In [1]:

```
# imports↔
```

Найти производную выражения:

$$\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}$$

$\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))} = |sin(3\ln x)|$
$(|sin(3\ln x)|)' = \frac{\sin(3\ \ln\ x)}{|\ \sin(3\ \ln\ x)|}\cos(3\ln x)\frac{3}{x} = \frac{3\cdot2\cdot\sin(3\ \ln\ x)\ \cos(3\ \ln\ x)}{2\cdot x|\ \sin(3\ \ln\ x)|} = \frac{3\ \sin(3\cdot2\ \ln\ x)}{2x|\ \sin(3\ \ln\ x)|} = \frac{3\ \sin(\ln\ x^6)}{2x|\ \sin(\ln\ x^3)|}$

---

Найти выражение производной функции и ее значение в точке:

$$f(x) = \cos(x^2 + 3x), x_0 = \sqrt{\pi}$$

$f(x_0) = \cos(\pi + 3\sqrt{\pi})$
$f'(x) = -\sin(x^2 + 3x)(2x + 3)$

Ее значение в точке $x_0$
$f'(x_0) = -\sin((\sqrt{\pi})^2 + 3\sqrt{\pi})(2\sqrt{\pi} + 3) = -\sin(\pi + 3\sqrt{\pi})(2\sqrt{\pi} + 3)$

Отсюда, используя тождество
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

$f'(x_0) = -(\sin\pi\cos 3\sqrt{\pi} + \cos\pi\sin 3\sqrt{\pi})(2\sqrt{\pi} + 3) = (2\sqrt{\pi} + 3)\sin 3\sqrt{\pi}$

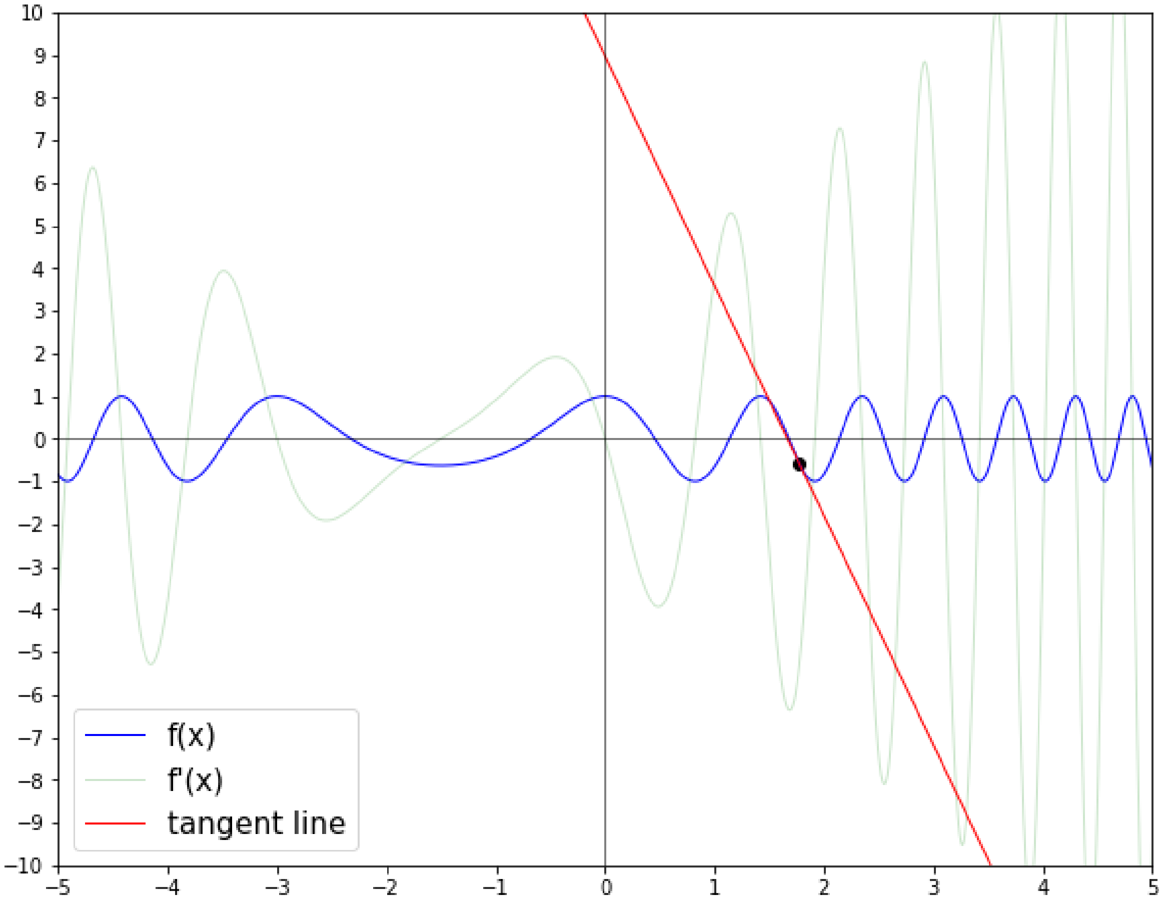
Кроме того, пользуясь уравнением прямой вида
$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ или $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Найдем уравнение касательной в точке $x_0$

