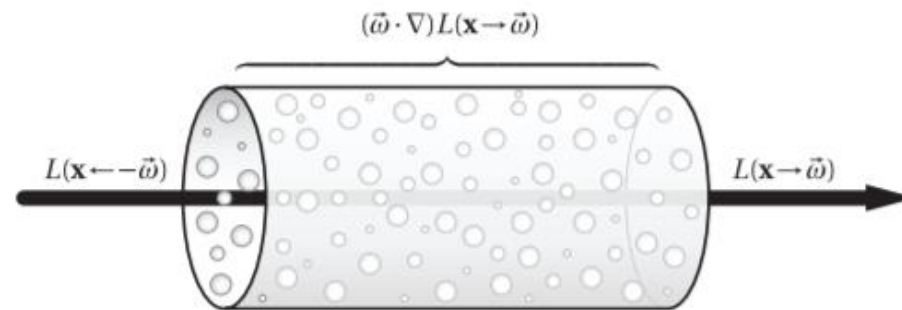


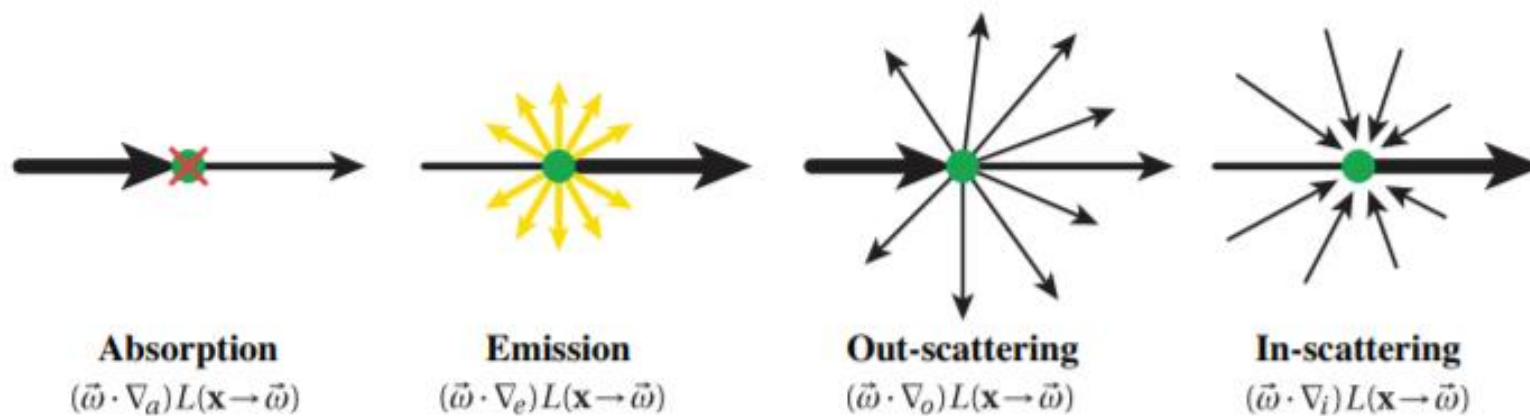
体积散射

关于散射介质的假设

- 因为粒子是微观的，并且被任意的放置，我们不需要表示每一个独立的粒子在光线中的模拟。反而，我们考虑当光线通过媒介时集合的概率行为。
- 为了更容易的推导出关于光线行为的公式假设了散射媒介的属性。尤其，我们假设中间介质可以被建模为微观粒子的集合，如右图。
- 认为粒子间的距离远大于单个粒子大小。这个假设意味着当光子通过媒介并且与粒子交互时，这种交互作用在统计上独立于后续交互事件的结果。



光线交互事件



数学模型

$$\frac{\partial L(x, \Theta)}{\partial s} = \sigma(x) \int_{\Omega} f(x, \Theta', \Theta) L(x, \Theta') d\omega' - \kappa(x) L(x, \Theta)$$

