

# Cooperación

## Sistemas Inteligentes Distribuidos

Sergio Alvarez

Javier Vázquez

# Bibliografía

- *Multiagent systems: algorithmic, game-theoretic, and logical foundations* (Shoham), cap. 9, 12
- *Artificial intelligence: a modern approach* (Russell & Norvig), cap. 17
- Lamport, L. (2001). *Paxos made simple*. ACM SIGACT News (Distributed Computing Column) 32, 4 (Whole Number 121, December 2001), 51-58.

# Introducción

Cooperación

# ¿Qué es cooperación?

- **La cooperación es un tipo de coordinación entre agentes que, en principio, no son antagónicos**
- El grado de éxito en la cooperación puede medirse por:
  - La capacidad de los agentes para mantener sus propios objetivos
  - La capacidad de permitir que otros agentes alcancen sus objetivos
- La planificación es una de las formas más sólidas de cooperación
  - Hay algunos objetivos compartidos y (quizá) un plan compartido
  - Los agentes se asignan las tareas entre ellos siguiendo el plan
- La cooperación es inherentemente compleja

# Desafíos de la cooperación

- Evitar la duplicación de esfuerzos
- Evitar las interferencias o interacciones dañinas
- Evitar la sobrecarga en la comunicación
- Optimizar la sincronización del estado del mundo y de los comportamientos esperados
- Optimizar el uso de recursos computacionales

# Estructuras de cooperación

- Una forma de reducir esta complejidad es mediante un **controlador centralizado**
  - Agente específico que asegura la coordinación
  - Tienen algún tipo de control sobre los objetivos de otros agentes, o sobre parte del trabajo asignado a un agente, de acuerdo con el conocimiento sobre las capacidades de cada agente
- En este caso, el objetivo final del sistema está asegurado por los objetivos del coordinador, que sustituyen los objetivos de los demás agentes del sistema
- Por ejemplo: reducir un problema MA-PDDL a un problema PDDL
- Desventajas:
  - El controlador centralizado se convierte en un cuello de botella
  - Impacto en la autonomía de los agentes
  - No es válido en sistemas multiagente donde sea necesaria la privacidad

# Estructuras de cooperación

- Alternativa: distribuir el control entre todos los agentes del sistema (**control distribuido**)
- Esto implica **interiorizar el control en cada agente**
  - Capacidades de razonamiento y/o habilidades sociales
  - Razonamiento sobre las intenciones y el conocimiento de otros agentes
  - Razonamiento sobre el objetivo global del sistema y cómo resolver los conflictos que surjan
- En ámbitos donde el coste de un conflicto es alto, o la resolución del conflicto es difícil, el comportamiento completamente independiente se vuelve *no razonable* (Moses & Tennenholtz)
  - Algún tipo de estructura o modelo computacional compartido siempre es necesario

# Modos de cooperación

- **Accidental:** no intencionado
- **Unilateral:** un agente ayuda intencionalmente a otro
- **Cooperación mutua:** dos o más agentes colaboran intencionalmente



# Ejemplos de contextos cooperativos

- Planificación multiagente (planta de producción, reconocimiento, etc.)
- Coordinación hombre-robot (industria, cuidado médico, etc.)
- Redes de sensores (por ejemplo, seguimiento de objetivos desde múltiples puntos de vista)
- Comercio electrónico (por ejemplo, agentes web descentralizados, mercados bursátiles, redes de redes eléctricas)



# Teorías y modelos

- Teorías de la cooperación
  - Resolución cooperativa de problemas (CPS)
  - Joint intentions
  - **Compromisos**
  - **Protocolos de interacción**
  - **Normas e instituciones**
  - Teamwork
- Planificación distribuida
  - PGP/GPGP
  - MA-STRIPS/MA-PDDL
  - MA-A\*
- **Teoría de juegos**
  - **Coaliciones**
  - **Elección social**
  - **Diseño de mecanismos**
- Coordinación por algoritmo
  - DCOP
  - **Consenso**

# Teorías y modelos

- Vamos a centrarnos en tres aspectos claves de la cooperación
  - **Teoría de coaliciones:** cómo identificar, definir e incentivar la creación de coaliciones a partir de sistemas multiagente de manera que la cooperación sea una garantía dentro de cada coalición
  - **Elección social:** cómo garantizar la cooperación en situaciones en las que los agentes tienen incentivos para cooperar, pero aun así tienen cierto grado de autonomía expresada en términos de preferencia
  - **Algoritmos de consenso:** cómo mantener la consistencia de un sistema multiagente, de manera que se llegue eficientemente a acuerdos incluso en situaciones de fallo o (hasta cierto punto) presencia de agentes maliciosos

# Teorías y modelos

- Más adelante también veremos:
  - **Diseño de mecanismos:** le daremos la vuelta a la teoría de juegos para diseñar juegos donde los agentes se vean incentivados a cooperar, voluntaria o involuntariamente, en beneficio de los objetivos del sistema
  - **Enfoques simbólicos:** uso de los símbolos (lenguaje) para crear protocolos, generar compromisos y aplicar normas para tratar el sistema multiagente como una institución o una organización

# Coaliciones

Cooperación

# Teoría de Coaliciones

- Las coaliciones emergen a partir de una identificación mutua de objetivos comunes o similares bajo el supuesto de que la coalición será capaz de cumplir estos objetivos más eficientemente que de manera individual
  - Partidos políticos
  - Equipos deportivos
  - Relaciones personales: grupos de amigos, matrimonios
  - Asociaciones (de vecinos, de estudiantes, de empresas, ...)
  - Grupos de prácticas
- La **Teoría de Coaliciones** es la parte de la Teoría de Juegos que estudia **cómo se pueden formar las coaliciones y cuál es su comportamiento estratégico desde el punto de vista colectivo** (no individual)
  - Suponemos que, **formada la coalición, hay un incentivo para que los agentes, racionalmente, cooperen**
  - Cooperación es coordinación: **la contribución de cada agente será relevante**

# Suposiciones previas

- En Teoría de Coaliciones, se asumen como ciertas siempre las siguientes propiedades sobre el sistema multiagente:
  - Las recompensas son redistribuibles: transferibles entre los miembros de una coalición
  - No existen diferentes tipos de recompensa (e.g. no hay *divisas*)
  - Las recompensas se definen sobre la coalición, en lugar de sobre los individuos
- Encontrar una coalición es, bajo estos supuestos, reducible a la **búsqueda de la coalición que maximice las recompensas, la colectiva y las individuales, recibidas**

# Definición

- Un **juego coalicional con utilidad transferible** es una tupla  $\langle N, v \rangle$ , donde:
  - $N = \{i, j, k \dots\}$  es un conjunto finito de agentes
  - $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$  es una función que retorna, para cada coalición  $S \subseteq N$ , una recompensa  $v(S)$  tal que  $v(\emptyset) = 0$
- Los miembros de una coalición  $S$  pueden redistribuirse su recompensa  $v(S)$ , es decir, pueden realizar cualquier posible asignación de esa recompensa entre los diferentes miembros
- A partir de esta definición, vamos a responder a las siguientes preguntas:
  - ¿Qué coalición se debería formar?
  - ¿Cómo debería la coalición repartir la recompensa entre sus miembros?



# Juegos superaditivos

- ¿En qué situaciones la coalición que se forme será la **gran coalición** ( $N$ )?
- Se dice de un juego  $G = \langle N, v \rangle$  que es **superaditivo** cuando cualquier posible par de coaliciones que se puedan extraer de  $N$  puede coexistir sin interferirse mutuamente:

$$\forall S, T \subset N, [S \cap T = \emptyset \rightarrow v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)]$$

- En un juego superaditivo,  $N$  recibe la máxima recompensa posible
- En adelante, vamos a suponer que estamos en un juego superaditivo
  - Existen métodos para particionar un juego no superaditivo en diversos juegos superaditivos

# Reparto de recompensas

- Una función de reparto  $\psi_i(N, v)$  asigna un valor de recompensa para cada agente  $i$  de una coalición  $N$  con recompensa  $v$ 
  - Buscaremos cumplir dos propiedades al diseñar un reparto: equidad y estabilidad
- **Equidad:** ha de ser *justo*, e.g.
  - **Valor de Shapley:** los miembros deberían recibir una recompensa proporcional a su contribución
  - Reparto igualitario: cada posible subcoalición recibe como mínimo la recompensa que podría recibir de manera independiente
- **Estabilidad:** una vez repartida la recompensa, ningún agente está incentivado a abandonar la coalición, e.g.
  - **El Núcleo (Core):** un reparto es justo si no hay ninguna subcoalición que podría conseguir una mejor recompensa siendo independiente
  - Nucleolo: un reparto es justo cuando, entre todas las subcoaliciones posibles, la mayor insatisfacción (diferencia entre lo que la subcoalición recibe y lo que recibiría de manera independiente) es lo más pequeña posible

