆森在 1904 年假設原子呈球體，帶正電的物質均勻分布在原子內，而電子則散布其內，藉由彼此間的靜電力達成靜態平衡。其原子結構就像嵌有葡萄乾（電子）的布丁蛋糕，因此又被稱為葡萄乾布丁模型，由於此模型可以定性解釋原子的穩定性，在當時廣為科學界所接受。



▲ 湯姆森的葡萄乾布丁模型

2. 拉塞福的 α 粒子散射實驗：

- (1) 拉塞福與助手蓋革、學生馬士登進行 α 射線撞擊金箔（僅約幾個原子厚度）的實驗，藉此實驗來檢驗原子的葡萄乾布丁模型是否正確。
- (2) 大部分的 α 粒子僅作小角度的散射，但有少數的 α 粒子，在撞擊金箔後呈現大角度的散射，甚至接近 180° 反彈。
- (3) 根據湯姆森的葡萄乾布丁模型，並不會造成大角度的散射，因此拉塞福推翻了湯姆森的原子模型。
- (4) 拉塞福認為原子的中心有帶正電的原子核，且原子的質量幾乎都集中在原子核。當入射的 α 粒子靠近金原子核時，由於兩者間的庫倫斥力，加上原子核的質量大，使得 α 粒子產生大角度的反彈。



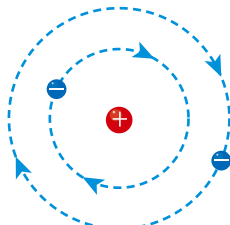
▲ 拉塞福的 α 粒子散射實驗示意圖

3. α 粒子散射實驗結果的重要性質：

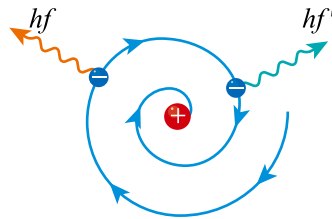
- (1) 拉塞福利用理論計算，推得 α 粒子散射到各個角度的機率與實驗觀察極為吻合，確認了原子核的存在，是以實驗證實原子核存在的第一人。
- (2) 原子核的大小約為 $10^{-15} \text{ m} \sim 10^{-14} \text{ m}$ ，約為原子大小的十萬分之一，可見原子核非常小，而原子的內部卻是非常空洞。
- (3) α 粒子散射實驗的結果可由原子的行星模型解釋：原子核位於原子的中央，而質量較輕的電子則如行星一般，環繞著原子核運行。

4. 拉塞福行星模型的困境：

- (1) 無法解釋原子的穩定性。根據馬克士威方程式，環繞原子核的電子，因進行加速運動，會不斷放出電磁波而喪失能量。如此一來，電子軌道的半徑會慢慢變小，最後墜入原子核中，無法維持原子的穩定性。
- (2) 無法解釋原子光譜的不連續性。電子若因加速而輻射電磁波，根據古典電磁理論，其發射光譜應為連續光譜，但實驗得到的原子光譜為不連續的線光譜。



▲ 原子行星模型

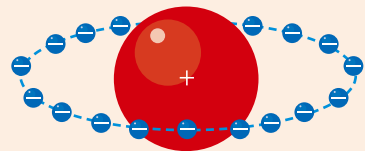


▲ 電子因放出電磁波而喪失能量，最後墜入原子核中

參考補充／ 有核的原子模型

二十世紀初，佩蘭（Jean Baptiste Perrin，1870-1942，法國人）提出類似太陽系的原子模型，而長岡半太郎（Hantaro Nagaoka，1865-1950，日本人）則提出土星型結構的有核原子模型，是最早提出有核原子模型的兩位科學家。

因為原子是電中性的，而湯姆森所發現的電子帶負電，因此原子內勢必有帶正電荷的物質。但是長岡半太郎認為正負電荷之間無法彼此穿透，所以並不贊同湯姆森的葡萄乾布丁模型，故提出帶正電子的原子核在原子中間，電子則環繞原子核周圍，而電子的軌道就像土星環一般，如圖所示，因此稱為「半太郎土星模型」。由於原子核與電子之間的庫侖力，和土星與土星環之間的重力有高度相關性，且土星極大的質量是構成土星環穩定的重要因素，因此給予長岡半太郎靈感，提出土星和土星環結構的原子模型。



▲ 長岡半太郎的「半太郎土星模型」示意圖

不論是類太陽系的原子模型，或是土星型結構的半太郎模型，其缺點在於不能解釋原子的穩定性，因為依據古典電磁理論，電子繞著原子核轉動時，會產生向心加速度，所以會不斷的放出電磁波，將能量輻射出去，最後電子會「墜落」於原子核中。另外，這些模型缺乏實驗根據，因此雖然很早被提出，但歷史上認定第一位發現原子核的人，仍是拉塞福。



迷思概念釐清

1. 同一種元素發射光譜的亮線位置，與吸收光譜的暗線位置相同。
答對。元素的光譜為元素的特徵之一，像是元素的身分證一般，不同元素的光譜結構也不相同，而同一種元素發射光譜的亮線位置，與吸收光譜的暗線位置相同。
2. 拉塞福的 α 粒子散射實驗顯示，大部分的 α 粒子僅作小角度散射，只有少數的 α 粒子呈現大角度的反彈。
答對。因為原子核的大小僅約原子大小的十萬分之一，表示原子的內部非常空洞，因此 α 粒子入射時大多貫穿而過，或作小角度的散射。當 α 粒子靠近原子核時，才會產生大角度的反彈。
3. 電子繞著原子核運行，因為進行加速運動不斷放出電磁波，可以解釋原子發射光譜的由來。
答錯。原子的發射光譜僅在特定波長處出現亮線，而若是電子因為加速而放出的電磁波，會出現波長連續的亮帶，兩者並不相符。
4. 依據拉塞福的原子模型，原子必須不斷放出電磁波，才能維持原子的穩定性。
答錯。原子若不斷放出電磁波，則原子核外的電子會喪失能量，導致電子軌道半徑慢慢變小，最後墜入原子核中，無法維持原子的穩定性。

3-2

波耳氫原子模型



教學策略

一、解釋氫原子光譜

1. 波耳氫原子模型的兩個假設：波耳於 1913 年以拉塞福的行星原子模型為基礎，提出波耳氫原子模型，另加入兩個重要假設，以解釋實驗觀察到的原子光譜。

(1) 存在特定的圓形軌道。電子僅能在特定的圓形軌道上環繞原子核運行，不輻射電磁波，稱為穩定態，可使原子維持穩定不致崩潰。每一個圓形軌道，對應到一個特定能量，而電子的角動量 L 滿足量子化條件：

$$L = rmv = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad \left\{ \begin{array}{l} r : \text{軌道半徑} \\ m : \text{電子質量} \\ v : \text{電子的繞行速率} \\ n : \text{主量子數 (正整數)} \\ h : \text{普朗克常數} \\ \hbar = \frac{h}{2\pi} : \text{角動量的最小單位} \end{array} \right.$$

(2) 軌道間的躍遷會放出或吸收光子。電子可以藉由放出或吸收光子，從能量為 E_n 的軌道躍遷到能量為 E_m 的軌道。根據能量守恆定律，光子的能量 hf 等於兩軌道能量的差：

$$hf = |E_n - E_m| \quad \left\{ \begin{array}{l} n > m : \text{則 } E_n > E_m \Rightarrow \text{放出光子} \\ n < m : \text{則 } E_n < E_m \Rightarrow \text{吸收光子} \end{array} \right.$$

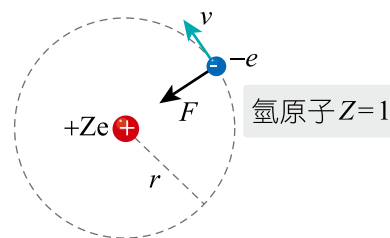
2. 氫原子的量子化：利用下列二式，可推得氫原子半徑、速率、週期、能量量子化。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{電子與原子核間的庫倫吸引力，提供圓周運動所需的向心力：} F = \frac{kZe^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots ① \\ \text{角動量的量子化條件：} L = rmv = n \frac{h}{2\pi} \dots\dots\dots ② \end{array} \right.$$

(1) 半徑量子化：由第 ② 式 $v = \frac{nh}{2\pi rm}$ ，代入 ① 式得

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 kmZe^2} = n^2 \cdot a \propto n^2$$

其中 $a = \frac{h^2}{4\pi^2 kmZe^2} = 0.053 \text{ nm}$ ，稱為波耳半徑。



(2) 速率量子化： $v = \frac{nh}{2\pi m} \cdot \frac{1}{r} = \frac{nh}{2\pi m} \cdot \frac{4\pi^2 kmZe^2}{n^2 h^2} = \frac{2\pi kZe^2}{nh} \propto \frac{1}{n}$

(3) 週期量子化： $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \cdot \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 kmZe^2} \cdot \frac{nh}{2\pi kZe^2} = \frac{n^3 h^3}{4\pi^2 k^2 mZ^2 e^4} \propto n^3$

(4) 能量量子化：

① 動能： $\frac{kZe^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{kZe^2}{2r}$

② 位能（定義兩電荷相距無限遠時的位能為零）： $U = \frac{kZe \cdot (-e)}{r} = -\frac{kZe^2}{r} = -2K$

③ 軌道能量： $E = K + U = K + (-2K) = -K = -\frac{kZe^2}{2r}$ ，將 $r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 kmZe^2}$ 代入得

$$E = -\frac{kZe^2}{2} \cdot \frac{4\pi^2 kmZe^2}{n^2 h^2} = -\frac{2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4}{n^2 h^2}$$

將庫倫常數 k 、電子質量 m 、電子電量 e 、普朗克常數 h 等代入可得 $\frac{2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4}{h^2} \approx$

13.6 eV，故上述 3 個能量分別為

$$E = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \cdot K = \frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \cdot U = -\frac{27.2}{n^2} \text{ eV}$$

3. 能階：

主量子數 n	穩定態名稱	軌道半徑 r (nm)	軌道能量（能階） E (eV)
$n = 1$	基態	0.053（波耳半徑）	-13.6
$n = 2$	第 1 激發態	0.053×2^2	$-\frac{13.6}{2^2} \text{ eV} = -3.40$
$n = 3$	第 2 激發態	0.053×3^2	$-\frac{13.6}{3^2} \text{ eV} = -1.51$
$1 < n < \infty$	第 $n-1$ 激發態	$0.053 \times n^2$	$-\frac{13.6}{n^2}$
$n \rightarrow \infty$	游離態	$r \rightarrow \infty$	0

4. 氫原子光譜：

(1) 氫原子中電子由高能階 E_n 躍遷至低能階 E_m ，所放射出光子的能量為

$$hf = E_n - E_m = -\frac{13.6}{n^2} - \left(-\frac{13.6}{m^2}\right) = 13.6\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)(\text{eV})$$

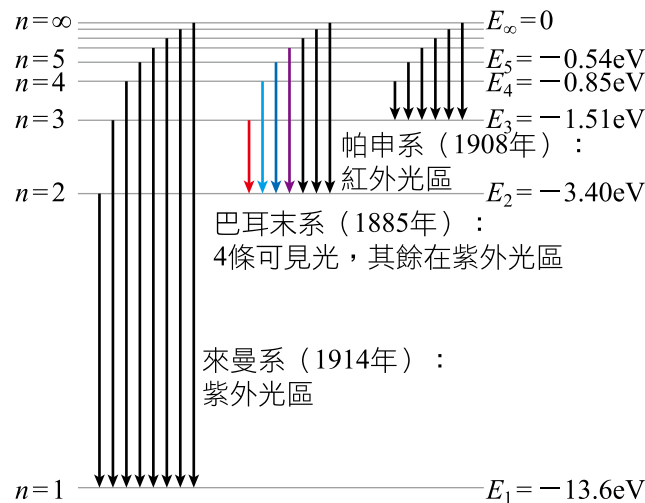
由於 $hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{\lambda}(\text{eV})$ ，其中 λ 的單位為 nm，因此

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13.6}{1240} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)(\text{nm}^{-1}) \approx 1.097 \times 10^{-2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)(\text{nm}^{-1})$$

