熱學

5-1 理想氣體方程式

學習概念 1 壓力與大氣壓力 （配合課本 p.163）

1. 流體的基本性質：

(1) 液體和氣體均具有流動性，統稱為流體。

① 液體：很難被壓縮，當溫度不變時，其密度可視為定值。

② 氣體：容易被壓縮，容易膨脹，即使溫度不變，其密度亦會改變。

(2) 當液體靜止時，外界（例如容器壁）對液體的作用力必定垂直於液體的表面。因為任何平行於液體表面的作用力，都將使液體產生流動。

2. 壓力（pressure）：

(1) 定義：物體表面上單位面積 A 所受垂直作用力 $F_{\perp}$（即正向力），以符號 P 表示。

(2) 數學關係式：$P=\dfrac{F_{\perp}}{A}$

(3) SI 單位：N／m^2（帕 Pa）。（常用單位：gw／cm^2 或 kgw／m^2）

(4) 性質：平衡時所受的外力必定垂直於作用面上。

3. 靜止液體造成的壓力：

(1) 如下圖(一)，密度 ρ 的靜止液體在其液面下 h 處所受到的液體壓力：$P_h=\rho gh$。

【推導】$P_h=\dfrac{F_{\perp}}{A}=\dfrac{mg}{A}=\dfrac{\rho Ahg}{A}=\rho gh$

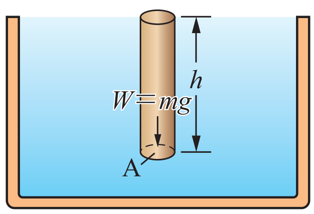
【註：在液體表面下深度 h 處的實際壓力 P_h ＝氣壓 P_0 ＋液壓 P_h】

(2) 如下圖(二)，在靜止液體中，任一點所受各方向的壓力均相等 ⇒ 要處於靜力平衡狀態

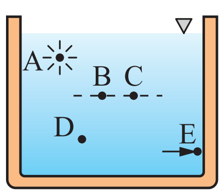
【推導】由靜力平衡的條件：$F_1=F_3\cos\theta$，$F_2=F_3\sin\theta$ ························ ①

直角三角柱兩股和斜面的面積關係：$A_1=A_3\cos\theta$，$A_2=A_3\sin\theta$ ······②

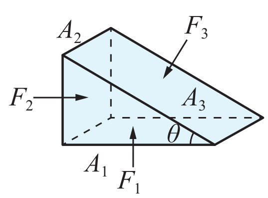
由 $\dfrac{①}{②}$ 得 $\dfrac{F_1}{A_1}=\dfrac{F_2}{A_2}=\dfrac{F_3}{A_3}\Rightarrow P_1=P_2=P_3$



圖(一)



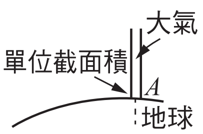
圖(二)



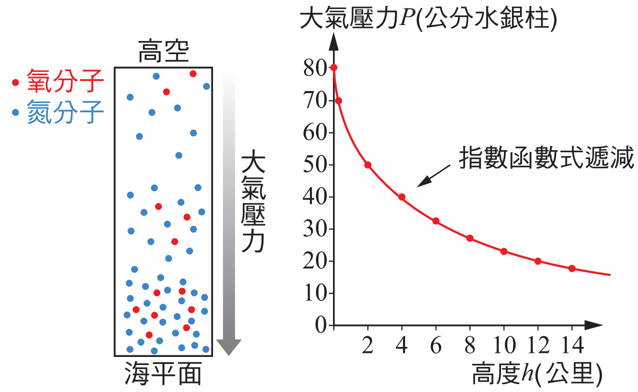
圖(三)

4. 大氣壓力：

(1) **成因**：包覆在地表的大氣分子，因受地球引力而具有重量，當其壓住物體表面可形成壓力，稱之為大氣壓力或氣壓。在地球表面上任一處的大氣壓力值，等於在該處單位面積所承受此位置向上延伸空氣柱的重量。因地表上大氣的分布不均勻，氣壓隨高度的增加而遞減。自地球表面鉛直量起，每升高 100 公尺，大氣壓力約下降 8 毫米水銀柱（mmHg）。



▲單位截面積向上延伸的空氣柱

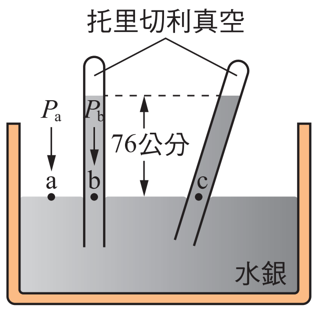


▲海拔愈高處大氣壓力愈小、氧氣愈稀少

(2) **測量**：托里切利實驗（證明大氣壓力的存在）

① **原理**：因靜止液體在同一水平面的壓力相等，故大氣壓力 P_a＝水銀柱所施的液壓 $P_b=\rho gh$

② **結果**：證實大氣壓力的存在，而且管內水銀柱的鉛直高度皆高於管外水銀面約 76 公分，而與管的粗細及傾斜度均無關。



5. 標準大氣壓：

(1) 於緯度 45 度的海平面上，溫度為 0 ℃時，高 76 公分水銀柱所產生的壓力，稱為標準大氣壓，簡稱為 1 大氣壓力或 1 atm。

觀念 UP UP

(1) 1 atm ＝ 76 cm・Hg ＝ 1033.6 cm・H_2O ＝ 1033.6 gw/cm^2
(2) 1 atm ＝ 760 torr（托）＝ 1.013 bar ＝ 1013 mb（毫巴）
(3) 1 atm=0.76 m・Hg ＝ $0.76\times13.6\times10^3\times9.8$ ＝ 1.013×10^5 N/m^2（帕 Pa）＝ 1013 百帕

【**註**：1 N/m^2＝1 Pa（帕），1 bar（巴）＝10^5 N/m^2 ＝ 10^3 mb，1 torr（托）＝ 1 mmHg】

(2) 常用的氣壓單位

氣壓單位	常用領域	1 大氣壓力量值
牛頓/平方米（N/m^2）	物理	101325 N/m^2
帕（Pa）	生活	101325 Pa
百帕（hPa）毫巴（mbar）	氣象	1013 mb
托（torr）	工程	760 torr

範例 1 大氣壓力

有一登山隊員攜帶一個圓筒形鍋子上山，此鍋子蓋上鍋蓋後可以只靠鍋蓋重量而完全密閉，煮飯時在高山營地中測得當地氣壓為 720 毫米水銀柱，若要使鍋內的水恰在 100 ℃時沸騰，而圓筒鍋的內直徑為 20 公分，則鍋蓋約需為多少公斤重？（1 大氣壓＝ 760 毫米水銀柱＝ 1.03×10^3 公克重/公分^2 ＝ 1.01×10^5 牛頓/公尺^2）【106.指考】

(A) 0.7 (B) 7 (C) 17 (D) 37 (E) 70

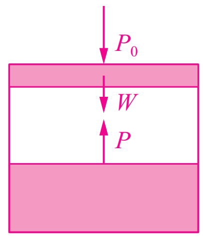
答 (C)

解 由 $P=P_0+\frac{W}{A}$，設鍋蓋重 x kgw；

當 $P=1$ 大氣壓＝ $1.03\times10^3\ \text{gw/cm}^2=1.01\times10^5\ \text{N/m}^2$，

水沸點為 100 ℃，

$1.01\times10^5=\frac{720}{760}\times1.01\times10^5+\frac{x\times9.8}{\pi(\frac{0.2}{2})^2}$，$\therefore x=17$ kg。故選(C)。



類題 山頂的氣壓為 680 mmHg，其上有一半徑 20 cm 的鍋子，今欲使鍋內的水沸騰的溫度與在平地沸騰時的溫度（氣壓為 1 atm）相同，則在鍋上應置約多少 kg 的蓋子？（若 $g=10\ \text{m/s}^2$）

(A) 1950 (B) 95.5 (C) 1169 (D) 13 (E) 130

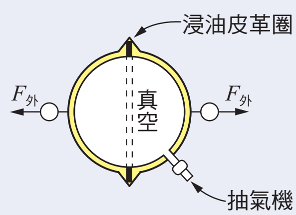
答 (E)

（山上與山下的壓力差：$\Delta P=760-680=80$ mmHg，

所以鍋蓋重：$\Delta P=\frac{mg}{A}\Rightarrow\frac{80}{760}\times1.013\times10^5=\frac{m\times10}{\pi(0.2)^2}\Rightarrow m=134$ kg。故選(E)。）

範例 2 馬德堡半球實驗

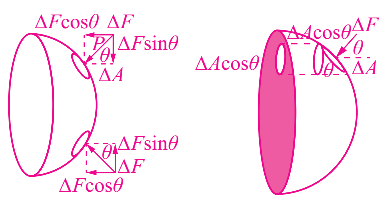
設有一半徑為 R 的球，將它切成兩半球，緊密相對扣合，如右圖所示。當內部抽真空，應施力多少才能將其拉開？（設當時的大氣壓力為 P_0）



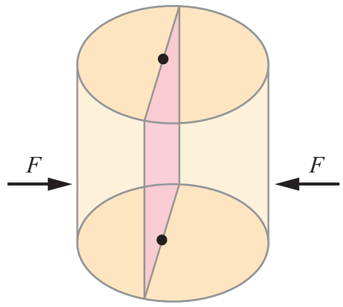
答 $P_0\pi R^2$

解 如右圖所示，大氣壓力與球面垂直，大氣壓力作用在相對應面積上，鉛直方向上的作用力會互相抵銷，故大氣壓力作用於整個右半球的總力為 $F=\sum_i P_0\,\Delta A_i\cos\theta_i=P_0\pi R^2$（向左）。

（$\sum_i A_i\cos\theta_i$ 為半球在大圓上投影的面積，其數值等於大圓的面積 πR^2）



類題 如右圖所示，在無重力且無空氣的環境中，把半徑 1 m、高 3 m 的圓柱形空心密封容器縱切成相同的兩半，再度併攏後，內部充以壓力 1.01×10^5 N / m^2 的氣體。若要使氣體保持在容器內，至少應從圓柱的兩側各施力約多少牛頓？



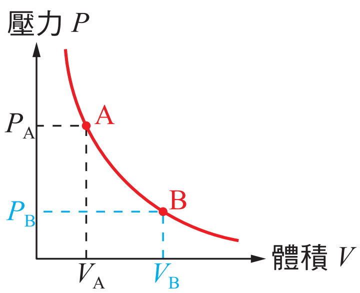
(A) $\pi \times 10^5$ (B) 6×10^5 (C) $6\pi \times 10^5$ (D) $3\pi \times 10^5$ (E) $4\pi \times 10^5$

答 (B)

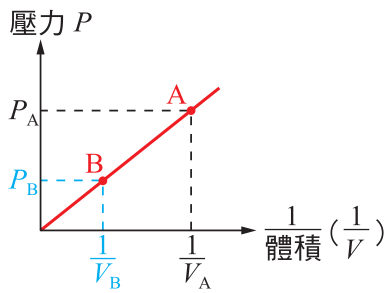
（有效的作用面積為切面，$F_{\perp} = P \times A = 1.01 \times 10^5 \times 3 \times 2 = 6.06 \times 10^5$ N。故選(B)。）

學習概念 2 波以耳定律 （配合課本 p.168）

1662 年，英國科學家波以耳從氣體實驗中發現，在密閉容器內定量低密度氣體，若其溫度保持不變，則其壓力 P 與其體積 V 成反比，即 $P \propto \dfrac{1}{V}$ （或 $P_A V_A = P_B V_B =$ 定值）；此關係式稱為波以耳定律。



▲密閉容器中溫度固定的低密度氣體，其壓力 P 和體積 V 成反比



▲密閉容器中溫度固定的低密度氣體，其壓力 P 和 $\dfrac{1}{體積}\dfrac{1}{V}$ 成正比

學習概念 3 查爾斯 - 給呂薩克定律 （配合課本 p.166）

1. ***1699* 年，法國物理學家阿蒙東的研究**：利用自製測量氣體的儀器，從實驗結果設想到「終冷」的概念，亦即當溫度低到某個程度時，所對應的氣體壓力或體積似乎均會降為零。
2. ***1787* 年，查爾斯（或稱為查理）的研究**：發現氣體的膨脹性質，在壓力固定時，氣體體積與溫度變化成正比，且對於定量的氣體，當體積不變時，溫度每升高 1 °C，壓力會增加為 0 °C 時壓力的 $\dfrac{1}{273}$，更推測氣體在恆定壓力下膨脹比率是一定值。

3. 1802 年，法國科學家給呂薩克從查爾斯的研究，實驗發現：

(1) **定容下的查爾斯－給呂薩克定律：**

在密閉容器內定量低密度氣體，當氣體體積保持不變，則其壓力 P 與攝氏溫度 t 滿足

$$P = P_0\left(1+\frac{t}{273.15\ ℃}\right) = P_0\left(\frac{273.15+t}{273.15}\right) = P_0\left(\frac{T}{273.15}\right)$$

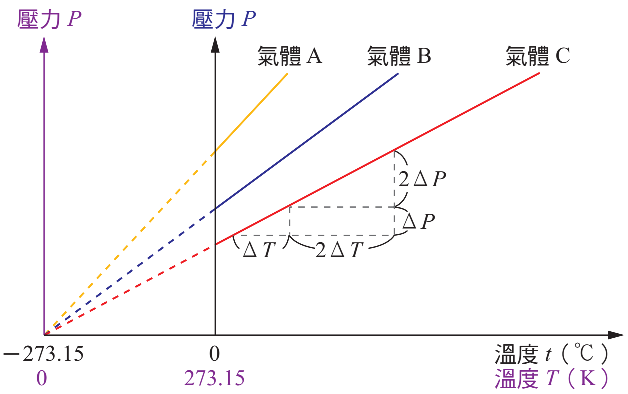
其中 P_0 表氣體在 0 ℃時的壓力，且結果與氣體種類無關。

(2) **定壓下的查爾斯－給呂薩克定律：**

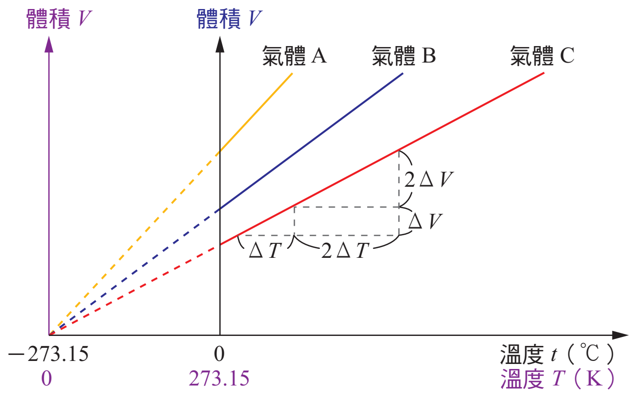
在密閉容器內定量低密度氣體，當氣體壓力保持不變，則其體積 V 與攝氏溫度 t 滿足

$$V = V_0\left(1+\frac{t}{273.15\ ℃}\right) = V_0\left(\frac{273.15+t}{273.15}\right) = V_0\left(\frac{T}{273.15}\right)$$

