Übung 1 GNSS22 | bepohl

Zur Berechnung der absoluten Positionierung mit GNSS Code-Messungen werden zwei Teilübungen durchgeführt. In dieser Übung werden

a) der Groundtrack berechnet und geplotted,

b) die Satellitenpositionen in einem Intervall zum Sendezeitpunkt geschätzt,

c) die Zenitwinkel von der Beobachtungsposition und damit die troposphärische Verzögerung des Signals geschätzt und

d) die relativistischen Effekte der Satellitenuhr geschätzt

Die Ergebnisse sind im Jupyter Notebook aufbereitet und können dort oder im PDF nachvollzogen werden.

Daten

Es werden zwei Files verwendet: ein Beobachtungsfile (*ONSA0320.11O*) im Rinex Format und die Satellitenephemeriden zur Epoche in SP3 Format. Diese können mit den Libraries *georinex* und *gnsspy* eingelesen werden:

```
station = gp.read_obsFile("./data/ONSA0320.11O")
ephemerides = georinex.load("./data/G3_11032.PRE")
```

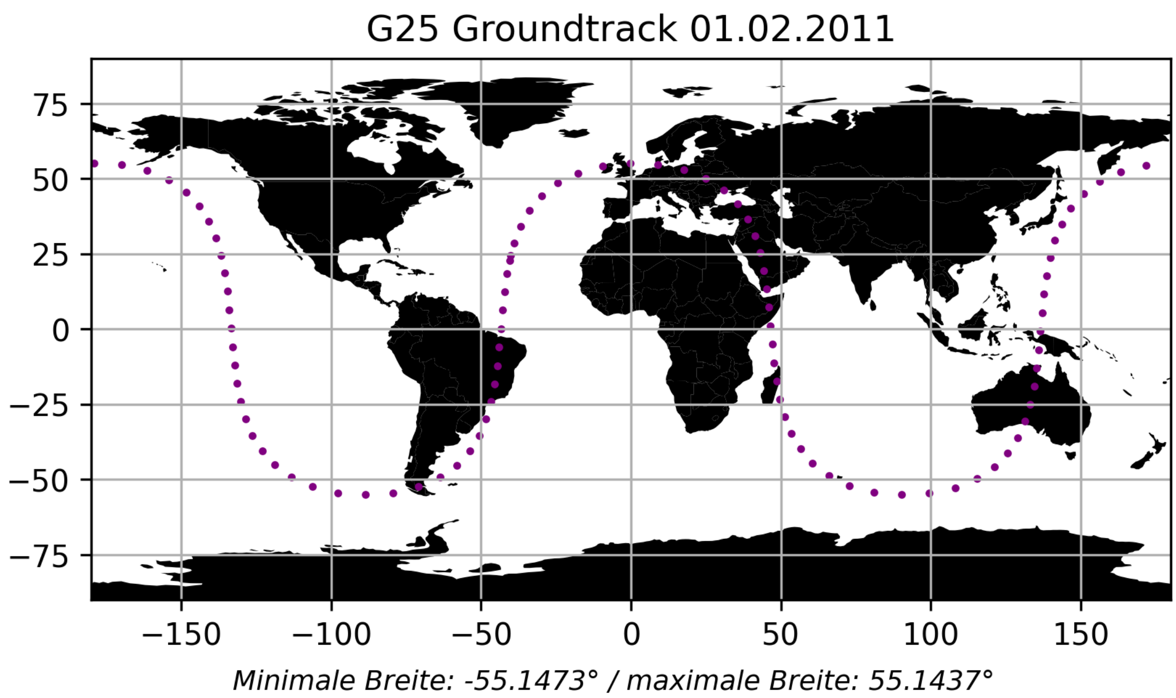
Groundtrack

Aus den X, Y und Z Koordinaten der Ephemeriden müssen die Koordinaten in Länge und Breite transformiert werden. Da die Ephemeriden schon in erdfestem Referenzsystem gegeben sind, ist keine Berücksichtigung der Erdrotation, -nutation und -präzession anzubringen.

Die Transformation in Länge und Breite (in Grad) können mit folgenden Formeln berechnet werden:

```
latitude = math.degrees(math.atan2(z, math.sqrt(x**2 + y**2))))
longitude = math.degrees(math.atan2(y, x))
```

Darauf folgend können die Koordinaten als einfacher Scatterplot mit Mercator Weltkarte im Hintergrund geplotted werden.