# Valor de Shapley

- Cada miembro de una coalición debería recibir una recompensa individual **proporcional a su contribución marginal**
  - Contribución marginal: contribución neta de un miembro cuando se incorpora a un conjunto de agentes
- Caso problemático:
  - Si todos los agentes son imprescindibles:  $S \neq N \wedge v(N) = 1 \wedge v(S) = 0$  o equivalentemente  $\forall i: v(N) - v(N \setminus \{i\}) = 1$ .
  - **¿Cómo distribuimos en este caso?**
- **Necesitamos un sistema de reparto que permita otorgar pesos a cada agente**
  - De esta manera, podríamos repartir peso entre agentes con la misma contribución

# Axioma: Eficiencia

- La suma de las recompensas individuales para todos los agentes de una coalición debería coincidir con la recompensa de esa coalición:

$$\sum_{i \in N} \psi_i(N, v) = v(N)$$

# Axioma: Simetría

- Los agentes  $i$  y  $j$  se consideran **intercambiables** con respecto a  $v$  si **siempre contribuyen lo mismo, sea cual sea la coalición en la que estén**:

$$\forall S \subseteq N \setminus \{i, j\}: v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$$

- Si dos agentes  $i$  y  $j$  son intercambiables, entonces:

$$\psi_i(N, v) = \psi_j(N, v)$$

es decir, deberían recibir la misma recompensa individual

# Axioma: *Dummy player*

- Un agente  $i$  se considera ***dummy player*** si su contribución neta en cualquier coalición posible es 0:

$$\forall S \subseteq N: v(S \cup \{i\}) = v(S)$$

- Si un agente  $i$  es *dummy player*:

$$\psi_i(N, v) = 0$$

es decir, no debería recibir nada

# Axioma: Aditividad

- Si podemos separar un juego en dos partes con sus recompensas (por ejemplo, podemos hacer una división en una secuencia de tareas), entonces deberíamos poder también descomponer el reparto de recompensas:

$$\forall i, \forall v_1, v_2:$$

$$(v_1 + v_2)(S) = v_1(S) + v_2(S)$$

$$\rightarrow$$

$$\psi_i(N, v_1 + v_2) = \psi_i(N, v_1) + \psi_i(N, v_2)$$

# Función de valor de Shapley

- Antes de ver la formalización, definamos el **valor de Shapley** de manera informal: la idea principal es calcular la contribución marginal esperada
- Para hacerlo de manera justa, hemos de considerar TODAS las posibles maneras, ordenadas, de construir una coalición
- Lo haremos sumando las contribuciones marginales resultantes de añadir el agente  $i$  a todas las posibles subcoaliciones ordenadas dentro de  $N$ 
  - Ponderadas por el número de coaliciones que comienzan por esa subcoalición
  - Al final tendremos que dividir entre todas las posibles subcoaliciones



# Función de valor de Shapley

- Ejemplo:  $N = \{a, b, c\}$
- Si queremos saber la contribución marginal esperada de  $a$ , necesitaremos considerar los casos:
  - $v_1 = v(\{a\}) - v(\emptyset)$  (ponderada por 2 secuencias que comienzan por  $a$ :  $a, b, c$  y  $a, c, b$ )
  - $v_2 = v(\{b, a\}) - v(\{b\})$  (sólo 1 secuencia empieza por  $b, a$ :  $b, a, c$ )
  - $v_3 = v(\{c, a\}) - v(\{c\})$  (sólo 1 secuencia empieza por  $c, a$ :  $c, a, b$ )
  - $v_4 = v(\{b, c, a\}) - v(\{b, c\})$  (hay 2 maneras de ordenar  $\{b, c\}$ :  $b, c, a$  y  $c, b, a$ )
- En total, 6 secuencias posibles. El valor de Shapley será

$$\frac{1}{6} \cdot [2 \cdot v_1 + 1 \cdot v_2 + 1 \cdot v_3 + 2 \cdot v_4]$$

# Función de valor de Shapley

- Dado un juego coalicional  $\langle N, v \rangle$ , el **valor de Shapley** para el reparto se define, para todo  $i \in N$ , como:

$$\phi_i(N, v) = \frac{1}{N!} \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \underbrace{|S|! (|N| - |S| - 1)!}_{\text{cuántas secuencias comienzan por } S \cup \{i\}} \underbrace{[v(S \cup \{i\}) - v(S)]}_{\text{contribución marginal de } i \text{ cuando se añade a } S}$$

dividimos por el número total de ordenaciones

sumatorio para todos los subconjuntos de  $N$  que no tienen  $i$

posibles maneras ordenadas de construir  $S$

# Función de valor de Shapley

- Es demostrable que existe un único reparto  $\phi(N, v)$  que distribuye la recompensa  $v$  de manera que se cumplen los cuatro axiomas: Eficiencia, Simetría, *Dummy player* y Aditividad
- Este único reparto coincide con el resultado de aplicar la función de valor de Shapley
- Eficiencia:  $v(\{a\}) = 2, v(\{b\}) = 5, v(\{a, b\}) = 10$

$$\left. \begin{aligned} \phi_a(N, v) &= \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{a\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{b\}))] = \frac{1}{2} \cdot [2 + 5] = 3.5 \\ \phi_b(N, v) &= \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{b\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{a\}))] = \frac{1}{2} \cdot [5 + 8] = 6.5 \end{aligned} \right\} = 10$$

# Función de valor de Shapley

- Simetría:  $v(\{a\}) = 3, v(\{b\}) = 3, v(\{a, b\}) = 10$

$$\phi_a(N, v) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{a\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{b\}))] = \frac{1}{2} \cdot [3 + 7] = 5$$

$$\phi_b(N, v) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{b\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{a\}))] = \frac{1}{2} \cdot [3 + 7] = 5$$

- *Dummy player*:  $v(\{a\}) = 0, v(\{b\}) = 10, v(\{a, b\}) = 10$

$$\phi_a(N, v) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{a\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{b\}))] = \frac{1}{2} \cdot [0 + 0] = 0$$

$$\phi_b(N, v) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{b\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{a\}))] = \frac{1}{2} \cdot [10 + 10] = 10$$

# Función de valor de Shapley

- Aditividad:

$$v_1(\{a\}) = 3, v_1(\{b\}) = 6, v_1(\{a, b\}) = 10$$

$$v_2(\{a\}) = 5, v_2(\{b\}) = 4, v_2(\{a, b\}) = 10$$

$$v(\{a\}) = 8, v(\{b\}) = 10, v(\{a, b\}) = 20$$

$$\phi_a(N, v_1) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v_1(\{a\}) - v_1(\emptyset)) + 1 \cdot (v_1(\{a, b\}) - v_1(\{b\}))] = \frac{1}{2} \cdot [3 + 4] = 3.5$$

$$\phi_b(N, v_1) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v_1(\{b\}) - v_1(\emptyset)) + 1 \cdot (v_1(\{a, b\}) - v_1(\{a\}))] = \frac{1}{2} \cdot [6 + 7] = 6.5$$

$$\phi_a(N, v_2) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v_2(\{a\}) - v_2(\emptyset)) + 1 \cdot (v_2(\{a, b\}) - v_2(\{b\}))] = \frac{1}{2} \cdot [5 + 6] = 5.5$$

$$\phi_b(N, v_2) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v_2(\{b\}) - v_2(\emptyset)) + 1 \cdot (v_2(\{a, b\}) - v_2(\{a\}))] = \frac{1}{2} \cdot [4 + 5] = 4.5$$

$$\phi_a(N, v) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{a\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{b\}))] = \frac{1}{2} \cdot [8 + 10] = 9$$

$$\phi_b(N, v) = \frac{1}{2} \cdot [1 \cdot (v(\{b\}) - v(\emptyset)) + 1 \cdot (v(\{a, b\}) - v(\{a\}))] = \frac{1}{2} \cdot [10 + 12] = 11$$

# Equidad y estabilidad

- La función de valor de Shapley propone una interpretación de justicia para repartir la recompensa colectiva entre los miembros de una coalición de forma equitativa
  - Esta función no sólo tiene aplicación en Teoría de Juegos: también en explicabilidad en aprendizaje automático
- Garantizar equidad, sin embargo, no garantiza automáticamente estabilidad
  - Dado un reparto justo, ¿qué previene a los agentes buscar formar coaliciones más pequeñas donde su recompensa y/o su reparto justo sean más provechosos?