其中 V_0 表氣體在 0 ℃時的體積，且結果與氣體種類無關。



▲密閉容器體積固定時，低密度氣體的壓力 P 和絕對溫度 T 成正比。



▲密閉容器中壓力固定的低密度氣體，其體積 V 和絕對溫度 T 成正比。

(3) **討論：**

① 不同的低密度氣體，將其（P-t）圖或（V-t）圖以外插法作圖均交會於－273.15 ℃。

② －273.15 ℃是理論的最低溫度，實際上氣體在達此溫度前，早已成為液體或固體了。

4. 絕對溫標（又稱克氏溫標）：

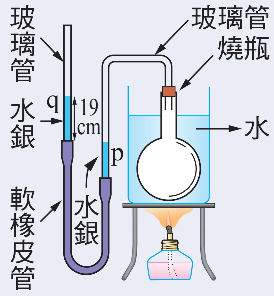
1848 年，克耳文動爵建議將理論的最低溫度－273.15℃定為絕對零度，記為 0 K；且規定絕對溫標的溫度變化 1 K 與攝氏溫標的溫度變化 1 ℃相同。若以 T 代表絕對溫度，t 代表攝氏溫度，則兩溫標的換算關係為：$T = t + 273.15$

範例 3　定容氣體溫度計

如右圖所示，在 20 ℃、1 大氣壓 (76 cmHg) 下作實驗，未加熱時 q、p 兩邊水銀面等高；將燒瓶加熱至某一溫度時，調整 q 測水銀面的高度使 p 測水銀面的位置維持在一開始處，而此時兩邊水銀的高度差為 19 cm，則：

(1) 此時燒瓶中氣體的壓力為多少大氣壓？

(2) 燒瓶中氣體的溫度為多少℃？



答　(1) 1.25 atm；(2) 93.3 ℃

解　(1)瓶內的氣體壓力 $P_2 = 76 + 19 = 95\text{ cmHg} = \dfrac{95}{76}\text{ atm} = 1.25\text{ atm}$。

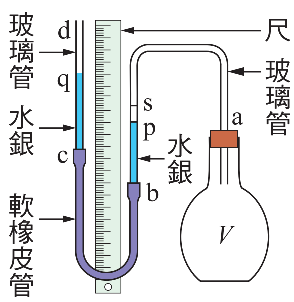
(2)設燒瓶中氣體的溫度為 x ℃，

由題目知 $\begin{cases} P_1 = 76\text{ cmHg}，T_1 = 20 + 273.15 = 293.15\text{ K} \\ P_2 = 76 + 19 = 95\text{ cmHg}，T_2 = x\text{ ℃} = (x + 273.15)\text{ K} \end{cases}$

因 p 測水銀面的位置維持在一開始處，表示氣體體積維持固定，

根據定容的查爾斯－給呂薩克定律：$\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{T_1}{T_2} \Rightarrow \dfrac{76}{95} = \dfrac{293.15}{x + 273.15}$，$x = 93.3$ ℃

類題　右圖為一定容氣體溫度計的示意圖，當 0 ℃時，b 管與 c 管中之水銀柱高度相同，均位於圖中之 s 位置。今假設 V 中的氣體溫度為 50 ℃時，仍保持 b 管中的水銀柱高度在 s 點，則 c 管中的水銀柱高度需與 b 管之水銀柱高度相差約多少 cm ？（設大氣壓力為 1 大氣壓）



答　13.9 cm

（依題意，右側氣體體積保持不變：

$\dfrac{P}{P'} = \dfrac{T}{T'} \Rightarrow \dfrac{76\text{cmHg}}{P'} = \dfrac{273}{273 + 50} \Rightarrow P' = 89.9\text{cmHg}$，

∴兩邊的高度差 $h = 89.92 - 76 = 13.9\text{ cm}$。）

學習概念 4 亞佛加厥定律 （配合課本 p.169）

1. 亞佛加厥定律：

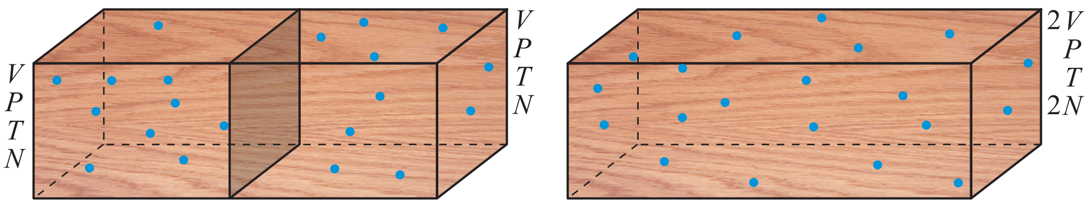
在 1811 年，義大利人亞佛加厥綜合了波以耳定律與定容或定壓的查爾斯－給呂薩克定律，發表了「亞佛加厥假說」。在相同的溫度與壓力下，任何具相同體積的氣體均含有相同數目的粒子。此假說後來被實驗所證實，稱之為亞佛加厥定律。

① 波以耳定律：PV ＝定值，在固定溫度的條件下。

② 定壓的查爾斯—給呂薩克定律：$V \propto T$，在固定壓力的條件下。

③ 定容的查爾斯—給呂薩克定律：$P \propto T$，在固定體積的條件下。

合併此三式得 $\dfrac{PV}{T}$ ＝定值 $\propto N$（粒子數）$\propto n$（莫耳數）。



▲固定氣體的壓力與溫度，當氣體分子數加倍時氣體體積亦加倍。

2. 亞佛加厥常數：

實驗顯示在 0℃、1 大氣壓的條件下，1 莫耳的任何氣體皆占有約 22.4 公升的體積。而 1 莫耳所含的粒子數目，稱為亞佛加厥數，通常以 N_A 表示。隨著量測技術的提升，亞佛加厥常數在 2019 年 5 月 20 日重新定義為 $N_A = 6.02214076 \times 10^{23}\ (1/\text{mol})$。

學習概念 5 理想氣體方程式 （配合課本 p.170）

1. 理想氣體：

滿足波以耳定律、定壓的查爾斯－給呂薩克定律或定容的查爾斯－給呂薩克定律，定量且溫度不太低的低密度氣體，稱為理想氣體。

【註：低密度氣體降到極低的溫度，此時氣體分子因能量相當小而出現一些古典物理所未曾預期到的量子效應。】

2. 理想氣體常數 R：

因 $\dfrac{PV}{T} \propto N$（粒子數）或 $\dfrac{PV}{T} \propto n$（莫耳數），即 $\dfrac{PV}{T} = nR$，R 稱為理想氣體常數。

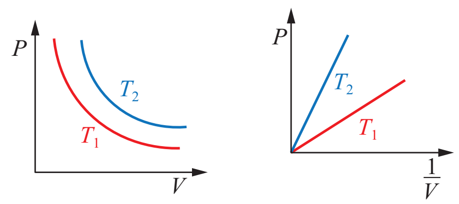
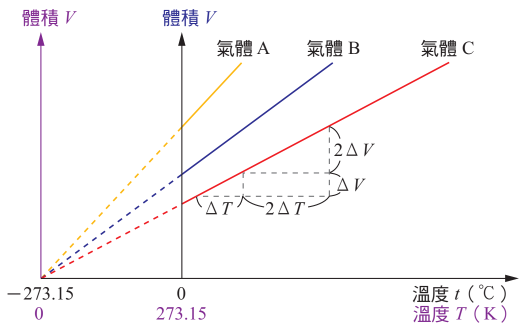
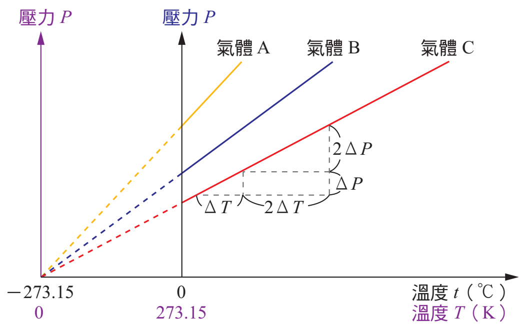
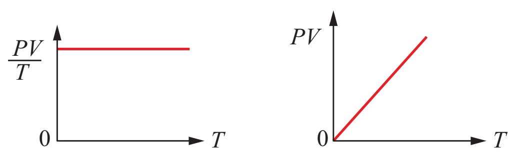
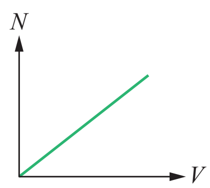
R 值約為 $0.082\ \dfrac{\text{atm}\cdot\text{L}}{\text{mol}\cdot\text{K}} = 8.314\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$（與氣體種類無關）

$$\text{理想氣體常數 } R = \frac{PV}{nT} = \frac{1\ \text{atm} \times 22.4\ \text{L}}{1\ \text{mol} \times 273.15\ \text{K}} = 0.082\ \frac{\text{atm}\cdot\text{L}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

$$= \frac{1.013 \times 10^{5}\ /\text{m}^2 \times 22.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{1\ \text{mol} \times 273.15\ \text{K}} = 8.314\ \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

3. 理想氣體方程式（或稱為理想氣體定律）：$\dfrac{PV}{T}=nR$ 或 $PV=nRT$

4. 綜合上述之內容可歸整出下表之關係式：

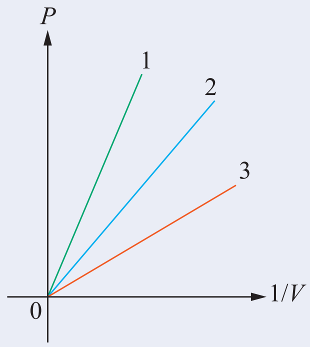
	內容與數學式 （t：攝氏溫標、T：絕對溫標）	函數圖
波以耳定律	$PV=$ 定值 $\Rightarrow P\propto\dfrac{1}{V}\Rightarrow\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{V_1}{V_2}$ 條件：定量、定溫 說明：1. $T_1<T_2$ 2. 壓力 P 與體積 V 成反比	
定壓查爾斯-給呂薩克定律	$V=V_0\left(1+\dfrac{1}{273.15}\cdot t\right)$ $=\dfrac{V_0}{273.15}\cdot T$ $V\propto T\Rightarrow\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{T_1}{T_2}$ 條件：定量、定壓 說明：體積 V 與絕對溫度 T 成正比	
定容查爾斯-給呂薩克定律	$P=P_0\left(1+\dfrac{1}{273.15}\cdot t\right)$ $=\dfrac{P_0}{273.15}\cdot T$ $P\propto T\Rightarrow\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{T_1}{T_2}$ 條件：定量、定容 說明：壓力 P 與絕對溫度 T 成正比	
波以耳-查爾斯定律	$PV\propto T\Rightarrow\dfrac{P_1V_1}{P_2V_2}=\dfrac{T_1}{T_2}$ 條件：定量 說明：壓力 P、體積 V 之乘積與絕對溫度 T 成正比	
亞佛加厥定律	$N\propto V\Rightarrow\dfrac{N_1}{N_2}=\dfrac{V_1}{V_2}$ 條件：同溫、同壓 說明：體積 V 與分子數 N 成正比	

5

教師用書 貼心伴隨．敬請賜教

範例 4　氣體壓力、體積與溫度的關係

如右圖為某生做波以耳定律實驗，以密閉容器內氣體壓力 P 為縱坐標，體積 V 的倒數為橫坐標所作的數據圖，在 1、2、3 三種不同的狀況下，得到斜率不同的圖形。若以 n_1、n_2、n_3 與 T_1、T_2、T_3 分別代表三種情況下的氣體分子莫耳數與氣體溫度，則下列有關容器內氣體狀態的敘述，哪些是正確的？

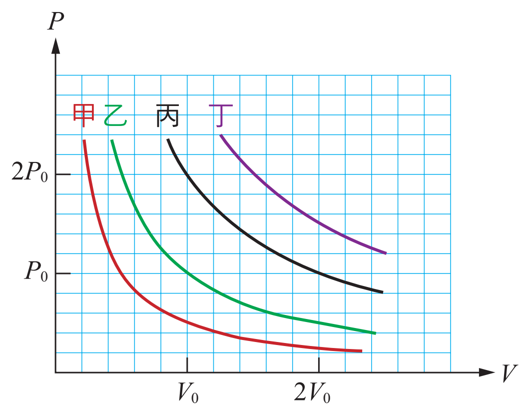


(A)若溫度 $T_1 = T_2 = T_3$，則氣體分子莫耳數的關係為 $n_1 < n_2 < n_3$
(B)若溫度 $T_1 = T_2 = T_3$，則氣體分子莫耳數的關係為 $n_1 > n_2 > n_3$
(C)若莫耳數 $n_1 = n_2 = n_3$，則氣體溫度的關係為 $T_1 > T_2 > T_3$
(D)若莫耳數 $n_1 = n_2 = n_3$，則氣體溫度的關係為 $T_1 < T_2 < T_3$
(E)若溫度一定，且莫耳數一定，則氣體的壓力 P 與體積 V 成反比　【100.指考】

答　(B)(C)(E)

解　由 $PV = nRT \Rightarrow P = (nRT)\dfrac{1}{V}$，故在 P - $\dfrac{1}{V}$ 的圖形上為通過原點的斜直線，其斜率大小正比於 $nT \Rightarrow n_1T_1 > n_2T_2 > n_3T_3$；(A)(B)若 $T_1 = T_2 = T_3 \Rightarrow n_1 > n_2 > n_3$；(C)(D)若 $n_1 = n_2 = n_3 \Rightarrow T_1 > T_2 > T_3$；(E)波以耳定律：定量氣體，在溫度不變的情況下，壓力與體積成反比。故選(B)(C)(E)。

