Sabemos que para poder describir la trayectoria de una particula, es necesario conocer su posicion a traves del tiempo, es decir, la posición como función del tiempo, $x(t)$. Con esto podemos obtener por medio de condiciones iniciales todos los puntos de la trayectoria.

Consideremos el caso discreto, consideremos el intervalo de tiempo $t \in [t_0, t_1]$, si lo particionamos en N partes iguales de tamaño $\Delta t = \frac{t_1 - t_0}{N}$, de modo que podemos escribir el tiempo t_n como:

$$t_n = t_0 + n\Delta t.$$

Por lo que si llamamos $x_n(t_n)$ a la posicion en la que se encuentra la particula en el tiempo t_n. Entonces solo basta encontrar una expresión para describir la misma posicion en pero en un tiempo posterior, $x_n(t_n + \Delta t)$ en terminos de $x_n(t_n)$, con Δt lo suficientemente pequeño $\Delta t \to 0$, para poder hacer una aproximación en terminos de una serie de Taylor al rededor de t_n.

$$x_n(t_n + \Delta t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta t^n}{n!} \left. \frac{d^{(n)}}{dt_n^{(n)}} x_n(t_n) \right|_{\Delta t}$$

Si despresiamos terminos de segundo orden $O(t_n^2)$, entonces tenenmos,

$$x_n(t_n + \Delta t) \approx x_n(t_n) + \left. \frac{dx_n}{dt_n} \right|_{\Delta t} \Delta t.$$

Observación,

$$\begin{aligned} t_n + \Delta t &= t_0 + n\Delta t + \Delta t, \\ &= t_0 + (n+1)\Delta t, \\ &= t_{n+1}. \end{aligned}$$

Por lo tanto podemos escribir,

$$x_n(t_{n+1}) = x_n(t_n) + v(t_n)\Delta t. \tag{1}$$

Donde $v(t_n) = \left. \frac{dx_n}{dt_n} \right|_{\Delta t}$ la podemos definir como la velocidad de la particula en el tiempo t_n. De modo que solo basta con especificar la dependencia tiene la velocidad, en general $v(t_n, x_n)$ y la condición inicial para determinar la trayectoria de la particula al menos a primer orden.