

Описание Формул и Применяемого Кода

Этот документ объясняет применяемые формулы и их применение в коде для моделирования пуассоновских потоков, проведения статистических тестов и визуализации потоков. Рассмотрим ключевые формулы и шаги.

Генерация Пуассоновского Процесса

Для генерации пуассоновского процесса используется формула интервалов между событиями, которая определяется как:

Интервал между событиями: $T = -\ln(U) / \lambda$, где:

- U — случайная величина, равномерно распределенная на $[0, 1]$
- λ — интенсивность потока (среднее количество событий на единицу времени)

Визуализация Пуассоновских Потоков

Пуассоновский поток отображается на графике с помощью лестничной диаграммы (step plot), где ось X — это время событий, а ось Y — это число накопленных событий.

Для отображения двух независимых потоков с различными интенсивностями и их суммы используется функция `step()`, которая строит графики по каждому потоку.

Сумма Пуассоновских Потоков

Суммирование пуассоновских потоков с интенсивностями λ_1 и λ_2 даёт новый поток с интенсивностью:

$$\lambda_{\text{sum}} = \lambda_1 + \lambda_2$$

Статистика Пуассоновских Потоков

Эмпирическая интенсивность пуассоновского потока определяется как:

$$\lambda_{\text{empirical}} = N_{\text{events}} / T, \text{ где:}$$

- N_{events} — количество событий за период наблюдения
- T — время наблюдения

Теоретическая дисперсия пуассоновского потока: $\text{Var}_{\text{theoretical}} = \lambda * T$

Эмпирическая дисперсия вычисляется на основе числа событий в разных реализациях процесса.

Тест Колмогорова-Смирнова

Тест Колмогорова-Смирнова используется для проверки гипотезы о том, что интервалы между событиями распределены экспоненциально с параметром λ .

Проверяемая гипотеза: интервалы между событиями следуют распределению $\text{Exp}(\lambda)$, где $\text{Exp}(\lambda)$ — экспоненциальное распределение с параметром λ .

Тест χ^2

Тест χ^2 используется для сравнения распределения числа событий с теоретическим распределением Пуассона.

Статистика χ^2 определяется как сумма отклонений фактических и ожидаемых значений по формуле:

$$\chi^2 = \sum (O_i - E_i)^2 / E_i, \text{ где:}$$

- O_i — наблюдаемое количество событий

- E_i — ожидаемое количество событий согласно распределению Пуассона

Общая Статистика

На основе статистических тестов определяется, подтверждаются ли теории о том, что процесс является пуассоновским, и проводятся оценки соответствия данных теоретическим предположениям.