# Ejemplo: *voting game* (Leyton-Brown, Shoham)

- Un parlamento se compone de cuatro partidos políticos  $A, B, C, D$  que tienen, respectivamente, 45, 25, 15 y 15 diputados
- Para una determinada medida política, hay un presupuesto de 100 millones, para el cual tienen que decidir qué parte de ese presupuesto estará bajo el control de cada partido
- Es necesario un voto mayoritario ( $>50\%$ ) para aprobar el presupuesto
- Si no hay acuerdo, el presupuesto no se ejecutará y por lo tanto tampoco se repartirá
- Valores de Shapley: 50, 16.67, 16.67, 16.67
- **¿Hay incentivos para que alguna subcoalición decida partir la gran coalición?**

# Ejemplo: *voting game* (Leyton-Brown, Shoham)

- Un parlamento se compone de cuatro partidos políticos  $A, B, C, D$  que tienen, respectivamente, 45, 25, 15 y 15 diputados
- Valores de Shapley: 50, 16.67, 16.67, 16.67
- ¿Hay incentivos para que alguna subcoalición decida partir la gran coalición?
- Cualquier coalición entre  $B, C$  o  $D$  a solas con  $A$  ofrecerá una mayor recompensa individual
  - Por ejemplo,  $D$  podría negociar con  $A$  una coalición ( $45+25 = 70 > 50\%$  de los votos) con un reparto de 75, 25: **inestabilidad**



# El Núcleo (*The Core*)

- Una forma de medir si la estabilidad es posible es encontrando el conjunto de repartos posibles bajo los que todos los agentes siempre querrían formar la gran coalición: **el núcleo**
- Se dice que un vector de recompensas  $x$  está en el **núcleo** de un juego coalicional  $\langle N, v \rangle$  si, y sólo si:

$$\forall S \subseteq N, \sum_{i \in S} x_i \geq v(S)$$

- Es decir: para cualquier subcoalición posible, la suma de recompensas de  $x$  para sus agentes es por lo menos igual de grande que la que conseguiría colectivamente la subcoalición

# Volviendo al *voting game*...

- Un parlamento se compone de cuatro partidos políticos  $A, B, C, D$  que tienen, respectivamente, 45, 25, 15 y 15 diputados
- Valores de Shapley para  $A, B, C, D$ : 50, 16.67, 16.67, 16.67
- El conjunto de subcoaliciones que pueden conseguir una mayoría son:

$$\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{B, C, D\}, \{A, B, C, D\}$$

- La subcoalición  $\{B, C, D\}$  forma mayoría, por lo que  $v(\{B, C, D\}) = 100$
- Cualquier reparto  $x$  que sume menos de 100 para  $\{B, C, D\}$  representará un incentivo para que esta subcoalición se separe de la gran coalición
- Sin embargo, cualquier reparto  $x$  que deje al agente  $A$  con una recompensa de 0 representará un incentivo para que  $A$  negocie formar una coalición con  $B, C$  o  $D$
- En este juego **no hay núcleo**

# *Voting game con otra mayoría*

- Un parlamento se compone de cuatro partidos políticos  $A, B, C, D$  que tienen, respectivamente, 45, 25, 15 y 15 diputados
- Valores de Shapley para  $A, B, C, D$ : 50, 16.67, 16.67, 16.67
- Cambiamos la mayoría para que ahora el mínimo necesario sea el 80%
- En este caso, sólo tres coaliciones pueden formar un acuerdo válido:  $\{A, B, C\}$ ,  $\{A, B, D\}$  y  $\{A, B, C, D\}$ 
  - Todos los acuerdos válidos pasan por  $A$  o  $B$  (aunque  $v(\{A, B\}) = 0$ )
  - Cualquier reparto completo de los 100 millones entre  $A$  y  $B$  pertenece al **núcleo**

# Propiedades del núcleo

- No hay garantías de existencia de núcleo en un juego coalicional en el caso general
- Puede existir más de un vector de recompensas  $x$  en el núcleo

# Juegos simples

- El *voting game* pertenece a un tipo especial de juegos coalicionales llamados juegos simples
- Un juego  $G = \langle N, v \rangle$  es simple si la recompensa colectiva es booleana:

$$\forall S \subset N: v(S) \in \{0,1\}$$

- *Voting game* es un juego simple porque o bien hay acuerdo (una mayoría) o bien no lo hay
  - El reparto  $x$  de las recompensas individuales se puede tratar como un proceso aparte

- Además, hemos podido observar que pueden existir agentes que son decisivos para que la coalición se pueda formar
- Un agente  $i$  es un agente con veto si  $v(N \setminus \{i\}) = 0$
- **En un juego simple, el núcleo está vacío si, y sólo si, no hay agentes con veto**
- **Si hay agentes con veto, el núcleo está formado por todos los vectores  $x$  posibles en los que los agentes sin veto reciben 0**

# Juegos convexos

- Se dice de un juego  $G = \langle N, v \rangle$  que es convexo cuando dos subcoaliciones obtienen una recompensa igual o mayor que por separado tras descontar cualquier superposición:

$$\forall S, T \subset N: v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) - v(S \cap T)$$

- **Un juego convexo tiene un núcleo no vacío**
- **En un juego convexo, el valor de Shapley para su coalición pertenece al núcleo**

# Ejemplo de juego no convexo: *voting game*

- Un parlamento se compone de cuatro partidos políticos  $A, B, C, D$  que tienen, respectivamente, 45, 25, 15 y 15 diputados
- Valores de Shapley para  $A, B, C, D$ : 50, 16.67, 16.67, 16.67
- El conjunto de subcoaliciones que pueden conseguir una mayoría son:

$$v(N) = v(\{A, B\}) = v(\{A, C\}) = v(\{A, D\}) = v(\{A, B, C\}) = v(\{A, B, D\}) \\ = v(\{B, C, D\}) = 1$$

$$v(\{A\}) = v(\{B\}) = v(\{C\}) = v(\{D\}) = v(\{B, C\}) = v(\{B, D\}) = v(\{C, D\}) = 0$$

- Un caso: ¿ $v(\{A, B\} \cup \{A, C\}) \geq v(\{A, B\}) + v(\{A, C\}) - v(\{A\})$ ?
  - $1 \geq 1 + 1 - 0$ ?
  - **No, por lo tanto, este juego no es convexo**

# Ejemplo de juego convexo: *airport game*

- Varias ciudades cercanas necesitan un aeropuerto
- Si acuerdan construir un solo aeropuerto regional, las ciudades tendrán que compartir el coste del aeropuerto, que dependerá del tamaño del avión más grande requerido entre las ciudades
- Si no hay acuerdo, cada ciudad tendrá que construir su propio aeropuerto
- $N$  es el conjunto de ciudades y,  $\forall S \subseteq N$ ,  $v(S)$  es el ahorro que consigue la coalición, que es igual a la suma de los costes de construir un aeropuerto para cada ciudad en  $S$  menos el coste de construir un aeropuerto para la pista más grande requerida por cualquier ciudad en  $S$ :

$$v(\{A, C\} \cup \{B, C\}) \geq v(\{A, C\}) + v(\{B, C\}) - v(\{C\})$$



# Formación de coaliciones

- Hemos visto métodos que permiten evaluar la equidad y la estabilidad de una coalición
  - Son los dos métodos más populares, aunque hay alternativas
- El subcampo de la Teoría de Formación de Coaliciones se ocupa de estudiar cómo se puede dividir un grupo de agentes en (potencialmente) múltiples coaliciones
  - Los métodos que hemos visto permiten evaluar las coaliciones, antes de formarse o una vez formadas
  - Sin embargo, este subcampo es muy amplio e incluye el estudio de técnicas de negociación y acuerdo (equilibrios, *blocking*, *bargaining*, ...) para la búsqueda de coaliciones candidatas
- Suponiendo que una coalición está formada, continuamos con Teoría de la Elección Social: cómo llegar a acuerdos cuando, además de compartir objetivos comunes, los agentes tienen preferencias individuales

# Elección social

Cooperación

# Elección social: definición

- Teoría de la elección social
  - ¿Cómo acordar una decisión cuando hay agentes con incentivos asimétricos que aceptan cooperar?
  - El resultado de un mecanismo (o función) de elección social es una agregación de las preferencias de todos los agentes
- Dado un conjunto de agentes  $N = \{i, j, \dots\}$ , una función de elección social es una función  $f: V \rightarrow O$  tal que
  - $O$  es un conjunto de resultados (*outcomes*), e.g.: recompensas para cada agente, asignaciones de tareas, decisiones booleanas, elección de líder, ...
  - $V = \{v_i, v_j, \dots\}$  es un conjunto de preferencias  $o_x \succ o_y$  para cada agente:
    - La relación de preorden  $\succ$  es total:  $\forall x, y: (o_x \succ o_y \vee o_y \succ o_x) \wedge \neg(o_x \succ o_y \wedge o_y \succ o_x)$
    - $\succ$  es transitiva:  $o_x \succ o_y \wedge o_y \succ o_z \rightarrow o_x \succ o_z$

# Ejemplo de elección social

- Imaginemos que tenemos que los agentes 1, 2 y 3 ( $N$ ) tienen que elegir un nuevo líder ( $O$ ) entre A, B o C, a partir de esta tabla de preferencias ( $V$ ):

1	2	3
A	B	C
B	C	A
C	A	B

→ ¿A, B o C?

