Для решения данной задачи о назначении, сначала определимся с методами решения: северо-западный угол, минимальной стоимости и метод Фогеля. Затем мы выберем наилучший из них.

Для начала создадим матрицу перевозок, где строки будут представлять пункты поставки, а столбцы - пункты потребления. Запишем в неё данные:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | Поставки |
| Пост. 1 | 10 | 3 | 5 | 6 | 6 | 175 |
| Пост. 2 | 12 | 9 | 7 | 8 | 6 | 150 |
| Пост. 3 | 11 | 5 | 6 | 7 | 10 | 125 |
| Потр. | 105 | 75 | 50 | 145 | 75 |  |

Теперь рассмотрим методы решения.

Метод северо-западного угла:

1. Начнем с верхнего левого угла матрицы и будем двигаться вправо и вниз, назначая максимально возможное количество товаров из каждой ячейки, пока не достигнем пункта потребления или поставки, которые будут полностью удовлетворены.

2. Запишем распределение грузов в виде таблицы, чтобы визуализировать процесс:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 10 | 3 | 5 | 6 | 6 |
| Пост. 2 | 12 | 9 | 7 | 8 | 6 |
| Пост. 3 | 11 | 5 | 6 | 7 | 10 |

3. Начнем распределять грузы по поставщикам и потребителям, начиная с верхнего левого угла и двигаясь вправо и вниз:

- Из поставки 1 перевозим 75 единиц в потребление 1.

- Из поставки 1 остается 100 единиц.

- Потребление 1 удовлетворено, двигаемся к потреблению 2.

Продолжим этот процесс до тех пор, пока не удовлетворим все потребители и поставщики. Запишем результат:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 10 | 3 | 5 | 6 | 0 |
| Пост. 2 | 12 | 9 | 7 | 8 | 0 |
| Пост. 3 | 11 | 5 | 6 | 7 | 0 |
| Потр. | 0 | 75 | 50 | 145 | 75 |

Теперь мы можем рассчитать общие затраты на перевозки. Для этого умножим количество перевезенного груза в каждой ячейке на соответствующую стоимость и сложим все значения. Это даст нам минимальные затраты для метода северо-западного угла.

Общие затраты = (10 \* 75) + (3 \* 0) + (5 \* 0) + (6 \* 0) + (6 \* 0) + (12 \* 0) + (9 \* 75) + (7 \* 0) + (8 \* 0) + (6 \* 0) + (11 \* 0) + (5 \* 0) + (6 \* 0) + (7 \* 50) + (10 \* 0) = 750 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 675 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 350 + 0 = 1775

Итак, минимальные затраты для метода северо-западного угла составляют 1775 условных единиц.

Метод минимальной стоимости:

1. В этом методе мы будем итеративно находить ячейки с наименьшей стоимостью перевозки и выполнять перевозку наименьшего возможного количества товаров.

2. Сначала создадим таблицу с нулями, которая будет представлять начальное распределение:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

3. Найдем ячейку с наименьшей стоимостью перевозки. Это будет ячейка (1, 2) с стоимостью 3. Теперь мы распределим максимально возможное количество груза (минимум из количества товаров на поставке и потреблении) в эту ячейку.

- Поставка 1 имеет 10 единиц, а потребление 2 требует 75 единиц. Так что мы можем переместить только 10 единиц.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 0 | 10 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

4. Теперь найдем следующую наименьшую стоимость перевозки, которая равна 5, в ячейке (1, 3). Опять же, мы переносим максимально возможное количество товаров, которое равно 5 единиц.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 0 | 10 | 5 | 0 | 0 |
| Пост. 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

5. Продолжим этот процесс, находя наименьшую стоимость и перевозя товары, пока не удовлетворим все потребители и поставщики. После завершения этого процесса, таблица будет выглядеть следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 0 | 10 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 3 | 0 | 65 | 0 | 0 | 0 |

6. Теперь мы можем рассчитать общие затраты на перевозки. Для этого умножим количество перевезенного груза в каждой ячейке на соответствующую стоимость и сложим все значения. Это даст нам минимальные затраты для метода минимальной стоимости.

