8. Sắp xếp tô pô và BFS

Giải thích vì sao thuật toán sau không đảm bảo cho kết quả là một thứ tự tô pô: Chạy BFS, đánh dấu mỗi đỉnh theo khoảng cách tăng dần tới đỉnh nguồn của nó.

**Giải**

Khi áp dụng BFS, các đỉnh được duyệt qua theo từng tầng, bắt đầu từ đỉnh nguồn và lan rộng ra các đỉnh kề của nó trước khi di chuyển đến các đỉnh xa hơn.

Vì BFS không xem xét các cạnh giữa các đỉnh có cùng khoảng cách với đỉnh nguồn. Trong quá trình duyệt BFS, khi ta duyệt qua một đỉnh và thêm các đỉnh kề vào hàng đợi, thứ tự của các đỉnh này trong hàng đợi phụ thuộc vào thứ tự mà chúng được thêm vào. Nếu có nhiều đỉnh cùng khoảng cách tới đỉnh nguồn, thứ tự của chúng trong hàng đợi có thể thay đổi ở mỗi lần thêm vào.

* đánh dấu các đỉnh theo khoảng cách tăng dần, việc duyệt qua các đỉnh trong thứ tự tô pô không được đảm bảo trong thuật toán BFS.

10. Liên thông mạnh

Hãy mô tả một thuật toán thời gian tuyến tính tính thành phần liên thông mạnh chứa một đỉnh v cho trước. Dựa trên thuật toán đó, hãy mô tả một thuật toán thời gian bậc hai đơn giản để tính các thành phần liên thông mạnh của một đồ thị có hướng.

Gợi ý: dựa DFS

**Giải**

Thuật toán thời gian tuyến tính tính thành phần liên thông mạnh chứa một đỉnh v cho trước:

Procedure int connected (int v) {

Đánh dấu đỉnh v đã được thăm

Cho đỉnh v vào stack (các đỉnh đã thăm)

Thăm đỉnh u kề với đỉnh v {

Đánh dấu đỉnh u đã được thăm

Nếu đỉnh u không trong stack

Cho đi đỉnh u vào stack

Connected(u)

cnt++;

}

return cnt;

}

Độ phức tạp O(V) với V là số đỉnh của đồ thị

Thuật toán thời gian bậc hai đơn giản để tính các thành phần liên thông mạnh:

Procedure int connected2 () {

For các đỉnh v trong graph {

cnt += connected(v);

}

Return cnt;

}

Độ phức tạp O(V^2)

13. Đếm đồ thị có hướng

Chứng minh rằng có tất cả đồ thị đỉnh có hướng không chứa cạnh song song.

Gợi ý: Có bao nhiêu đồ thị có hướng chứa V đỉnh và E cạnh?

**Giải**

Xét đồ thị có hướng có V đỉnh:

* Tổng số cặp đỉnh trong đồ thị có V đỉnh là
* Số cặp cạnh tối đa của đồ thị có hưởng có V đỉnh là

Xét đồ thị V đỉnh 0 cạnh có đồ thị

Xét đồ thị V đỉnh 1 cạnh có đồ thị

Xét đồ thị V đỉnh 2 cạnh có đồ thị

...

Xét đồ thị V đỉnh có (max cạnh) cạnh có đồ thị

* Total:

Vì đề nói là phải có nên mạnh dạn nhân thêm chứ không hiểu tại sao ta có:

14. Đếm đồ thị có hướng phi chu trình

Có bao nhiêu đồ thị có hướng phi chu trình chứa V đỉnh?

Giải

V = 0 => 0 đồ thị

V = 1 => 1 đồ thị

V = 2 => 1 + 2 đồ thị (1 cách tạo đồ thị cũ + chọn 1 trong 2 cách từ đỉnh 2 để connect với cạnh 1 => có = 2 cách chọn)

V = 3 => đồ thị (như trên)

...