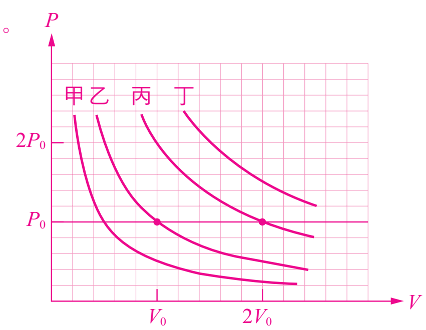
類題　在一裝設有活塞的密閉容器內裝有 1 莫耳的理想氣體，其在 300 K 測其壓力 P 與體積 V 的關係圖可得曲線乙，而其他曲線為不同狀態下所進行的實驗結果。下列敘述哪些正確？



(A)溫度高低為甲＜乙＜丙＜丁
(B)溫度高低為甲＞乙＞丙＞丁
(C)溫度高低為甲＝乙＝丙＝丁
(D)若丙容器裝 1 莫耳氣體，則其溫度約 600 K
(E)若甲容器裝 2 莫耳氣體，則其溫度約 72 K　【105.指考改】

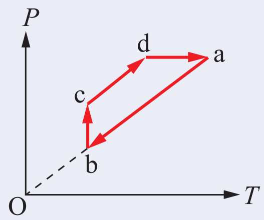
答　(D)(E)

（(A)(B)(C)由理想氣體方程式；$PV = nRT \propto nT$。因不知 n，故無法比較 T 的高低。
(D)如右圖所示，若丙容器裝 1 莫耳氣體，則 $PV \propto T$，其溫度約 600K。
(E) $\dfrac{n_甲T_甲}{n_乙T_乙} = \dfrac{P_甲V_甲}{P_乙V_乙} \Rightarrow \dfrac{2T_甲}{1\times300} \approx \dfrac{1.2P_0\times0.4V_0}{P_0V_0} = 0.48 \Rightarrow T_甲 \approx 72$ K。
故選(D)(E)。）



範例 5 理想氣體方程式

如右圖，一定量的理想氣體，在 P - T（壓力 - 絕對溫度）的關係圖中，由狀態 a 經圖中所示的過程再回到原狀態，圖中 ab 平行於 cd，且 ab 之延長線通過原點，則下列何者錯誤？



(A) a 到 b 的過程中體積不變
(B) b 到 c 的等溫過程中體積減少
(C) c 到 d 的過程中體積不變
(D) d 到 a 的等壓過程中體積增加
(E)狀態 c 的體積最小

答 (C)

解 由 $PV = nRT$：

(A) ab 過原點 O $\Rightarrow P \propto T$，又 n 定值 $\Rightarrow V$ 定值 $\Rightarrow V_a = V_b$

(B) bc 為等溫過程 $\Rightarrow P \propto \dfrac{1}{V} \Rightarrow V_b > V_c$

(C)連接 Oc 及 Od，二線皆過原點 O $\Rightarrow P \propto T$，

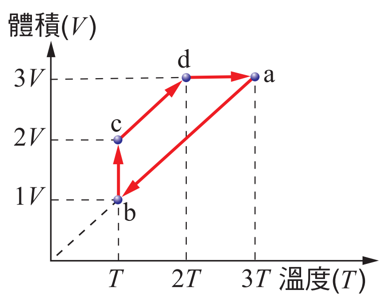
因斜率$=\dfrac{\Delta P}{\Delta T}=\dfrac{nR}{V}$，Oc 之斜率較大 $\Rightarrow V_c < V_d$

(D) da 為等壓過程，n 定值 $\Rightarrow V \propto T$，$T_a > T_d \Rightarrow V_d < V_a$

(E) $V_a = V_b > V_d > V_c$

故選(C)。

類題 如右圖，一定質量的理想氣體在 V - T（體積 - 絕對溫度）圖上，由狀態 a 經圖中所示的過程，再回到原狀態。圖中 ab 平行於 cd，且 ab 之延長線通過原點。則此理想氣體在 a、b、c、d 時之壓力比為何？



答 6：6：3：4。

（n 定值 $\Rightarrow P \propto \dfrac{T}{V}$，$P_a : P_b : P_c : P_d = \dfrac{3T}{3V} : \dfrac{T}{V} : \dfrac{T}{2V} : \dfrac{2T}{3V} = 6:6:3:4$。）

5

教師用書
貼心伴隨・敬請賜教

範例 6 理想氣體方程式

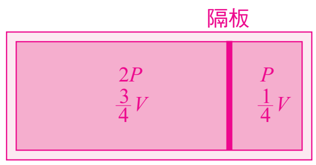
如右圖所示，一個水平放置的絕熱容器，體積固定為 V，以導熱性良好的活動隔板分成左、右兩室，內裝相同的理想氣體，容器與隔板的熱容量均可忽略。

最初限制隔板不動，使兩室的氣體溫度均為 T，但左室的氣體壓力與體積分別為右室的 2 倍與 3 倍。後來拆除限制，使隔板可以左右自由移動，則在兩室的氣體達成力平衡與熱平衡後，下列敘述何者正確？【91.指考】

(A)左室的氣體體積為 $\frac{6V}{7}$　(B) 兩室的氣體溫度均較 T 為高　(C)左室的氣體體積為右室的 2 倍　(D)左室與右室氣體的壓力比為 2：1　(E)右室的氣體分子數目為左室的 6 倍

答 (A)

解 設右室原壓力為 P，莫耳數為 n_2，體積為 $\frac{V}{4}$，



則左室原壓力為 $2P$，莫耳數為 n_1，體積為 $\frac{3V}{4}$；

因隔板拆除限制前左右兩室已達熱平衡（溫度皆為 T），且容器絕熱，故可推論拆除限制後，兩室溫度仍維持為 T。

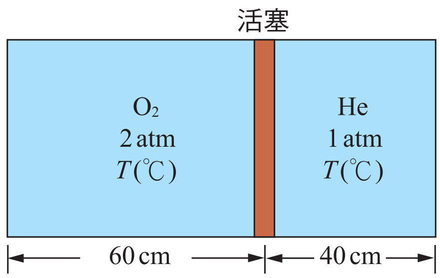
設平衡時左室體積為 V'，壓力為 P'，則：

左室：$2P\times\frac{3V}{4}=n_1RT=P'V'$ ………………… ①

右室：$P\times\frac{V}{4}=n_2RT=P'(V-V')$ ……… ②

由 $\frac{①}{②}$ 得：$V'=\frac{6}{7}V$，$n_2=\frac{n_1}{6}$。故選(A)。

類題 如右圖所示，為一長方體容器以可活動之活塞隔開為兩室。若先固定活塞，左室為 2 atm 之 O_2，右室為 1 atm 之 He，則：



(1) 若使活塞可以自由移動且為等溫過程，則平衡時活塞距容器左端為多少公分？

(2) 達平衡時，左右兩室的壓力各為若干？

答 (1) 75 cm；(2) 1.6 atm、1.6 atm

（$n_{左}：n_{右}=\frac{2\times60}{T+273.15}：\frac{1\times40}{T+273.15}=3：1$；

(1) 再度平衡時，兩室 P、T 相等，$V\propto n\Rightarrow V_{左}：V_{右}=n_{左}：n_{右}=3：1$，

$V_{左}=(60+40)\times\frac{3}{3+1}=75$ cm（活塞距左端）。

(2)左室 n、T 不變，$P\propto\frac{1}{V}\Rightarrow 2\times60=P_{左}\times75$，$P_{左}=P_{右}=\frac{8}{5}$ atm $=1.6$ atm。）

5-1 課後練習

單選題　（解析見解答本）

1.、2. 題為題組

假設重力的大小變為現在的一半，而且地表上的空氣隨之逃逸一半，則：

（　B　）1. 大氣壓力變為現在的多少倍？

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{4}$　(C) 1　(D) 2　(E) 4

（　A　）2. 此時氣壓計內的水銀柱高度應如何改變？

(A)降為原來的 $\frac{1}{2}$　(B)降為原來的 $\frac{1}{4}$　(C)維持原來的高度

(D)升高為原來的 2 倍　(E)升高為原來的 4 倍

（　D　）3. 醫療用氧氣鋼瓶內容積為 3.4 L、壓力為 15100 kPa。若鋼瓶內氣體可視為理想氣體且氣體從鋼瓶排出時溫度的降低可以忽略，則在 1 atm 的環境下，將鋼瓶內的氧氣以每分鐘 2.0 L 的流量供給病患使用，最多可提供給病患使用的時間約為下列何者？（取 1 atm 為 1.0×10^2 kPa）【113. 分科】

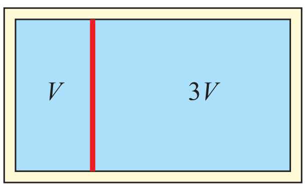
(A) 1.7 分鐘　(B) 68 分鐘　(C) 127 分鐘

(D) 255 分鐘　(E) 510 分鐘

（　B　）4. 腳踏車輪胎連結一打氣筒，原來輪胎內體積為 1.5 L，已有壓力 1 atm，打氣筒每次打進 250 cm^3 的空氣，設打氣過程中溫度保持不變，外界大氣壓力為 1 atm，要使輪胎裡的壓力恰達 4 atm，打氣的次數為何？

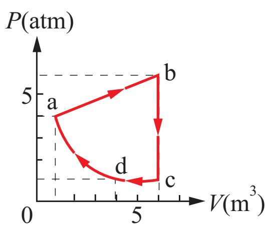
(A) 15　(B) 18　(C) 20　(D) 25　(E) 30

（　C　）5. 如右圖所示，設左、右室皆裝有相同溫度的 He 氣體，壓力各為 3 atm、2 atm，體積各為 V、$3V$。若中間隔板打開一孔且過程溫度不變，則達平衡後，由左室流至右室的氣體為左室原有氣體的多少倍？



(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $\frac{1}{4}$　(D) $\frac{1}{5}$　(E) $\frac{1}{6}$

（　D　）6. 一定量的理想氣體，在 P-V 圖上由狀態 a 經由右圖示過程再回到原狀態 a，求此理想氣體於狀態 a、b、c、d 時的絕對溫度比為何？



(A) 1：1：1：1　(B) 4：1：1：6　(C) 1：4：6：6

(D) 2：18：3：2　(E) 9：1：6：9

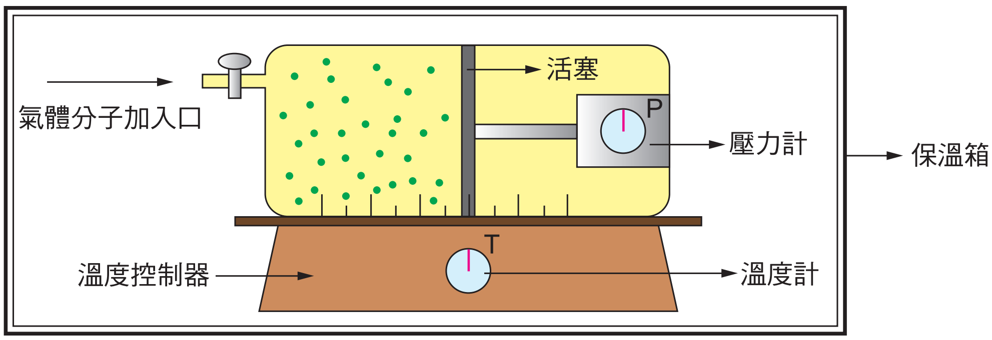
(E) 7. 耐壓為 4.00 atm 的鋼瓶內裝 27.0 ℃、1.00 atm 的理想氣體。若密閉後予以加熱，則可加溫至攝氏幾度？
(A) 273 ℃ (B) 354 ℃ (C) 900 ℃
(D) 627 ℃ (E) 927 ℃

(C) 8. 有一開口的玻璃瓶由 7 ℃慢慢加熱至 77 ℃後，將瓶口封閉再冷卻至 7℃，假設玻璃在整個過程中，體積固定不變，則冷卻後瓶內氣體的壓力和外界大氣壓力之比值為何？
(A) $\frac{6}{7}$ (B) $\sqrt{\frac{6}{7}}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\sqrt{\frac{4}{5}}$ (E) $\frac{3}{4}$

9.、10. 題為題組

已知定量的氣體，其體積、溫度與壓力的關係，可以用數學式來描述；為了找出不同變因之間的數學關係，組裝一套如下圖的設備來測量氣體的溫度、體積及壓力。氣體分子可由左側加入此裝置，中間的活塞可以左右移動，且與器壁無摩擦力，並藉由活塞左右的移動，測出氣體的體積。下側的壓力計，可紀錄氣體的壓力，容器下面為一溫度控制器，可控制並測量氣體的溫度。今加入一定量的氦氣，測量其溫度、體積和壓力的變化，得到的數據列於上表。試根據上表的數據，回答下列 9.、10. 題：

壓力（atm）	體積（L）	溫度（℃）
1	30	0
2	30	273
2	15	0
4	15	273



(A) 9. 下列有關氦氣溫度（T）、體積（V）與壓力（P）的數學關係式，何者正確？（k 是常數）
(A) $P = \frac{T}{kV}$ (B) $V = \frac{PT}{k}$ (C) $PV = \frac{k}{T}$ (D) $V = \frac{kP}{T}$ (E) $P = kTV$

(A) 10. 若此容器中氦氣的體積為 2 L，壓力為 10 atm，則其溫度應為多少 ℃？
(A) − 91 (B) 100 (C) 182
(D) 273 (E) 373

教師用書
貼心伴隨・敬請賜教

(B)11. 基於安全考量，一個容量為 10 公升的氧氣瓶，裝了一個當壓力大於 12 大氣壓時就會將氣體排出的洩氣閥，此氧氣瓶裝有溫度 300 克耳文、壓力 10 大氣壓的氧氣。在運送時，氧氣瓶被裝載在車廂中，但炎炎夏日下，車廂內溫度變高，此時洩氣閥正常工作，排出部分氣體，當運送到目的地時，氧氣瓶的氧氣壓力為 12 大氣壓、溫度為 400 克耳文。取理想氣體常數為 0.082 大氣壓．公升／莫耳．克耳文，則排出的氣體約為多少莫耳？ 【108. 指考】