均匀介质中 透射系数sigma 和 消光系数kappa 不变，将微分写为积分的形式得：

$$L(x, \Theta) = \sigma \int_0^d \int_{\Omega} f(x - s\Theta, \Theta', \Theta) L(x - s\Theta, \Theta') d\omega' e^{-\kappa s} ds + L_o(x - d\Theta, \Theta) e^{-\kappa d}$$

对于单一粒子，上式可以写成

$$= \int_0^{\infty} [s < d ? L_s(x - s\Theta, \Theta) : L_o(x - d\Theta, \Theta)] \kappa e^{-\kappa s} ds$$

光粒子到达最近表面的后验概率等于透射率

$$P_{surface}(d) = e^{-\kappa d}$$

考虑 $s < d$ 的情况，也就是光在达到物体表面前发生了散射，

$$L_s(y, \Theta) = \int_{\Omega} \frac{\sigma}{\kappa} f(y, \Theta', \Theta) L(y, \Theta') d\omega'$$

可得散射方向 theta' 一个合适（不会积分到1）的pdf如下

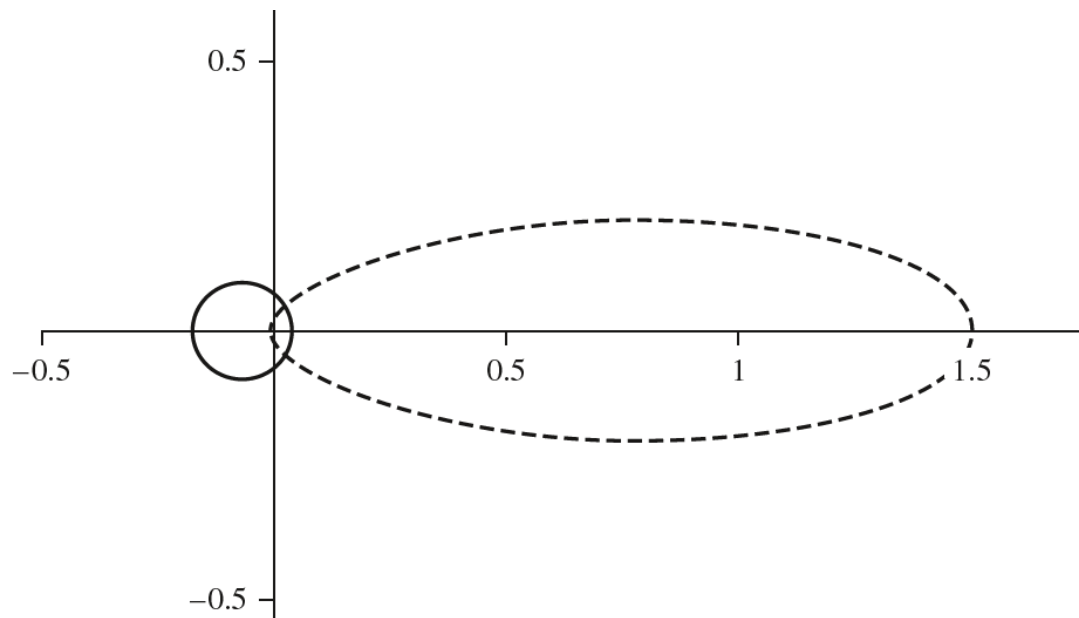
$$p_{scattering}(\Theta') = \frac{\sigma}{\kappa} f(y, \Theta', \Theta)$$

相位函数

$$p_{HG}(\cos \theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 + 2g(\cos \theta))^{\frac{3}{2}}}$$

Henyey和Greenstein提出一个现今广泛使用的相位函数，该相位函数的输入参数除了 $\cos\theta$ 之外，还有非对称参数 g 。但应用到某个参与介质上时，非对称参数 g 就固定了

- 非对称参数 g 的取值范围为 $[-1,1]$ ， g 的不同取值则对应的相位函数分布亦不相同。
- g 取 $[-1,0]$ 时光线大部分都从后半球方向散射出去，称之为后向散射（back-scattering）；
- g 取 $[0,1]$ 时光线大部分都从前半球方向散射出去，称之为前向散射（forward-scattering）。
- g 的绝对值越大，则越偏向于 ω （对于前向散射）或者 $-\omega$ （对于后向散射）方向。



$g=-0.35$ （实线）和 $g=0.67$ （虚线）时

原来的路径追踪（伪代码）

shade(p, wo)

Contribution from the light source.