- ¿Qué función  $f: V \rightarrow O$  nos podría resolver la elección?

# Paradoja de Condorcet

1	2	3
A	B	C
B	C	A
C	A	B

- Una función de elección social habitual es la mayoría simple:  $\frac{N}{2} + 1$
- Como hay empates opción contra opción, vamos a intentar aplicar la mayoría sobre los órdenes de preferencia
- Podemos observar, por ejemplo, que se elige A sobre B dos veces sobre tres, y también se elige B sobre C dos veces sobre tres
- Implica eso que podemos suponer que, colectivamente, ¿se elige A sobre C?
- ¡No! **Las diferentes mayorías pueden estar compuestas por diferentes agentes**
  - La mayoría que compone la preferencia colectiva “A sobre B” es diferente de la mayoría que compone la preferencia colectiva “B sobre C”

# Paradoja de Condorcet

- **La transitividad en las preferencias individuales no implica transitividad en las preferencias sociales**
- Usar reglas sobre mayorías como funciones de elección social crea contradicciones cuando hay más de dos conjuntos de preferencias

# Elección social: propiedades deseables

- **Siempre un ganador**
  - Siempre hay al menos una opción ganadora
- **Criterio de Condorcet**
  - Para cada alternativa  $y$  a la ganadora  $x$ , la mayoría siempre prefiere  $x$  sobre  $y$
- **Criterio de Pareto** (Pareto-eficiencia)
  - Si todos los agentes prefieren  $x$  sobre  $y$ ,  $y$  nunca puede ser la opción ganadora
- **Utilidad** (no dictatorial)
  - Por lo menos dos agentes pueden influenciar el resultado de la elección
- **Monotonicidad**
  - Si  $y$  es la opción ganadora para un conjunto específico  $V$ , para cualquier conjunto  $V'$  cuyo único cambio con respecto a  $V$  es que un agente clasifica  $y$  todavía más alto, la opción  $y$  debe seguir siendo la ganadora
- **Independencia de las alternativas irrelevantes**
  - Si  $x$  es la opción ganadora e  $y$  no lo es, si los agentes cambian sus preferencias sobre cualquier alternativa, pero no sobre la preferencia entre  $x$  e  $y$ ,  $y$  no debería nunca convertirse en la ganadora

**Teorema de la imposibilidad de Arrow:**  
**es imposible tener una función de elección social Pareto-eficiente y no dictatorial que no viole la independencia de las alternativas irrelevantes**

# Algunas funciones de elección social

- **Regla de la mayoría**
  - La opción elegida por lo menos  $\frac{|N|}{2} + 1$  veces en primer puesto es la ganadora
- **Método de Condorcet**
  - $x$  está entre las opciones ganadoras si, para cada alternativa  $y$ , la mayoría prefiere  $x$  sobre  $y$
- **Método de pluralidad**
  - Las opciones ganadoras son las que tienen la mayor cantidad de primeros puestos
- **Método Borda**
  - Cada opción obtiene  $|N| - r$  puntos de cada agente  $i$ , siendo  $r$  el rango de la opción en  $V_i$
- **Liebre**
  - Se elimina la opción peor clasificada y se repite la votación hasta que solo queda una opción
- **Votación secuencial por pares con una agenda fija**
  - Previamente a la elección se elige un orden, y se vota entre la primera y la segunda, luego se vota entre la opción previamente ganadora y la tercera, etc.
- **Dictadura**
  - Se decide que un agente es dictatorial y la preferencia de este agente será la elección social



# Consenso

Cooperación

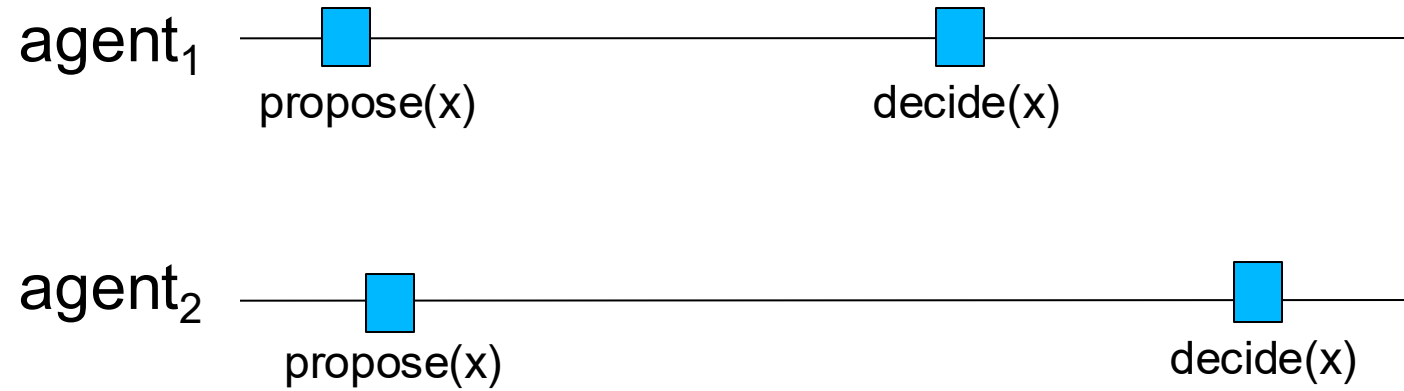
# Algoritmos de consenso distribuido

- El problema del consenso: cómo lograr que el sistema multiagente sea fiable y coherente en presencia de agentes *defectuosos* (maliciosos o inestables)
- Un protocolo de consenso es un protocolo de interacción que es tolerante a un número (limitado) de agentes defectuosos
- En general, un protocolo de consenso describe cómo mantener un valor común, único y global, en un sistema multiagente, a través de la elección del líder (que decidirá el valor) o una votación por mayoría
  - Un protocolo de consenso define los procesos que cada agente tiene que ejecutar para leer y/o actualizar este valor
- Este valor único puede ser muy complejo, por ejemplo, el *ledger* de Bitcoin

# Propiedades deseables

- Un algoritmo de consenso distingue entre propuestas, decisiones y acuerdos: se llega a un acuerdo final cuando hay una mayoría que decide el mismo valor
- Se dice que un algoritmo de consenso es tolerante a fallos cuando cumple las siguientes propiedades:
  - **Terminación**
    - En tiempo finito, cada proceso (= agente) correcto decide algún valor
  - **Integridad (Validez)**
    - Un nodo decide como máximo una vez
    - Cualquier valor decidido es un valor propuesto
    - Si todos los procesos correctos propusieron el mismo valor, entonces cualquier proceso correcto debe decidir ese valor
  - **Acuerdo**
    - Todo proceso correcto debe coincidir en el mismo valor