(A) 1.3 (B) 0.41 (C) 0.23
(D) 0.11 (E) 0.051

(C)12. 密閉汽缸內定量理想氣體原來的壓力為 2 大氣壓，當汽缸的體積被活塞從 10 m^3 壓縮至 5 m^3，同時把汽缸內氣體的溫度從 313 ℃降溫至 20 ℃，則熱平衡後汽缸內氣體的壓力最接近多少大氣壓？ 【102. 指考】

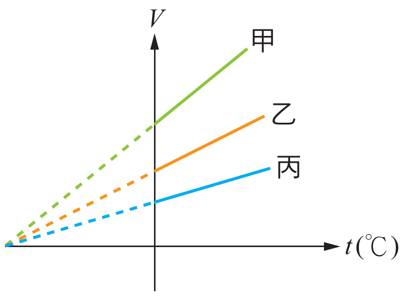
(A) 8 (B) 4 (C) 2
(D) 1 (E) 0.25

多選題

(B D) 1. 在同溫、同壓、同體積下，將乾燥空氣與潮溼空氣比較，則下列哪些正確？
(A)乾燥空氣分子的分子數較多
(B)乾燥和潮溼空氣的分子數相同
(C)乾燥空氣的分子數密度較少
(D)潮溼空氣的平均分子量較小
(E)同體積的乾燥空氣較潮溼的空氣重量輕

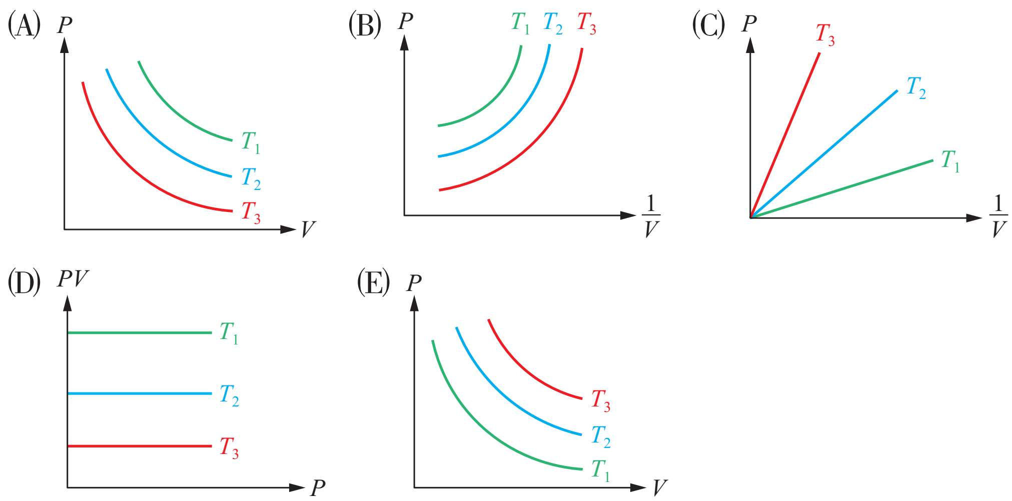
(A D) 2. 有 A、B、C 三組實驗，如下表所示。於定壓下，若測氖氣（氖 Ne 原子量＝ 20）體積與溫度之關係，如右圖所示，則下列敘述哪些正確？

	Ne 壓力	Ne 質量
實驗 A	1 atm	2.0 g
實驗 B	2 atm	1.0 g
實驗 C	3 atm	0.5 g



(A)圖中甲線表示實驗 A
(B)圖中乙線表示實驗 C
(C)圖中丙線表示實驗 B
(D)圖中三斜線相交會於－ 273 ℃
(E) 0 ℃時，甲、乙、丙的體積比為 12：6：1

（ A D ）3. 在絕對溫度 T_1、T_2、T_3 下（但 $T_1 > T_2 > T_3$）取定量的氦氣，測其 P 與 V 之關係應為下列哪些？



（ A C E ）4. 將 2 公克和 1 公克的氦分別裝入體積各為 V 的甲、乙容器裡，兩氣體從平衡溫度 T（K）升為 $2T$（K）時， 將它們混合後再等溫壓縮到 V 的容器裡，則最後混合氣體的壓力：

(A)為 T K 時甲容器壓力的 3 倍

(B)為 $2T$ K 時乙容器壓力的 1.5 倍

(C)與在 $2T$ K 時的乙容器和甲容器的壓力，其比為 3：1：2

(D)與在 T K 時的乙容器與甲容器的壓力，其比為 4：1：2

(E)為 T K 時甲容器壓力與乙容器壓力和的 2 倍

（ B D E ）5. 一導熱性良好的容器內，以導熱性良好的隔板分成體積均為 V 的甲、乙兩室。甲室裝入理想氣體氦（^{4}He），乙室裝入理想氣體氖（^{20}Ne），兩氣體的質量均為 M 克。設外界溫度維持為絕對溫度 T，則下列敘述哪些正確？

(A)甲、乙兩室中氣體分子莫耳數之比為 1：5

(B)若隔板鬆開，則隔板將往乙室移動

(C)若隔板鬆開，最後平衡時，甲、乙兩室的體積比為 10：1

(D)若將隔板抽走，最後平衡時，容器內氦氣及氖氣的分壓力之比為 5：1

(E)隔板抽走後，容器內混合氣體的總壓力為 $\dfrac{3MRT}{20V}$，其中 R 為理想氣體常數

非選題

1. 有一汽車輪胎，內含約 10 公升的空氣，胎內空氣可視為理想氣體。已知胎內壓力比胎外壓力約多 3 個大氣壓。假設輪胎內外溫度皆等於室溫 27 ℃，且 1 大氣壓＝ 1.01×10^{5} N/m^{2}、波茲曼常數 $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K，則該輪胎內約有多少個氣體分子？（已知外界大氣壓力為一大氣壓） 【101.指考】

   答：10^{24}

2. 兩同體積之氣室以一體積可以忽略之細管相連通，兩氣室內含有一大氣壓、27 ℃之理想氣體。若將其中一氣室加溫至 127 ℃，另一氣室降溫至－ 73 ℃，則氣室中之氣體的最終壓力為多少大氣壓？

   答：$\frac{8}{9}$

3. 臺東的臺灣國際熱氣球嘉年華是很受歡迎的休旅活動。要讓熱氣球升空，必須加熱氣球裡的空氣，使氣球體積變大，以增加空氣浮力（物體所受的空氣浮力等於物體在空氣中所排開同體積空氣的重量）。有一熱氣球乘載四人後的總質量為 6.0×10^{2} kg（不含球內空氣）。當 加熱其內空氣，使其體積膨脹至 3.0×10^{3} m^{3}，即可升空，此時空氣浮力等於熱氣球載人後的 總重量（含球內的空氣），則熱氣球內的空氣溫度是多少℃？（設當時外界氣溫為 22℃，空氣密度為 1.2 kg/m^{3}，氣球內、外的空氣都視為理想氣體，且加熱時球外空氣的溫度、壓力不變。） 【100.指考】

   答：81 ℃

5

教師用書

貼心伴隨・敬請賜教

5-2 氣體運動論（動力論）

學習概念 1 理想氣體的基本假設（配合課本 p.173）

1. 利用微觀的分子運動來解釋氣體壓力：

(1) 1678 年，虎克（Robert Hooke，1635 ～ 1703）首先以組成氣體的分子不斷撞擊容器壁，來解釋氣體壓力的產生，這是最早從氣體分子運動的觀點，來說明氣體壓力起因的嘗試。

(2) 1738 年，瑞士科學家白努利（Daniel Bernoulli，1700 ～ 1782）從虎克的假設出發，以微觀方式導出波以耳定律。

2. 氣體運動論（又稱氣體動力論）對理想氣體分子的基本假設：

(1) 理想氣體是由數量極大且隨機運動的分子所組成，因此適合使用統計性質來分析處理。

(2) 由於氣體分子的體積遠小於容器的體積，可將氣體分子視為質點，並且由於氣體分子間的距離相當大，因此未接觸時可以忽略其間的交互作用。

(3) 氣體分子彼此之間及其與容器壁的交互作用，僅考慮極短接觸時間內的彈性碰撞，其他時間均視為作等速運動。

3. 理想氣體的分子基本假設（即微觀模型）與真實氣體之間的比較：

	理想氣體	真實氣體	說明
分子行為	遵守 $PV = nRT$	不遵守 $PV = nRT$	真實氣體方程式不在高中範圍
分子間作用力	無	有	分子距離愈遠作用力愈可以忽略、總體積也遠小於所占有的活動空間（氣體密度低者較接近理想氣體）
分子間位能	無 （內能＝總動能）	有 （內能＝總動能＋總位能）	
質量與體積	有質量、無體積 （分子視為質點）	分子有質量與體積	
運動情形	只會移動	除了移動還有轉動、振動	單原子分子比較接近質點（如惰性氣體 He、Ne⋯）
分子與器壁或其他分子的碰撞	所有碰撞皆完全彈性碰撞	非完全彈性碰撞	
相變	永遠無法液化或固化	低溫高壓下可液化	

4. 氣體分子運動論的微觀論點：

(1) 宏觀量：可經由測量而得的物理量，如壓力、溫度、質量、體積⋯等。

(2) 微觀量：無法直接觀察及測量而得的物理量，如「每個分子」的速率、動量、動能⋯等。

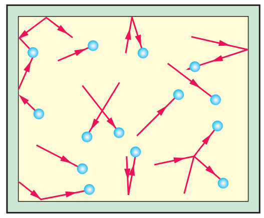
學習概念 2 碰撞與氣體壓力（配合課本 p.174）

1. 密閉容器內的氣體壓力：

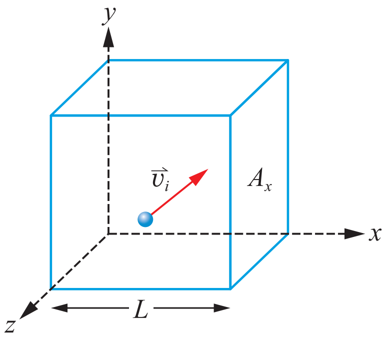
當氣體分子碰撞容器壁時，由於分子動量的變化，便對容器產生了力以及壓力。

（※ 因氣體分子不斷撞擊器壁所造成壓力 P_1 遠大於氣體分子重量所造成壓力 P_2，所以 P_2 可忽略不計。）

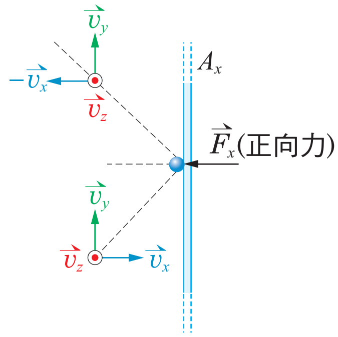
2. 平均壓力理論推導：



設邊長 L、體積 V（$=L^3$）的正立方體密閉容器內，有 N 個相同的氣體分子，每個分子的質量均為 m，如右圖所示。若器壁是光滑的剛體，則氣體分子碰撞器壁時呈彈性碰撞。



▲第 i 顆之氣體分子以之 $\vec{v}_i$ 速度朝 A_x 面入射。



▲分子撞擊器壁，其速度變化的情形。

(1) 分析單一個氣體分子對器壁碰撞所造成的作用力：

① 第 i 顆之氣體分子以 $\vec{v}_i = \vec{v}_{ix} + \vec{v}_{iy} + \vec{v}_{iz}$ 的速度朝 A_x 面入射，此分子與 A_x 面碰撞後，因只受 x 方向的正向力作用，故其 y 與 z 軸的速度分量 $v_{iy}\hat{j}$ 與 $v_{iz}\hat{k}$ 不變，而速度分量 $v_{ix}\hat{i}$ 在碰撞後變成 $-v_{ix}\hat{i}$，即一次碰撞中，每個氣體分子的動量變化量 $\Delta\vec{p}_i = -2m\vec{v}_{ix}$。

② 第 i 顆之氣體分子在 x 方向上，每經過 $2L$ 的路程會撞擊 A_x 面一次，其所經歷的時間周期 $\Delta t_i = \dfrac{2L}{v_{ix}}$，即每秒撞擊 A_x 面的次數（頻率）$= \dfrac{1}{\Delta t_i} = \dfrac{v_{ix}}{2L}$（次／秒）。

③第 i 顆氣體分子對器壁 A_x 面所施於的平均力 $\vec{F}_{ix} = \dfrac{\Delta\vec{p}_i}{\Delta t_i} = \dfrac{v_{ix}}{2L} \times (2mv_{ix}) = \dfrac{mv_{ix}^2}{L}$。

(2) 分析 N 個氣體分子對器壁碰撞所造成的作用力：

因 N 個氣體分子在 x 方向速度分量分別為 v_{1x}⋯⋯、v_{Nx}，故

氣體分子施於 A_x 面的總力 $\vec{F}_x = \Sigma\,\vec{F}_{ix} = \dfrac{m(v_{1x}^2+v_{2x}^2+\cdots+v_{Nx}^2)}{L}\,\hat{i} = \dfrac{m(\Sigma v_{ix}^2)}{L}\,\hat{i}$

(3) 分析 N 個氣體分子對器壁碰撞所造成的壓力：

$$A_x \text{ 面所受的壓力 } P_x=\frac{F_x}{A_x}=\frac{m\left(v_{1x}{}^2+v_{2x}{}^2+\cdots+v_{Nx}{}^2\right)}{L^3}=\frac{m\sum v_{ix}{}^2}{V}$$

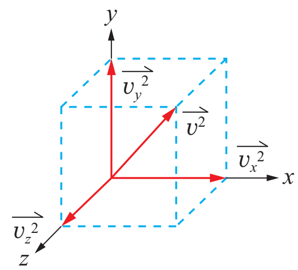
(4) 利用統計或機率概念分析分子速率：

① N 個氣體分子在 x 方向速度分量平方和的平均值 $\overline{v_x{}^2}=\dfrac{v_{1x}{}^2+v_{2x}{}^2+\cdots+v_{Nx}{}^2}{N}=\dfrac{\sum v_{ix}{}^2}{N}$

