1. Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты.

- Найти вероятность того, что все карты – крести.
- Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз.

Вероятность можно найти по формуле

$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_{13}^4 \cdot C_{39}^0}{C_{52}^4}$ - для первого случая

$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_4^1 \cdot C_{48}^3}{C_{52}^4}$ - для второго

Сначала найдем число вариантов вытащить 4 карты из колоды

$$C_{52}^4 = \frac{52!}{4! \cdot 48!} = \frac{49 \cdot 50 \cdot 51 \cdot 52}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 270725$$

Найдем количество вариантов вытащить 4 крести из возможных

$$C_{13}^4 = \frac{13!}{4! \cdot 9!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 715$$

Один туз из 4х в колоде

$$C_4^1 = \frac{4!}{1! \cdot 3!} = 4$$

Три любых других карты из оставшейся колоды

$$C_{48}^3 = \frac{48!}{3! \cdot 45!} = \frac{46 \cdot 47 \cdot 48}{2 \cdot 3} = 17296$$

Для первого случая

$$P = \frac{C_{13}^4 \cdot C_{39}^0}{C_{52}^4} = \frac{715 \cdot 1}{270725} = \frac{143}{54145} \approx 0.0026$$

Для второго случая

$$P = \frac{C_4^1 \cdot C_{48}^3}{C_{52}^4} = \frac{4 \cdot 17296}{270725} = \frac{69184}{270725} \approx 0.25$$

---

2. На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Воспользуемся формулой:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 120$$

Следовательно, вероятность открыть с первой попытки - $\frac{1}{120}$

In [8]:

```
from itertools import permutations, combinations

l = []
for item in combinations('0123456789', 3):
    l.append(''.join(item))
len(l)
```

Out[8]:

```
120
```

3. В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

Рассмотрим 2 варианта решения.

1) Вероятность достать окрашенную деталь в первый раз - $\frac{9}{15}$, во второй - $\frac{8}{14}$, в третий - $\frac{7}{13}$

Отсюда,

$$P = \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{504}{2730} = \frac{84}{455}$$

2) По формуле C_n^k

$$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_9^3 \cdot C_6^0}{C_{15}^3}$$

$$C_9^3 = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3} = 84$$
$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3! \cdot 12!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{2 \cdot 3} = 455$$

$$P = \frac{84}{455}$$

4. В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными?

Как и в предыдущем примере, решим двумя способами.

Например, вероятность, что первый билет окажется выигрышным, составляет $\frac{2}{100}$ или $\frac{1}{50}$. Так как количество билетов уменьшилось на 1, так же как и количество выигрышных билетов, то вероятность второго такого же $\frac{1}{99}$

А значит,

$$P = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{99} = \frac{1}{4950}$$

Либо, по формуле C_n^k

$$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_2^2 \cdot C_{98}^0}{C_{100}^2}$$

Сначала, найдем общее количество вариантов вытащить 2 билета из 100:

$$C_{100}^2 = \frac{100!}{2! \cdot (100-2)!} = \frac{100!}{2! \cdot 98!} = \frac{99 \cdot 100}{2} = 4950$$

Оба значения в числителе будут равны 1, так что получаем ту же самую вероятность, что в первом варианте решения:

$$P = \frac{1}{4950}$$