

Homework #2

모든 문제에서 “알고리즘을 설계하고 분석하라”는 말은 “알고리즘을 프로그램 코드가 아닌 슈도코드 등의 방법으로 기술하고, 정확성(correctness)에 대한 증명 혹은 설명을 하고, 시간복잡도를 분석하라”는 뜻입니다. 프로그램 코드만 쓰면 0 점 처리합니다.

2.0 Exercise 6 and 7 in page 49 of [E]

총 12 개의 점화식 풀기. Recursion tree 혹은 Master Theorem 을 이용하세요.

2.1 정렬후 회전된 배열

“정렬후 회전된 배열”이란 (5, 8, 9, 2, 3, 4)와 같은 배열을 말한다. 즉, 정렬이 된 후에 회전 연산이 0 회 이상 적용된 배열이다. 회전 연산이란 배열의 마지막 원소가 처음으로 이동하고 나머지 원소들이 오른쪽으로 한 칸씩 이동하는 것을 말한다. 예를 들어, (2, 3, 4, 5, 8, 9)는 정렬된 배열이고 여기에 회전 연산을 1 회 적용하면 (9, 2, 3, 4, 5, 8)이 되고 여기에 회전 연산을 추가로 2 회 적용하면 (5, 8, 9, 2, 3, 4)가 된다. 따라서 (5, 8, 9, 2, 3, 4)는 정렬후 회전된 배열이다.

(a) 길이가 n 인 정렬후 회전된 배열 $A[0..n-1]$ 가 주어질 때, 이 배열 A 에서 최댓값을 찾는 알고리즘을 설계하고, 분석하시오.

(b) 정렬후 회전된 배열 $A[0..n-1]$ 가 회전연산을 몇 번 적용한 것인지 알아내는 알고리즘을 설계하고 분석하시오.

(c) 정렬후 회전된 배열 $A[0..n-1]$ 와 k 가 주어질 때, A 안에서 k 를 탐색하는 알고리즘을 설계하고 분석하시오. 즉, A 의 원소 중에 k 가 있으면 그 위치(index)를 출력하고 없으면 -1 을 출력합니다.

2.2

입력으로 주어지는 배열 $A[0..n-1]$ 은 오름차순으로 정렬되어 있으며 n 개의 서로 다른 정수들을 원소로 가진다. 즉, $A[0] < A[1] < \dots < A[n-1]$ 이다. 원소들은 양수, 음수 혹은 0 일 수 있다.

(a) $A[i] = i$ 를 만족하는 index i 가 존재하는지 알고 싶다. 그런 index i 가 존재하면 찾아서 i 를 출력하고, 없으면 -1 을 출력하는 알고리즘을 설계하고 분석하시오.

(b) 배열 A 의 원소들이 모두 0 혹은 양수라는 조건이 성립한다면, 위의 문제를 해결하는 더 빠른 알고리즘이 가능하다. 어떻게 할 수 있을까?

2.3 최대합 부분배열

길이가 n 인 정수의 배열 $A[0..n-1]$ 가 있다. $A[a] + A[a+1] + \dots + A[b]$ 의 값을 최대화하는 구간 (a, b) 를 찾는 방법을 Divide-and-Conquer 전략을 이용하여 설계하고 분석하라.

예를 들어, 배열 A 가 아래와 같이 주어졌을 경우 ($n = 10$),

31 -41 59 26 -53 58 97 -93 -23 84

답은 $a = 2, b = 6$ 인 경우의 $59+26-53+58+97=187$ 가 된다.