② N 個分子之速度平方和的平均值 $\overline{v^2}=\overline{v_x{}^2}+\overline{v_y{}^2}+\overline{v_z{}^2}$。

$$\overline{v^2}=\frac{\left(v_{1x}{}^2+v_{1y}{}^2+v_{1z}{}^2\right)+\left(v_{2x}{}^2+v_{2y}{}^2+v_{2z}{}^2\right)+\cdots\cdots+\left(v_{Nx}{}^2+v_{Ny}{}^2+v_{Nz}{}^2\right)}{N}$$

$$=\frac{\sum v_{ix}{}^2}{N}+\frac{\sum v_{iy}{}^2}{N}+\frac{\sum v_{iz}{}^2}{N}=\frac{\sum v_1{}^2}{N}=\overline{v_x{}^2}+\overline{v_y{}^2}+\overline{v_z{}^2}$$



③ 因氣體分子朝各方向運動的機率相等，故在 x、y、z 方向速率分量平方的平均值應相等，即 $\overline{v_x{}^2}=\overline{v_y{}^2}=\overline{v_z{}^2}=\dfrac{1}{3}\ \overline{v^2}$。

(5) 利用統計或機率概念分析器壁所受壓力：

$$A_x \text{ 面所受的壓力 } P_x=\frac{F_x}{A_x}=\frac{m\sum v_{ix}{}^2}{V}=\frac{m(N\overline{v_x{}^2})}{V}=\frac{Nm\overline{v^2}}{3V}\Rightarrow PV=\frac{1}{3}\ Nm\overline{v^2}$$

【註：因為達熱平衡時，容器內各處壓力均相等，即 $P_x=P$。】

3. 討論：

(1) 若考慮分子間的碰撞，因分子間的碰撞為彈性碰撞，故碰撞後的總動能並未改變，因此所產生之壓力也不變。

(2) 以上推導雖是針對正立方形容器，但其結果對任意形狀的容器仍然成立。

學習概念 3 分子的總動能 （配合課本 p.178）

1. 一個分子的平均移動動能 $K_{av}(\overline{K})$：

$$K_{av}=\frac{1}{2}\ m\overline{v^2}=\frac{\frac{1}{2}\ mv_1{}^2+\frac{1}{2}\ mv_2{}^2+\cdots\cdots+\frac{1}{2}\ mv_N{}^2}{N}=\frac{\sum k_i}{N}$$ （氣體分子的平均平移動能）

2. 全部分子總動能：

$$\text{容器內壓力 } P=\frac{m(N\overline{v^2})}{3V}=\frac{2N(\frac{1}{2}m\overline{v^2})}{3V}=\frac{2NK_{av}}{3V}\Rightarrow \text{氣體分子總動能 } NK_{av}=\frac{3}{2}\ PV$$

(1) 容器內的氣體壓力與每單位體積的分子移動動能（或稱移動動能密度）成正比。

(2) 僅需測量出氣體的體積與壓力（巨觀量），便可推知氣體分子的總動能（微觀量）。

範例 1　理想氣體分子的模型

有關容器內的氣體壓力，哪些敘述正確？
(A)氣體壓力與每單位體積的分子移動動能成正比　(B)溫度不變時，氣體壓力與單位體積內之分子數成反比　(C)單位體積內之分子數保持不變時，氣體壓力與絕對溫度成正比　(D)氣體壓力與器壁上之單位面積、單位時間內所受氣體分子之衝量量值成正比　(E)容器內的氣體壓力主要是由氣體重量所引起

答　(A)(C)(D)

解　(A)壓力 $P=\dfrac{m(N\overline{v^2})}{3V}=\dfrac{2N(\frac{1}{2}m\overline{v^2})}{3V}=\dfrac{2NK_{av}}{3V}$。

(B)溫度不變，$PV=nRT\Rightarrow P\propto\dfrac{n}{V}\propto\dfrac{N}{V}$。

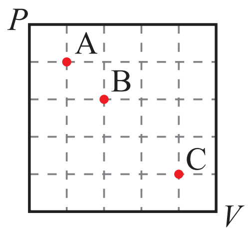
(C) $\dfrac{n}{V}$ ＝定值，$PV=nRT\Rightarrow P=\dfrac{nR}{V}T\Rightarrow P\propto T$。

(D) $P=\dfrac{F}{A}=N\dfrac{\Delta p/\Delta t}{A}=\dfrac{N\Delta p}{A\Delta t}=\dfrac{NJ}{A\Delta t}$。

(E)容器內的氣體壓力主要是由氣體分子碰撞所引起。

故選(A)(C)(D)。

類題　分別對三種理想氣體做實驗，其壓力 P 與體積 V 的關係如右圖所示；若三種單原子理想氣體 A、 B、C 的莫耳數比為 1：2：4，則 A、 B、C 三氣體的總能量比為何？



答　2：3：2

（分子總能量 $NK_{av}=\dfrac{3}{2}PV\propto PV\Rightarrow N_AK_{av,A}:N_BK_{av,B}:N_CK_{av,C}=4\times1:3\times2:1\times4=2:3:2$。）

類題　某理想氣體被灌入體積 1 升的容器內，若經測量出容器內氣體壓力為 2 atm，則容器內氣體分子的總動能為多少焦耳？（設 1 atm ＝ 1×10^5 N／m^2）

(A) 50　(B) 100　(C) 150　(D) 200　(E) 300

答　(E)

（$V=1\text{ L}=10^3\text{ cm}^3=10^{-3}\text{ m}^3$，氣體分子的總動能：
$NK_{av}=\dfrac{3}{2}PV=\dfrac{3}{2}\times(2\times1\times10^5)\times(1\times10^{-3})=300\text{ J}$。故選(E)。）

學習概念 4 分子的平均移動動能與方均根速率（配合課本 p.178）

1. 平均移動動能：

分子總動能 $NK_{av}=\dfrac{3}{2}PV$……①（由分子動力論得到）

理想氣體方程式：$PV=nRT=(\dfrac{N}{N_0})RT=N\dfrac{R}{N_0}T=NkT$……②（歸納實驗結果得到）

波茲曼常數 $k=\dfrac{R}{N_0}=\dfrac{8.31\text{J}\times\text{mol}^{-1}\times\text{K}^{-1}}{6.02\times10^{23}\text{mol}^{-1}}=1.38\times10^{-23}\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$（又稱為宇宙氣體常數）

由①、②可得 $NK_{av}=\dfrac{3}{2}PV=\dfrac{3}{2}nRT=\dfrac{3}{2}NkT\Rightarrow K_{av}=\dfrac{3}{2}kT$……③

(1) 每個氣體分子的平均移動動能僅與絕對溫度成正比，而與氣體種類、壓力、體積等因素無關。

(2) 由巨觀的溫度即可反映出微觀分子運動的激烈程度。

(3) 在定溫下，因定量氣體的總動能 $NK_{av}=\dfrac{3}{2}PV$ 為定值，即 $PV=\dfrac{2}{3}NK_{av}=$定值，滿足波以耳定律。

(4) 平均移動動能是相對於全體氣體的共同質心而言。容器相對觀察者運動時，氣體溫度並不增加。

2. 方均根速率 v_{rms}：

(1) **定義**：將各個分子的運動速率平方之後取平均再開平方根所得的值，稱為方均根速率。

$$v_{rms}=\sqrt{\left(\frac{v_1^2+v_2^2+\cdots\cdots+v_N^2}{N}\right)}=\sqrt{\overline{v^2}}\Rightarrow v_{rms}^2=\overline{v^2}=\frac{v_1^2+v_2^2+\cdots\cdots+v_N^2}{N}=\frac{\Sigma v_i^2}{N}$$

【**註**：以統計學觀點來看，在極大數目的氣體分子中各種速率平均值的表現，以方均根速率的不確定度最小，最接近真值。】

(2) **公式**：$v_{rms}=\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}=\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}$ $\begin{cases}P：\text{氣體的壓力（N/m}^2\text{）}\\ \rho：\text{氣體的密度（kg/m}^3\text{）}\\ m：\text{單一分子的質量（kg）}\end{cases}$

【推導 1】：$K_{av}=\dfrac{3}{2}kT=\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\dfrac{1}{2}mv_{rms}^2$

$\Rightarrow$分子的方均根速率 $v_{rms}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{N_0m}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$

【推導 2】：$P=\dfrac{m(N\overline{v^2})}{3V}=\dfrac{1}{3}\dfrac{Nm}{V}\overline{v^2}=\dfrac{1}{3}\rho\overline{v^2}\Rightarrow v_{rms}=\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}$

① 同溫下，方均根速率和氣體分子量 M 的平方根成反比。

② 同類氣體，方均根速率和其絕對溫度的平方根成正比。

③ 氣體分子總動量＝質心動量$\Rightarrow\Sigma\overrightarrow{p_i}=\overrightarrow{p_c}$；若容器靜止，則氣體分子總動量 $\Sigma\overrightarrow{p_i}=0$。

	巨觀	微觀	關係
溫度	物體表面熱的強度。	1. 物體內部分子運動劇烈程度，即方均根速率的大小。 2. 一個分子的平均動能之度量。	平均動能 $K_{av}=\frac{1}{2}mv_{rms}{}^2=\frac{3}{2}kT$
內能		1. 物體內部分子能量的總和：內能＝分子動能＋分子位能。 2. 理想氣體無分子力、無位能。	理想氣體內能＝分子總動能 $NK_{av}=\frac{3}{2}nRT$
熱能	物體間轉移熱的數量，稱為熱量。	物體內部分子轉移內能的數量。	熱能只在物體間傳送

範例 2　分子運動論

一容器內的理想氣體，莫耳數為 n，內能為 U，密度為 ρ，壓力為 P，絕對溫度為 T，氣體分子的方均根速率為 v，理想氣體常數為 R。依據氣體動力論，在熱平衡狀態下，下列關係何者正確？【111. 分科】

(A) $U=nRT$　(B) $U=3Pv/2$　(C) $P=\rho v^2/3$
(D) $P=\rho v^2/2$　(E) $Pv=nRT$

答 (C)

解 (A) $U=\frac{3}{2}nRT$；(B) $U=\frac{3}{2}PV$（此處 V 為體積）。

(C)(D) $v=\sqrt{\frac{3P}{\rho}}\Rightarrow P=\frac{\rho v^2}{3}$。

(E) $PV=nRT$（此處 V 為體積）。

故選(C)。

5

教師用書

貼心伴隨．敬請賜教

類題 一個氫分子的質量為 3.3×10^{-27} kg，若一體積為 0.6 m^3 的密閉容器內有 2 mole 的氫分子，假設氫分子速率平方的平均值為 $(10^3)^2\ (m/s)^2$，則施於器壁的壓力為若干 N/m^2？（亞佛加厥常數 $N_A = 6.02\times10^{23}$ 分子/莫耳）

答 $2.2\times10^3\ N/m^2$

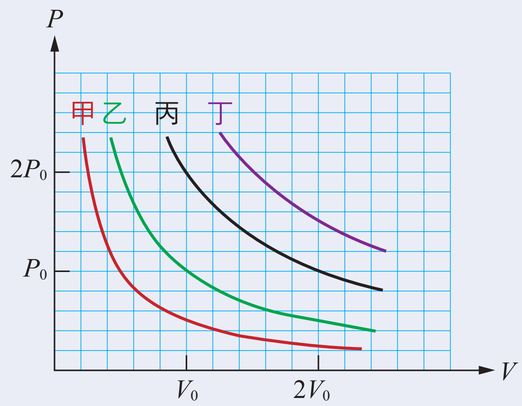
（因 $P=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3V}$，其中 $\overline{v^2}=\dfrac{{v_1}^2+{v_2}^2+\cdots+{v_N}^2}{N}={v_{rms}}^2$，

故 $P=\dfrac{(2\times6.02\times10^{23})(3.3\times10^{-27})(10^3)^2}{3\times(0.6)}=\dfrac{3.97\times10^3}{1.8}=2.2\times10^3\ N/m^2$。）

範例 3 氣體分子的方均根速率

當以壓力 P 為縱軸、體積 V 為橫軸時，在一裝設有活塞的密閉容器內 1 莫耳的理想氣體在 300 K 時的 PV 曲線如右圖中的曲線乙。假設 X 為容器內充填該理想氣體 1 莫耳，溫度升高為 600 K 時的曲線，而 Y 為容器內改充填該理想氣體 2 莫耳、溫度為 300 K 時的曲線，則下列敘述哪些正確？

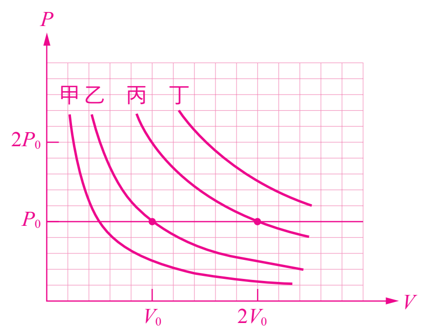
【105. 指考】



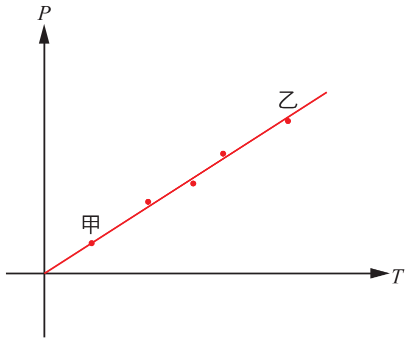
(A) X、Y 均為曲線丙 (B) X 為曲線甲，Y 為曲線丁 (C) X 為曲線丁，Y 為曲線丙 (D)曲線 X 與曲線 Y 的氣體分子方均根速率比為 $\sqrt{2}$：1 (E)曲線 X 與曲線 Y 的氣體分子方均根速率比為 2：1

答 (A)(D)

解 由理想氣體方程式：$PV=nRT\propto nT$。(A)(B)(C)比較 X 與曲線乙：莫耳數相同，溫度變為 2 倍，則 PV 乘積變為 2 倍，由右圖可判斷出 X 應為曲線丙。比較 Y 與曲線乙：溫度相同，莫耳數變為 2 倍，則 PV 乘積變為 2 倍，故同 X，為曲線丙；(D)(E)方均根速率 $v_{rms}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}\propto\sqrt{T}$，$v_{rms,X}:v_{rms,Y}=\sqrt{600}:\sqrt{300}=\sqrt{2}:1$。故選(A)(D)。



類題 某生做密閉容器內單原子理想氣體之壓力 P 與絕對溫度 T 的關係實驗，P 隨 T 的變化由甲到乙有五個數據點，其關係接近一直線，如右圖所示。下列關於本實驗過程中的敘述哪些正確？ 【106.指考】