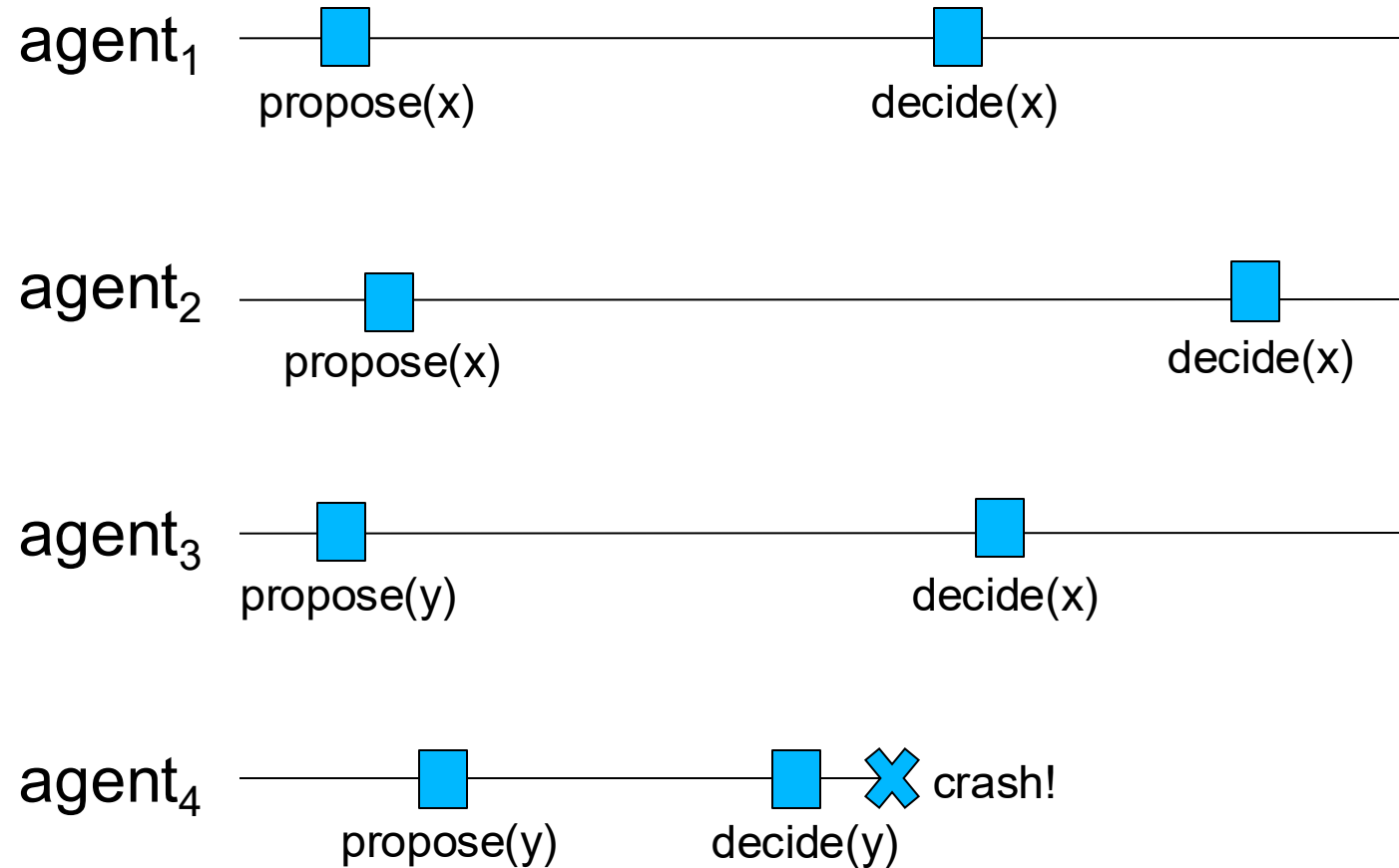
# ¿Es esto consenso?



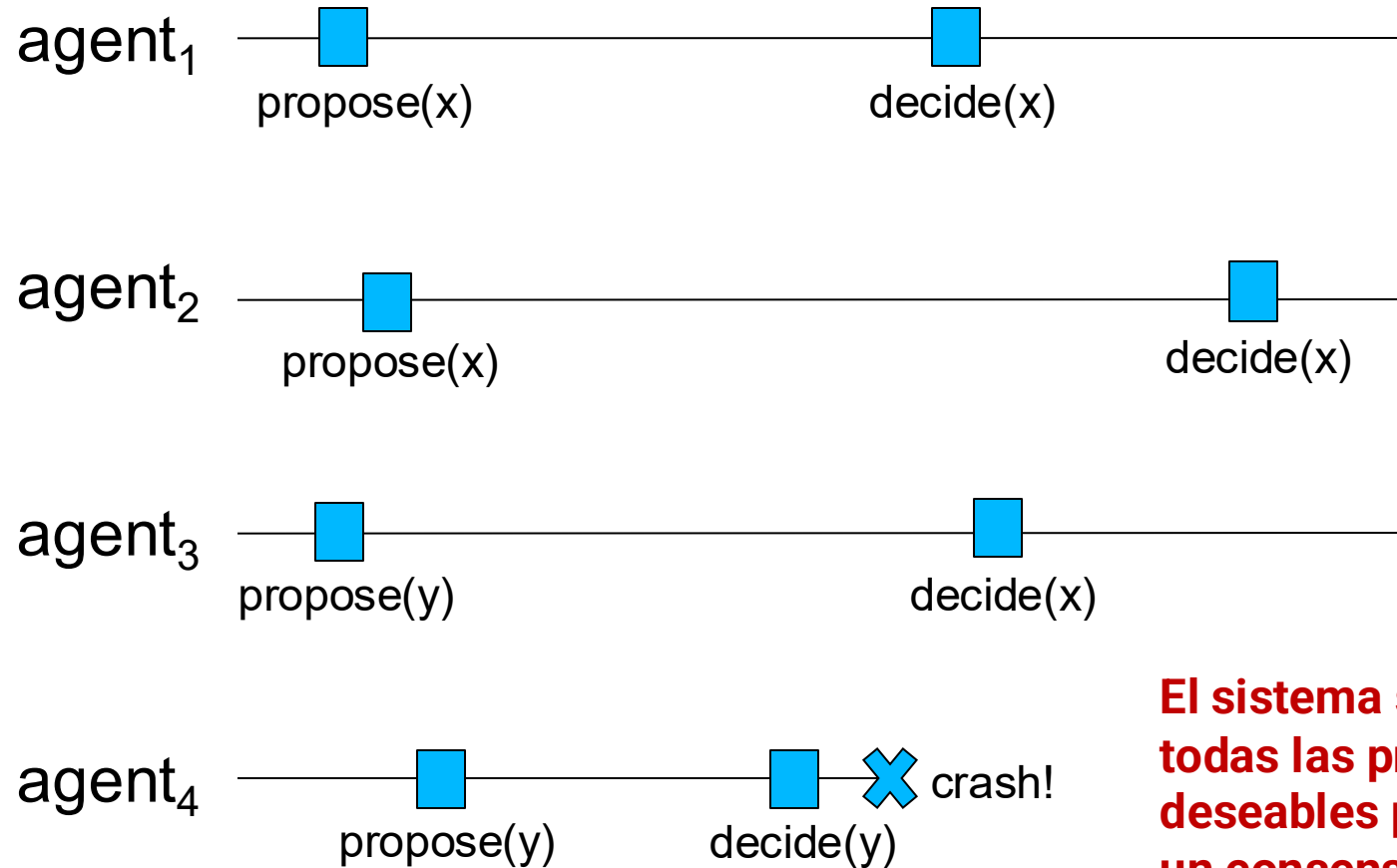
# ¿Es esto consenso?



# ¿Es esto consenso?



# ¿Es esto consenso?



**El sistema sigue cumpliendo todas las propiedades deseables por lo que esto es un consenso**

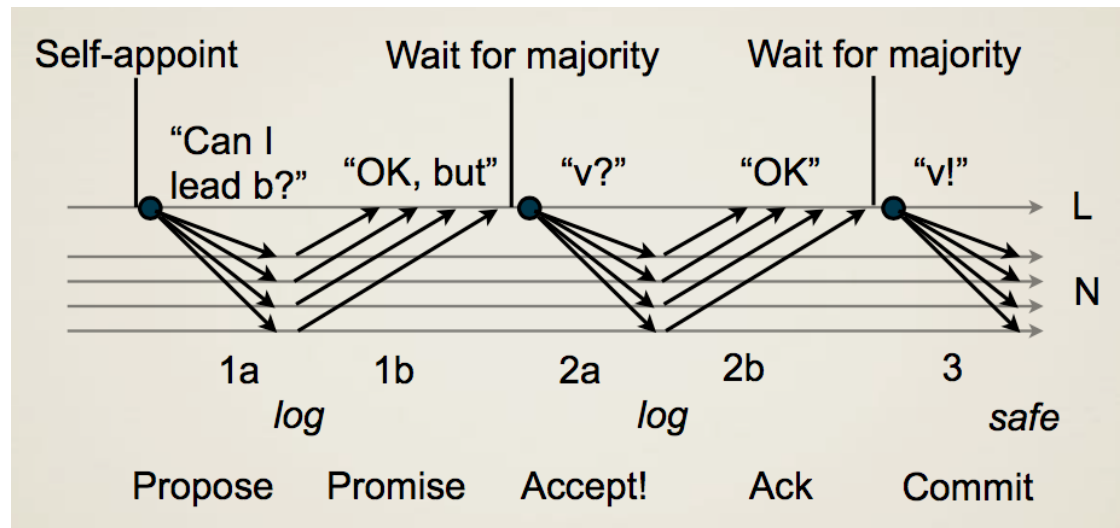
# Paxos





# Paxos

- Paxos (Lamport, Malkhi, Zhou, 2010) es actualmente la familia de algoritmos de consenso distribuido más popular
  - Raft es una propuesta similar, (supuestamente) más simple formalmente
- Una máquina de estado se replica en todos los agentes del sistema



