

In [1]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

1. Напишите уравнение параболы, проходящей через три точки (x,y): (1,2), (3,10), (5,1)

Уравнение параболы можно представить в виде:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Так как парабола должна проходить через данные точки, составим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} 2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 10 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \\ 1 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 10 \\ 25a + 5b + c = 1 \end{cases}$$

Выразим коэффициенты

$$a = 2 - b - c$$

$$9 \cdot (2 - b - c) + 3b + c = 10 \Leftrightarrow 18 - 9b - 9c + 3b + c = 10 \Leftrightarrow b = \frac{-8+8c}{-6} = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c$$

$$a = 2 - \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c - c = \frac{1}{3}c + \frac{2}{3}$$

$$a = (c + 2)\frac{1}{3}$$

$$b = (1 - c)\frac{4}{3}$$

$$\frac{25}{3}(c + 2) + \frac{20}{3}(1 - c) + c = 1$$

$$\frac{25}{3}c + \frac{50}{3} + \frac{20}{3} - \frac{20}{3}c + \frac{3}{3}c = 1$$

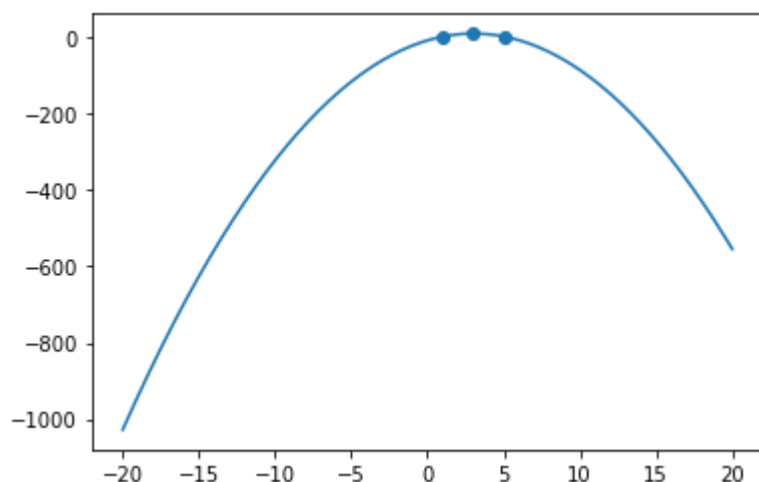
$$c = -\frac{63}{8} \Rightarrow a = -\frac{47}{24}; b = \frac{71}{6}$$

Итоговое уравнение будет иметь вид

$$y = -\frac{47}{24}x^2 + \frac{71}{6}x - \frac{63}{8}$$

In [3]:

```
► # visualization↵
```



2. Известно, что свежий огурец на 99% состоит из воды. Месяц назад взвесили мешок со свежими огурцами. Получилось, что огурцов ровно 100 кг. Мешок убрали, а через месяц снова взвесили. Огурцы за это время усохли, и теперь вода составляет уже только 98% их веса. Сколько теперь (в кг) весят огурцы?

Из условий задачи имеем следующее:

Изначальная масса - 100 кг

Воды из нее - 99 %

Следовательно, "сухой массы" - 1кг.

После усушки процент воды стал 98%, поэтому

1 кг "сухой массы" теперь 2 %

Через пропорцию получим

$$x = \frac{1 \cdot 100}{2} = 50$$

Значит в итоге огурцы стали весить 50кг

3. Определение логарифма. Решить уравнения:

- $2^x = 256$

$$\log_2 2^x = \log_2 2^8 \Leftrightarrow$$

$$x = 8$$

- $2^x = 300$

$$\log_2 2^x = \log_2 300 \Leftrightarrow$$

$$x = \log_2 300$$

$$\bullet \log_8 2^{8x-4} = 4$$

$$(8x - 4) \log_8 2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{3}(8x - 4) = 4 \Leftrightarrow$$

$$x = 2$$

$$\bullet 3^{\log_9 (5x-5)} = 5$$

$$\log_3 3^{\log_9 (5x-5)} = \log_3 5 \Leftrightarrow$$

$$\log_{3^2} (5x - 5) = \log_3 5 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}(5x - 5) = \log_3 5 \Leftrightarrow$$

$$5x - 5 = 25 \Leftrightarrow$$

$$x = 6$$

$$\bullet x^{\log_3 x+1} = 9$$

$$\log_3 x^{\log_3 x+1} = \log_3 3^2 \Leftrightarrow$$

$$(\log_3 x + 1)(\log_3 x) = 2 \Leftrightarrow$$

$$(\log_3 x)^2 + \log_3 x - 2 = 0$$

Введем переменную t

$$t = \log_3 x$$

Тогда,

$$t^2 + t - 2 = 0$$

По теореме Виета,

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -2$$

Значит,

$$\begin{cases} \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3 \\ \log_3 x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

4. Задание Свойства логарифмов. Вычислить:

- $\log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$
- $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 5^{-2} = -2$
- $\log_{25} 5 = \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2}$
- $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$
- $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = 2$

- $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 12 \cdot 3 = 2$
- $e^{\ln 5} = 5^{\ln e} = 5$
- $\frac{\log_2 225}{\log_2 15} = \log_{15} 225 = 2$
- $\log_4 32 + \log_{0.1} 10 = \log_{2^2} 2^5 + \log_{10^{-1}} 10 = \frac{5}{2} - \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$
- $9^{\log_3 \sqrt{5}} = \sqrt{5}^{\log_3 9} = 5$