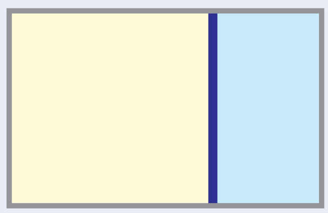


(A)容器內氣體密度保持不變 (B)容器內氣體的總動能隨絕對溫度上升而線性增大 (C)實驗時僅需保持容器體積不變，氣體外洩並不影響實驗的結果 (D)當容器內氣體溫度由 T 上升為 $2T$ 時，其分子的方均根速率增為原來的 $\sqrt{2}$ 倍 (E)當容器內氣體溫度由 T 上升為 $2T$ 時，其分子的方均根速率也增為原來的 2 倍

答 (A)(B)(D) （由 $PV=nRT \Rightarrow \frac{P}{T}=\frac{nR}{V} \Rightarrow$ P-T 圖成正比，即 n、V 固定，(A)密度 $D=\frac{M}{V}\propto\frac{n}{V}$＝定值；(B)總動能 $NK_{av}=\frac{3}{2}NkT=\frac{3}{2}nRT\propto T$；(C) n 與 V 皆須固定不變；(D)(E) $v_{rms}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}\propto\sqrt{T}$ $\Rightarrow T$ 變 2 倍，v_{rms} 變 $\sqrt{2}$ 倍。故選(A)(B)(D)。）

範例 4 理想氣體

如右圖所示，一個水平放置的絕熱容器，以一片可自由移動的絕熱隔板分隔為兩室，兩室中裝有同一種的單原子理想氣體。當隔板達靜力平衡時，右室之絕對溫度為 T，且左室與右室氣體之原子個數比為 3：1，體積比為 2：1。若在不對氣體作功的情況下，將隔板打開使兩室相通，則容器中的氣體最後達到熱平衡時之絕對溫度為何？



(A) T (B) $3T/4$ (C) $2T/3$ (D) $T/2$ (E) $T/3$ 【104.指考】

答 (B)

解 已達靜力平衡，則 $P_{左}=P_{右}$，且 $\frac{n_{左}}{n_{右}}=\frac{3}{1}$，$\frac{V_{左}}{V_{右}}=\frac{2}{1}$，由 $PV=nRT \Rightarrow T=\frac{PV}{nR} \Rightarrow T_{左}:T_{右}=\frac{P\times 2}{3\times R}:\frac{P\times 1}{1\times R}=2:3$，已知 $T_{右}=T$，故 $T_{左}=\frac{2}{3}T$，令打開隔板達熱平衡時的絕對溫度為 T'，由打開前、後總能量守恆：$\frac{3}{2}n_{左}RT_{左}+\frac{3}{2}n_{右}RT_{右}=\frac{3}{2}(n_{左}+n_{右})RT' \Rightarrow 3\times\frac{2}{3}T+1\times T=(3+1)\times T' \Rightarrow T'=\frac{3}{4}T$。故選(B)。

類題 兩個絕熱容器內裝有相同的理想氣體，壓力相等，其中一個容器的體積為 V，溫度為 150 K，另一個容器的體積為 $2V$，溫度為 450 K。若使這兩個容器互相連通，則熱平衡時氣體的溫度為多少 K？

(A) 200 (B) 270 (C) 300 (D) 350 (E) 375

答 (B) （由理想氣體方程式：$PV=nRT \Rightarrow n=\frac{PV}{RT}\propto\frac{V}{T} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2}=\frac{V_1T_2}{V_2T_1}=\frac{450\times V}{150\times 2V}=\frac{3}{2}$，設平衡時的溫度為 T'，則由混合過程總動能守恆：$\frac{3}{2}n_1RT_1+\frac{3}{2}n_2RT_2=\frac{3}{2}(n_1+n_2)RT'$ $\Rightarrow T'=\frac{n_1T_1+n_2T_2}{n_1+n_2}=\frac{3\times150+2\times450}{3+2}=270$ K。故選(B)。）

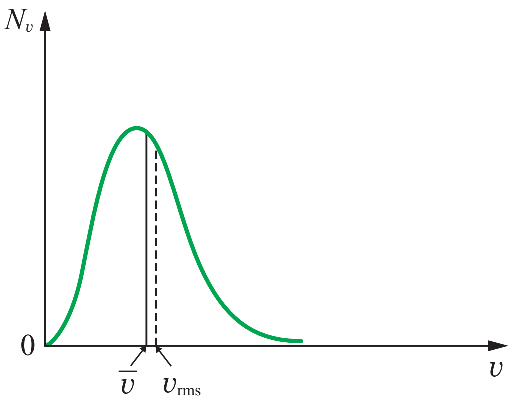
5

教師用書 貼心伴隨．敬請賜教

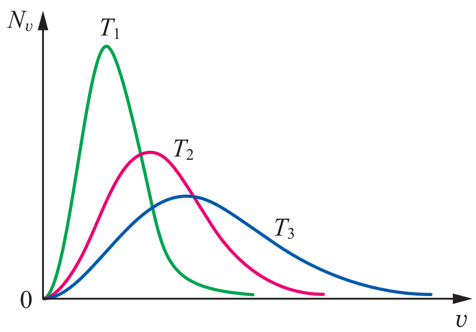
學習概念 5 系統中氣體分子速率的分布（配合課本 p.182）

1. 馬克士威的分子速率分布函數圖：

1859 年英國物理學家馬克士威，主張只能用數學「統計學」方法才能正確地描述大量分子的運動狀態。其論點為：分子數極大量情況下，碰撞的結果並非使其速率趨於一定值，而是呈現一個不隨時間而變的統計分布，稱為分子速率分布函數。如下圖(一)所示。



▲圖(一)：某一溫度達熱平衡狀態時的分子速率分布圖，$\bar{v}$ 為平均速率，v_{rms} 為方均根速率。



▲圖(二)：不同溫度下分子速率分布圖。$T_1 < T_2 < T_3$ 但曲線下面積不變。

(1) **坐標軸含意**：分布函數中的縱軸 N_v 表示出現速率 v 的機率密度。

(2) **曲線面積的物理意義**：曲線下與橫軸之間所包圍的面積等於氣體分子的粒子數。

① $N_v \Delta v$ 的乘積表示分子速率介於 v 到 $v + \Delta v$ 之間的分子數目。

② 曲線下與橫軸之間所包圍的總面積等於氣體分子在某溫度下的總粒子數。

(3) **分布的意義**：由圖中的曲線可知，速率極大或極小的分子僅占少數，大多數分子的速率，分布在曲線上峰值附近。

① **分子數最多的速率** $v_p = \sqrt{\dfrac{2kT}{m}}$（補充資料）

② **平均速率** $\bar{v} = \dfrac{n_1v_1 + n_2v_2 + \cdots\cdots + n_Nv_N}{n_1 + n_2 + \cdots\cdots + n_N} = \dfrac{\Sigma n_iv_i}{\Sigma n_i} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$（所有分子速率的加權平均值）

③ **方均根速率** $v_{rms} = \sqrt{\dfrac{n_1v_1^2 + n_2v_2^2 + \cdots\cdots + n_Nv_N^2}{n_1 + n_2 + \cdots\cdots + n_N}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$（所有分子速率平方的平均值）

圖(一)中的曲線可知 $\bar{v} < v_{rms}$ 但 $\bar{v}$ 的粒子數卻大於 v_{rms} 的粒子數。

【註：以統計學觀點來看，在極大數目的氣體分子中各種速率平均值的表現，以方均根速率的不確定度最小，最接近真值。】

(4) **溫度改變**：因為密閉系統，當溫度升高時如 $T_1 < T_2 < T_3$，氣體分子的平均動能、總動能、方均根速率都會隨之增加。造成曲線右移與峰值降低，但曲線下面積（總粒子數）仍不變。如上圖(二)所示。

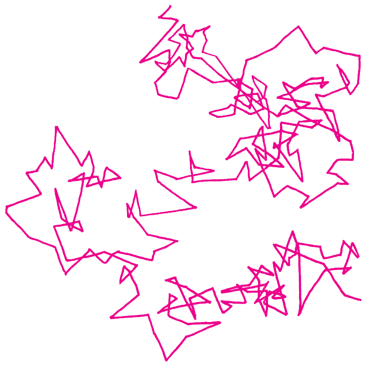
(5) 氣體運動論假設分子的運動是混亂無規的，可定量地解釋氣體壓力的成因與溫度的含意。同樣地將該理論應用在液體與固體中，也相當成功。但是直到 19 世紀末，分子存在的真實性仍沒有直接的實驗證據。

(6) 後續影響：普朗克以上頁圖(一)的氣體速率分布圖為基礎，採用統計力學的方式並引進能量不連續的觀念，成功解釋熱輻射現象，成為近代物理中量子理論的先鋒。

2. 布朗運動：

(1) **布朗運動的發現：**

1827 年，英國植物學家布朗在研究植物授粉的過程中，意外發現顯微鏡下懸浮水中的花粉微粒，竟然不停地作不規則的折線運動，如右圖所示。而且顆粒愈小，運動便愈活躍。這種懸浮在液體中微小顆粒的運動，稱為布朗運動。



(2) **布朗運動的來源：**

英國的拉姆賽於 1876 年提出，布朗運動是由於懸浮在水中的微粒，受到水分子不均勻的碰撞所引起。但科學家始終未能建立起可用實驗檢驗的定量理論。

(3) **布朗運動的定量理論：**

直到 1905 年，愛因斯坦從分子碰撞的觀點，以統計方法分析布朗運動的現象，這是第一篇可用實驗檢驗的定量理論。在此理論中，他預言了微粒平均運動路徑長度，與溫度、微粒大小、微粒濃度及液體黏稠度等因素的關係，為後來的實驗驗證工作指引了具體的方向。如溫度愈高，水分子運動的速度愈快，撞擊微粒的作用愈強，布朗運動便愈明顯。另一方面，若微粒愈小，在某瞬間與其相撞的分子數愈少，則撞擊作用的不均勻性就愈明顯，而布朗運動便愈活躍。

(4) **驗證布朗運動的實驗：**

法國物理學家佩蘭，注意到愛因斯坦關於布朗運動的論文後，便於 1908 年著手進行一系列的實驗，到 1910 年完全成功地驗證了愛因斯坦的布朗運動理論。佩蘭的實驗為原子與分子的存在，提供了直接的證據，終結了一場歷時約半世紀，關於原子或分子是否存在的爭論。此後，人們普遍接受原子論的觀點，而不再視其為假說。為此，佩蘭獲得了 1926 年的諾貝爾物理獎的殊榮。

(5) **布朗運動的影響：**

布朗運動證實了分子不停地在運動，而且溫度愈高其運動便愈劇烈，這種運動常稱為熱運動。原子、分子的熱運動，會影響到實驗測量的精密度，即使再精密的儀器仍無法避免粒子熱運動所造成的誤差，此種誤差屬於隨機誤差。不過對於要求精密的實驗而言，可適度降低量測時的溫度，以減少粒子的熱運動，使量測的精密度提高。

【註：大氣分子雖受重力作用，但因布朗運動而不完全沉積地表。】

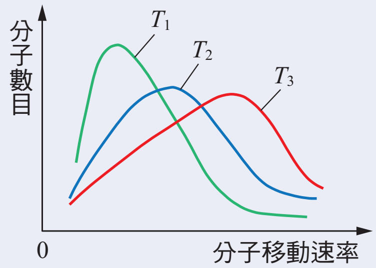
5

教師用書

貼心伴隨・敬請賜教

範例 5 氣體分子的速率分布

氣體分子在容器內的移動速率隨著溫度的升高而增快，單位時間內碰撞次數也隨之變大，參與反應的分子比率也跟著增大。某氣體分子在不同溫度 T_1、T_2 及 T_3 下，其移動速率及分子數目分布曲線的示意圖如右圖。下列敘述哪些正確？



(A)溫度高低順序為：$T_3 > T_2 > T_1$
(B)溫度高低順序為：$T_2 > T_1 > T_3$
(C)在相同溫度時，每一個氣體分子移動的速率均相同
(D)溫度升高後，具有較高動能的分子數目增加，因此反應速率增快
(E)溫度升高後，具有較高動能的分子數目減少，因此反應速率增快

答 (A)(D)

解 (A)(B)溫度愈高，分子移動的平均速率愈大，由圖可知：$T_3 > T_2 > T_1$；
(C)雖在同一容器內，但並非每一個氣體分子的速率均相同；
(D)(E)升溫後分子運動速率愈快，碰撞機會增加，反應速率增快。
故選(A)(D)。

類題 已知在某一溫度下，同種氣體分子的運動速率有大有小。今將同為 5 莫耳及 100 ℃的氦氣及氮氣注入同一密閉隔熱的真空鋼瓶內，鋼瓶上裝設有一速度選擇閥，當此閥門開啟時可以使到達該閥門而速率高於 400 m／s 的鋼瓶內任何種類氣體分子單向通過此閥門，而脫離鋼瓶。待氦氣與氮氣達到熱平衡後開啟此速度選擇閥一段時間，然後關閉。當存留於鋼瓶內的氦氣與氮氣再次達到熱平衡後，則下列關於鋼瓶中氦氣與氮氣的敘述，何者正確？（氦氣分子量為 4，氮氣分子量為 28） 【103.指考】
(A)氦氣的溫度較氮氣高 (B)氮氣的溫度較氦氣高 (C)氮氣的分壓較氦氣高
(D)氦氣的分壓較氮氣高 (E)兩種氣體的分子數目相等

答 (C)

（因為當兩種氣體的溫度相同時，氣體的方均根速率 $v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{M}} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$，故氦氣的方均根速率比較快，而氮氣的方均根速率比較慢，故兩者的速率分布圖不一樣，造成氦氣分子運動速率超過 400 m／s 的分子數必定多於氮氣分子數，所以速度選擇閥關閉後，氮氣分子數會較多。故最後平衡後在相同體積、同溫的情況下，分子數的多寡決定分壓的大小，所以氮氣的分壓較氦氣高。故選(C)。）

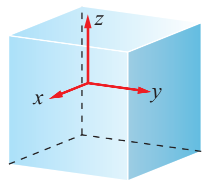
教師用書
貼心伴隨・敬請賜教

5-2 課後練習

單選題 （解析見解答本）

(B) 1. 下列關於體積固定之密閉容器內理想氣體的性質敘述，何者正確？【102. 指考】
(A)壓力和分子平均動量的平方成正比
(B)壓力和所有氣體分子之移動動能的和成正比
(C)溫度升高時，每一個氣體分子的動能都會增加
(D)溫度下降時，密閉容器內理想氣體的壓力升高
(E)氣體分子和容器壁的碰撞是否為彈性碰撞，並不會影響壓力的量值