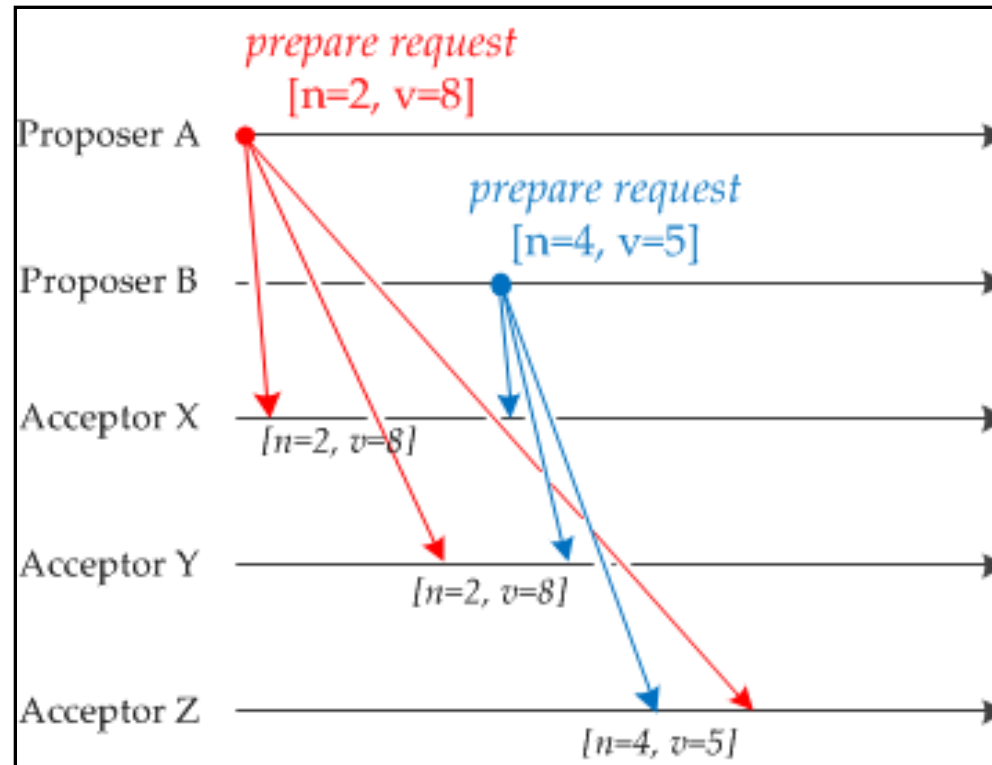
# Paxos

- En Paxos, hay tres roles de agente:
  - Proponente
  - Aceptador
  - Aprendiz
- Cualquier agente puede convertirse en proponente en cualquier momento
- Un proponente crea un quórum de aceptantes para su propuesta
- Un quórum es un subconjunto del conjunto de agentes que es mayoritario, es decir, su tamaño es mayor que la mitad del tamaño del conjunto completo
  - $\{A, C, D\}$  es un quórum posible para  $\{A, B, C, D\}$
  - El resto de los agentes son aprendices para el alcance de la propuesta

# Fase 1a: Preparar

- Un proponente  $P$  crea una propuesta identificada con un número  $N$  adjuntando su valor propuesto  $v$
- $N$  debe ser mayor que cualquier número de propuesta anterior utilizado o recibido por el proponente  $P$
- $P$  envía un mensaje de preparación, que contiene esta propuesta, a un quórum de aceptador
- El proponente  $P$  decide quién está en el quórum