$y = \cos(\pi + 3\sqrt{\pi}) - \sin(\pi + 3\sqrt{(\pi)})(2\sqrt{\pi} + 3)(x - \sqrt{\pi})$

In [2]:

```
# some visualization↔
```




Найти значение производной функции в точке:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3}, x_0 = 0$$

$$f'(x) = \frac{(x^3-x^2-x-1)'(1+2x+3x^2-4x^3)-(x^3-x^2-x-1)(1+2x+3x^2-4x^3)'}{(1+2x+3x^2-4x^3)^2}$$

$$= \frac{(3x^2+6x^3+9x^4-12x^5-2x-4x^2-6x^3+8x^4-1-2x-3x^2+4x^3)-(2x^3-2x^2-2x-2+6x^4-6x^3-6x^2-6x-12x^5+12x^4+12x^3+12x^2)}{1+2x+3x^2-4x^3+2x+4x^2+6x^3-8x^4+3x^2+6x^3+9x^4-12x^5-4x^3-8x^4-12x^5+16x^6} = -\frac{}{16x}$$

Значение производной в точке $x_0$

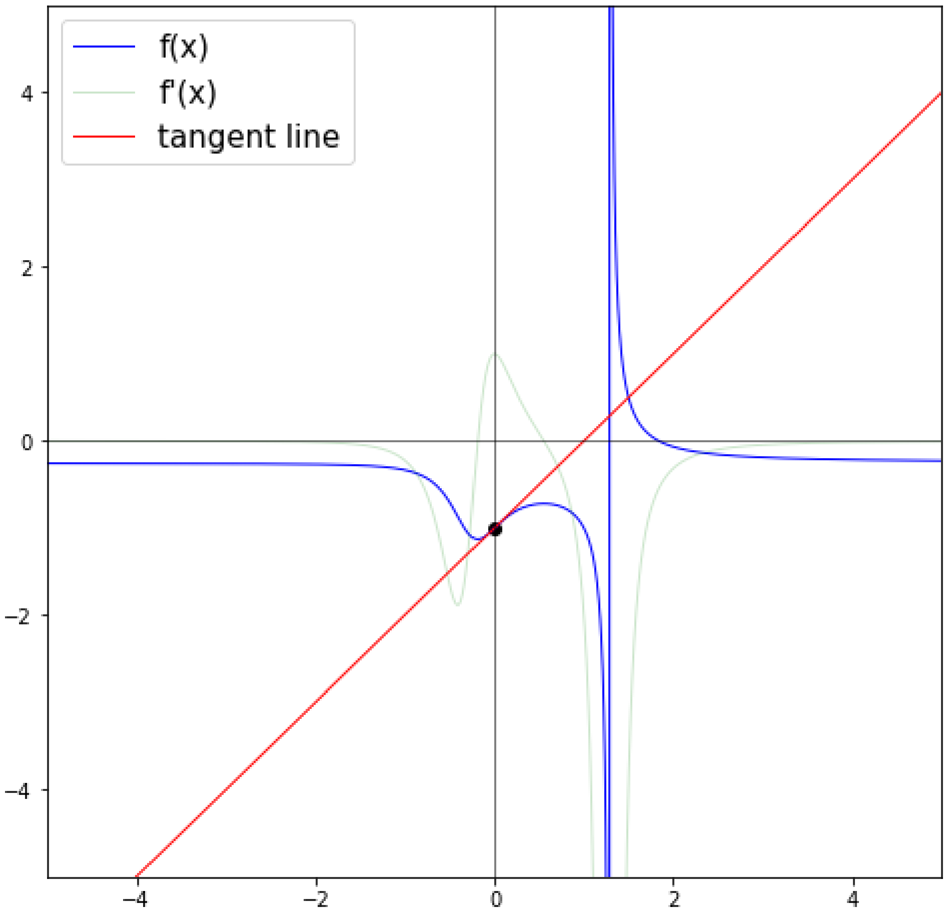
$f'(x_0) = 1$

Найдем уравнение касательной в точке $x_0$

$y = x - 1$

In [3]:

```
# some visualization↔
```




---

Найти угол наклона касательной к графику функции в точке:

$$f(x) = \sqrt{3x}\ln x, x_0 = 1$$

Тангенс угла наклона $tg\phi$ касательной к графику функции в точке $x_0$ равен значению производной этой функции в точке $x_0$

$$f'(x) = (\sqrt{3x})' \ln x + \sqrt{3x}(\ln x)' = \frac{3 \ln x}{2\sqrt{3x}} + \frac{\sqrt{3x}}{x} = \frac{3x \ln x+2\sqrt{3x}\sqrt{3x}}{2x\sqrt{3x}} = \frac{3 \ln x+6}{2\sqrt{3x}}$$

Отсюда получаем,
$tg\phi = f'(x_0) = \frac{3}{\sqrt{3}}$

Найдем уравнение касательной в точке $x_0$
$y = \frac{3}{\sqrt{3}}(x - 1)$

In [4]:

```
# some visualization↔
```