Uniformly sample the light at x' ($\text{pdf_light} = 1 / A$)

Shoot a ray from p to x'

If the ray is not blocked in the middle

$$L_{\text{dir}} = L_i * f_r * \cos \theta * \cos \theta' / |x' - p|^2 / \text{pdf_light}$$

Contribution from other reflectors.

$L_{\text{indir}} = 0.0$

Test Russian Roulette with probability P_{RR}

Uniformly sample the hemisphere toward w_i ($\text{pdf_hemi} = 1 / 2\pi$)

Trace a ray $r(p, w_i)$

If ray r hit a non-emitting object at q

$$L_{\text{indir}} = \text{shade}(q, -w_i) * f_r * \cos \theta / \text{pdf_hemi} / P_{\text{RR}}$$

Return $L_{\text{dir}} + L_{\text{indir}}$

加入对体积散射的分析

shade(p, wo)

if ray scattering at p' before p

Uniformly sample the light at x' ($\text{pdf_light} = 1 / A$)

Shoot a ray from p' to x'

If the ray is not blocked in the middle

$L_{\text{dir}} = L_i * \text{phg}(\cos\theta) * 1.0 * \cos\theta' / |x' - p'|^2 / \text{pdf_light}$

$L_{\text{indir}} = 0.0$

Test Russian Roulette with probability P_{RR}

Trace a random ray $r(p', w_i)$

If ray r hit a non-emitting object at q

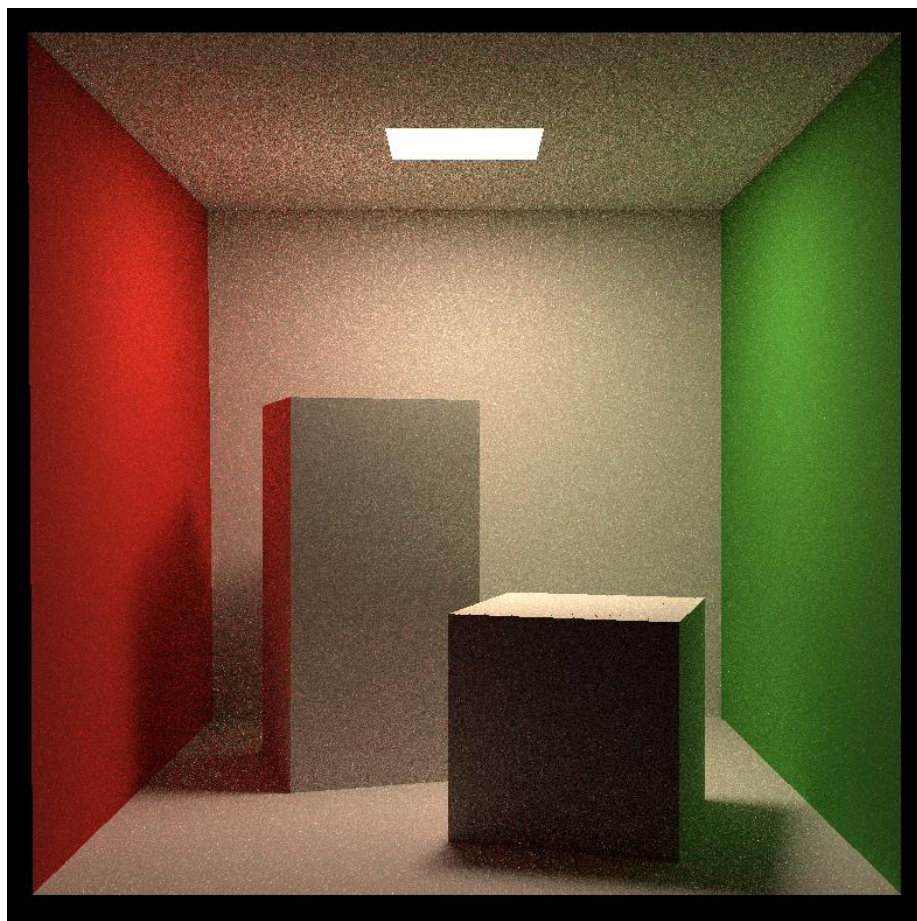
$L_{\text{indir}} = \text{shade}(q, -w_i) * \text{phg}(\cos\theta) * 1.0 / \text{pdf_scattering} / P_{\text{RR}}$

