

Exercice 1

On considère le jeu suivant : Le joueur lance d'abord un dé non truqué. Il tire ensuite un jeton dans une urne choisie en fonction du résultat du dé. L'urne A est choisie quand le dé donne 1, 2 ou 3, l'urne B quand on obtient 4 ou 5 et l'urne C quand on obtient 6. Les urnes contiennent les jetons suivants :

Urne A : deux jetons rouges, trois jetons bleus ;

Urne B : deux jetons bleus, quatre jetons verts ;

Urne C : un jeton vert, un jeton rouge.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton vert par ce procédé ?

Exercice 2

Soit X une v.a.r de densité f_X donné par :

$$f_X = \begin{cases} c(1 - x^2) & \text{si } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Trouver la valeur de c pour laquelle f_X est une densité de probabilité.
2. Calculer $\mathbb{E}(X)$ pour la valeur de c trouvé en 1).

Exercice 3

Dans une entreprise qui produit des bobines de fil pour de l'industrie textile, la longueur d'une bobine est une variable aléatoire X qui suit la loi normale $N(50; 0.2)$.

1. Calculer les probabilités suivantes
 - a. La longueur de la bobine est inférieure à $50.19m$
 - b. La longueur de la bobine est supérieure à $50.16m$
 - c. La longueur de la bobine est comprise entre $50.16m$ et $50.19m$.
2. Déterminer la nombre réel positif a tel que $P(50 - a \leq X \leq 50 + a) = 0.9$ Interpréter le résultat trouvé.

Exercice 4

Une urne contient **2** boules blanches, **2** boules noires et **1** boule rouge. On effectue le tirage suivant :

On tire une boule de l'urne ;

Si la boule tirée est rouge on la met de côté et on tire deux boules avec remises.

Sinon on tire une deuxième boule, si celle-ci est rouge on la met de côté et on tire une troisième.

Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de boule blanche obtenue.

1. Calculer $P(X = 0)$.
2. Calculer $P(X = 1)$, En déduire $P(X = 2)$.
3. Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.

Barème :

EXERCICE 1 : 2pts , EXERCICE 2 : 4pts, EXERCICE 3 : 7pts, EXERCICE 4 : 7pts

TABLE DE LA LOI NORMALE $N(0, 1)$

	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986