Llenguatges de Programació

Sessió 1: Recursivitat



Jordi Petit

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONA**TECH**

Facultat d'Informàtica de Barcelona



Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Funcions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Haskell

Haskell és llenguatge de programació funcional pura.

No hi ha:

- assignacions,
- bucles,
- efectes laterals,
- gestió explícita de la memòria.

Hi ha:

- avaluació *lazy*,
- funcions com a objectes de primer ordre,
- sistema de tipus estàtic,
- inferència de tipus automàtica.

Haskell és elegant, concís i fa pensar d'una forma diferent!

Expressions

```
\lambda > 3 + 2 * 2
\lambda > (3 + 2) * 2
10
\lambda> even 42

		← True

                         -- 📤 parèntesis absurds
\lambda> even(42)

← True

                            -- X error de tipus
λ> even "Arnau"
λ> div 14 4
 3
```

Tipus

```
λ> :type 'R'
    'R' :: Char

λ> :type "Marta"
    "Marta" :: [Char]

λ> :type not
    not :: Bool -> Bool

λ> :type length
    length :: [a] -> Int
```

Factorial

Quicksort

```
quicksort [] = []
quicksort (p:xs) = (quicksort menors) ++ [p] ++ (quicksort majors)
    where
        menors = [x \mid x \leftarrow xs, x \leftarrow p]
        majors = [x \mid x < -xs, x >= p]
λ> :type quicksort
quicksort :: 0rd t => [t] -> [t]
λ> quicksort [5, 3, 6, 3, 1]
☞ [1, 3, 3, 5, 6]
λ> quicksort ["joan", "sara", "pep", "jana"]
["jana", "joan", "pep", "sara"]
```

Arbres binaris

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Funcions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Eines necessàries

Glasgow Haskell Compiler (GHC):

- compilador (ghc)
- intèrpret (ghci)

Editor de codi

Terminal

Jutge

Instal·lació del GHC

Linux i Mac:

Utilitzeu el ghcup (referència):

```
curl --proto '=https' --tlsv1.2 -sSf https://get-ghcup.haskell.org | sh
```

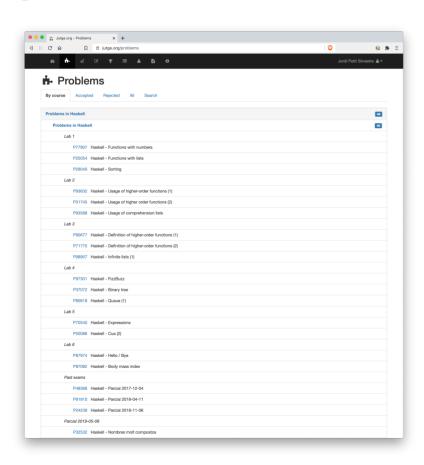
Windows:

Seguiu aquest video.

Font: GHCup: How to install

Jutge

Apunteu-vos al curs "Problems in Haskell" de Jutge.org.





Comandes de l'intèrpret

Intèrpret:

ghci.

Comandes més usuals:

Comanda	Exemple	Descripció	
:load	:l arxiu	càrrega un script	
:quit	:q	sortida de l'intèrpret	
:reload	:r	recarrega l'últim arxiu carregat	
:type	:t 3	tipus de l'expressió	
:info	:i []	informació associada al paràmetre (útil a partir del tema de classes)	
:sprint		visualització dels <i>thunks</i> (útil per l'avaluació mandrosa)	
:help		ajuda	

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Funcions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Booleans

Tipus: Bool

Literals: False i True

Operacions:

```
      not :: Bool -> Bool
      -- negació

      (||) :: Bool -> Bool -> Bool
      -- disjunció

      (&&) :: Bool -> Bool -> Bool
      -- conjunció
```

```
not True
not False

True || False
True && False

True && False

(False || True) and True
not (not True)
not not True

X -- vol dir: (not not) True
```

Enters

Tipus:

- Int: Enters de 64 bits en Ca2
- Integer: Enters (arbitràriament llargs)

Literals: 16, (-22), 587326354873452644428

Operacions: +, -, *, div, mod, rem, ^.