對照芮得柏公式： $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ，可得芮得柏常數 $R_H = 1.097 \times 10^{-2} \text{ nm}^{-1}$ 。意即由

波耳的氫原子模型出發，可以推得實驗所得的芮得柏常數。

(2) 在波耳之前，僅有兩個氫原子光譜的線系被發現，即巴耳末系（1885 年， $m = 2$ ，4 條可見光、其餘在紫外光區）和帕申系（1908 年， $m = 3$ ，紅外光區）。波耳的氫原子理論不僅可以驗證這兩個線系，還可以預測不同線系的存在，這些預測的線系後來由來曼（1914 年， $m = 1$ ，紫外光區）、布拉克（1922 年， $m = 4$ ，紅外光區）、蒲芬德（1924 年， $m = 5$ ，紅外光區）等人陸續發現。



二、從軌道到物質波

1. 波耳氫原子模型的不足：波耳的氫原子模型雖然成功地解釋氫原子光譜，但並沒有真正解決原子穩定性的問題，而只是假設某些特定的軌道是穩定的。

2. 物質波解釋角動量量子化：

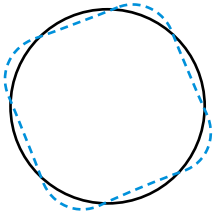
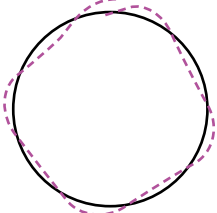
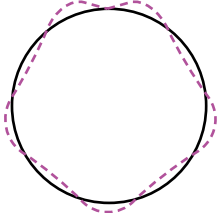
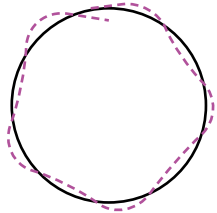
(1) 電子在某一圓形軌道繞行，若其物質波要形成穩定的駐波，則圓周長必須等於波長 λ 的整數倍：

$$2\pi r = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3\cdots)$$

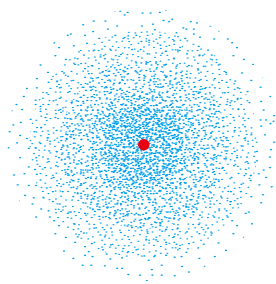
$$\Rightarrow \text{電子的角動量 } L = rp = r \cdot \frac{h}{\lambda} = r \cdot \frac{h}{\frac{2\pi r}{n}} = n \frac{h}{2\pi}$$

上式符合電子角動量量子化的假設。

(2) 若圓周長並非波長的整數倍，此時電子的物質波無法形成穩定的駐波，因此這樣的軌道就是不穩定的。例如：

			
$n = 4$ (可形成駐波)	$n = 4.25$ (無法形成駐波)	$n = 4.5$ (無法形成駐波)	$n = 4.75$ (無法形成駐波)

(3) 物質波的機率性質：物質波是機率波，描述物質在空間各處出現的機率。氫原子處於基態時，電子遵循特定的機率分布，在空間各處隨機出現，而不是以圓形軌道繞行，因此波耳的模型中特定軌道的概念並不存在；雖然「軌道」的概念是錯誤的，但波耳氫原子模型的兩個假設，基本上都還是正確的。



● 氫原子處於基態時，電子在空間各處出現的機率分布。
圖中紅點代表原子核，藍點的密度愈大代表電子出現機率愈高。



想一想解答

1. 當氫原子電子由基態躍遷至第二激發態時，電子軌道半徑變為原來的幾倍？(P.94)

答 9。

由 $r_n = 0.53 n^2 (\text{\AA}) \propto n^2$ ，當由 $n = 1$ 變為 $n = 3$ 時，軌道半徑變為 9（倍）。

2. 當氫原子電子由低能階軌道躍遷至高能階軌道穩定運行時，其動能會增加，還是減小？(P.94)

答 減小。

$$\text{氫原子電子的動能 } K_n = -E_n = -\left(-\frac{13.6}{n^2}\right)(\text{eV}) = \frac{13.6}{n^2}(\text{eV}) \propto \frac{1}{n^2}$$

故當由低能階軌道躍遷至高能階軌道、主量子數 n 增大時，電子的動能減小。



迷思概念釐清

1. 波耳假設原子存在一些特定的圓形軌道，電子僅能在這些軌道上環繞原子核運行，且每一個軌道對應一條光譜線。

答 錯。原子的光譜線來自於這些特定圓形軌道間的躍遷，因為每一個圓形軌道對應到一個特定能量，而光譜線的能量便是兩個軌道之間能量的差。

2. 氫原子在基態時，電子的角動量量值、速率皆為最小值。

答 錯。

(1) 電子的角動量量值 $L = rmv = n \frac{h}{2\pi} \propto n$ ，基態時主量子數 n 最小，故角動量量值為最小值。

(2) 由電子與原子核間庫侖力作為圓周運動的向心力，以及角動量量子化的假設，可得電

子的速率為 $v = \frac{nh}{2\pi mr} \propto \frac{nh}{2\pi m} \cdot \frac{1}{n^2} \propto \frac{1}{n}$ ，故基態時速率為最大值。

3. 波耳的氫原子模型成功地解釋氫原子光譜，也解決了原子穩定性的問題。

答 錯。波耳只假設某些特定的軌道是穩定的，但是仍無法說明為何電子在穩定軌道上，有向心加速度卻沒有輻射電磁波，因此並沒有真正解決原子穩定性的問題。

4. 電子繞行原子核運動時，電子的物質波波長與主量子數成正比。

答 對。因為電子軌道的周長為物質波波長的整數倍，即

$$2\pi r = n\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi r}{n} \propto \frac{2\pi}{n} \cdot n^2 \propto n$$

3-3 原子核

教學策略

一、原子核的結構

1. 原子核的組成：拉塞福於 1913 年發現原子核後，科學家後續發現原子核是由質子與中子構成，因此質子與中子統稱為核子。

(1) 1919 年，拉塞福於實驗發現所有元素的原子核皆含有氫原子核，他將氫原子核命名為質子，帶電量 $+e$ 。

(2) 1932 年，查兌克發現原子核中尚有另一中性粒子，質量與質子相當，命名為中子。

(3) 1932 年，海森堡提議一個質量數為 A 、原子序為 Z 的原子核，是由 Z 個質子與 $A-Z$ 個中子所構成；元素 X 的原子核通常被記為 A_ZX ，而中子數即等於 $A-Z$ 。



A_ZX

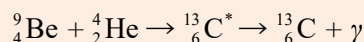
X ：元素符號
 A ：質量數（質子數+中子數）
 Z ：原子序（質子數）

(4) 1935 年，湯川秀樹認為在質子和質子間、質子和中子間、中子和中子間，存在著很強的吸引力，稱為強核力，也稱為強交互作用，強核力比庫倫排斥力還強，使得質子和中子能聚成穩定的原子核。強核力屬於短程作用力，範圍約在 10^{-15} 公尺。

參考補充／中子的發現

原子核被發現初期，一直被以為只由帶正電荷的質子所組成，因此原子核的質量數，與原子核所帶的單位正電荷的數量（即質子的數目，也稱為原子序數）相等，但後來由元素的 X 射線光譜發現，元素的原子序數僅約為質量數的一半，因而有人以為原子核是由 A 個質子及 $A-Z$ 個電子組成，這樣一來，原子核就只帶有 Z 個正電量，而質量數則仍等於質子的數目 A 。但實驗很快發現，這種由質子及電子所組成的原子核模型，其原子核角動量的理論值，並不能與實驗所發現的結果相符，而且若按量子力學的測不準原理來估量在原子核內電子的能量，也會發現在如此小空間內的電子，其動能會高達 50 百萬電子伏特以上，該值遠大於一般核子的平均束縛能（8 百萬電子伏特左右），故電子是不可能留在原子核內的。

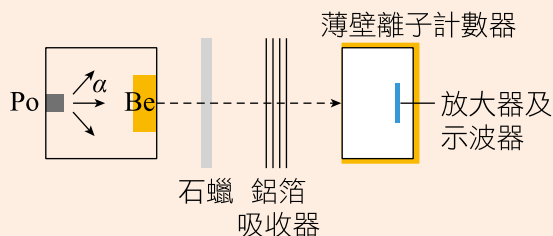
1930 年德國物理學家博特 (W.Bothe) 以及貝克 (H.Becker) 利用輻射元素釷 (Po) 當 α 粒子源做撞擊 Be 板的實驗，他們發現當 α 粒子撞擊 Be 板後，會產生一種穿透力極強的射線。1932 年居里夫婦的女兒伊琳 (Irene Curie) 與女婿伊利約 (Joliot) 緊接著發現這些以 α 粒子束照射 Be 板所放出來的射線，可以穿透幾公分厚的鉛板。由於當時所發現的帶電粒子，其能量只能穿透很薄的鉛板，因此他們認為這些射線應該是一種電磁輻射。伊利約夫婦建議這些過程的反應式為



從原子核發射出來的 γ 射線所具有的典型能量約為數個百萬電子伏特，比從原子射出來的 X 射線的能量大了約 1000 倍。伊琳與伊利約又做了許多實驗，他們用這些新射線撞擊不同的物質，發現當這射線撞擊石蠟後，會擊出石蠟（飽含氫的物質）中的質子，這些被擊出來的質子，其最大的能量可達 5.7 百萬電子伏特。

為了解釋這些實驗結果，伊利約夫婦認為 γ 射線（光子）射入石蠟後，會撞擊到石蠟中的質子，引起 γ 射線（光子）的偏折，並因此而改變了 γ 射線（光子）的能量（即頻率），這現象就宛如康卜吞散射（X 射線撞擊電子後被散射）一樣。利用康卜吞散射公式我們可以算出，若要使被撞擊的質子能具有 5.7 百萬電子伏特的能量，則入射的 γ 射線最低需具有 50 百萬電子伏特的能量，這麼大的能量在當時是空前的，當時從未發現過能產生如此高能量 γ 射線的實驗。

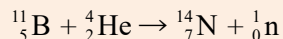
伊利約夫婦的理論模型雖然不能符合他們所做的實驗觀測，但他們的實驗卻引起了當時在英國的查克 (James Chadwick, 1891 ~ 1974) 的注意。同年，查克重新檢討了伊利約夫婦的理論模型，很快認識到伊利約夫婦實驗的重要性及與理論解釋發生矛盾的原因。查克計算出伊利約夫婦的實驗可以被 γ 射線撞擊出來的質子數目的理論值，結果發現理論值比實驗觀測值大了數千倍之多；另外若利用反應式左右兩邊粒子的質量差、實驗所得入射 α 粒子的動能，以及愛因斯坦質能互換公式，則所得到的 γ 射線的最高能量僅為 14 百萬電子伏特，與伊利約夫婦利用康卜吞散射公式所得的 50 百萬電子伏特相差數倍。查克認為這些不一致性，乃根源於伊利約夫婦所提議的反應式不正確的緣故，實驗發現的新射線不是 γ 射線，而可能是稍早拉塞福所提議的不帶電的中性質點。為了證明他自己的看法，查克用 α 粒子撞擊鉍原子，下圖為他用來確認中子的實驗裝置。



- 查克用來確認中子的實驗裝置， α 粒子從放射性釷源射出後，撞擊鉍靶，產生疑似的中子束，再穿過石蠟板產生大量質子，經鋁箔吸收減低強度後進入離子計數器，由計數器內的電極收集後，接至放大器放大訊號，最後由示波器顯示。

查克也用 α 粒子撞擊硼原子（裝置與上圖相類似，只把鉍換成硼），如以石蠟圍繞硼靶，則在威爾遜雲霧室中，會看見由靶射出來的質子的軌跡。查克解釋這實驗結果乃係硼原子核被 α 粒子撞擊而分裂，放出一質量約略與質子相同，但不帶有電荷的中性粒子，這中性粒

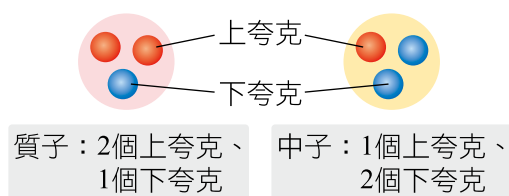
子再將石蠟中的氫原子的質子撞出，而使之出現於雲霧室中顯出軌跡。而中性粒子因不帶電荷，故在雲霧室不產生離子，而不呈現軌跡。查兌克認為這過程的反應式為：



