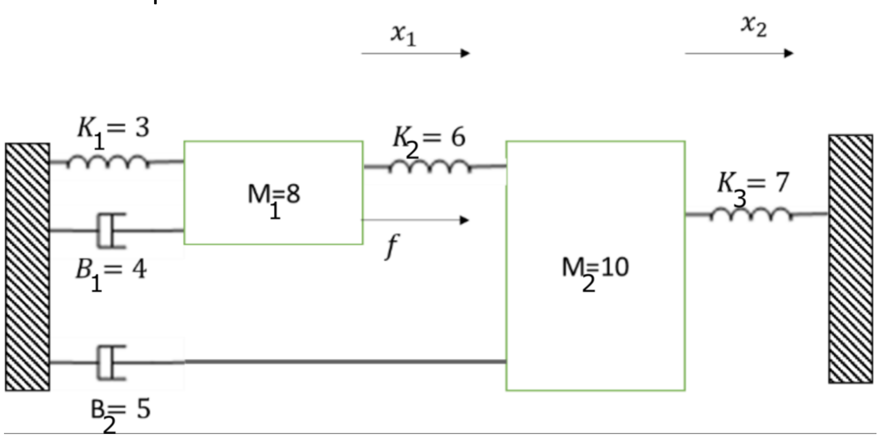
Modelado y Simulación de Sistemas

Práctica 1.- Modelado y Simulación de Ec. Diferenciales

Ejercicio 1.- El sistema de la figura muestra un sistema mecánico constituido por un conjunto de masas, resortes y amortiguadores conectados entre sí. Se pide:

- **a)** Modelar el sistema propuesto obteniendo las ecuaciones diferenciales que modelan el comportamiento temporal de $x_1(t)$ y $x_2(t)$.
- **b)** Implementar dichas ecuaciones (Live Script y/o Simulink) y obtener la simulación del sistema cuando la fuerza aplicada (f) es un tren de pulsos de amplitud 1N, periodo 50 segundos y ancho positivo de 10 segundos (20% del periodo). Simula el sistema durante 120 segundos, mostrando la posición de cada masa.

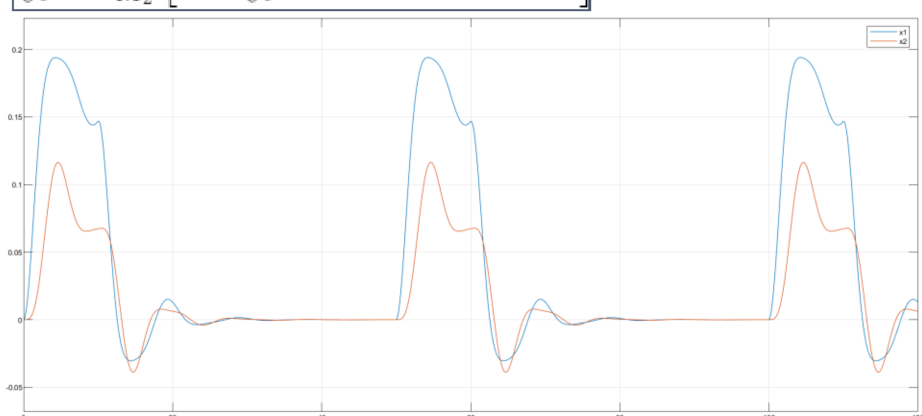


Nota: Para implementar el tren de pulsos en Simulink emplea el componente "Pulse Generator"

Solución:

$$\boxed{\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = \frac{1}{M_1}\left[f(t) - B_1\frac{\partial x_1}{\partial t} - (K_1+K_2)x_1 + K_2x_2\right]}$$

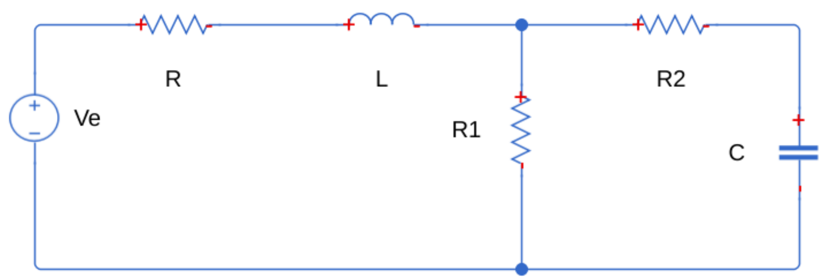
$$\boxed{\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} = \frac{1}{M_2}\left[-B_2\frac{\partial x_2}{\partial t} - (K_2+K_3)x_2 + K_2x_1\right]}$$



Ejercicio 2. Para el circuito eléctrico de la figura, se pide:

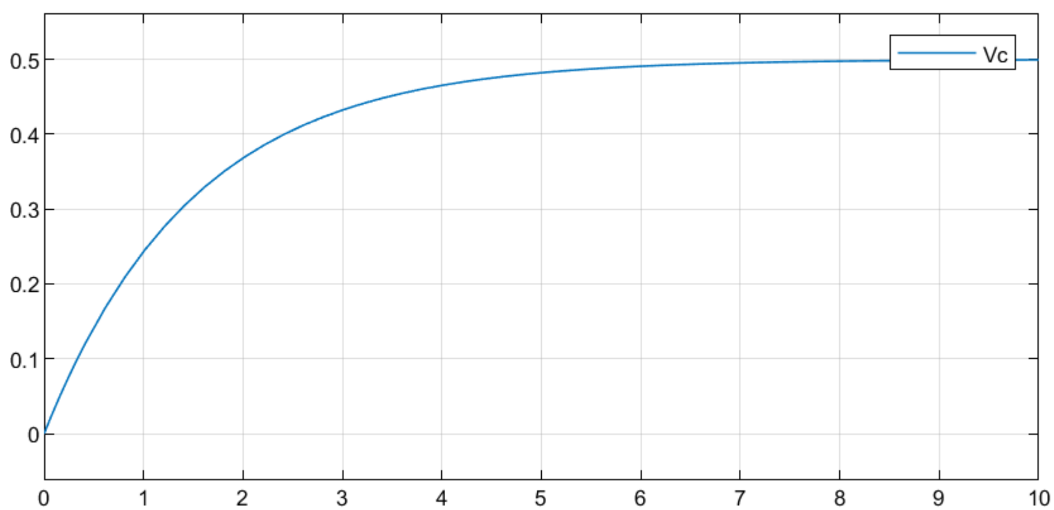
a) Obtener una única ecuación diferencial que modele el comportamiento temporal de Vc(t) como función de la tensión de entrada Ve(t), asumiendo que todas las resistencias tienen un mismo valor "R". Es decir R = R1 = R2.

b) Implementa dicha ecuación diferencial en Simulink, considerando que las resistencias tienen un valor de 1KΩ, L=1H, C=0.001F, la entrada es Ve=1V y la salida es la caída de tensión en los bornes del condensador. Simula durante 10 segundos.



Solución:

$$\boxed{\frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2} = \frac{1}{2CL}\left[V_e - \left(3RC + \frac{L}{R}\right)\frac{\partial V_c}{\partial t} - 2V_c\right]}$$



Ejercicio 3. La catástrofe nuclear de Chernobyl, en 1986, expulsó a la atmósfera grandes cantidades de sustancias radioactivas, en particular de Cesio-137 y Yodo-131. Las vidas medias de estos compuestos (tiempo que tarda en desaparecer el 50% de la cantidad inicial) son 30 años y 8 días, respectivamente. Sabiendo que la cantidad y(t) de una sustancia radioactiva evoluciona a lo largo del tiempo siguiendo la ecuación lineal e invariante en el tiempo:

$$y(t) = \frac{-1}{k}\frac{dy(t)}{dt}$$

donde k=(ln 2)/ τ , siendo τ la vida media de la sustancia. Se pide:

a) Implementa las ecuaciones diferenciales que estiman la cantidad de sustancias radioactivas tanto para el Cesio-137 como para el Yodo-131.

b) Simula la evolución en el tiempo de ambas sustancias radioactivas. Primero simula durante un intervalo de 30 años y comprueba que la cantidad de Cesio-137 se reduce a la mitad, y luego simula por 8 días y comprueba lo equivalente para el Yodo-131. Considera que las cantidades emitidas inicialmente de Cesio y Yodo son 1 Tm y 100 Tm, respectivamente.

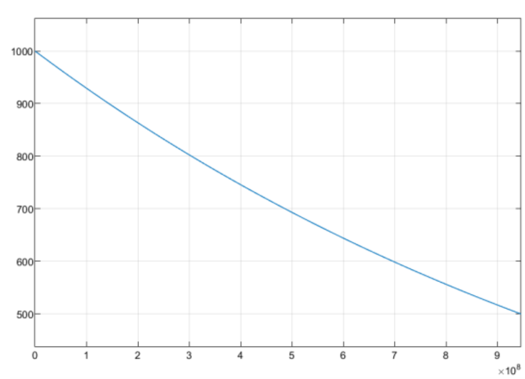
Nota-> Tm = Tonelada métrica = 1000Kg.

Nota2-> Utiliza unidades del sistema internacional para todas las magnitudes, por ejemplo, tiempo en segundos (no en años).

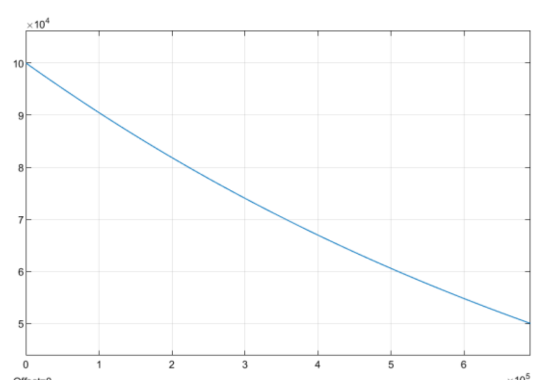
Solución:

$$y(t) = \frac{-1}{k} \cdot \frac{dy(t)}{dt}$$

$$k = (\ln 2)/\tau$$



Evolución para Cesio-137 (30 años)



Evolución para Yodo-131 (8 días)