(E) 2. 絕對溫度為 T 的某理想氣體密封於一個立方盒內，如右圖所示。依氣體動力論，下列數學式中何者錯誤？
（v_x 代表分子速度 $\vec{v}$ 在 x 軸方向之分量，分子速率 $v=|\vec{v}|$，分子的方均根速率以 v_{rms} 表示，$\langle v_x\rangle$ 代表所有分子 v_x 的平均值，餘類推。k 為波茲曼常數，m 為分子質量。）【93.指考】



(A) $\langle v_x\rangle=0$　(B) $\langle v\rangle\neq 0$　(C) $\langle v_x^2\rangle=\dfrac{1}{3}\langle v^2\rangle$
(D) $\langle v_{rms}^2\rangle=\langle v^2\rangle$　(E) $v_{rms}=\sqrt{\dfrac{3kT}{2m}}$

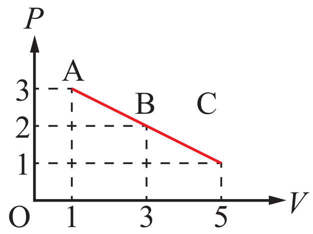
(B) 3. 已知氫分子（H_2）之方均根速率在室溫 300 K 時約為 2000 m/s，而氧分子（O_2）的方均根速率在 1200 K 時約為多少 m/s ？
(A) 500　(B) 1000　(C) 2000
(D) 4000　(E) 8000

(A) 4. 有一個靜止容器內裝 2 公克的氫氣，若容器內溫度為 27 ℃，則容器內所有氫分子的總動能約為多少焦耳？
(A) 3.7×10^3　(B) 6.2×10^3　(C) 8.0×10^3
(D) 1.2×10^4　(E) 2.7×10^4

(D) 5. 設於某密閉容器中裝有一莫耳之單原子分子理想氣體，其溫度由 300 K 升高至 600 K。設容器之體積不變，則下列敘述何者錯誤？
(A)氣體之密度不變　(B)氣體之壓力為原來之 2 倍　(C)氣體分子之平均動能為原來之 2 倍　(D)氣體分子之方均根速率為原來之 2 倍　(E)在升溫過程中氣體共吸熱 3.74×10^3 焦耳

6.、7. 題為題組

某一定質量的理想氣體，經歷了某一系列的狀態變化 A → B → C，其壓力與體積的關係如右圖所示。試回答 6.、7. 兩題：



(D) 6. 有關氣體在狀態變化 A → B → C 的過程，下列敘述何者正確？

(A)氣體的溫度一直降低　(B)氣體的溫度保持不變

(C)氣體分子的平均動能逐漸增加　(D)氣體的內能先增加後減少

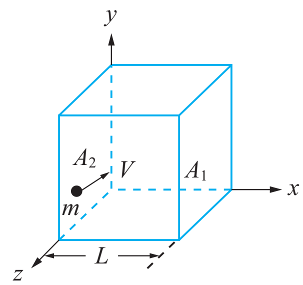
(E)氣體不斷放出熱量

(B) 7. A 、 B 、C 三個狀態下分子的方均根速率之比為何？

(A) 3：6：5　(B) $\sqrt{3}$：$\sqrt{6}$：$\sqrt{5}$　(C) $\sqrt{5}$：$\sqrt{6}$：$\sqrt{3}$

(D) 5：6：3　(E) 1：1：1

(C) 8. 絕對溫度為 T 的某理想氣體密封於一個靜置桌面的立方盒內，盒內共有 N 個分子，如右圖所示。依氣體動力論，下列敘述何者錯誤？（v_x 代表分子速度 $\vec{v}$ 在 x 軸方向之分量，分子速率 $v = |\vec{v}|$，分子的方均根速率以 v_{rms} 表示，$\bar{v}_x$ 代表所有分子 v_x 的平均值，$\overrightarrow{V_C}$ 表質心速度，其餘類推。k 為波茲曼常數，m 為分子質量，M_C 為質心質量）



(A)系統總動量 $m\overrightarrow{v_1} + m\overrightarrow{v_2} + \cdots\cdots + m\overrightarrow{v_N} = M_C\,\overrightarrow{V_C} = 0$

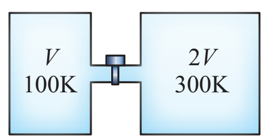
(B)系統總動能 $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 + \cdots\cdots + \frac{1}{2}mv_N^2 \neq 0$

(C)因氣體分子中有 $\frac{1}{3}$ 是沿著 x 軸運動，故 $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$

(D) $v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}(v_1^2 + v_2^2 + \cdots\cdots + v_N^2)} = \sqrt{\overline{v^2}}$

(E) $v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

(D) 9. 絕熱容器內有相同之理想氣體，壓力相同，其中一個體積為 V，溫度為 100 K，另一容器體積為 2 V，溫度為 300 K，如右圖所示。若使兩容器互相連通，則平衡時氣體溫度為何？



(A) 145 K　(B) 150 K　(C) 160 K　(D) 180 K　(E) 233 K

(E)10. 將相同種類的理想氣體分別灌入兩個不同的密閉容器中，當氣體達到熱平衡後，下列關於兩容器內氣體性質的敘述，何者正確？【107.指考】
(A)溫度較高者，壓力必定較大
(B)體積較大者，壓力必定較小
(C)壓力較大者，氣體分子的平均動能必定較大
(D)莫耳數較大者，氣體分子的總動能必定較大
(E)溫度較高者，氣體分子的方均根速率必定較大

多選題

(AD) 1. 密閉的金屬空瓶內裝有氦氣，瓶內外的溫度皆為室溫，壓力皆為一大氣壓。將該瓶置入沸水中數分鐘，若可忽略金屬瓶內部體積的改變，則下列敘述哪些正確？【108.學測】
(A)置入水中前後，瓶內氣體的分子數不變
(B)置入水中後，瓶內氣體的分子數變少
(C)置入水中前，瓶內氣體分子的平均動能較大
(D)置入水中後，瓶內氣體分子的平均動能較大
(E)置入水中前後，瓶內氣體的總動能不變

(BE) 2. 體積比為 2：1 之兩容器，分別裝以等質量之單原子理想氣體 A、B。兩者分子量之比為 16：1，且絕對溫度比為 4：1，則下列敘述哪些正確？
(A) A 與 B 的氣體總動量的比為 2：1
(B) A 與 B 的分子平均動能的比為 4：1
(C) A 與 B 的分子方均根速率的比為 2：1
(D) A 與 B 的莫耳數比為 16：1
(E) A 與 B 的壓力比為 1：8

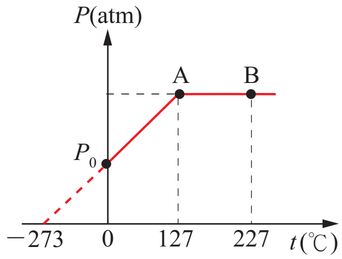
(BE) 3. 一氣球上升至高空，絕對溫度與壓力均為地表之一半，則下列敘述哪些正確？
(A)體積增為 2 倍
(B)單位體積內的分子數不變
(C)單位體積內的分子數減為 $\frac{1}{2}$ 倍
(D)氣體平均動能減為 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍
(E)氣體分子的方均根速率減為 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍

5

教師用書

貼心伴隨・敬請賜教

（ A C D ）4. 某理想氣體 0.5 莫耳，其壓力與溫度的關係如右圖所示，圖中 P_0 為 1 大氣壓，則下列敘述哪些正確？
（R ＝ 0.082 atm・L／mol・K）
(A) P_0 時氣體的體積為 11.2 公升
(B) A 點的壓力為 2.5 大氣壓
(C) A 點的體積約為 11.2 公升
(D) B 點的壓力為 1.46 大氣壓
(E) B 點的體積約為 20.0 公升



非選題

1. 有一個靜止容器內裝 2 公克的氫氣，若容器內溫度為 27 ℃，則：
(1)氫分子的平均移動動能約為多少焦耳？
(2) 氫分子的方均根速率約為多少 m／s ？
(3) 氫分子的總動量為若干？
答：(1) 6.21×10^{-21}；(2) 1934；(3) 0

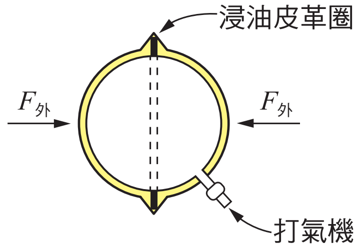
2. A 容器內裝有氦氣（原子量：He ＝ 4），其壓力為 2 atm，體積為 1 L，溫度 27 ℃；B 容器內裝有氖氣（原子量：Ne ＝ 20），其壓力為 1 atm，體積為 4 L，溫度 127 ℃。已知理想氣體常數 R ＝ 8.3 J／mol・K；1 大氣壓＝ 1.013×10^5 N／m^2。設系統與外界隔熱，今用一細管連通此兩容器，則平衡時容器內：
(1) 氣體壓力為多少大氣壓？
(2) 容器最後溫度為多少℃？
(3) 氣體分子總動能約為多少焦耳？
答：(1) 1.2；(2) 87；(3) 900

學習成效診斷

單選題 （解析見解答本）

1. ～ 4. 題為題組

設有一半徑為 $R = 1$ m 的馬德堡球放在氣壓 1.0×10^5 N / m^2 的環境中，達平衡時球內外壓力一樣。今利用打氣機使球內部充以壓力 2.0×10^5 N / m^2 的理想氣體，若過程中球體積保持不變且溫度從 27 ℃變成 127 ℃。（ 莫耳氣體常數 $R = 8.31$ J / mol · K ）



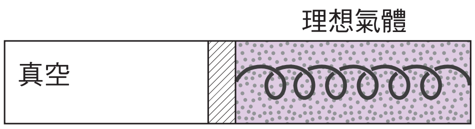
（ B ）1. 打氣機須打入約多少莫耳的氣體分子？
(A) 42 (B) 84 (C) 126 (D) 168 (E) 210

（ A ）2. 若要使氣體保持在容器內，至少應從兩側約各施力多少牛頓？
(A) 3.14×10^5 (B) 6.28×10^5 (C) 9.42×10^5 (D) 1.3×10^6 (E) 2.6×10^6

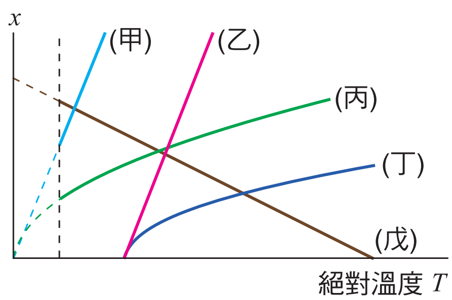
（ D ）3. 球內氣體分子的總動能約多少焦耳？
(A) 3.14×10^5 (B) 6.28×10^5 (C) 9.42×10^5 (D) 1.3×10^6 (E) 2.6×10^6

（ B ）4. 若過程無能量散失，則打氣機須作功約多少焦耳？
(A) 3.14×10^5 (B) 6.28×10^5 (C) 9.42×10^5 (D) 1.3×10^6 (E) 2.6×10^6

（ C ）5. 下圖㈠為水平放置的圓柱形密閉容器，中間以無摩擦之活塞隔開。活塞右邊和圓柱形容器的右邊以輕質彈簧相連結如下圖㈠所示，彈簧符合虎克定律，自然長度為圓柱容器長的一半。左方為真空，右方理想氣體起初的絕對溫度為 T_0。若緩慢增加活塞右方理想氣體的溫度 T，且彈簧的力常數不隨溫度變化，其對應的彈簧伸長量為 x，則 x-T 的關係最接近下圖㈡中的哪一條線？（其中甲、乙、戊為直線，丙、丁為曲線） 【99.指考】



圖㈠



圖㈡

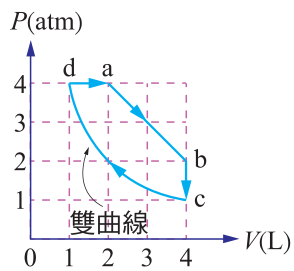
(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁 (E)戊

(　E　) 6. 一容積為 V 的氧氣筒內裝有壓力為 P 的高壓氧，筒內氣體的絕對溫度 T 與室溫相同。設病患在大氣壓力 P_0 下利用壓力差使用此氧氣筒。假設筒內的氧氣為理想氣體，氣體常數為 R，且每單位時間流出的氧分子莫耳數固定為 r，過程中氧氣筒內外溫度皆保持為 T，則此筒氧氣可使用的時間為何？　【103.指考】

(A) $\dfrac{VP}{rRT}$　(B) $\dfrac{rP_0}{RV}$　(C) $\dfrac{VR(P-P_0)}{rT}$　(D) $\dfrac{T(P-P_0)}{rRV}$　(E) $\dfrac{V(P-P_0)}{rRT}$

7. ～ 9. 題為題組

右圖顯示一定質量之理想氣體在 P-V（壓力 - 體積）圖上，由狀態 a 經圖中所示之過程再回到原狀態，其中狀態 c 變至 d 的圖線是雙曲線。試回答 7. ～ 9. 題：



(　D　) 7. 哪種變化過程中分子的平均動能始終逐漸增大？

(A)狀態 a →狀態 b　(B)狀態 b →狀態 c　(C)狀態 c →狀態 d　(D)狀態 d →狀態 a　(E)條件不足，無法判定

(　A　) 8. 氣體在 a、b、c 三狀態的溫度比為何？

(A) 2：2：1　(B) 4：3：1　(C) 1：2：4　(D) 3：2：3　(E) 1：1：1

(　A　) 9. 氣體在 a、b、c 三狀態的總能量比為何？

(A) 2：2：1　(B) 4：3：1　(C) 1：2：4　(D) 3：2：3　(E) 1 : 1 : 1

10. ～ 14. 題為題組

甲、乙兩鋼瓶分別裝有 3 mol 的氦氣及 1 mol 的氬氣，兩鋼瓶維持固定溫度，甲鋼瓶內氦氣的溫度為 300 K，乙鋼瓶內氬氣的溫度為 450 K，且甲鋼瓶容積為乙鋼瓶容積的 2 倍。（已知氦的原子量為 4，氬的原子量為 40）　【96.指考改】