上式中的 ${}^1_0\text{n}$ 是一種中性的新粒子，不帶電荷，查兌克把這種中性的粒子稱為中子，這實驗發現的中子，立刻由許多其他實驗所證實。查兌克做了發現中子的實驗後，為了測得中子的質量，分別以中子撞擊氫原子及氮原子，由動量守恆及力學能守恆公式，得出氫原子及氮原子被撞擊後的最大動能表示式，並利用實驗所量到的氫原子及氮原子的碰撞後速度，查兌克得出中子的質量大約為質子質量的 1.15 倍，但後來比較精確的實驗得出是 1.008666 倍。1935 年查兌克由於發現中子的貢獻獲頒諾貝爾物理獎。

2. 質子與中子的組成：

(1) 物理學家進一步發現質子與中子都是由更小的夸克所組成，質子與中子各是由三個夸克所組成。



(2) 夸克之間的吸引力，一般也稱為強核力，故核子間的吸引力，可以視為夸克之間束縛力的延伸。由於強交互作用的範圍極短，故一般原子核的大小約為 10^{-15} 公尺，比原子小上十萬倍。而核子間的強核力非常強，故一般原子核的束縛能比原子的游離能大上十萬倍。

3. 同位素：各個元素可能具有不同的原子核，其質子數相同，但中子數不同，稱為同位素。

(1) 同位素的原子序（原子核的質子數）相同，故核外電子數亦相同，因此化學性質幾乎相同。但由於質量數不同，故原子質量不同，其物理性質也不一樣。

(2) 元素的原子量等於其所有同位素質量數的加權平均。例如 ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ 在自然界占 76%， ${}^{37}_{17}\text{Cl}$ 占 24%，故 Cl 的原子量為 $35 \times 76\% + 37 \times 24\% \approx 35.48$ 。

4. 原子質量單位：

(1) 原子或原子核的質量，一般可用原子質量單位來表示，記為 u 。一個原子質量單位，定義為碳原子質量的十二分之一，其值為

$$1 u = 1.6605391 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(2) 質子、中子的質量分別為

$$m_p = 1.0072765 \text{ u} = 1.0072765 \times 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_n = 1.0086649 \text{ u} = 1.0086649 \times 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

5. 質量數與原子核質量：

(1) 質量數為無因次的整數，原子核質量的因次為質量，且為非整數。例如 ${}^4_2\text{He}$ 的質量數為 4，而原子核質量為 4.0017 u。

(2) 單獨核子的質量總和，大於這些核子組成原子核後的原子核質量。例如 ${}^4_2\text{He}$ ，2 個質子與 2 個中子的質量總和為

$$1.0072765 \text{ u} \times 2 + 1.0086649 \text{ u} \times 2 = 4.0318828 \text{ u}$$

而 ${}^4_2\text{He}$ 原子核質量為 4.0017 u，組成原子核後質量減少了 0.0301828 u，根據愛因斯坦的質能守恆定律，此減少的質量就是氦原子核束縛能的來源，其值為

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = (0.0301828 \times 1.661 \times 10^{-27}) \times (3.0 \times 10^8)^2 \approx 4.51 \times 10^{-12} \text{ (J)}$$

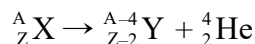
二、原子核的衰變與放射性

1. 原子核衰變：由於強核力的作用範圍短，當原子核內的核子數變多時，質子間的庫倫斥力會更顯重要，造成原子核的結構不穩定。不穩定的原子核（稱為母核）可藉由放出 α 粒子（氦原子核 ${}^4_2\text{He}$ ）、 β 粒子（電子 e^- ）與 γ 射線（高能量光子）等過程，變成較為穩定的原子核（稱為子核）。這些過程稱為核衰變，而這些不穩定的原子核，即具有放射性。

2. 放射性元素：若元素的所有同位素都具有放射性，則該元素稱為放射性元素。週期表中原子序從 83（鉍 Bi）以上的元素，均為放射性元素；原子序小於 83 的元素有兩個例外：鎔 Tc（原子序 43）、鉕 Pm（原子序 61）也屬於放射性元素。

3. 常見的原子核衰變：常見的衰變過程可分成 α 、 β 、 γ 三類。

(1) α 衰變：放射性元素 X（母核）經一次 α 衰變後，其原子序減 2、質量數減 4，變成不同元素的原子核 Y（子核），可用下列的核反應式表示：



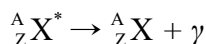
例如鐳 226 衰變成氡 222： ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$ 。

(2) β 衰變：放射性元素 X （母核）經一次 β 衰變後，核內的中子轉換為質子，並放出電子與反微中子。故衰變後的原子核 Y （子核），其原子序加 1，但質量數維持不變，核反應式可表示為：

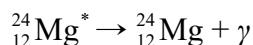
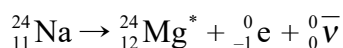


例如碳 14 衰變成氮 14： ${}_{6}^{14}C \rightarrow {}_{7}^{14}N + {}_{-1}^0e + {}_0^0\bar{\nu}$ 。

(3) γ 衰變：原子核進行 γ 衰變時，由較高的能態 ${}_Z^AX^*$ 躍遷至較低能態 ${}_Z^AX$ ，其能量差以 γ 射線的形式釋放出來。經由 γ 衰變後的原子核，具有相同的質子數與中子數，所以原子序與質量數都沒有改變：



原子核產生 α 衰變或 β 衰變時，通常會伴隨一系列的 γ 衰變，讓核反應後的原子核回到穩定的基態。例如鈉 24 經 β 衰變與 γ 衰變後，轉變成處於基態的鎂 24：



4. 原子核衰變的守恆律：原子核衰變後，雖然變成不同元素的原子核，但反應前後的總質量數守恆，且總電荷數亦守恆。例如鈾 238 衰變成釷 234： ${}_{92}^{238}U \rightarrow {}_{90}^{234}Th + {}_2^4He$ ，反應前後的總質量數、總電荷數分別為

	總質量數	總電荷數
反應前	238	92
反應後	$234 + 4 = 238$	$90 + 2 = 92$

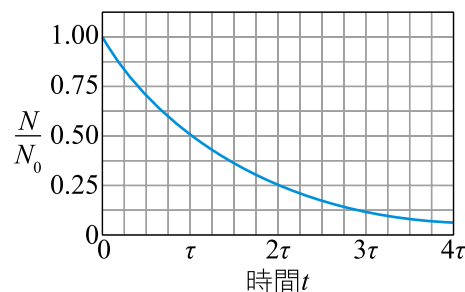
但要注意的是，反應前後的質量並不相等，所以不遵守質量守恆。核反應遵守的是質能守恆，即愛因斯坦所提出的質能守恆定律 $E = (\Delta m)c^2$ 。

5. 半衰期：

- (1) 每一次核衰變都是隨機的獨立事件，與之前衰變的歷程無關，因此無法確切知道單一衰變事件何時會發生。
- (2) 若取數量龐大的原子核進行統計衰變事件，會發現原子核衰變至只剩原有數量一半所經過的時間都相等，這時間稱為半衰期。
- (3) 核衰變的半衰期為原子核固有的特性，不受溫度、壓力或化學作用影響，可用來標定岩石、古物、化石的年代。

6. 衰變公式：假設放射性原子核原有數目為 N_0 ，該原子核的半衰期為 τ ，則經過時間 $t = \tau$ 、 $t = 2\tau$ 、 $t = 3\tau \dots$ ，尚未衰變的原子核數量 N 分別為

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \tau \Rightarrow N = \frac{1}{2} N_0 \\ t = 2\tau \Rightarrow N = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 N_0 \\ t = 3\tau \Rightarrow N = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 N_0 \\ \dots \end{array} \right.$$



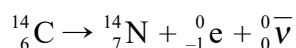
當時間 $t = n\tau$ 時，尚未衰變原子核的數量應為

$$N = \left(\frac{1}{2}\right)^n N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}} N_0$$

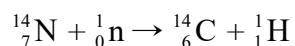
7. 碳 14 測年法：

(1) 碳 14 為碳元素的放射性同位素，半衰期為 5730 年，可有效估算最古老的化石或古物樣本的年代大約是五萬年。

(2) 碳 14 經由 β 衰變轉變成穩定的氮 14，其核反應式為



(3) 來自外太空的宇宙射線會產生中子，會將氮 14 轉變成具有放射性的碳 14，其核反應式為



(4) 大氣中碳 14(${}^{14}_6\text{C}$) 與碳 12(${}^{12}_6\text{C}$) 的比值維持恆定，約等於 1.3×10^{-12} 。生物體活著的時候，因為呼吸作用，體內碳 14 與碳 12 比值與大氣相同。但生物體死亡後，呼吸作用停止，體內碳 14 含量會隨著核衰變而減少。藉由測量殘餘的碳 14 含量，即可推估生物體死亡時間。



想一想解答

1. 要分離同位素，須利用物理方法？還是化學方法？ (P.101)

答 物理方法。由於同位素的質量數不同，故原子質量不同，其物理性質也不一樣，故可利用物理方法來分離同位素。

2. 原子核產生一次的 β 衰變後，原子核的原子序會如何變化？ (P.104)

答 原子序加 1。

由 ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AX' + {}_{-1}^0\beta + {}_0^0\bar{\nu}$ 可知，產生一次的 β 衰變後，原子核的原子序會增加 1。

3. 生存於約 1 億 5 千萬年前侏羅紀時代的恐龍，其化石是否適合以碳 14（半衰期約 5730 年）測年法來探測其生存年代？（已知 1 億 5 千萬年約為 5730 年的 26000 倍） (P.108)

答 不適合。

若以 C14 測年法來測定的話，

由半衰期公式： $\frac{N(^{14}\text{C})}{N_0(^{14}\text{C})} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$ ，經過一億五千萬年後，

$$\Rightarrow \frac{N(^{14}\text{C})}{N_0(^{14}\text{C})} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150000000}{5730}} = \frac{1}{2^{26000}} \approx 0 \Rightarrow N(^{14}\text{C}) \approx 0$$

上式表示恐龍死亡一億五千萬年後， ^{14}C 的含量幾乎為零，實在難以測量，故此恐龍遺骸不適合用「C14 測年法」。

註：實際上，「C14 測年法」大約適用在距今 5 萬年內生物體的年代測定，科學家通常透過測量周圍岩石的放射性來推估恐龍化石的年代。

**迷思概念釐清**

1. 同位素的原子序相同，故原子核的質量數也相同。

答錯。同位素的質子數相同，但中子數不同，所以原子核的質量數也不同。

2. 2 個質子 (${}^1_1\text{H}$) 與 2 個中子 (${}^1_0\text{n}$) 的質量總和，等於 1 個氦原子核 (${}^4_2\text{He}$) 的質量。

答錯。1 個氦原子核的質量，小於 2 個質子與 2 個中子的質量總和，組成原子核後所減少的質量，等於氦原子核的束縛能。

3. 原子核衰變前後遵守質量數守恆、質能守恆、電荷數守恆。

答對。原子核衰變後雖然變成不同元素的原子核，但反應前後遵守質量數守恆、電荷數守恆。另外，原子核衰變前後的質量並不相等，所以不遵守質量守恆，但遵守質能守恆。

4. 將放射性元素的環境溫度提高，可加速原子核衰變的速率。

答錯。原子核衰變的半衰期為原子核固有的特性，不受溫度、壓力或化學作用影響，因此提高溫度並不會縮短衰變的半衰期。

3-4

無所不在的守恆律

教學策略

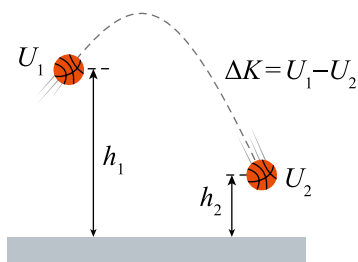
1. 無所不在的守恆律：自然界的基本交互作用一直遵循許多守恆律，例如動量守恆、角動量守恆、電荷守恆、能量（質能）守恆，這些守恆律在科學中扮演極重要的角色。