Umlaufzeit

Die Umlaufzeit beträgt ungefähr 12h. Dies kann man an der Anzahl an Beobachtungen (96, alle 15 Minuten eine über 24h) und der Bodenspur ableiten. Der Satellit macht von -180 bis 0 Grad ca. einen Umlauf, und dann nochmals für 0 bis 180

Grad. Weil nur 24h aufgezeichnet wurde, kann man darauf schliessen, dass der Satellit zwei Umläufe gemacht hat.

Die Umlaufzeit kann auch genau mit der grossen Halbachse **a** des Orbits und der Gravitationskonstanste **GM** berechnet werden (nicht im Code implementiert, da nur nach ungefährer Zeit gefragt wurde):

```
T = math.sqrt(4 * (a**3) * (math.pi**2) / GM)
```

Satellitenpositionen zum Sendezeitpunkt

Durch den Abstand zwischen Empfänger und Satellit erreicht das Signal die Antenne später, als das es ausgesendet wurde. In dieser Zeit legt der Satellit entsprechend seiner Geschwindigkeit Weg zurück. Die Signallaufzeit *tau* kann mit den Ephemeriden und der ungefähren Stationsposition abgeschätzt werden:

```
tau = math.dist(np.array(station.approx_position), coord) / c

# where c is speed of light, coord is satellite coordinates at
receiver time
```

Daraus kann dann die Position mit der entsprechenden Geschwindigkeit des Satelliten zurückgerechnet werden:

```
np.array(coord).T - np.array((sat_velocities_si[i] + (omega_e *
np.array([-coord[1], coord[0], 0])) * tau)

# where coord[1] is Y and coord[0] is X of satellite at receiver
time
```

Interpretation der Ergebnisse

Die Satelliten in der Höhe von GPS haben etwa 3.9 km/s Geschwindigkeit. Da sie sich in ca 20’200 km Höhe befinden[1], benötigt das Signal minimal 0.067 Sekunden zum Empfänger auf der Erdoberfläche. Zusammen bedeutet das, dass die Satelliten sich in dieser Zeit etwa 250 m bewegen sollten. Diese Ergebnisse erhalten wir auch mit der oben angewendeten Formel (siehe Jupyter Notebook).

Zenitwinkel von ONSA / troposphärische Verzögerungen des Signals

Je nach Zenitwinkel muss das Signal längere Strecken durch die Troposphäre durchqueren. Das bedeutet, dass damit die Verzögerung abgeschätzt werden kann.

Zur Berechnung des Zenitwinkels müssen die erdfesten Raumkoordinaten in topozentrische Koordinaten von der Station ONSA transformiert werden. Dies geschieht mit zwei Rotationen (um die Y- und Z-Achse) mit der Länge und Breite der ungefähren Position der Station:

```
r2 = ry((math.pi / 2) - lat_s)
r3 = rz(lon_s)

# where lon_s & lat_s approximate longitude and latitude of
station
```

Die Transformation wird dann in folgender Reihenfolge auf die Positionen der Satelliten zum Sendezeitpunkt angebracht:

[1] https://www.faa.gov/about/office_org/headquarters_offices/ato/service_units/techops/navservices/gnss/gps/spacesegments

```
topo_coords = r2 @ r3 @ (coords - station.approx_position).T
```

Die troposphärischen Effekte können aus dem Zenitwinkel folgend abgeschätzt werden:

```
trop_effects = 2.4 / math.cos(zenit_angle)
```

Interpretation der Ergebnisse

Die Zenitwinkel zeigen im Intervall auf, dass der Satellit am Himmel *emporsteigt*, sprich wie die Sonne „aufgeht". Die troposphärischen Effekte sollten also mit fortschreitender Zeit zuerst abnehmen, dann im Zenit am kleinsten sein und danach wieder zunehmen. Grund dafür ist die Verzögerung bzw. Verlängerung des Signalwegs in der Troposphäre durch Refraktion (abhängig von Luftdruck, -temperatur und -feuchtigkeit). Dies kann man man angenähert in den Ergebnissen auch beobachten (siehe *Troposphärische Verzögerung im Intervall A* in Jupyter Notebook).

Relativistische Effekte

Durch die relativen Geschwindigkeiten zwischen Station und Satellit haben die Uhren einen Laufzeitunterschied. Dies kann vereinfacht abgeschätzt werden mit den Geschwindigkeiten aus den Ephemeriden des Satelliten und den Stationskoordinaten:

```
relativistics = 2 * (coord @ velocity.T) / c

# where c = speed of light and coord the coordinates of the
satelltie at send time
```