Общие затраты = (10 \* 0) + (3 \* 10) + (5 \* 5) + (6 \* 0) + (6 \* 0) + (12 \* 0) + (9 \* 0) + (7 \* 0) + (8 \* 0) + (6 \* 0) + (11 \* 0) + (5 \* 65) + (6 \* 0) + (7 \* 0) + (10 \* 0) = 0 + 30 + 25 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 325 + 0 + 0 + 0 = 380

Итак, минимальные затраты для метода минимальной стоимости составляют 380 условных единиц.

Метод Фогеля:

1. В этом методе мы найдем разности наименьших стоимостей в строках и столбцах (псевдопотенциалы) и определим две наименьшие разности.

2. Первая наименьшая разность будет называться $\delta\_1$, и вторая $\delta\_2$. После этого выберем строку или столбец, соответствующий $\delta\_1$ (предпочтительно выбирать тот, в котором больше нулей). Рассмотрим разницу в строке и назовем её $\delta\_3$. Затем мы выбираем столбец с наибольшей разницей и называем его $\delta\_4$.

3. Мы можем затем вычесть $\delta\_3$ из $\delta\_1$ и добавить $\delta\_4$ к $\delta\_2$. Если мы находим неотрицательное значение, то продолжаем перевозку. В противном случае, мы прекращаем.

Давайте рассчитаем метод Фогеля шаг за шагом:

Шаг 1: Рассчитаем псевдопотенциалы (разности минимальных стоимостей) для строк и столбцов.

Псевдопотенциалы строк:

- $\delta\_1 = min(10, 3, 5, 6, 6) - 0 = 3$

- $\delta\_2 = min(12, 9, 7, 8, 6) - 0 = 6$

- $\delta\_3 = min(11, 5, 6, 7, 10) - 0 = 5$

Псевдопотенциалы столбцов:

- $\delta\_1 = min(10, 12, 11) - 0 = 10$

- $\delta\_2 = min(3, 9, 5) - 0 = 3$

- $\delta\_3 = min(5, 7, 6) - 0 = 5$

- $\delta\_4 = min(6, 8, 7) - 0 = 6$

- $\delta\_5 = min(6, 6, 10) - 0 = 6$

Шаг 2: Найдем $\delta\_3$ и $\delta\_4$.

Минимальная разница среди псевдопотенциалов строк - это $\delta\_1 - \delta\_2 = 3 - 6 = -3$, и минимальная разница среди псевдопотенциалов столбцов - это $\delta\_4 - \delta\_5 = 6 - 6 = 0$.

Шаг 3: Выберем строку с наибольшей разницей $\delta\_3$ (предпочтительно выбирать ту, где больше нулей).

В данном случае выберем строку 3, так как у неё разница $\delta\_3 = 5$, и она содержит больше нулей, чем строка 1.

Шаг 4: Найдем столбец с наибольшей разницей $\delta\_4$ (предпочтительно выбирать тот, где больше нулей).

В данном случае выберем столбец 1, так как у него разница $\delta\_1 = 10$, и он содержит больше нулей, чем столбец 2.

Шаг 5: Найдем наименьшее значение в выбранной строке (строка 3) и столбце (столбец 1).

Наименьшее значение в строке 3 - это 5, и наименьшее значение в столбце 1 - это 10.

Шаг 6: Распределим максимально возможное количество товаров (минимум из 5 и 10) в ячейку (3, 1).

Теперь обновим таблицу распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 3 | 5 | 65 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 7: Обновим псевдопотенциалы и пересчитаем $\delta\_3$ и $\delta\_4$.

Псевдопотенциалы строк:

- $\delta\_1 = min(10, 3, 5, 6, 6) - 0 = 3$

- $\delta\_2 = min(12, 9, 7, 8, 6) - 0 = 6$

- $\delta\_3 = min(11, 5, 6, 7, 10) - 0 = 5$

Псевдопотенциалы столбцов:

- $\delta\_1 = min(10, 12, 11) - 0 = 10$

- $\delta\_2 = min(3, 9, 5) - 0 = 3$

- $\delta\_3 = min(5, 7, 6) - 0 = 5$

- $\delta\_4 = min(6, 8, 7) - 0 = 6$

- $\delta\_5 = min(6, 6, 10) - 0 = 6$

Шаг 8: Найдем $\delta\_3$ и $\delta\_4$ снова.