守恆律	定律內容
動量守恆	系統所受的外力和為零，則系統的總動量不隨時間改變。
角動量守恆	系統所受的外力矩和為零，則系統的角動量不隨時間改變。
電荷守恆	系統如與外界無電荷交換，則系統中的電荷總和維持定值。
能量（質能）守恆	孤立系統中各種形式的能量可以互相轉換，且轉換前後的總能量相等。

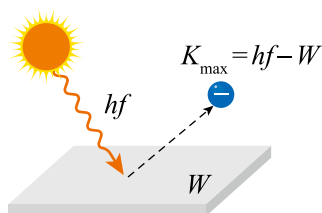
2. 守恆律的性質：

(1) 亙古性：從牛頓力學到量子力學，雖然描述物質間交互作用的方式有根本性地不同，但是這些守恆律卻依然成立。例如能量守恆定律在

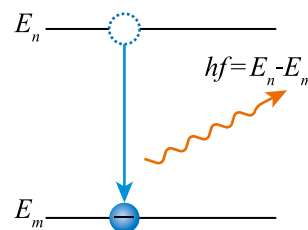
- ① 重力場中，以牛頓力學描述物體作斜拋運動的軌跡，物體在運動過程滿足能量守恆。
- ② 光電效應中，以光量子描述光與電子的交互作用，作用過程滿足能量守恆。
- ③ 原子領域中，以量子力學描述物質波如何在空間傳遞，電子在兩能態間的躍遷滿足能量守恆。



▲ 物體在重力場中的能量守恆



▲ 光電效應的能量守恆



▲ 能階躍遷的能量守恆

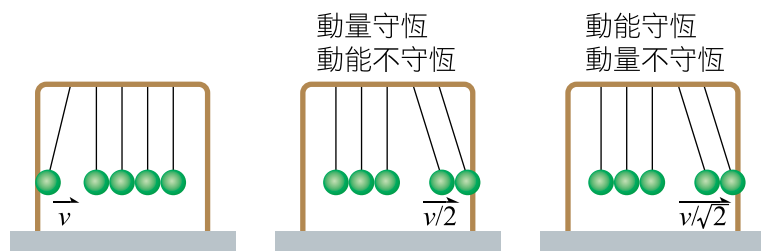
(2) 普適性：守恆律適用於自然科學中的所有領域。例如能量守恆定律不僅適用於力學，也適用於電磁學、量子力學，即使生物、醫學、化學等領域也都適用，可說是放諸四海皆準。

(3)實用性：守恆律和物體之交互作用細節無關，故其理論上之重要性常常超越交互作用本身的細節；而在實作上，守恆律有時可以幫助我們對某些實驗結果迅速做出判讀。例如

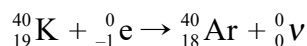
①牛頓擺：若左側一個鋼珠以初速 v 入射，若右側有兩顆鋼珠彈起，其初速皆為 $\frac{v}{2}$ ，

則可滿足動量守恆，但是無法滿足動能守恆；若有兩顆鋼珠彈起的初速皆為 $\frac{v}{\sqrt{2}}$ ，則

可滿足動能守恆，但此時動量就不再守恆。若要能量與動量守恆同時成立，則右側應該只有一顆鋼珠以初速 v 彈起。



②鉀原子核 ${}^{40}_{19}\text{K}$ 衰變成氬原子核 ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ ：鉀原子核衰變後的電荷減少 e ，無論是原子核電荷減少 $2e$ 的 α 衰變，或是原子核電荷增加 e 的 β 衰變（因為衰變反應並沒有釋放出正電子，因此也不是正 β 衰變），乃至於原子核電荷不變的 γ 衰變，都無法解釋鉀－氬衰變。若藉由電荷守恆，可判定鉀原子核藉由捕捉其內層電子，衰變成氬原子核並放出微中子，可視為另一種 β 衰變，反應式如下：



迷思概念釐清

1. 一系統遵守角動量守恆，該系統必遵守動量守恆。

答錯。角動量守恆與動量守恆成立的條件不同，因此沒有必然的關係。

2. 在微觀尺度下，牛頓力學以及能量守恆定律並不適用。

答錯。在微觀尺度下，牛頓力學雖然不適用，但是包括動量守恆、角動量守恆、電荷守恆、能量守恆等定律，在微觀尺度下仍然適用。

3. 基本交互作用所遵循的守恆律，必須了解物質之間交互作用的細節，才能確定守恆律是否適用。

答錯。例如毛皮與塑膠棒摩擦，使得毛皮與塑膠棒帶電，但無須了解電荷轉移的細節，藉由電荷守恆可知，兩者必帶等量的異性電。

第3章

習題解答

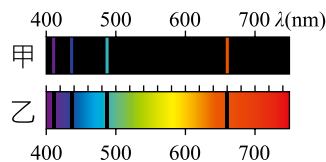
* 為多選題

基礎題

3-1 原子光譜與拉塞福原子模型

* 1. 如圖為兩張實驗所得的光譜圖案，有關原子光譜的敘述，下列哪些正確？

- (A) 圖中甲為吸收光譜、乙為發射光譜
 (B) 圖中甲為發射光譜、乙為吸收光譜
 (C) 甲光譜是利用加熱後的高溫元素氣體所得
 (D) 乙光譜是利用加熱後的高溫元素氣體所得
 (E) 甲的明線和乙的暗線的位置重疊，代表兩張圖為同一種元素所得。



答 (B)(C)(E)

解析 (1) 圖甲為明線，故為發射光譜；圖乙是暗線，故為吸收光譜。(A) × (B) ○。

(2) 甲光譜（發射光譜）是利用加熱後的高溫元素氣體所得，故 (C) ○；

乙光譜（吸收光譜）是因光經過低溫元素氣體後某些光譜線能量被吸收所致，故 (D) ×。

(3) 光譜猶如元素的身分證，只要是相同元素，無論是吸收或發射光譜，光譜線的位置都會一致，故 (E) ○。

2. 拉塞福以 α 粒子撞擊金箔，依據實驗結果建立原子的行星模型，下列敘述何者錯誤？

- (A) 拉塞福與湯姆森的原子模型主要的不同在於正電荷的分布範圍
 (B) 拉塞福發現竟然有少數 α 粒子會被大角度（大於 90° ）散射
 (C) 拉塞福推論出原子的正電荷都集中在極小的區域
 (D) 拉塞福推論出原子的大部分質量集中在極小的區域
 (E) 拉塞福的實驗可以測得原子的能階。

【大考中心參考試卷】

答 (E)

解析 拉塞福的實驗結果僅能顯示出正電荷集中於一小區域，無法測得能階的存在，當時也尚未有能階的概念。

3. 在 α 粒子的金箔散射實驗中，讓 α 粒子產生方向偏折的主要作用力為何？

- (A) 重力 (B) 庫倫靜電力 (C) 強力 (D) 弱力 (E) 以上皆非。

答 (B)

解析 當帶正電的 α 粒子接近帶正電的金原子核時，會受到庫倫靜電力排斥而發生偏折。

3-2 波耳氫原子模型

4. 有關波耳提出的氫原子模型理論，下列敘述何者正確？

- (A) 電子繞原子核時，只有一個特定半徑的軌道可以作圓周運動
- (B) 低能階軌道的電子吸收任意能量值後，即可至高能階軌道運行
- (C) 電子繞核時，總能量須為某些特定值而非連續值
- (D) 電子的軌道半徑與主量子數 n 成正比
- (E) 原子核外的電子作圓周運動時，會釋放電磁輻射而致墜毀在原子核上。

答 (C)

解析 (A) ×：電子可以在數個特定能階 ($n = 1, 2, \dots$) 軌道上作圓周運動。

(B) ×：低能階軌道的電子必須吸收「特定能量值」後才能被激發至高能階軌道運行。

(C) ○：承 (A) 敘述，每個能階上的能量皆為某些特定值，即能量值是不連續的、是量子化的。

(D) ×：由 $r_n = 0.053 n^2(\text{nm}) \propto n^2$ 可知，電子的軌道半徑 r 與主量子數 n 的平方成正比。

(E) ×：電子在某些特定軌道上時，可以穩定運行不至於墜毀。

5. 已知氫原子電子的能階能量：

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} (\text{eV}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \text{ 則：}$$

(1) 當 $n = 2$ 時， $E_2 = ?$

(2) 當 $n = 4$ 時， $E_4 = ?$

(3) 當氫原子電子由 $n = 2$ 躍遷至 $n = 4$ 時，需吸收多少 eV 的能量？

答 (1) $-3.4(\text{eV})$ ；(2) $-0.85(\text{eV})$ ；(3) $2.55(\text{eV})$

解析 (1) $E_2 = -\frac{13.6}{2^2} = -3.4(\text{eV})$ 。

(2) $E_4 = -\frac{13.6}{4^2} = -0.85(\text{eV})$ 。

(3) $\Delta E = E_4 - E_2 = (-0.85) - (-3.4) = 2.55(\text{eV})$ 。

6. 已知光子能量 E 與波長 λ 的關係式為：

$$E = \frac{1240(\text{nm} \cdot \text{eV})}{\lambda(\text{nm})}$$

承上題，當氫原子電子由 $n = 2$ 躍

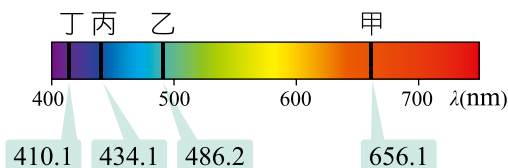
遷至 $n = 4$ 時，所吸收的光譜線應為圖中的哪一條？

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁 (E) 都不是。

答 (B)

解析 承上題，氫原子電子由 $n = 2$ 躍遷至 $n = 4$ 時，會吸收 $2.55(\text{eV})$ 的能量

$$\text{由 } E = \frac{1240(\text{nm} \cdot \text{eV})}{\lambda(\text{nm})} \Rightarrow 2.55 = \frac{1240}{\lambda} \Rightarrow \lambda \approx 486.2(\text{nm}), \text{ 為圖中的乙光譜線。}$$



7. 在波耳氫原子模型中，氫原子電子的哪些物理量符合量子化的條件？

(A) 動能 (B) 軌道半徑 (C) 角動量 (D) 圓周運動週期 (E) 以上皆是。

答 (E)

解析 (A) $\circ : K_n (\text{動能}) = -E_n = \frac{13.6}{n^2} (\text{eV}) \propto \frac{1}{n^2} \Rightarrow \text{動能是量子化的。}$

(B) $\circ : r_n (\text{軌道半徑}) = 0.52n^2 (\text{\AA}) \propto n^2 \Rightarrow \text{軌道半徑是量子化的。}$

(C) $\circ : L_n (\text{角動量}) = \frac{nh}{2\pi} \propto n \Rightarrow \text{角動量是量子化的。}$

(D) $\circ : v_n (\text{軌道速率}) \propto \sqrt{K_n (\text{動能})} \propto \frac{1}{n}$
 $\Rightarrow T_n (\text{圓周運動週期}) = \frac{2\pi r_n}{v_n} \propto \frac{n^2}{\frac{1}{n}} \propto n^3 \Rightarrow \text{圓周運動週期是量子化的。}$

8. 氫原子的電子在第 2 激發態時，其軌道半徑和角動量量值，分別為基態時軌道半徑和角動量量值的幾倍？

(A) 1 倍、3 倍 (B) 3 倍、1 倍 (C) 3 倍、9 倍 (D) 9 倍、3 倍 (E) 1 倍、1 倍。

答 (D)

解析 依題意，電子由基態 ($n = 1$) 躍遷至第 2 激發態 ($n = 3$)

$$\begin{cases} r_n (\text{軌道半徑}) \propto n^2 \Rightarrow \text{軌道半徑變為原來的 9 倍} \\ L_n (\text{角動量}) = \frac{nh}{2\pi} \propto n \Rightarrow \text{角動量變為原來的 3 倍} \end{cases}$$

3-3 原子核

9. 釷 $^{232}_{90}\text{Th}$ 衰變鏈和衰變後的產物，如圖所示，示意圖中箭頭旁邊的 α 和 β ，分別代表該次衰變的類別。試問：

(1) 圖中甲核種的表示法為何？（包括元素名稱、質量數和原子序）

(2) 圖中 Po 原子核的質量數 A 和原子序 Z 分別為多少？

答 (1) $^{228}_{90}\text{Th}$ ；(2) $A = 216$ ， $Z = 84$

解析 (1) 由圖可知，Th232 經過 1 次 α 衰變和 2 次 β 衰變成為甲

$$\Rightarrow ^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow ^x_y\text{甲} + ^4_2\alpha + 2\ ^0_{-1}\beta + 2\ ^0_0\bar{\nu}$$