Operadors relacionals: <, >, <=, >=, /= (! no !=)

```
3 + 4 * 5
                       23
                       = 35
(3 + 4) * 5
                       = 35
(3 + 4) * 5
2^10
                       1024
3 + 1 /= 4
                       False
                       5
div 11 2
                       1
mod 11 2
                       1
rem 11 2
                       1
mod (-11) 2
```

Reals

Tipus:

- Float: Reals de coma flotant de 32 bits
 Double: Reals de coma flotant de 64 bits
- Literals: 3.14, 1e-9, -3.0
- Operacions: +, -, *, /, **.
- Operadors relacionals: <, >, <=, >=, ==, /=
- Conversió enter a real: fromIntegral
- Conversió real a enter: round, floor, ceiling

Caràcters

```
Tipus: Char

Literals: 'a', 'A', '\n'

Operadors relacionals: <, >, <=, >=, ==, /=

Funcions de conversió: (cal un import Data.Char)

• ord :: Char -> Int
• chr :: Int -> Char
```

Precedència dels operadors

Precedència	Associatius per l'esquerra	No associatius	Associatius per la dreta
9	11		
8			^, ^^, **
7	* / div		
	mod rem quot		
6	+ -		
5			: ++
4		== /= < <= > >=	
		elem notElem	
3			&&
2			
1	>> >>=		
0			\$ \$! seq

Font: Haskell report

Funcions predefinides habituals

és parell/senar:

```
even :: Integral a => a -> Bool
odd :: Integral a => a -> Bool
```

mínim i màxim de dos valors:

```
min :: Ord a => a -> a -> a
max :: Ord a => a -> a -> a
```

màxim comú divisor, mínim comú múltiple:

```
gcd :: Integral a => a -> a -> a
lcm :: Integral a => a -> a -> a
```

matemàtiques:

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Funcions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Transparència referencial

- Les funcions en Haskell són *pures*: només retornen resultats calculats en relació als seus paràmetres.
- Les funcions no tenen efectes laterals (side effects).
 - no modifiquen els paràmetres
 - o no modifiquen la memòria
 - o no modifiquen l'entrada/sortida
- Una funció sempre retorna el mateix resultat aplicada sobre els mateixos paràmetres.

Definició de funcions

Els identificadors de funcions comencen amb minúscula.

Per introduir una funció:

- 1. Primer es dóna la seva declaració de tipus (capçalera).
- 2. Després es dóna la seva definició, utilitzant paràmetres formals.

Definicions amb patrons

Les funcions es poden definir amb **patrons**:

```
factorial :: Integer -> Integer
    -- calcula el factorial d'un natural

factorial 0 = 1
factorial n = n * factorial (n - 1)
```

L'avaluació dels patrons és de dalt a baix i retorna el resultat de la primera branca que casa.

Els patrons es consideren més elegants que el if-then-else i tenen moltes més aplicacions.

representa una variable anònima: (no hi ha relació entre diferents)

```
nand :: Bool -> Bool -> Bool -- conjunció negada

nand True True = False
nand _ _ = True
```

Definicions amb guardes

Les funcions es poden definir amb **guardes**:

L'avaluació de les guardes és de dalt a baix i retorna el resultat de la primera branca certa. (Error si cap és certa)

Les definicions per patrons també poden tenir guardes.

El otherwise és el mateix que True, però més llegible.

La igualtat va després de cada guarda!

Definicions locals

Per definir noms locals en una expressió s'utilitza el let-in:

```
fastExp :: Integer -> Integer -> Integer -- exponenciació ràpida
fastExp _ 0 = 1
fastExp x n =
    let y = fastExp x n_halved
        n_halved = div n 2
    in
        if even n
        then y * y
        else y * y * x
```

El where permet definir noms en més d'una expressió:

La identació del where defineix el seu àmbit.

Currificació

Totes les funcions tenen un únic paràmetre.

Les funcions de més d'un paràmetre retornen, en realitat, una nova funció.

No cal passar tots els paràmetres (aplicació parcial).

Exemple:

```
prod 3 5 és, en realitat, (prod 3) 5
```

Primer apliquem 3 i el resultat és un funció que espera un altre enter.

```
prod :: Int -> Int -> Int

prod :: Int -> (Int -> Int)

(prod 3) :: (Int -> Int)

(prod 3) 5 :: Int
```

Inferència de tipus

Si no es dóna la capçalera d'una funció, Haskell infereix el seu tipus.