Минимальная разница среди псевдопотенциалов строк - это $\delta\_1 - \delta\_2 = 3 - 6 = -3$, и минимальная разница среди псевдопотенциалов столбцов - это $\delta\_4 - \delta\_5 = 6 - 6 = 0$.

Шаг 9: Выберем строку с наибольшей разницей $\delta\_3$ (предпочтительно выбирать ту, где больше нулей).

В данном случае строка 1 и строка 2 имеют разницу $\delta\_3 = 3$, но строка 1 содержит больше нулей, чем строка 2. Поэтому выберем строку 1.

Шаг 10: Найдем столбец с наибольшей разницей $\delta\_4$ (предпочтительно выбирать тот, где больше нулей).

В данном случае столбец 2 и столбец 4 имеют разницу $\delta\_2 = 6$, но столбец 4 содержит больше нулей, чем столбец 2. Поэтому выберем столбец 4.

Шаг 11: Найдем наименьшее значение в выбранной строке (строка 1) и столбце (столбец 4).

Наименьшее значение в строке 1 - это 0, и наименьшее значение в столбце 4 - это 0.

Шаг 12: Распределим максимально возможное количество товаров (минимум из 0 и 0) в ячейку (1, 4).

Теперь обновим таблицу распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 |
| Пост. 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Пост. 3 | 5 | 65 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 13: Обновим псевдопотенциалы и пересчитаем $\delta\_3$ и $\delta\_4$.

Псевдопотенциалы строк:

- $\delta\_1 = min(10, 3, 5, 6, 6) - 0 = 3$

- $\delta\_2 = min(12, 9, 7, 8, 6) - 0 = 6$

- $\delta\_3 = min(11, 5, 6, 7, 10) - 0 = 5$

Псевдопотенциалы столбцов:

- $\delta\_1 = min(10, 12, 11) - 0 = 10$

- $\delta\_2 = min(3, 9, 5) - 0 = 3$

- $\delta\_3 = min(5, 7, 6) - 0 = 5$

- $\delta\_4 = min(6, 8, 7) - 0 = 6$

- $\delta\_5 = min(6, 6, 10) - 0 = 6$

Шаг 14: Найдем $\delta\_3$ и $\delta\_4$ снова.

Минимальная разница среди псевдопотенциалов строк - это $\delta\_1 - \delta\_2 = 3 - 6 = -3$, и минимальная разница среди псевдопотенциалов столбцов

- это $\delta\_4 - \delta\_5 = 6 - 6 = 0$.

Шаг 15: В данном случае $\delta\_3$ и $\delta\_4$ не изменились, и мы не можем продолжить перевозку.

Итак, мы закончили выполнение метода Фогеля. Теперь мы можем рассчитать общие затраты на перевозки. Для этого умножим количество перевезенного груза в каждой ячейке на соответствующую стоимость и сложим все значения. Это даст нам минимальные затраты для метода Фогеля.

Общие затраты = (10 \* 0) + (3 \* 0) + (5 \* 0) + (6 \* 0) + (6 \* 0) + (12 \* 0) + (9 \* 0) + (7 \* 0) + (8 \* 0) + (6 \* 0) + (11 \* 0) + (5 \* 5) + (6 \* 0) + (7 \* 0) + (10 \* 0) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 25 + 0 + 0 + 0 = 25

Итак, минимальные затраты для метода Фогеля составляют 25 условных единиц.

Вывод:

Минимальные затраты для каждого метода:

- Метод северо-западного угла: 1775 условных единиц

- Метод минимальной стоимости: 380 условных единиц

- Метод Фогеля: 25 условных единиц

Метод Фогеля дает наименьшие затраты на перевозки, поэтому оптимальный план закрепления потребителей и поставщиков будет получен с использованием метода Фогеля.