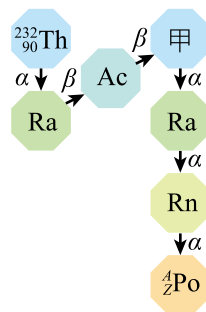
$$\begin{cases} \text{質量數守恆} \Rightarrow 232 = x + 4 \times 1 + 0 \Rightarrow x = 228 \\ \text{總電荷數守恆} \Rightarrow 90 = y + 2 \times 1 + (-1) \times 2 \Rightarrow y = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{因甲原子核的原子序 } y = 90 \text{ 與釷 (Th) 相同，} \\ \text{故甲的元素名稱爲釷 (Th)、質量數 } x = 228, \text{ 原子序 } y = 90。 \end{cases}$$

(2) 由圖可知，Th232 經過 4 次 α 衰變和 2 次 β 衰變成為 Po

$$\Rightarrow ^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow ^A_Z\text{Po} + 4\ ^4_2\alpha + 2\ ^0_{-1}\beta + 2\ ^0_0\bar{\nu}$$

$$\begin{cases} 232 = A + 4 \times 4 + 0 \Rightarrow A = 216 \\ 90 = Z + 2 \times 4 + (-1) \times 2 \Rightarrow Z = 84 \end{cases}$$



10. 朱利歐 - 居禮夫婦在 1932 年以某未知射線撞擊 ${}^9_4\text{Be}$ ，結果產生了 ${}^{12}_6\text{C}$ ，並偵測到中子。其核反應式可表示為：

未知射線 + ${}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + \text{n}$ 。試問此未知射線可能為：

(A) α 射線 (B) β 射線 (C) γ 射線 (D) 中子束 (E) X 射線。

答 (A)

解析 設未知射線為 ${}_b^a\text{X} \Rightarrow$ 核反應式： ${}_b^a\text{X} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$

$$\begin{cases} \text{質量數守恆} \Rightarrow a + 9 = 12 + 1 \Rightarrow a = 4 \\ \text{總電荷守恆} \Rightarrow b + 4 = 6 + 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \Rightarrow {}_b^a\text{X} = {}^4_2\text{X}$$

故 X 可能為氦原子核 \Rightarrow 此未知射線可能為 α 射線，答案選 (A)。

11. 在已知的 37 種碘同位素中，只有碘 127 是穩定的，其他都具有放射性，例如碘 138 原子核可衰變成為氙原子核，並放出一未知粒子 X 及反微中子 $\bar{\nu}$ ，其核反應式為：

${}^{138}_{53}\text{I} \rightarrow {}^m_{54}\text{Xe} + {}^p_q\text{X} + \bar{\nu}$ 。已知 ${}^{138}_{53}\text{I}$ 的質量數為 138，所帶基本電荷數為 53，則 $m + p + q$ 等於下列何數？

【107 指考】

(A) 136 (B) 137 (C) 138 (D) 139 (E) 140。

答 (B)

解析 ${}^{138}_{53}\text{I} \rightarrow {}^m_{54}\text{Xe} + {}^p_q\text{X} + {}^0_0\bar{\nu}$

$$\begin{cases} \text{質量數守恆} \Rightarrow 138 = m + p + 0 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \text{總電荷數守恆} \Rightarrow 53 = 54 + q + 0 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

由 ② 得 $q = -1$

故 $m + p + q = 138 + (-1) = 137$ 。

12. 有關原子核放射所產生的三種衰變，下列敘述何者正確？

- (A) 原子核產生 β 衰變時，原子序減 1，質量數不變
 (B) 將 γ 射線垂直射向電場時，會發生偏折
 (C) 原子核產生 α 衰變或 β 衰變時，通常都會伴隨產生 γ 衰變
 (D) α 射線為高能量的光子
 (E) 原子序小於 10 的原子核都有強烈的放射性。

答 (C)

解析 (A) \times ：原子核產生 β 衰變時，釋出 ${}^0_{-1}\text{e}$ ，故質量數不變，而原子序加 1。

(B) \times ： γ 射線為電磁波，故射入電場或磁場時，不會產生偏折。

(C) \bigcirc ：原子核產生 α 衰變或 β 衰變的同時，通常都會伴隨 γ 衰變產生。

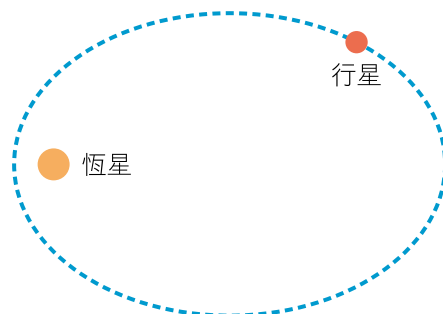
(D) \times ： α 射線為氦的原子核 (${}^4_2\text{He}$)，是粒子而非光子。

(E) \times ：原子序小於 10 的原子核多數是穩定沒有放射性。

(註：通常原子序大於 83 的原子核會具有放射性)

3-4 無所不在的守恆律

13. 考慮宇宙中有一獨立系統，系統只有一顆行星繞恆星作橢圓軌道運動。在行星運行的過程中，假設恆星位置不變，試回答有關此行星或此恆星行星系統相關物理量的守恆問題，並將答案寫在表格中。



守恆律分析	是否滿足	理由
行星是否滿足動能守恆	<input type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	
行星是否滿足動量守恆	<input type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	
行星對恆星的角動量是否守恆	<input type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	
恆星和行星系統是否滿足力學能守恆	<input type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	

答 略

解析

守恆問題	是否滿足	是否滿足守恆律的主要理由
行星是否滿足動能守恆	<input type="checkbox"/> 是 <input checked="" type="checkbox"/> 否	行星受到重力，時而對其作正功、時而對其作負功，故動能不守恆。
行星是否滿足動量守恆	<input type="checkbox"/> 是 <input checked="" type="checkbox"/> 否	行星受到外力（重力）作用，故動量不守恆。
行星對恆星的角動量是否守恆	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	行星受到外力（重力）作用，但此力的作用方向通過恆星（參考點），外力矩為零，故角動量守恆。
恆星和行星系統是否滿足力學能守恆	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否	恆星行星系統，僅受重力（保守力）做功，故系統的力學能守恆。

14. 如圖為一款名為「永動機」的模型，設計者宣稱「當轉盤被順時針轉動後，藉由右半部小球有較長力臂可形成較大的順時針力矩，故在不由外界輸入任何能量的情況下，系統可以持續順時針旋轉而不停止。」試問：

- (1) 由哪一種觀點可說明，在不由外界輸入任何能量的情況下，此款永動機不可能恆動？
- (2) 承(1)，如果此款永動機不可能恆動，則設計者的說法中，何處有謬誤或論述不確實？

答 (1) 略；(2) 略



解析 (1) 此款永動機轉動時，在機件連接處會有摩擦力作負功、在與空氣接觸處亦會有空氣阻力作負功。故由能量守恆的觀點來看，在不由外界輸入任何能量的情況下，機械的動能會逐漸轉成熱能消散至外界，最後動能歸零停止下來。

(2) 雖然右側小球每一顆可造成較大的順時針力矩，但左側小球的數目相對較多，形成的逆時針力矩合反而會大於右側小球的順時針力矩合。所以設計者說法中，談及「右半部小球有較長力臂可形成較大的順時針力矩，可使系統持續順時針旋轉而不停止」，顯然有論述不確實之處。

15. 承第 3 節第 10 題，若該核反應發生後總能量比反應前多出 5.6 MeV，則該核反應前、後所有核種的總質量數和總質量

(A) 皆守恆 (B) 皆不守恆 (C) 僅前者守恆 (D) 僅後者守恆 (E) 不一定。

答 (C)

解析 (1) 發生核反應前、後，總質量數須守恆。

(2) 反應後總能量增加，表示發生質能互換；反應後的總質量應少於反應前的總質量，故總質量不守恆。

進階題

3-1 原子光譜與拉塞福原子模型

* 1. 下列哪些是拉塞福的原子行星模型所不能解釋的現象？

(A) 電子可繞行原子核作固定軌道的圓周運動 (B) 金箔散射實驗中少數 α 粒子產生大角度散射
(C) 氫原子光譜有特定波長的光譜線 (D) 電子軌道的穩定性 (E) 原子的電中性。

答 (A)(C)(D)

解析 拉塞福的原子行星模型提出時，並無法對下列兩個現象做出合理解釋：(1) 氫原子光譜為何會有特定波長的光譜線，故選 (C)；(2) 圓周運動的電子作加速運動時，為何不會釋放電磁波，致使能量減少而墜毀在原子核上，故選 (A)(D)。

2. 下列關於原子的敘述，何者最符合拉塞福模型的原始主張？

【改自 107 指考】

(A) 原子的質量平均分布在整個原子中
(B) 原子中的正電荷集中於原子核
(C) 原子質量的 10% 集中於原子核
(D) 原子核主要是由質子和中子構成
(E) 氫原子的光譜為不連續，是因為光具有粒子的特性。

答 (B)

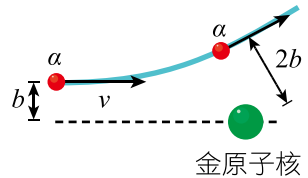
解析 (A)(C)×：拉塞福原子行星模型，主張原子大部分的質量應集中在微小的原子核區域。

(B)○：此為拉塞福原子行星模型的主張。

(D)×：拉塞福原子行星模型的主張並未涉及原子核的組成成分。

(E)×：拉塞福原子行星模型並沒有對氫原子光譜的不連續性做出解釋。

3. 在拉塞福的散射實驗中，質量為 m 的 α 粒子由無窮遠處以 v 的速度接近固定的金原子核，如圖所示， α 粒子的入射線與通過金核的虛線平行相距 b 。當 α 粒子與金核最接近時，兩者相距為 $2b$ 。以無窮遠處為零位面，則當兩者最接近時：



- (1) α 粒子的速度量值為多少？
 (2) 系統的電位能為多少？

答 (1) $\frac{v}{2}$; (2) $\frac{3}{8}mv^2$

解析 α 粒子接近金原子核的過程中，僅受靜電力作用。

$\left\{ \begin{array}{l} \text{靜電力為連心力，}\alpha\text{ 粒子所受的外力矩為零} \Rightarrow \text{角動量守恆} \\ \text{靜電力為保守力，系統的力學能守恆} \end{array} \right.$

(1) 由 $L_{\text{初}} = L_{\text{最接近}} \Rightarrow bmv = (2b)mv' \Rightarrow v' = \frac{v}{2}$ 。

(2) 由 $(E_K + U_e)_{\text{初}} = (E_K + U_e)_{\text{最接近}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}m \times \left(\frac{v}{2}\right)^2 + U_{e\text{最接近}}$
 $\Rightarrow U_{e\text{最接近}} = \frac{3}{8}mv^2$ 。

3-2 波耳氫原子模型

4. 波耳氫原子模型理論做了一個假設：電子僅能在特定的圓形軌道上環繞原子核運行，其角動量滿足量子化條件：

$$L = mvr = n\left(\frac{h}{2\pi}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)。$$

- (1) 請說明：如何由德布羅意的物質波理論，推論波耳這個假設的合理性。
 (2) 若主量子數 $n = 1$ 時氫原子電子的半徑為 r ，則 $n = 3$ 時電子的物質波波長為多少？

答 (1) 見解析；(2) $6\pi r$

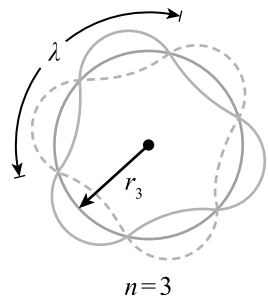
解析 (1) 電子能在特定軌道上穩定運行，是因為電子的物質波在圓周軌道上形成駐波。由圖中的示意圖（以 $n = 3$ 為例）可知，當主量子數為 n 時，駐波形成條件為：