Return $L_{\text{dir}} + L_{\text{indir}}$

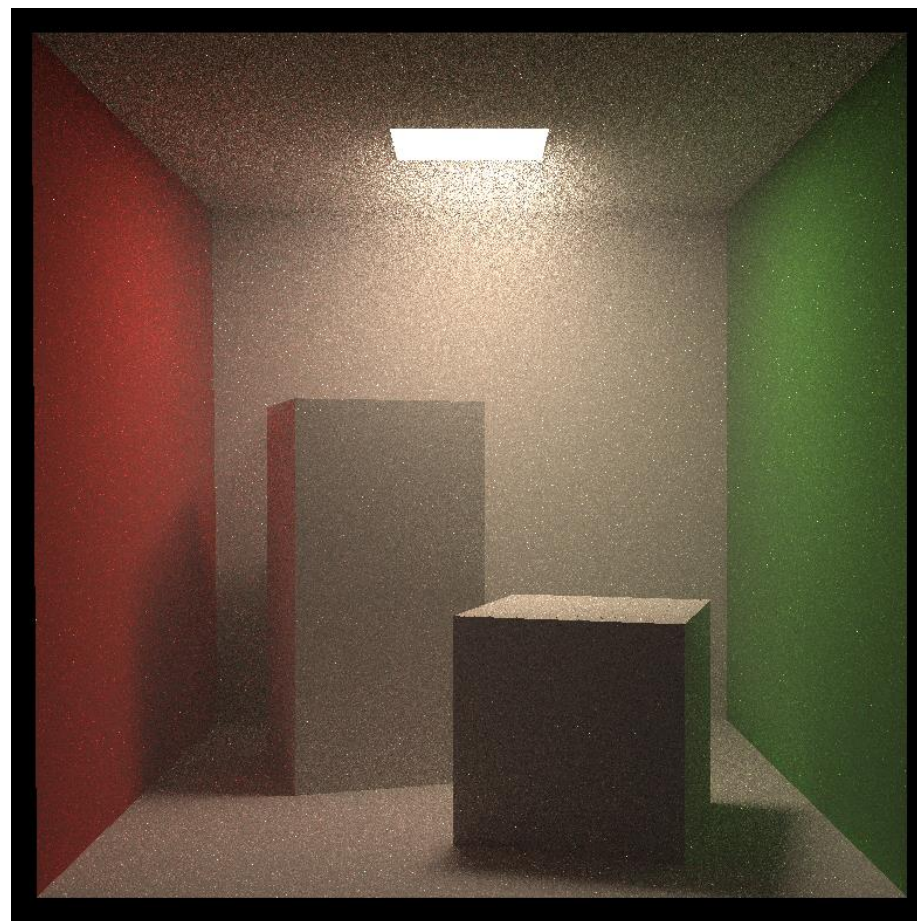
else

calculate $L_{\text{dir}} + L_{\text{indir}}$ as normal

结果



渲染体积散射前



渲染体积散射后

- 参考了 Wojciech Jarosz 的《Light Transport in Participating Media》以及 Lafortune 和 Willem's 的《Rendering Participating Media with Bidirectional Path Tracing》两篇文章。
- 参考了 yangwc 的 [Physically Based Rendering: 体积散射](#) 这篇博客。
- 本文部分截图来源上述文章。