Amb aquestes definicions,

```
factorial 0 = 1
factorial n = n * factorial (n - 1)
```

Haskell infereix que factorial :: Num t => t -> t.

Es pot preguntar el tipus d'una expressió amb : type a l'intèrpret:

```
λ> :type factorial
factorial :: Num t => t -> t
```

- Al principi, no useu la inferència de tipus (generalitza massa i perdeu disciplina).
- Pels problemes del Jutge, copieu les capçaleres donades als exercicis.

Notació prefixa/infixa

Els operadors són infixes ⇒ posar-los entre parèntesis per fer-los prefixes

Les funcions són prefixes \Rightarrow posar-les entre *backticks* per fer-les infixes

Sumari

• Les funcions en Haskell tenen un sol paràmetre (currificació).

```
a -> b -> c vol dir a -> (b -> c).f x y vol dir (f x) y.
```

- Per escriure una funció cal donar
 - la seva capçalera i
 - o la seva definició.
- La inferència de tipus evita descriure les capçaleres de les funcions. Eviteu-la al principi.
- Les definicions poden ser úniques o amb patrons i cada definició pot tenir guardes.
- Els patrons i les guardes es trien de dalt a baix.
- Es poden crear definicions locals amb el let i el where i es poden usar patrons localment amb el case.

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Functions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Tuples

Una tupla és un tipus estructurat que permet desar diferents valors de tipus t1, t2, ..., tn en un únic valor de tipus (t1, t2, ..., tn).

- El nombre de camps és fix.
- Els camps són de tipus heterogenis.

```
(3, 'z', False) :: (Int, Char, Bool)
(6, 9) :: (Int, Int)
(True, (6, 9)) :: (Bool, (Int, Int))
```

```
descomposicioHoraria :: Int -> (Int, Int, Int) -- hores, minuts, segons

descomposicioHoraria segons = (h, m, s)
    where
    h = div segons 3600
    m = div (mod segons 3600) 60
    s = mod segons 60
```

Accés a tuples

Per a tuples de dos elements, es pot accedir amb fst i snd:

Per a tuples generals, no hi ha definides funcions d'accés ⇒ Es poden crear fàcilment usant patrons:

```
primer (x, y, z) = x
segon (x, y, z) = y
tercer (x, y, z) = z
```

```
primer (x, _, _) = x
segon (_, y, _) = y
tercer (_, _, z) = z
```

Descomposició de tuples en patrons

Lleig:

Millor: Descompondre per patrons als propis paràmetres:

```
distancia (x1, y1) (x2, y2) = sqrt((x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2)
```

També: Descompondre per patrons usant noms locals:

Tupla buida (*unit*)

Existeix el tipus de tupla sense cap dada, que només té un possible valor: la dada buida.

Concepte semblant al void del C.

- Tipus: ()
- Valor: ()

En algun moment en farem ús.

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Funcions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Llistes

Una llista és un tipus estructurat que conté una seqüència d'elements, tots del mateix tipus.

[t] denota el tipus de les llistes d'elements de tipus t.

```
[] -- llista buida
[3, 9, 27] :: [Int]
[(1, "un"), (2, "dos"), (3, "tres")] :: [(Int, String)]
[[7], [3, 9, 27], [1, 5], []] :: [[Int]]
[1 .. 10] -- el mateix que [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]
[1, 3 .. 10] -- el mateix que [1,3,5,7,9]
```

Constructors de llistes

Les llistes tenen dos **constructors**: [] i :

• La llista buida:

```
[] :: [a]
```

• Afegir per davant:

```
(:) :: a -> [a] -> [a]
```

Constructors de llistes

La notació

```
[16, 12, 21]
```

és una drecera per

```
16:12:21:[]
```

que vol dir

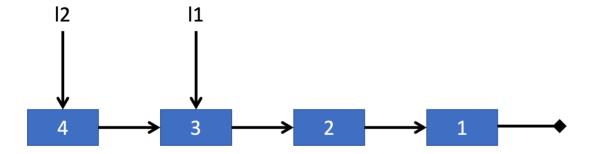
```
16 : (12 : (21 : []))
```

Implementació i eficiència

Les llistes de Haskell són llistes simplement encadenades.