圓周周長恰等於 n 倍的電子物質波波長 $\Rightarrow 2\pi r = n\lambda$

$$\text{電子物質波波長 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \text{ 代入 } \Rightarrow 2\pi r = n \times \frac{h}{mv}$$

$$\Rightarrow mvr = n\left(\frac{h}{2\pi}\right) \Rightarrow \text{與波耳氫原子模型中的假設一致。}$$

- (2) 在波耳的氫原子模型中， $r_n \propto n^2 \Rightarrow n = 3$ 時， $r_3 = 9r$
 電子能在 $n = 3$ 的軌道上穩定運行，駐波形成條件為：
 圓周周長恰等於 3 倍波長 $\Rightarrow 2\pi \times 9r = 3\lambda \Rightarrow \lambda = 6\pi r$ 。



5. 若氫原子光譜中，巴耳末系的最短波長為 λ ，則來曼系中最長的波長為多少？

答 $\frac{\lambda}{3}$

解析 $\left\{ \begin{array}{l} \text{巴耳末最短波長：} E_{\infty \rightarrow 2} = -13.6 \left(\frac{1}{\infty^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{hc}{\lambda} \dots\dots \text{①} \\ \text{來曼系最長波長：} E_{2 \rightarrow 1} = -13.6 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = \frac{hc}{\lambda'} \dots\dots \text{②} \end{array} \right.$

$$\text{由 } \frac{\text{①}}{\text{②}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)}{\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = \frac{1}{3} \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{3} \lambda。$$

6. 已知一個處於基態的氫原子電子，其軌道半徑為 0.53 \AA 。當其吸收能量之後，其軌道半徑增大為 2.12 \AA ，試問：

(1) 此電子所吸收的能量約為多少 eV？

(2) 此電子的動能增加或減少多少 eV？

(3) 電子的電位能增加或減少多少 eV？

答 (1) 10.2；(2) 動能減少 10.2；(3) 電位能增加 20.4

解析 $\because \frac{r'}{r} = \frac{2.12}{0.53} = 4 \text{ (倍)}，\text{由 } r_n \propto n^2$

\Rightarrow 吸收此能量之後，電子會由 $n = 1$ 躍遷至 $n = 2$ 。

(1) 吸收能量 $\Delta E = E_2 - E_1 = -13.6 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = (-3.4) - (-13.6) = 10.2 \text{ (eV)}$

(2) 由 $U \text{ (位能)} = -\frac{ke^2}{r} \Rightarrow K \text{ (動能)} = \frac{ke^2}{2r} = -\frac{U}{2} \Rightarrow E \text{ (總能)} = U + K = U + \left(-\frac{U}{2}\right) = \frac{U}{2}$

當 $n = 1$ 時， $E_1 = -13.6 \text{ eV} \Rightarrow U_1 = -27.2 \text{ eV} \Rightarrow K_1 = 13.6 \text{ (eV)}$

當 $n = 2$ 時， $E_2 = -3.4 \text{ eV} \Rightarrow U_2 = -6.8 \text{ eV} \Rightarrow K_2 = 3.4 \text{ (eV)}$

故 $\Delta K = K_2 - K_1 = 3.4 - 13.6 = -10.2 \text{ eV} \Rightarrow$ 動能減少 10.2 (eV)。

(3) $\Delta U = U_2 - U_1 = (-6.8 \text{ eV}) - (-27.2 \text{ eV}) = +20.4 \text{ eV} \Rightarrow$ 電位能增加 20.4 (eV)。

註：當電子躍遷到高階軌道時，電位能 U 和總能 E 增加，但動能 K 反而減少。

7. 已知氫原子的電子從量子數 $n = 4$ 能階躍遷至 $n = 2$ 能階時，發射波長為 4860 \AA 的電磁波；從 $n = 4$ 能階躍遷至 $n = 1$ 能階時，發射波長為 972 \AA 的電磁波。試問電子從 $n = 2$ 能階躍遷至 $n = 1$ 能階時，所發射電磁波的波長為多少 \AA ？

(A) 1215 (B) 1835 (C) 2728 (D) 3190 (E) 4168。

答 (A)

解析 由能量關係： $E_{4 \rightarrow 2} + E_{2 \rightarrow 1} = E_{4 \rightarrow 1}$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{4 \rightarrow 2}} + \frac{hc}{\lambda_{2 \rightarrow 1}} = \frac{hc}{\lambda_{4 \rightarrow 1}} \Rightarrow \frac{hc}{4860} + \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{972} \Rightarrow \frac{1}{4860} + \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{972}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4860 \times 972}{4860 - 972} = \frac{4860 \times 972}{3888} = \frac{5 \times 972}{4} = 1215(\text{\AA})。$$

8. 已知氫原子電子在基態時的能量為 $-E$ 、普朗克常數為 h 。則當氫原子電子由基態躍遷至第二激發態時：

(1) 其角動量的量值增加了多少？（以 h 表示）

(2) 電子躍遷至第二激發態之後，它可能放出之電磁波最高頻率為多少？（以 E 、 h 表示）

答 (1) $\frac{h}{\pi}$ ；(2) $\frac{8E}{9h}$

解析 (1) 由波耳氫原子模型理論的基本假設：電子的角動量等於 $\frac{h}{2\pi}$ 的整數倍 $\Rightarrow L = \frac{h}{2\pi} \cdot n$

當電子由基態 ($n = 1$) 躍遷至第二激發態 ($n = 3$) 時，

$$\text{角動量的變化量 } \Delta L = L_3 - L_1 = \frac{h}{2\pi} \times 3 - \frac{h}{2\pi} \times 1 = \frac{h}{2\pi} \times 2 = \frac{h}{\pi}。$$

(2) 電子在第二激發態 ($n = 3$)，所能發出的電磁波的最高頻率會發生在由 $n = 3$ 躍遷至 $n = 1$ 時。

$$\text{由 } E_n = -\frac{13.6}{n^2} \propto \frac{1}{n^2} \text{ 可知：當 } E_1 = -E \text{ 時，} E_3 = -\frac{E}{9}$$

$$\text{由 } n = 3 \text{ 躍遷至 } n = 1 \text{ 時，放出的能量} = \left(-\frac{E}{9}\right) - (-E) = \frac{8E}{9}$$

$$\text{由光子能量公式 } E = hf \Rightarrow \frac{8E}{9} = hf \Rightarrow f = \frac{8E}{9h}。$$

3-3 原子核

9. 三葉蟲是一種節肢動物，最早出現於寒武紀，生活在海洋中。在所有的動物化石中，三葉蟲是種類最豐富的。當考古學家在三葉蟲化石出土時，發現化石旁伴隨之鈾礦中，其鈾 238 與鉛 206 的比例為 93：7。已知鈾 238 衰變為鉛 206 的半衰期為 45 億年，試估算此化石的年代約為多少億年前？（ $\log 93 = 1.97$ 、 $\log 2 = 0.30$ ）



(A) 0.1 (B) 1.8 (C) 3.2 (D) 4.5 (E) 6.4。

答 (D)

解析 出土時的鈾 238：鉛 206 = 93：7，表示最初的鈾 238 含量應有 $93 + 7 = 100$

設化石的年代為 t 億年前

$$\text{由 } N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow 93 = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{45}} \Rightarrow \frac{93}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{45}}$$

$$\text{兩邊取對數} \Rightarrow \log 93 - \log 100 = -\frac{t}{45} \log 2$$

$$\Rightarrow 1.97 - 2 = -\frac{0.3}{45} t \Rightarrow t = 4.5 \text{ (億年)}。$$

10. 某放射性元素的初始質量為 500 g，經放射 10 天後，減少了 300 g 的質量。再經 20 天後，剩餘的質量為多少 g？

(A) 128 (B) 64 (C) 32 (D) 16 (E) 0。

答 (C)

解析 由放射性元素的半衰期公式： $\frac{N}{N_0} = \frac{m}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$ （其中 τ 為半衰期）

$$\begin{cases} \text{放射 10 天後} \Rightarrow \frac{500 - 300}{500} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{\tau}} \Rightarrow \frac{2}{5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{\tau}} \cdots \cdots \text{①} \\ \text{再經 20 天後} \Rightarrow \frac{m}{500} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10+20}{\tau}} \Rightarrow \frac{m}{500} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30}{\tau}} \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{① 代入 ②} \Rightarrow \frac{m}{500} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30}{\tau}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{\tau}}\right]^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$$

$$\Rightarrow m = 500 \times \frac{8}{125} = 32(\text{g})。$$

11. 某放射性元素剛開始的時候有 20000 個原子，小智第一天觀察到有 200 個原子衰變，則他第二天可以觀察到的原子衰變數目，最合理為多少個？

(A) 126 (B) 164 (C) 180 (D) 198 (E) 200。

答 (D)

解析 第一天原子衰變的機率為 $\frac{200}{20000} \times 100\% = 1\% =$ 每一天原子衰變的機率

第二天開始之初，原子個數為 $20000 - 200 = 19800$ （個）

故第二天可觀察到的合理衰變數量應為 $19800 \times 1\% = 198$ （個）。

另解：設第一天剩下 N_1 ，第 2 天剩下 N_2 個原子

$$N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$$

$$20000 - 200 = 20000 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\tau}}$$

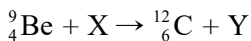
$$N_2 = 20000 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{\tau}}$$

$$\therefore N_2 = 20000 \left(\frac{19800}{20000}\right)^2 = 19602 \text{（個）}$$

故第 2 天衰變數目為 $N_2 - N_1 = 198$ （個）。

12. 以中子撞擊 ${}^9_4\text{Be}$ 會產生 ${}^8_4\text{Be}$ 及兩個中子，故 ${}^9_4\text{Be}$ 可做為中子的倍增劑。 ${}^8_4\text{Be}$ 緊接著會衰變為兩個相同的未知粒子 X，如下所示： ${}^9_4\text{Be} + n \rightarrow {}^8_4\text{Be} + 2n \rightarrow 2X + 2n$

此未知粒子 X 撞擊 ${}^9_4\text{Be}$ 後，會使其轉變為 ${}^{12}_6\text{C}$ 及另一未知粒子 Y，如下所示：



試問 Y 可能為下列何者？

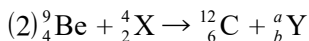
- (A) 質子 (B) 中子 (C) 氫 (D) 氦 (E) 光子。

【106 指考】

答 (B)

解析 (1) ${}^9_4\text{Be} + n \rightarrow {}^8_4\text{Be} + 2{}_0^1n \rightarrow 2{}_Z^AX + 2{}_0^1n$

$$\begin{cases} \text{質量數守恆} \Rightarrow 8 + 1 \times 2 = A \times 2 + 1 \times 2 \Rightarrow A = 4 \\ \text{總電荷數守恆} \Rightarrow 4 + 0 = Z \times 2 + 0 \Rightarrow Z = 2 \end{cases} \Rightarrow X = {}^4_2\text{He}$$



$$\begin{cases} \text{質量數守恆} \Rightarrow 9 + 4 = 12 + a \Rightarrow a = 1 \\ \text{總電荷數守恆} \Rightarrow 4 + 2 = 6 + b \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow Y = {}^1_0Y \Rightarrow Y \text{ 可能為中子。}$$

13. 圖坦卡門 (Tutankhamun) 是古埃及新王國時期的法老，他的木乃伊 (mummy) 在 1922 年被英國人發現時，其體內所測的 ${}^{14}\text{C}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 含量的比值約為 $5\sqrt{2} \times 10^{-14}$ 。已知在活的生物體內，同位素 ${}^{14}\text{C}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 含量的比值為 10^{-13} ，且 ${}^{14}\text{C}$ 的半衰期為 6000 年，則圖坦卡門的生存年代大約為：

- (A) 西元前 3300 年 (B) 西元前 2200 年 (C) 西元前 1100 年 (D) 西元 1100 年 (E) 西元 2200 年。

答 (C)