(　E　)10. 甲、乙鋼瓶內的氣體壓力比為何？

(A) 2：1　(B) 4：3　(C) 1：2　(D) 2：3　(E)　1：1

(　A　)11. 甲、乙鋼瓶內的氣體分子的總動能比為何？

(A) 2：1　(B) 4：3　(C) 1：2　(D) 2：3　(E)　1：1

(　D　)12. 甲、乙鋼瓶內的氣體分子的平均移動動能比為何？

(A) 2：1　(B) 4：3　(C) 1：2　(D) 2：3　(E)　1：1

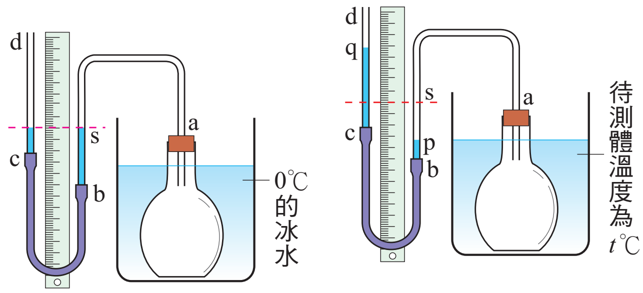
(　C　)13 甲、乙鋼瓶內的氣體分子的方均根速率比為何？

(A) $\sqrt{2}：\sqrt{3}$　(B) 4：3　(C) $\sqrt{20}：\sqrt{3}$　(D) $\sqrt{10}：1$　(E)　1：1

(C)14. 若用一條細管將兩鋼瓶連接，假設過程中無能量散失與吸收，則達熱平衡時的溫度為何？
(A) 187.5K (B) 225.5K (C) 337.5K (D) 416.5K (E) 512.5K

多選題

(A D) 1. 下圖為「定容氣體溫度計」實驗裝置與實驗步驟，若當時氣壓為 76 cmHg，則下列哪些正確？（不計水銀的蒸氣壓）



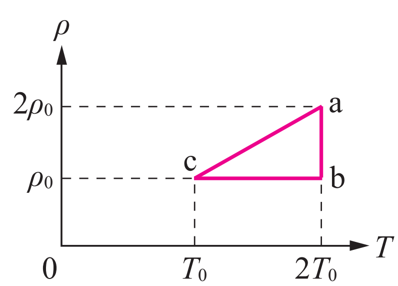
(A)當溫度升高後，應提高 c 管，使 b 管水銀面保持在 s 位置，以保持氣體體積為定值 (B)承(A)，若兩邊液面高度差 h cm，則瓶內氣體壓力為 h cmHg (C)將燒瓶溫度加熱至 t ℃，若測得瓶內的壓力為 P cmHg，則 P 與 t 成正比關係 (D)加熱過程中，瓶內的氣體莫耳數不變 (E)加熱過程中，瓶內的氣體莫耳數變少

(B D) 2. 某生對某種氣體，在室溫做驗證波以耳定律的實驗，他測數據如下表，並根據此數據畫出壓力 P 對體積倒數 $1/V$ 的關係圖。根據表中的資訊，下列敘述哪些正確？

壓力 P（atm）	0.10	0.30	0.50	0.70	1.00	1.50	2.00
體積 V（cm^3）	150.2	50.1	30.0	21.5	15.0	7.0	3.0

(A)表列結果證明此氣體在整個實驗數據範圍內，均遵守波以耳定律 (B) P 對 $1/V$ 的關係圖比 P 對 V 的關係圖更容易明確驗證波以耳定律的數學關係 (C)根據此數據可推測，當壓力 $P = 0.2$ atm 時，氣體體積約為 100.0 cm^3 (D)某生測量氣體容積的刻度，最小刻度可能為 1 cm^3 (E)如果氣體容器持續發生明顯的漏氣現象，某生也能驗證在低氣體壓力下，此氣體遵守波以耳定律

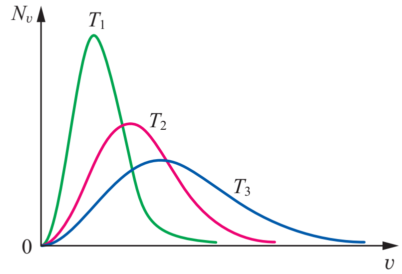
(A C D) 3. 如右圖中 a、b、c 為某一理想氣體的三個狀態。其中 ρ 為密度，T 為絕對溫度；若質量固定，則下列敘述哪些正確？



(A)狀態 b 與狀態 c 的體積相同
(B)狀態 a 的體積是狀態 b 體積的兩倍
(C)狀態 a 的壓力是狀態 b 壓力的兩倍
(D)狀態 b 的壓力是狀態 c 壓力的兩倍
(E)狀態 a 與狀態 c 的分子平均動能相同

（ A C D ）4. 對一靜止且密閉容器內的單原子理想氣體而言，下列敘述哪些正確？（波茲曼常數 $k = 1.38 \times 10^{-23}$（J／分子・K）；莫耳氣體常數 $R = 8.31$（J／mol・K）
(A)絕對溫度為 27℃時，每一個理想氣體分子的平均動能為 6.21×10^{-21} 焦耳 (B)定容下每 1 莫耳的理想氣體分子，溫度每上升 1 ℃，平均動能增加 0.082 焦耳 (C)總動量為零 (D)平均動量為零 (E)絕對溫度變為原來的兩倍，其方均根速率變為原來的 2 倍

（ A D E ）5. 某生將質量相等的同種氣體分別裝入體積相同的甲、乙和丙三個密閉容器，分別加熱至不同溫度 T_1、T_2、T_3，其中分子速率分布曲線的示意圖如右圖，v 是分子速率，N_v 是對應該速率的分子數目。則下列敘述哪些正確？



(A)三容器內溫度大小關係是甲＜乙＜丙 (B)由圖可知溫度愈高時，個別分子速率的差異性愈小 (C)三容器的氣體分子總動能甲＝乙＝丙 (D)溫度較高時，具有較高動能的分子數目增多 (E)三條曲線下方和 v 軸所圍的面積應該相同

非選題

1.、2. 題為題組

在宇宙中的各星球上是否存在氣體，和星體本身的性質和環境有關係，例如星體本身的質量愈大，吸引氣體分子的能力愈好，就愈可以阻止氣體逸散到太空中。但反過來，若其表面溫度愈高，氣體分子的平均動能愈大，也愈容易從星球逃離。已知物體要逃離星球重力場而逸散至外太空所需的能量至少為 mgR，其中 m 是物體質量、g 是星球表面重力加速度，而 R 是星球半徑。試回答下列 1.、2. 題：

1. 若某氣體每個分子的質量為 m，則此氣體分子欲脫離地球表面，所需的地表溫度至少要多少度？

答：$\dfrac{2\,mgR}{3\,k}$

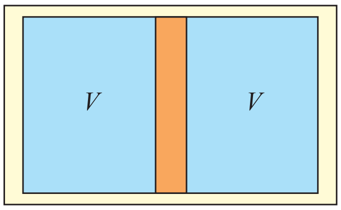
2. 試求出此氣體分子逃脫速率為若干？

答：$\sqrt{2\,gR}$

3. 甲、乙兩容器中間以附有閘門的狹管相連，閘門關閉時，體積為 20 公升的甲容器 內裝有 3.0 大氣壓的氦氣，體積為 40 公升的乙容器內裝有 6.0 大氣壓的空氣，兩容器的氣體 溫度均為 300 K。閘門打開後兩容器氣體開始混合，並且將混合後氣體的 溫度加熱至 420 K。若兩容器與狹管的體積不隨溫度而變， 則平衡後容器內混合氣體的壓力為幾大氣壓？ 【101. 學測改】

答：7.0 atm

4. 一密閉容器在溫度 27 ℃下，內部中央有一可自由滑動的絕熱隔板，將容器分隔為等體積的兩部分，如右圖所示。今將左邊氣室溫度提高為 127 ℃，而右邊仍保持 27 ℃時，則達成新的平衡時，左邊氣室的體積增加________；左邊氣室的壓力增為原來的________倍。



答：(1)$\dfrac{1}{7}V$；(2)$\dfrac{7}{6}$

5. 太陽的表面溫度為 6000 K，則：

(1) 於太陽表面的每一個氦分子的方均根速率約為多少公尺/秒？（$R = 8.31$ J/mol・K）

(2) 接近太陽表面的每一個氦分子的平均動能為多少焦耳？（$k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/分子・K）

(3) 如鄰近太陽表面的壓力為 2.5×10^{-3} 大氣壓，則太陽表面處氦氣分子的密度為多少分子/立方公尺？

答：(1) 6115；(2) 1.24×10^{-19}；(3) 3.06×10^{21}

混合題

1. ～ 3. 題為題組

志明和春嬌要結婚了，結婚當天他們打算用很多氦氣氣球來布置場地，並由好朋友阿傑負責買氦氣瓶來灌氣球。他們希望固定每顆氣球的體積，最後一顆若體積不夠則淘汰，然後數量愈多愈好。前一天阿傑忽然來電，告知他們廠商這邊有兩種鋼瓶的尺寸，他不知道要選哪一種比較好。相對來說，鋼瓶 A 是 $2P$、$3V$，鋼瓶 B 是 $6P$，V，其中 P 代表壓力、V 代表體積。若將氦氣視為理想氣體，試回答下列 1. ～ 3. 題：

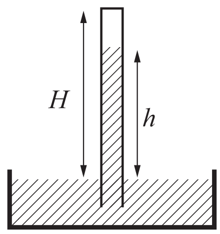
(D) 1. 按照志明和春嬌的期望，阿傑應該要選哪個鋼瓶？為什麼？
(A)鋼瓶 A，因為體積比較大可以充填比較多的氣球 (B)鋼瓶 A，因為壓力比較小可以充填比較多的氣球 (C)鋼瓶 B，因為壓力比較大可以充填比較多的氣球 (D)鋼瓶 B，因為體積比較小可以充填比較多的氣球 (E)都可以，因為兩鋼瓶可以充填的氣球數目皆相同

(B E) 2. 如果志明和春嬌決定兩個鋼瓶都買來用，則下列敘述哪些正確？（多選）
(A)使用完畢後 AB 鋼瓶內氦氣總質量降至零 (B)使用完畢後 AB 鋼瓶內氦氣的密度皆相同 (C)使用完畢後 AB 鋼瓶內部的氦氣壓力比為 3：1 (D)使用完畢後 AB 鋼瓶內部的氦氣體積皆相同 (E)使用完畢後 AB 鋼瓶內部的氦氣莫耳數為 3：1

3. 假設每一顆氣球裝填 1 g 的氦氣，體積為 4.0×10^{-3} m^3，壓力是 1.2 atm，則氣球內氦氣的總動能為多少焦耳？（1atm ＝ 1.013×10^5 N／m^2）
答：7.3×10^2 焦耳

4. ～ 5. 題為題組

某生自製水銀氣壓計來進行實驗。他將裝滿水銀的圓柱形平底長玻璃試管垂直倒立沒入水銀槽內，並以外力使閉口端高出水銀槽液面 H 公分，閉口端的玻璃厚度可忽略。當到達靜態平衡時，液體中同一水平高度上的各點壓力必相等，此時試管內水銀液面和水銀槽液面的高度差為 h 公分，如右圖所示。假設若發生 $H>h$ 的情況時，試管內的水銀面上方始終為真空。已知 1 個標準大氣壓等於 76 公分水銀柱高，記為 76 cm-Hg。試依據上述資訊與右圖，回答以下問題。 【112. 分科】



(B E) 4. 若水銀槽上方的氣壓等於 1 個標準大氣壓，並施以外力使 $H-h=5$ 且保持靜止，下列敘述哪些正確？（多選）
(A) $H<76$ (B) $h=76$ (C) $H=76$ (D)當外力拉高試管使 H 從原本的初始值增加 10 時，則 h 也會同時增加 10 (E)當外力降低試管使 H 從原本的初始值減少 10 之後，此時 $H=h$

5. 今將水銀槽上方的外界空氣始終保持在 1 個標準大氣壓，初始時 $H=70$，接著改變外力上拉試管，使 H 增加為 80。計算外力在上拉試管 10 cm 的前後，水銀的位能變化為何？假設試管的截面積為 5 cm^2，試管的重量可忽略，水銀槽液面的高度變化可忽略，水銀密度為 13.6 g／cm^3，重力加速度為 10 m／s^2。
答：增加 2.9784 焦耳

科學素養新焦點

（解析見解答本）

焚風

在夏季時，常聽到有焚風的發生。焚風是怎麼形成的呢？可以用一個簡單的熱力學模型來解釋。

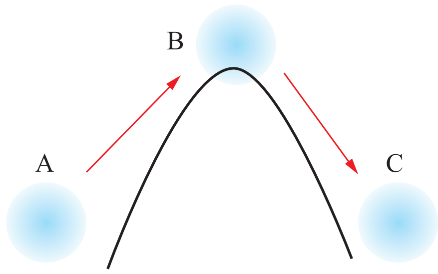
焚風發生在『背風面』。原因是迎風面的氣體帶有豐沛的水，在爬升過程中，每 100 公尺平均溫度下降 0.6 度（攝氏）；而溫度下降的過程中，空氣中的水蒸氣會陸續凝結，以致到達山頂時，幾乎非常乾燥。下降過程為乾燥空氣，每 100 公尺上升 1 度（攝氏）。因此回到地面時的溫度，比迎風面的平地來的高。

1. 為何在高處的溫度比低處要低。主要原因是大氣壓力隨著高度而降低。若氣體在爬升過程中，沒有和外界作熱量交換（稱為絕熱膨脹過程）。請問內能會增加、減少或不變？

答：減少

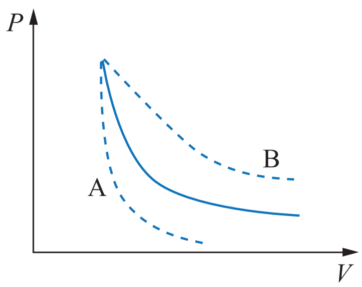
2. 如右圖所示，A 和 C 位在同一高度；若與 B 的高度差為 2000 公尺，請問 A 與 C 溫度差幾度？

答： 8



3. 假設右圖中的實線代表等溫過程，請問 A 和 B 哪一條代表絕熱膨脹過程？為什麼？

答： A，詳見解析



NOTE