Els contructors [] i : funcionen en temps constant (*DS sharing*).

```
l1 = 3 : 2 : 1 : []
l2 = 4 : l1
```



L'operador ++ retorna la concatenació de dues llistes (temps proporcional a la llargada de la primera llista).

Llistes i patrons

La discriminació per patrons permet descompondre les llistes:

```
suma [] = 0
suma (x:xs) = x + suma xs
```

Diem que e_1 matches e_2 si existeix una substitució per les variables de e_1 que la fan igual que e_2 .

Exemples:

- x:xs *matches* [2, 5, 8] perquè [2, 5, 8] és 2 : (5 : 8 : []) substituint x amb 2 i xs amb (5 : 8 : []) que és [5, 8].
- x:xs *does not match* [] perquè [] i : són constructors diferents.
- x1:x2:xs *matches* [2, 5, 8] substituint x1 amb 2, x2 amb 5 i xs amb [8].
- x1:x2:xs *matches* [2, 5] substituint x1 amb 2, x2 amb 5 i xs amb [].

Nota: El mecanisme de *matching* no és el mateix que el d'*unificació* (Prolog).

Llistes i patrons

La descomposició per patrons també es pot usar als case, where i let.

```
suma llista =
   case llista of
   []   -> 0
    x:xs  -> x + suma xs
```

```
primerIsegon llista =
   let primer:segon:resta = llista
   in (primer, segon)
```

Textos

Els textos (*strings*) en Haskell són llistes de caràcters.

El tipus String és una sinònim de [Char]. Les cometes dobles són sucre sintàctic per definir textos.

```
nom1 :: [Char]
nom1 = 'p':'e':'p':[]

nom2 :: String
nom2 = "pepa"

λ> nom1 == nom2

False
λ> nom1 < nom2

True</pre>
```

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Funcions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

head, last

• Signatura:

```
head :: [a] -> a
last :: [a] -> a
```

- Descripció:
 - head xs és el primer element de la llista xs.
 - o last xs és el darrer element de la llista xs.

Error si xs és buida.

```
λ> head [1..4]
    1
λ> last [1..4]
    4
```

tail, init

• Signatura:

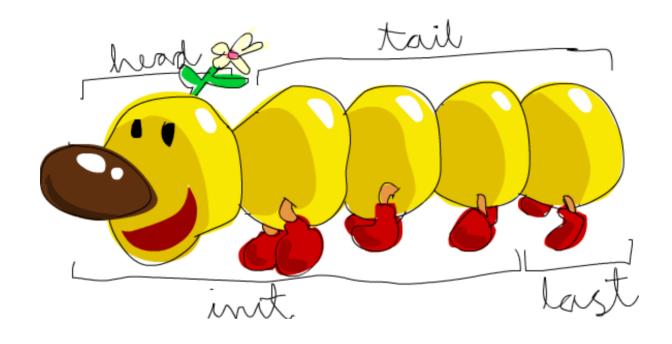
```
tail :: [a] -> [a]
init :: [a] -> [a]
```

- Descripció:
 - tail xs és la llista xs sense el seu primer element.
 - o init xs és la llista xs sense el seu darrer element.

Error si xs és buida.

```
λ> tail [1..4]
    [2, 3, 4]
    \( \) init [1..4]
    \( \) [1, 2, 3]
```

head, last, init, tail



Dibuix: Learn You a Haskell, M. Lipovača

reverse

• Signatura:

```
reverse :: [a] -> [a]
```

• Descripció:

reverse xs és la llista xs del revés.

```
λ> reverse [1..4]

        [4, 3, 2, 1]
```

length

• Signatura:

```
length :: [a] -> Int
```

• Descripció:

length xs és el nombre d'elements a la llista xs.

```
\( \lambda \) length []
\( \lambda \) 0
\( \lambda \) length [1..5]
\( \lambda \) 5
\( \lambda \) length "Marta"
\( \lambda \) 5
```

null

• Signatura:

```
null :: [a] -> Bool
```

• Descripció:

null xs indica si la llista xs és buida.

```
λ> null []

True

λ> null [1..5]

False
```

elem

• Signatura:

```
elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
```

• Descripció:

elem x xs indica si x és a la llista xs.

```
λ> elem 3 [1..10]

True

λ> 3 `elem` [1..10]

True

λ> 'k' `elem` "Jordi"

False
```

Indexació: (!!)