解析 設此木乃伊的死亡時間距出土時間為 t 年

$$\text{活的生物體} \frac{{}^{14}\text{C}}{{}^{12}\text{C}} = 10^{-13} \dots \dots \text{①}$$

$$\text{此木乃伊} \frac{{}^{14}\text{C}'}{{}^{12}\text{C}'} = 5\sqrt{2} \times 10^{-14} \dots \dots \text{②}$$

$$\frac{\text{②}}{\text{①}} : \frac{{}^{14}\text{C}'}{{}^{14}\text{C}} = 5\sqrt{2} \times 10^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6000}}$$

$$\therefore t = 3000 \text{ 年}$$

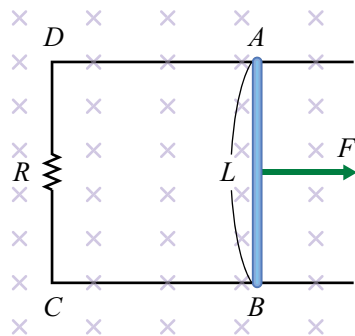
$$1922 - 3000 = -1078$$

\therefore 此木乃伊的年代約在西元前 1078 (年)。

3-4 無所不在的守恆律

14. 如圖，在垂直射入水平地面的磁場（量值為 B ）區域中，有一固定於地面的 U 字形金屬軌，上面放置一根可以無摩擦自由滑動的金屬棒 AB （長度為 L ）。今施向右拉力 F 使金屬棒 AB 等速向右移動，若整個迴路中僅 CD 段有電阻 R ，其餘電阻不計，試回答下列問題：

- (1) 當金屬棒 AB 向右移動時，其所受的磁力方向為何？
- (2) 若金屬棒 AB 所受的磁力方向與上述正確答案相反的話，將違反物理上哪一條守恆律？
- (3) 金屬棒 AB 作等速運動時，速率為多少？（以 R 、 L 、 B 、 F 表示）
- (4) 拉力 F 對金屬棒 AB 作正功，為何金屬棒 AB 的動能沒有增加呢？



答 (1) 向左；(2) 略；(3) $\frac{FR}{L^2 B^2}$ ；(4) 略

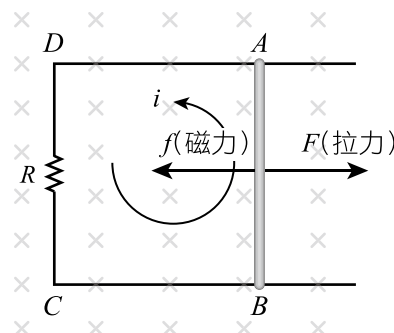
解析 (1) 將金屬棒 AB 向右拉動時，線圈 $ABCD$ 內垂直射入地面的磁力線增加

⇒ 須感應垂直射出地面的磁力線

⇒ 依安培右手定則判斷，感應電流的方向應為「逆時針」

⇒ 此時，金屬棒上的電流由 $B \rightarrow A$

⇒ 依右手開掌定則，載流金屬棒 AB 在磁場中所受的磁力方向應「向左」。



(2) 若金屬棒 AB 所受的磁力方向向右，則磁力會讓金屬棒向右加速，產生更大的感應電動勢和感應電流，進而衍生更大的向右速度，其動能就會隨著時間無限地增大，這顯然違反能量守恆定律。

(3) 感應電流 $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{LvB}{R}$

$$\text{金屬棒 } AB \text{ 所受磁力 } f = iLB = \frac{LvB}{R} \times LB = \frac{L^2 v B^2}{R} \Rightarrow v = \frac{fR}{L^2 B^2}$$

$$\text{金屬棒 } AB \text{ 等速度} \Rightarrow \text{磁力 } f = \text{拉力 } F \Rightarrow v = \frac{FR}{L^2 B^2}。$$

(4) 雖然拉力 F 對金屬棒做功為 FS ，但磁力對金屬棒做功為 $-fS$

⇒ 外力對金屬棒做功 $= FS + (-fS) = FS + (-FS) = 0$ ，故金屬棒的動能守恆。

註：事實上，拉力 F 對金屬棒所作的正功雖然沒有增加其動能，但卻轉換為電能，最後再轉換為電阻的熱能，整體仍然遵守著能量守恆定律。

15. 阿龍正在紙上計算一道碰撞問題：「質量 M 的木塊以細繩繫於天花板下靜止，質量 m 的子彈突然以向右速度 v 迅速嵌入木塊中變為合體，試問合體所能上升的最大高度差 H 為多少？」他寫的解法過程如下：

$$mv + 0 = (M + m)v_{\text{合}} \cdots \cdots \textcircled{1} \Rightarrow v_{\text{合}} = \frac{mv}{M + m}$$

$$(0 + 0) + \frac{1}{2}(M + m)\left(\frac{mv}{M + m}\right)^2 = (M + m)gH + (0 + 0) \cdots \cdots \textcircled{2} \Rightarrow H = \frac{m^2 v^2}{2g(M + m)^2}$$

(1) 解法中的 ① 式和 ② 式（暫不考慮算式的正確性），分別陳述物理學上哪一條守恆律？

(2) 小騰看了題目和阿龍的解法後，他認為第 ② 式及答案應改成下式較為合理。

$$(0 + 0) + \left(\frac{1}{2}mv^2 + 0\right) = (M + m)gH \cdots \cdots \textcircled{2} \Rightarrow H = \frac{mv^2}{2g(M + m)}$$

請問阿龍和小騰，誰的算式和答案是不正確的？不正確的主要原因為何？

答 (1) 動量守恆定律、力學能守恆；(2) 小騰、略

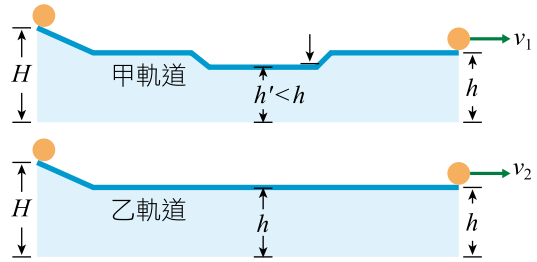
解析 (1) ① 式為動量守恆定律、② 式為力學能守恆定律。

(2) 小騰的算式及答案不正確：

$$(0 + 0) + \left(\frac{1}{2}mv^2 + 0\right) = (M + m)gH \Rightarrow H = \frac{mv^2}{2g(M + m)},$$

算式中利用力學能守恆將子彈最初的動能，直接轉換為（子彈 + 木塊）合體所增加的重力位能，並沒有考量到子彈嵌入木塊的短暫過程中，彼此間的內力為非保守力，作功所產生的熱能及可能衍生的形變位能導致力學能並不守恆。

16. 在高一物理中，「雙珠競走」是一個有趣的實驗。甲、乙皆為固定於地板的光滑軌道面，兩者的左端高度皆為 H 、右端高度皆為 h ($H > h$)，乙軌道自斜坡之後一路平整、甲軌道自斜坡後先平整再遇到一段凹陷 ($h' < h$)，如圖所示。將質量為 m 的小球，分別自甲、乙軌道面左端處靜止釋放，最後抵達右端時速率分別為 v_1 和 v_2 。



- (1) 小球在兩軌道面上運動時，是否滿足力學能守恆？簡述理由。
- (2) v_1 和 v_2 的大小關係為何？
- (3) 若僅由力學能守恆的觀點，是否可以比較出甲軌道在各種凹陷情況下，兩球在甲、乙軌道面上行走時間 t_1 和 t_2 的大小關係？

答 (1) 是，理由如詳解；(2) $v_1 = v_2$ ；(3) 否。

解析 (1) 小球在甲、乙兩光滑軌道面上行走的過程中，僅受重力（保守力）作功，故滿足力學能守恆。

(2) 以地板為零位能處，由力學能守恆： $(K + U)_{\text{左}} = (K + U)_{\text{右}}$

$$\begin{cases} \text{沿甲軌道：} 0 + mgH = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g(H-h)} \\ \text{沿乙軌道：} 0 + mgH = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g(H-h)} \end{cases}$$

$\Rightarrow v_1 = v_2$ 。

- (3) 採力學能守恆觀點時，僅涉及系統初、末狀態的討論，而不作運動過程中動力學的分析，所以無從比較行走時間 t_1 和 t_2 的大小關係。

註：事實上，沿著甲、乙兩軌道雙珠競走的時間快慢問題，其分析過程相當嚴謹且繁瑣。

探究實作題

1. 葉綠素是一種天然色素，存在於植物的葉綠體中，在植物進行光合作用時扮演重要的角色，讓植物在吸收光能後，可將光能轉成其他的能量形式。阿龍在某機智問答節目上，看到一個問題如下：

將綠色樹葉用溶劑或酒精浸泡，可得到綠色半透明液體。當用藍紫光束照射此液體時，將會看到什麼顏色的光束？ (A) 紅色 (B) 黃色 (C) 藍色。

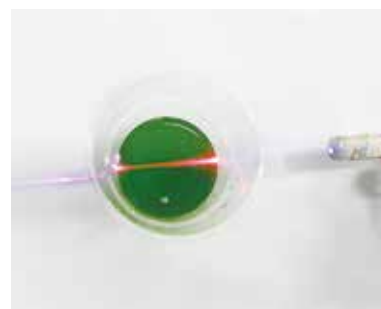
阿龍覺得這個題目很有趣，開始著手進行探究實作。首先，他認為半透明液體主要含有葉綠素，因此綠色樹葉應該可以用綠色蔬菜來取代。他先到冰箱取出菠菜，將菠菜切得細碎後，浸泡在 95% 的酒精中約 10 分鐘。再將葉渣以廚房的篩網過濾後，得到綠色半透明液體，以透明塑膠杯裝盛，如圖 (a) 所示。接著，他以藍光 LED 燈由杯外往內照射時，發現半透明液體發出紅光，可視範圍約為 0.50 cm，如圖 (b) 所示；改以藍紫光雷射筆（波長標示 405 nm）照射時，發現在半透明液體中有整條完整的紅色光束，如圖 (c) 所示。試回答下列問題：



(a) 綠色半透明液體。



(b) 以藍光 LED 燈照射。



(c) 以藍紫光雷射照射。

- (1) 根據實驗結果，電視節目上的這道問題，答案應為何？ (A) 紅色 (B) 黃色 (C) 藍色。
- (2) 這個實驗若想要在家裡廚房中進行，請依上文羅列出本實驗所須準備的器材。
- (3) 阿龍若欲得到「溶解在酒精中的葉綠素，會使得入射的藍紫光呈現出紅光」的假說，應可再設計哪一個對照組的實驗？
- (4) 阿龍查閱資料，得知上述實驗稱為葉綠素的螢光效應。當葉綠素行光合作用時，須吸收光能。而吸收電磁波譜中的藍紫光後，會再以紅光形式放出能量。以上論點最合理的解釋為下列何者？
 - (A) 藍紫光的電磁波，本來就具有紅光的成分
 - (B) 藍紫光進入液體介質後，折射率改變導致顏色發生變化
 - (C) 葉綠素會吸收綠光和藍光，反射紅光
 - (D) 葉綠素被藍紫光照射後，溫度明顯升高後放出紅光
 - (E) 葉綠素分子吸收藍光光子躍遷至高能階後，當其再躍遷到低能階時，兩能階的能量差恰等於紅光光子的能量。

答 (1) (A)；(2) 菠菜、刀子、95% 酒精、篩網、透明塑膠杯、藍紫光雷射筆、藍色 LED 燈；
 (3) 將 95% 的酒精以透明塑膠杯裝盛，用藍紫光束直接照射，觀察是否呈現紅色光束；
 (4) (E)