# Fase 1a: Preparar

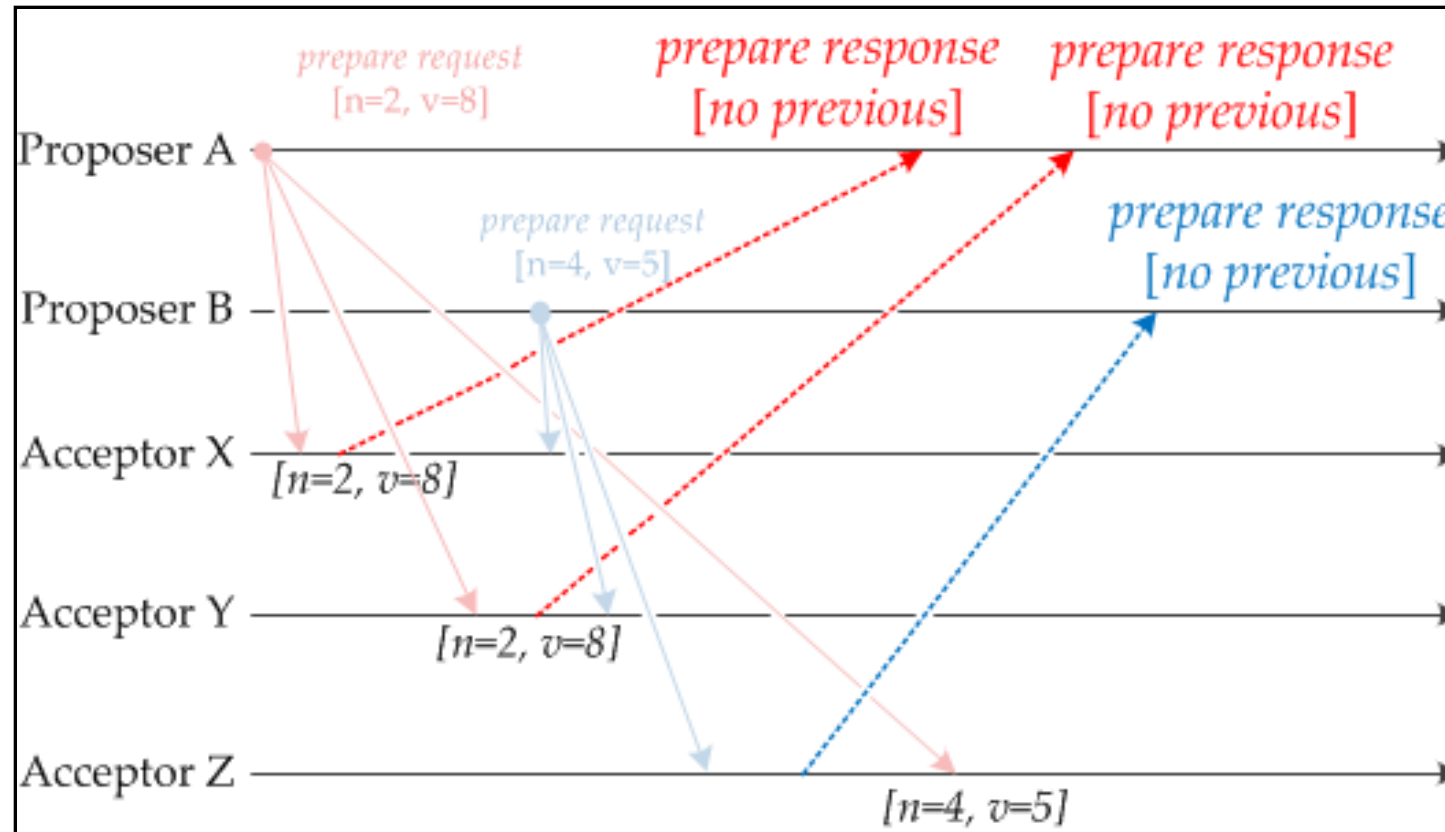


<https://medium.com/@angusmacdonald/paxos-by-example-66d934e18522>

# Fase 1b: Prometer

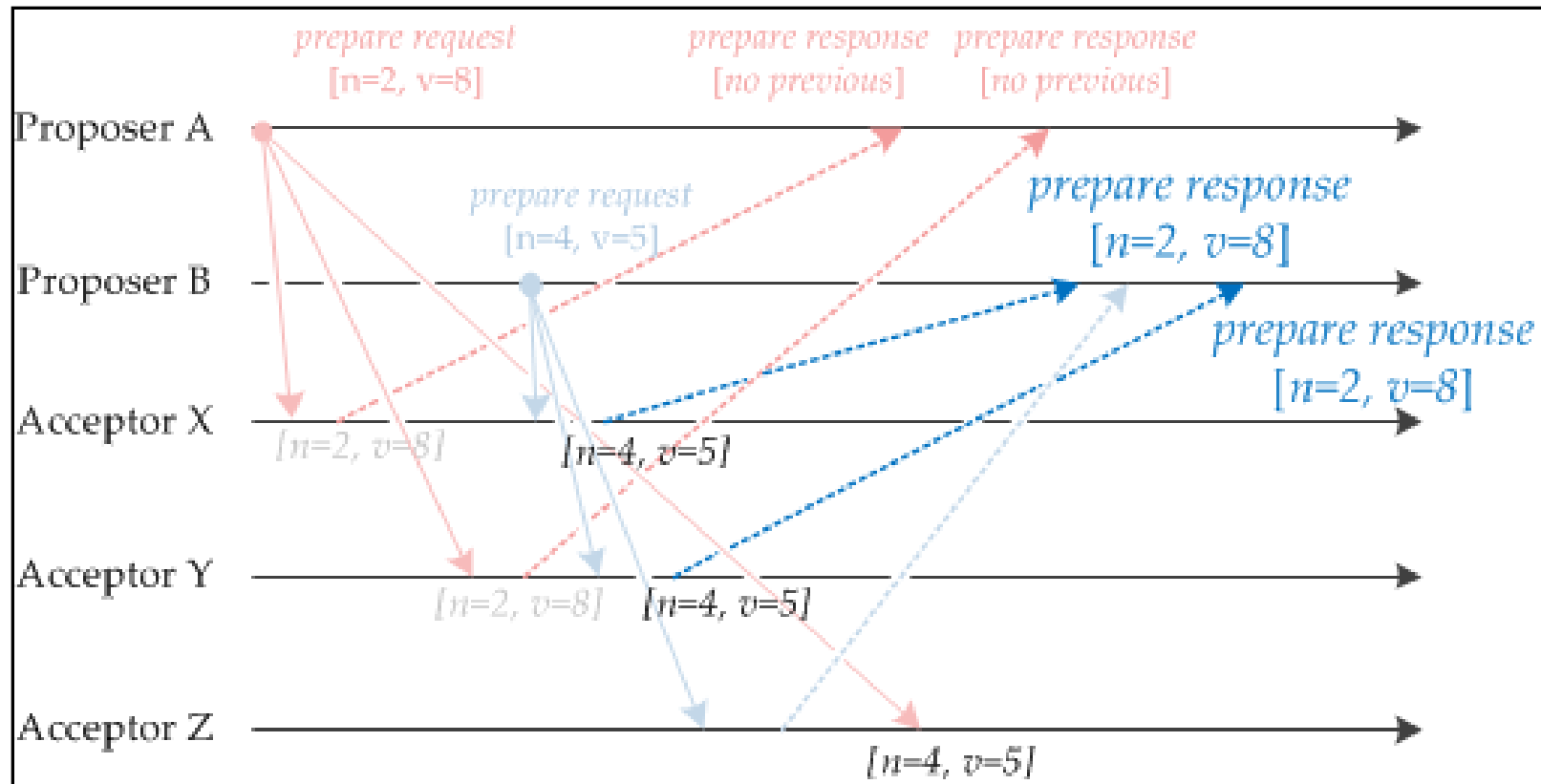
- Los aceptadores del quorum de la propuesta  $N$  de  $P$  pueden recibirla (aunque podría haber fallos)
- Dado un aceptador  $A$  que ha recibido la propuesta  $N$ , si el  $N$  es mayor que cualquier número de propuesta recibido anteriormente, entonces  $A$  debe devolver a  $P$  la promesa de ignorar todas las propuestas futuras que tengan un número menor que  $N$
- Si  $A$  había aceptado una propuesta  $N'$  en algún momento del pasado, debe adjuntar a su promesa a  $P$ : el número  $N'$  y el valor  $v'$  correspondiente a la propuesta  $N'$

# Fase 1b: Prometer



<https://medium.com/@angusmacdonald/paxos-by-example-66d934e18522>

# Fase 1b: Prometer



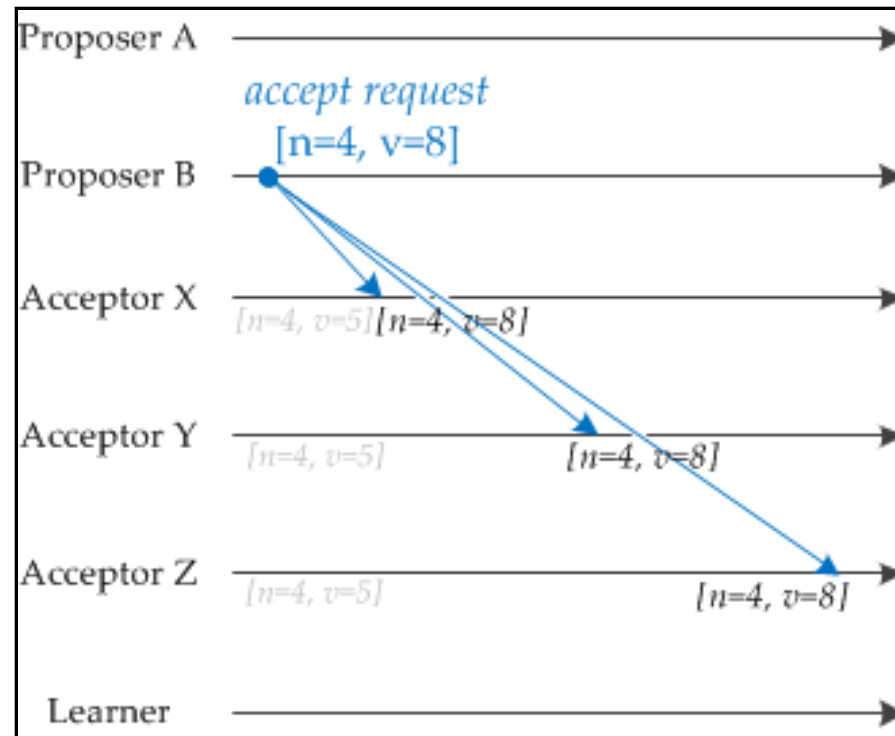
<https://medium.com/@angusmacdonald/paxos-by-example-66d934e18522>

# Fase 2a: Aceptar petición

- Si  $P$  recibe suficientes promesas de su quórum de aceptantes (*una mayoría sobre el total de aceptadores*), debe decidir un valor y adjuntarlo a un mensaje de petición de aceptación
- Si alguno de los aceptadores había aceptado previamente alguna propuesta, entonces  $P$  está recibiendo sus valores en las promesas
- Si es el caso,  $P$  debe establecer el valor de su propuesta en el valor  $v'$  asociado con el número de propuesta  $N'$  más alto informado por los aceptadores
- Si ninguno de los aceptadores había aceptado una propuesta  $N'$ , entonces  $P$  podrá escoger cualquier valor