• Signatura:

```
(!!) :: [a] -> Int -> a
```

• Descripció:

xs !! i és l'i-èsim element de la llista xs (començant per zero).

Concatenació de dues llistes: (++)

• Signatura:

```
(++) :: [a] -> [a] -> [a]
```

• Descripció:

xs ++ ys és la llista resultant de posar ys darrera de xs.

```
λ> "PEP" ++ "ET"

"PEPET"

λ> [1..5] ++ [1..3]

[1,2,3,4,5,1,2,3]
```

maximum, minimum

```
maximum :: Ord a => [a] -> a
minimum :: Ord a => [a] -> a
```

- Descripció:
 - o maximum xs és l'element més gran de la llista (no buida!) xs.
 - o minimum xs és l'element més petit de la llista (no buida!) xs.
- Exemples:

```
λ> maximum [1..10]
    10
λ> minimum [1..10]
    1
λ> minimum []
    Exception: empty list
```

sum, product

```
sum :: Num a => [a] -> a
product :: Num a => [a] -> a
```

- Descripció:
 - o sum xs és la suma de la llista xs.
 - o prod xs és el producte de la llista xs.
- Exemples:

```
λ> sum [1..5]
    15

factorial n = product [1 .. n]

λ> factorial 5
    120
```

and, or

```
and :: [Bool] -> Bool
or :: [Bool] -> Bool
```

- Descripció:
 - o and bs és la conjunció de la llista de booleans bs.
 - o or bs és la disjunció de la llista de booleans bs.
- Observació:
 - ∘ Distingiu bé entre and/or i (&&)/(||).

take, drop

```
take :: Int -> [a] -> [a]
drop :: Int -> [a] -> [a]
```

- Descripció:
 - o take n xs és el prefixe de llargada n de la llista xs.
 - o drop n xs és el sufixe de la llista xs quan se li treuen els n primers elements.
- Exemples:

```
λ> take 3 [1 .. 7]
    [1, 2, 3]
    λ> drop 3 [1 .. 7]
    [4, 5, 6, 7]
```

zip

• Signatura:

```
zip :: [a] -> [b] -> [(a, b)]
```

• Descripció:

zip xs ys és la llista que combina, en ordre, cada parell d'elements de xs i ys. Si en falten, es perden.

```
λ> zip [1, 2, 3] ['a', 'b', 'c']

[(1, 'a'), (2, 'b'), (3, 'c')]

λ> zip [1 .. 10] [1 .. 3]

[(1, 1), (2, 2), (3, 3)]
```

repeat

• Signatura:

```
repeat :: a -> [a]
```

• Descripció:

repeat x és la llista infinita on tots els elements són x.

concat

• Signatura:

```
concat :: [[a]] -> [a]
```

• Descripció:

concat xs és la llista que concatena totes les llistes de xs.

```
λ> concat [[1, 2, 3], [], [3], [1, 2]]
[1, 2, 3, 3, 1, 2]
```

Contingut

- Aperitiu
- Eines
- Tipus bàsics
- Functions
- Tuples
- Llistes
- Funcions habituals en llistes
- Exercicis

Exercicis

- 1. Instal·leu-vos les eines per treballar.
- 2. Proveu de cercar documentació de funcions a Hoogle.
- 3. Feu aquests problemes de Jutge.org:
 - P77907 Functions with numbers
 - P25054 Functions with lists
 - P29040 Sorting
 - Novetats:
 - Problemes amb puntuacions parcials ²⁶. No cal que feu totes les funcions demanades.
 - Inspector de Haskell: comprova condicions de l'enunciat en el codi de la solució. Veredicte NC ➤ Non compliant. [TFG d'en Jan Mas]
- 4. Implementeu les funcions habituals sobre llistes vistes anteriorment.
 - Useu notació tipus myLength enlloc de length per evitar xocs de noms.
 - Useu recursivitat quan calgui o useu altres funcions my* que ja hagueu definit.