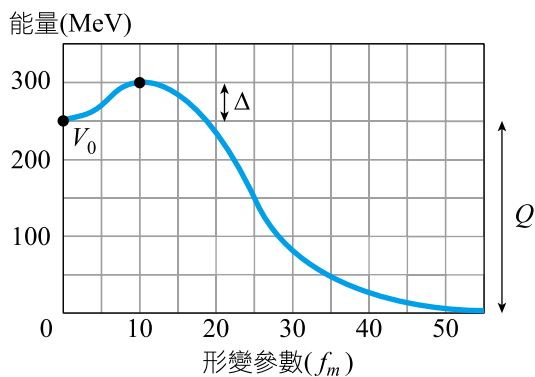
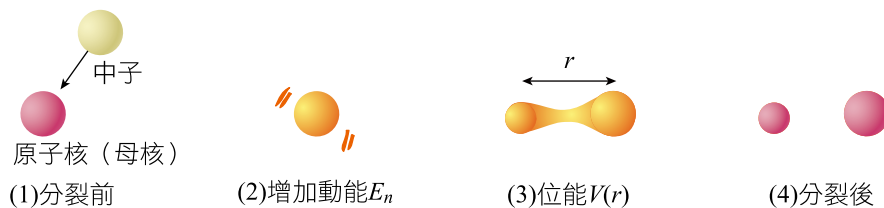
- 解析** (1) 由題圖 (c) 可看出，當以藍紫光雷射，照射菠菜浸泡酒精所萃取的半透明液體時，光束會呈現紅色。
- (2) 菠菜、刀子、95% 酒精、篩網、透明塑膠杯、藍紫光雷射筆、藍色 LED 燈。
- (3) 將 95% 的酒精以透明塑膠杯裝盛，用藍紫光束直接照射，觀察是否呈現紅色光束。
註：經實驗結果，杯內仍為藍紫色光束。
- (4) \because 藍光光子能量 $E_1 >$ 紅光光子能量 E_2 ，當葉綠素分子吸收藍光光子後，躍遷到高能階，經光合作用後，再躍遷至較低能階時，恰有能階差 $\Delta E = E_2$ （紅光光子能量），故有紅光釋放出。

第3章

素養題解答

原子核的分裂

藉由吸收中子後的能量轉換，可以誘發原子核的分裂。如圖所示，原子核（母核）吸收中子後，部分能量轉變成動能 E_n ，造成原子核形狀的扭動，最後分裂成兩個較小的原子核（子核）。在核分裂的過程中，系統的位能與兩個子核間的距離 r （亦稱為形變參數）有關，當兩個子核的距離為零時，其位能為 V_0 。隨著形變參數增加，位能逐漸變大至最大值 $V_{\max} = V_0 + \Delta$ ，然後再逐漸下降。當兩子核間的距離為無窮遠時，位能為 $V_{\infty} = V_0 - Q$ ，此時原子核分裂已經完成。



若吸收中子後增加的動能，能夠克服分裂過程中的位能障壁，則核分裂就很容易發生。分裂後兩子核的位能比分裂前低，兩者的差為 Q ，故核分裂後會放出能量。雖然原子核分裂牽涉到許多細節，但是藉由能量的分析，可以幫助我們判斷核分裂是否會發生，十分有用。 【混合題】

1. 若吸收中子後增加的動能，足以誘發核分裂反應，藉由圖中 $V(r)$ 的變化，試估算核分裂前後，因位能變化會釋放出多少能量？（請以能量單位 $\text{MeV} = 10^6 \text{ eV}$ 表示）

答 250 MeV

解析 由圖可知，兩子核距離為零時（分裂前），其位能為 $V_0 = 250 \text{ MeV}$ ，而核分裂後的位能則為 $V_{\infty} = 0 \text{ MeV}$ ，兩者的差異為 $Q = 250 \text{ MeV}$ ，會以其他形式的能量釋放出來。

2. 試由下表中核分裂過程的能量參數，判斷何者不容易發生？(1 MeV = 10^6 eV)

核分裂過程	E_n	Δ	Q
(A)	6.5 MeV	5.2 MeV	86 MeV
(B)	4.8 MeV	5.7 MeV	180 MeV
(C)	6.4 MeV	4.8 MeV	250 MeV
(D)	5.5 MeV	5.8 MeV	220 MeV
(E)	6.2 MeV	5.1 MeV	105 MeV

答 (B)(D)

解析 由文中敘述可知，判斷核分裂反應是否容易發生，主要是看吸收中子後增加的動能 E_n ，是否大於位能障壁 Δ ，故應選 (B)(D)。

第 3 章

試題探究

原子核衰變與動量守恆

民國 96 年有一題關於釷元素的 α 衰變，同時又呼應到本章《3-4 無所不在的守恆律》的指考題：

釷 (Po) 是具有放射性的元素，其質量數 $A = 210$ ，原子序 $Z = 84$ ，它放射出的 α 粒子的動能 $E = 5.3 \text{ MeV}$ （百萬電子伏特），其衰變式可寫成為 $\text{Po} \rightarrow \text{Y} + \alpha$ 。下列敘述中哪些正確？

- (A) Y 的 $A = 208$ ， $Z = 80$
- (B) Y 的 $A = 206$ ， $Z = 82$
- (C) 衰變前 Po 原子的質量等於衰變後 Y 原子的質量與 α 粒子的質量之和
- (D) 衰變後 Y 與 α 的質量中心的位置與衰變前 Po 的質量中心位置相同
- (E) 對 Po 的質量中心而言，衰變後 Y 是靜止的。

參考答案 BD 或 B

由於各種基本交互作用所遵循的守恆律，都有其成立的條件，很顯然本題導致 (D) 選項送分，便是命題委員忽略了必須在題幹中說明原子核衰變前質心的運動狀態：若衰變前 Po 元素的質心是靜止的，則 (D) 選項正確；假如衰變前 Po 元素的質心速度不為零，即便是衰變時間極短，質心位置變化不大，(D) 選項仍然是有疑慮。由於是命題委員的疏忽，為平息爭議，只能送分。

第3章

深度探索

如何在圓周上畫出正弦函數

要畫出一直線（例如 x 軸）上的駐波，只須同時出現 $A \sin(kx)$ 和 $-A \sin(kx)$ 函數（ A 為振幅、波數 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ）即可，如圖 1 所示。德布羅意的物質波理論曾經以電子在原子核外形成駐波的方式，解釋波耳的氫原子模型中電子為何不遵守馬克士威的電磁理論；當時氫原子模型中的電子仍是繞原子核作圓周運動，因此若想以駐波的圖像，表示電子在該軌道上有固定的能量（能階），則須將 $A \sin(kx)$ 和 $-A \sin(kx)$ 函數畫在圓周上。



圖 1 x 軸上的駐波示意圖

要在圓周上畫出正弦函數，可採用極坐標的方式。如圖 2 所示，假設圓周半徑為 R ，則正弦圖形上任一點的 x 坐標和 y 坐標，可以 r 和 θ 表示：

$$x = r \cos \theta \cdots \cdots ①$$

$$y = r \sin \theta \cdots \cdots ②$$

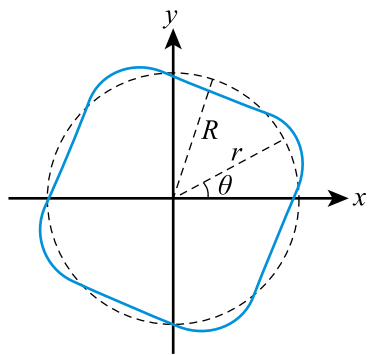


圖 2 圓周上的正弦函數圖形

其中 r 應為半徑 R 與該點在圓周上的位移 $A \sin(k \cdot R\theta)$ 之和，即

$$r = R + A \sin(k \cdot R\theta) \cdots \cdots ③$$

因為電子的物質波波長 λ 與軌道半徑 R 的關係為

$$2\pi R = n\lambda, n = 1, 2, 3 \cdots \cdots ④$$

所以第 ③ 式中正弦函數的相位 $k \cdot R\theta$ 為

$$k \cdot R\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{n\lambda}{2\pi} \theta = n\theta \cdots \cdots ⑤$$

代回第 ③ 式後，再代回第 ①、② 兩式，可得

$$x = [R + A \sin(n\theta)] \cos\theta \cdots \cdots \textcircled{6}$$

$$y = [R + A \sin(n\theta)] \sin\theta \cdots \cdots \textcircled{7}$$

另外還需要一個反相的正弦函數，從圖 2 上來看，該反相的正弦函數圖形上任一點的位置可表為

$$r = R - A \sin(k \cdot R\theta) \cdots \cdots \textcircled{8}$$

所以反相的正弦函數其 x 坐標和 y 坐標，與第 ⑥、⑦ 兩式只相差一個負號，

$$x = [R - A \sin(n\theta)] \cos\theta \cdots \cdots \textcircled{9}$$

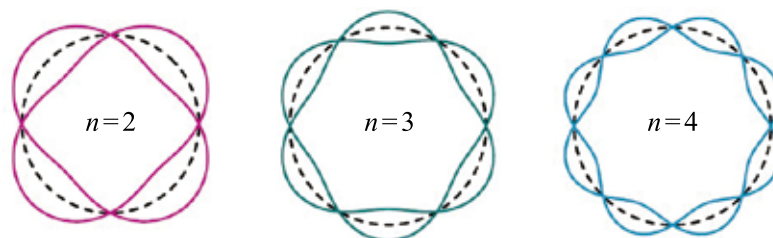
$$y = [R - A \sin(n\theta)] \sin\theta \cdots \cdots \textcircled{10}$$

最後再畫出一個圓周，圓周的函數可寫為

$$x = R \cos\theta \cdots \cdots \textcircled{11}$$

$$y = R \sin\theta \cdots \cdots \textcircled{12}$$

如此利用第 ⑥、⑦、⑨、⑩、⑪、⑫ 等六式，即可完成圓周上的駐波圖形，如圖 3 所示。



▲ 圖 3 $A = 0.15R$ 的三個駐波示意圖

至於這些圖形的呈現，可能需要可繪圖的軟體，有些軟體只需輸入函數即可輸出該函數的圖形，相對上來說比較方便，所畫出來的圖形也比較正確。

氫原子基態時的機率分布

根據薛丁格方程式，可得出氫原子處於基態時的波函數為

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

其中 a 為波耳半徑， r 為電子與原子核間的距離。波函數的平方 $\psi^2(r)$ 描述電子的機率密度（即單位體積內的機率），可用一點狀圖表示其機率分布，如圖 1 所示。因為 $\psi^2(r)$ 在原子中心有極大值，表示電子在原子中心處出現的機率最大，且其機率隨著與原子核距離 r 的增加而呈指數衰減。

另外， $\psi^2(r)dV$ 表示距離原子核 r 處，一極小體積單元 dV 內所測到電子出現的機率。體積單元 dV 可表示為 $dV = 4\pi r^2 dr$ ，代入機率密度得

$$\psi^2(r)dV = \frac{1}{\pi a^3} e^{-\frac{2r}{a}} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-\frac{2r}{a}} dr \cdots \cdots \textcircled{2}$$

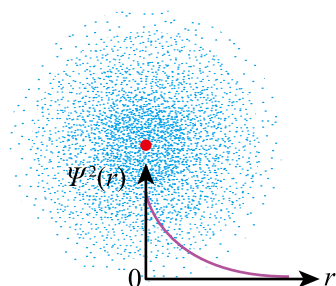
第 ② 式可定義出徑向機率密度 (radial probability density) $P(r)$ ， $P(r)$ 符合

$$P(r)dr = \psi^2(r)dV \cdots \cdots \textcircled{3}$$

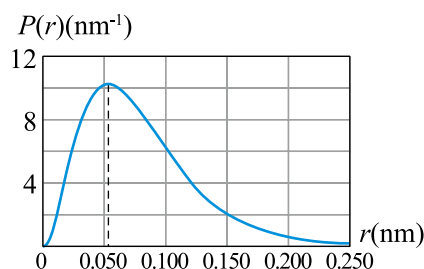
比較第 ② 式後可得

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-\frac{2r}{a}} \cdots \cdots \textcircled{4}$$

氫原子在基態時的徑向機率密度 $P(r)$ 與 r 的關係如圖 2 所示。從圖 2 可知，曲線的最大值出現在波耳半徑 (0.053 nm) 處，表示氫原子在基態時，電子在半徑為波耳半徑的球面上出現的機率最大。



▲ 圖 1 氫原子基態時電子的機率密度。其中點的密度愈大代表電子出現機率愈高，且其機率隨著與原子核距離 r 的增加而呈指數衰減



▲ 圖 2 氫原子基態時的徑向機率密度 $P(r)$ 與 r 的關係圖。其中曲線的最大值出現在波耳半徑 (0.053 nm) 的球面上

本章圖片來源

CH3 章首	Jan Matejko
習題基礎題 14	shutterstock 圖庫提供
習題進階題 9	shutterstock 圖庫提供
探究實作題	臺灣電力公司