# Fase 2a: Aceptar petición

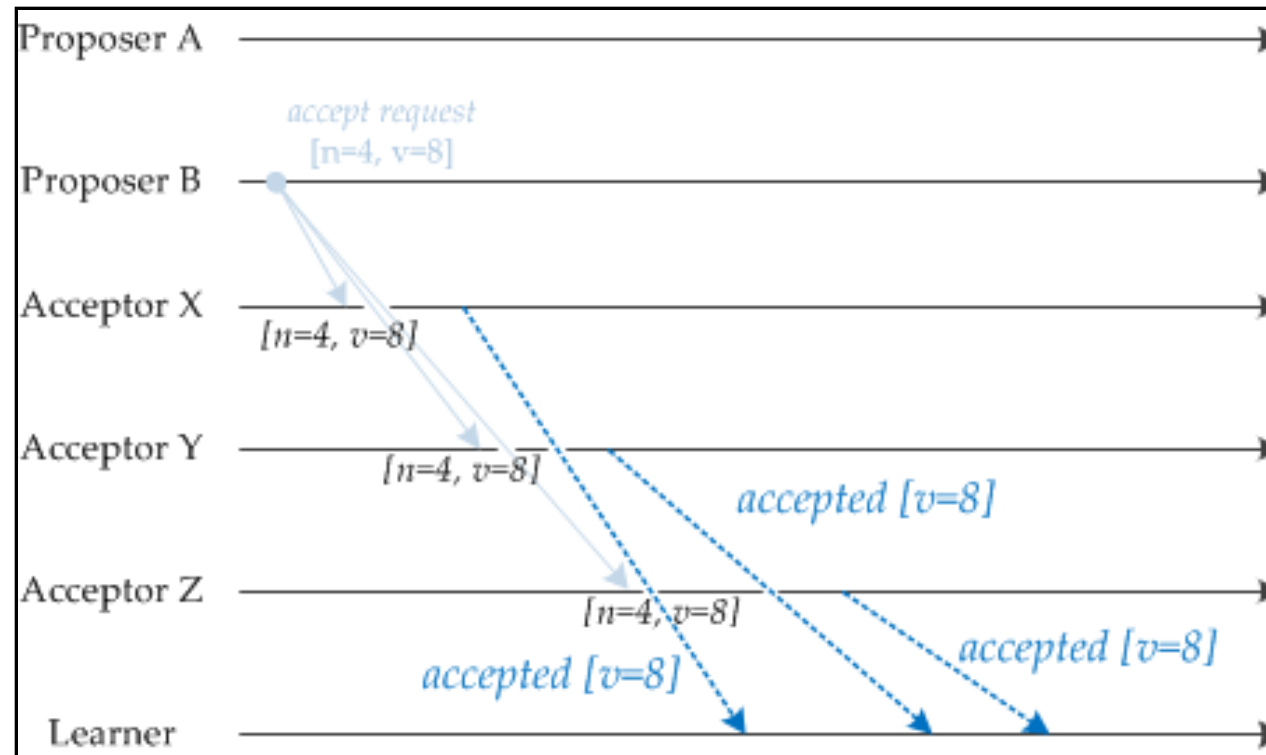


<https://medium.com/@angusmacdonald/paxos-by-example-66d934e18522>

# Fase 2b: Aceptación

- Si un aceptador  $A$  recibe un mensaje de solicitud de aceptación para una propuesta  $N$ 
  - Si ya se ha comprometido a considerar sólo las propuestas que tengan algún identificador  $N'$  mayor que  $N$ :
    - $A$  ignora la solicitud de aceptación
  - Si no se ha comprometido a considerar ninguna propuesta relativa a un identificador  $N'$  superior a  $N$ :
    - $A$  registra el valor correspondiente  $v$  asociado a la propuesta  $N$
    - $A$  envía un mensaje de aceptación al proponente  $P$  y a todos los aprendices

# Fase 2b: Aceptación



<https://medium.com/@angusmacdonald/paxos-by-example-66d934e18522>

# Propiedades de Paxos

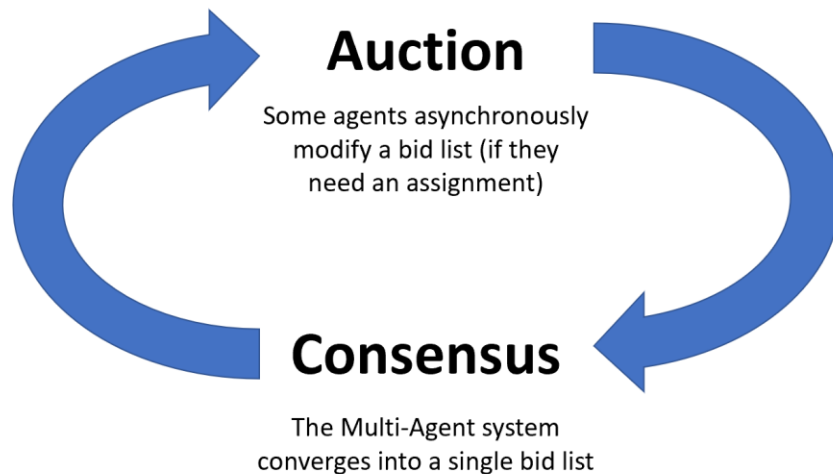
- Paxos permite
  - Agentes que operan a una velocidad arbitraria
  - Agentes que experimentan errores
  - Comunicación asíncrona
  - Fallos en la comunicación: los mensajes pueden perderse, desordenarse o duplicarse
- Los agentes con almacenamiento persistente pueden volver a unirse al sistema después de fallar
  - Paxos incluye un procedimiento de recuperación automática
- La consistencia en el valor consensuado está garantizada siempre y cuando
  - Si un número  $F$  de agentes fallan, ha de haber  $2F + 1$  agentes funcionando correctamente
  - Los agentes pueden enviar mensajes a cualquier otro agente
  - Los mensajes se entregan sin daños
  - Los errores bizantinos no suceden

# Usos prácticos de los algoritmos de consenso

- Paxos, Raft (<https://raft.github.io>) y otros se utilizan en muchos tipos de aplicaciones distribuidas, desde bases de datos hasta vehículos aéreos no tripulados
  - En general, son adecuados para escenarios distribuidos y asíncronos en los que se asume un error ocasional
- Al igual que los DCOPs o, hasta cierto punto, MA-PDDL o MA-A\*, no permiten mucha autonomía de los agentes de forma predeterminada
- Sin embargo, no requieren de implementaciones ineficientes o muy complejas
- Los fracasos bizantinos se pueden resolver, por ejemplo, con ciertas extensiones de Paxos o con técnicas de encriptación (Blockchain)

# Ejemplo: CBAA

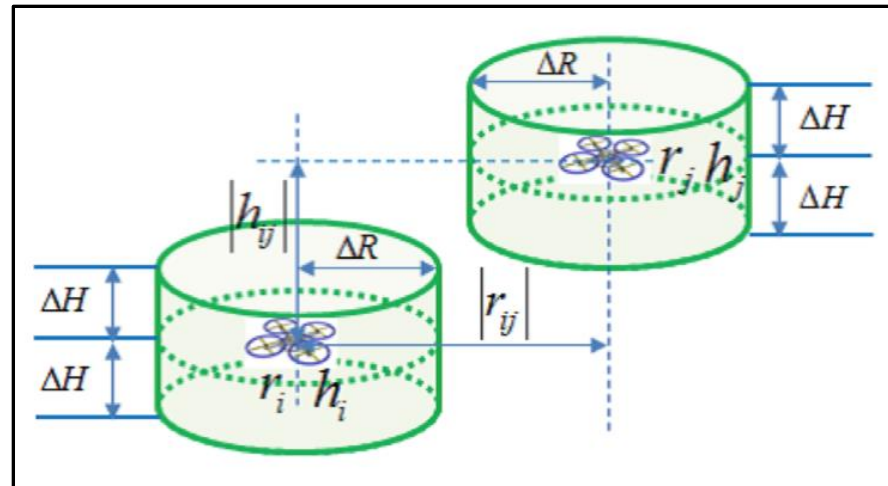
- CBAA: Consensus-based bundle algorithm
  - Choi, H. L., Brunet, L., & How, J. P. (2009). *Consensus-based decentralized auctions for robust task allocation*. IEEE transactions on robotics, 25(4), 912-926. [\[pdf\]](#)
- Objetivo: coordinar (de forma descentralizada) una flota de vehículos autónomos



- Combinación de dos algoritmos descentralizados:
  - Subasta
  - Consenso
- Garantías (bajo ciertas restricciones fácilmente asumibles):
  - Convergencia
  - Asignación libre de conflictos
  - Recompensa global  $\geq (0,5 * \text{óptimo teórico})$

# Ejemplo: prevención de colisiones

- Kuriki, Yasuhiro, and Toru Namerikawa. *Consensus-based cooperative formation control with collision avoidance for a multi-UAV system*. 2014 American Control Conference. IEEE, 2014.
- Para evitar colisiones, el líder (que calculará las rutas de todos) se elige por consenso



# Ejemplo: selección de antena

- Muñoz, Filiberto et al. *Adaptive consensus algorithms for real-time operation of multi-agent systems affected by switching network events*. International Journal of Robust and Nonlinear Control 27, no. 9 (2017): 1566-1588.

