## Problema E

## **Grafos**

*Arquivo fonte:* grafos.{c | cc | java | py2 | py3}

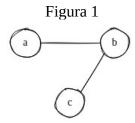
Autor: Prof. Rodrigo Bossini Tavares Moreira

A Teoria dos Grafos consiste no estudo de objetos denominados — quem adivinharia — grafos. É muito fácil definir um grafo matematicamente. Observe: um grafo é um par ordenado G=[V,E]em que:

*V* é seu conjunto de **vértices**  $E \subseteq \{\{x,y\}|x,y\in V \land x\neq y\}\}$ é seu conjunto de **arestas** 

Viu como é fácil?!

Vejamos um exemplo gráfico. Digamos que  $V = \{a,b,c\}$  e  $E = \{\{a,b\},\{b,c\}\}$ . A Figura 1 ilustra essa criatura graficamente.



Há diferentes tipos de grafos. Alguns possuem "ciclos" e outros não. Alguns são "conectados" e outros não são. Veja mais alguns exemplos na Figura 2.

Figura 2

Em azul: um ciclo

Esse aqui não tem ciclo algum

Intituitivamente, esse grafo é conectado: há pelo menos um caminho entre cada par de vértices

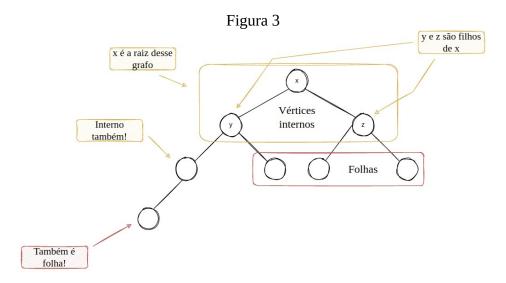
Observe como esse grafo não é conectado.

Nem precisa dizer. Você já está achando o assunto super interessante e está ansioso por explorar mais características dos grafos. Nós sabemos. Não é à toa que Leonhard já os estudava nos idos anos de 1700 e alguma coisa.

Entre os diferentes tipos de grafos, há um que se destaca. Ele possui as seguintes propriedades.

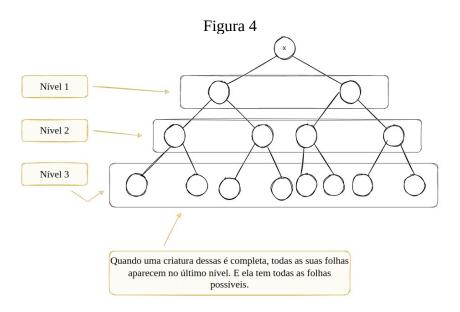
- Um de seus vértices é apontado como especial e denominado raiz.
- É conectado.
- Não possui ciclo algum.
- Cada vértice tem, no máximo, dois filhos. Os filhos de um vértice são vértices também.
- Vértices sem filho algum são chamados folhas.
- Vértices que não são folhas, são vértices internos.

Veja um exemplo de criatura que tem todas essas características na Figura 3.



Raiz...folhas... é grafo mas parece árvore, né? De ponta-cabeça, verdade. Você deve estar se perguntando por que esse tipo de grafo seria tão importante. Ele tem diferentes aplicações: compressão de dados, índices para bancos de dados, ordenação etc. Pode ter certeza de que algum aplicativo ou dispositivo que você usou ou usa no dia a dia emprega uma estrutura assim para resolver algum tipo de problema computacional.

A sua missão neste problema é se aprofundar no estudo sobre essas árvores, digo, grafos, e responder às seguintes perguntas, considerando que eles são **completos**. A Figura 4 mostra um exemplo de grafo (árvore, criatura, whatever) completo(a).



Ao se aprofundar nos estudos, você deverá responder às seguintes perguntas referentes a uma criatura semelhante àquela exibida na Figura 4, considerando que ela tenha **n** vértices.

- Quantos vértices internos ela tem?
- Qual a sua altura?

Ah, antes que nos esqueçamos, a altura de uma criatura assim é o número de **arestas** existentes no caminho entre a raiz e uma de suas folhas. A criatura da Figura 4, por exemplo, tem altura 3.

### Entrada

A primeira linha da entrada contém um número inteiro  $1 \le t \le 100$ . t linhas seguem. Cada linha possui um único número inteiro  $1 \le n \le 2^{20}$ , que representa o número de vértices de uma criatura completa, como aquela da Figura 4.

## Saída

Para cada caso de teste, seu programa deve produzir dois números inteiros, numa única linha, separados por um único espaço em branco. O primeiro deve ser o número de vértices internos da criatura. O segundo deve ser a sua altura. Não devem existir quaisquer outros espaços em branco. Também não deve haver linha em branco no final.

# Exemplo

#### **Entrada**

2

3

7

#### Saída

1 1

32