

ГУАП

КАФЕДРА № 31

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

старший преподаватель

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Н.Л. Гречкин

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №2

ПЕРВЫЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА: ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПО
ЛИНЕЙНОМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ

по курсу: НЕЛИНЕЙНЫЕ И АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. № _____

подпись, дата

Д. В. Самарин

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2025

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Выполнить исследование устойчивости по линейному приближению, построить описание фазовой плоскости с помощью фазовых траекторий.
Вариант 15.

ХОД РАБОТЫ

1) Исследуем систему, описываемую дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1^5 - x_2 \cdot 3 + x_2 \cdot x_1 \end{cases}$$

Запишем уравнения равновесия в виде:

$$\begin{cases} f_1 = -x_2 = 0 \\ f_2 = -x_1^5 - x_2 \cdot 3 + x_2 \cdot x_1 = 0 \end{cases}$$

Существует одна особая точка:

$$(0,0).$$

Для выяснения характера особых точек рассматривается якобиан в рабочей точке, который описывает линеаризованную систему.

- Рассмотрим для точки $(0,0)$:

$$J(0,0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -5x_1^4 + x_2 & -3 + x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Характеристическое уравнение:

$$|J(0,0) - \lambda E| = \begin{vmatrix} -\lambda & -1 \\ 0 & -3 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 3\lambda.$$

Корни уравнения: $\lambda_1 = -3$; $\lambda_2 = 0$. Особая точка – седло, неустойчивое состояние.

Код для построения фазовых траекторий в среде Matlab приведен на рисунках 1-2. На рисунке 3 приведен фазовый портрет вблизи особой точки.

```
function dx=dxdt1(t,x)
    dx=zeros(2,1);
    dx(1)=-x(2);
    dx(2)=-x(1)^5-3*x(2)+x(1)*x(2);
end
```

Рисунок 1 – Листинг кода

```
clear
close all
figure(1)
hold on
t=[0 2]
for x0=-1.5:0.1:1.5
    for dx0=-1.5:0.1:1.5
        [t,x]=ode45(@dxdt1,t,[x0 dx0]);
        plot(x(:,1),x(:,2))
    end
end
```

Рисунок 2 – Листинг кода

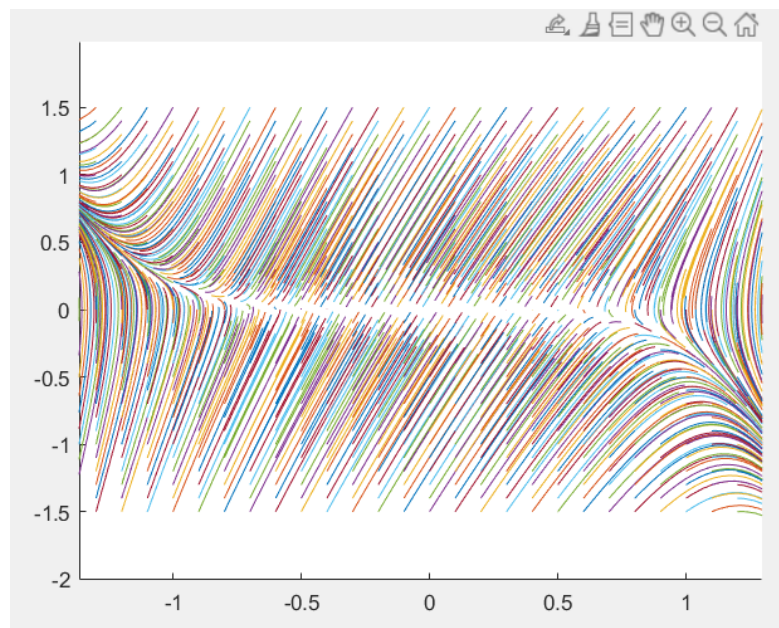


Рисунок 3 – Фазовый портрет

2) Найдем особые точки нелинейной системы. Для выяснения количества и характера особых точек нелинейной системы нужно рассмотреть якобиан системы в особых точках.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - 2x_1 \\ \dot{x}_2 = 1 - x_1 - x_2 \cdot (1 - 0.5 \cdot x_1^2) \end{cases}$$

Запишем уравнения равновесия в виде:

Запишем уравнения равновесия в виде:

$$\begin{cases} f_1 = \dot{x}_1 = -x_2 - 2x_1 = 0 \\ f_2 = \dot{x}_2 = 1 - x_1 - x_2 \cdot (1 - 0.5 \cdot x_1^2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1 = -x_2 - 2x_1 = 0 \\ f_2 = 1 - x_1 - x_2 \cdot (1 - 0.5 \cdot x_1^2) = 0 \end{cases}$$

Существуют 3 особых точки (рис. 4).

`x1x2_1 =`

`[1.325, -2.649]`

`x1x2_2 =`

`[- 0.662 + 0.562i, 1.325 - 1.125i]`

`x1x2_3 =`

`[- 0.662 - 0.562i, 1.325 + 1.125i]`

Рисунок 4 – Особые точки

Для выяснения характера особых точек рассматривается якобиан в рабочей точке, который описывает линеаризованную систему.

- Рассмотрим для точки $(1.325, -2.649)$:

$$J(1.325, -2.649) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 + x_1 x_2 & -1 + 0.5 \cdot x_1^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4.5099 & -0.1222 \end{bmatrix}$$

Характеристическое уравнение:

$$|J - \lambda E| = \begin{bmatrix} -2 - \lambda & -1 \\ -2.5099 & -0.1222 - \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + 2.1222\lambda - 4.2656$$

Корни уравнения: $\lambda_1 = -3.383i$; $\lambda_2 = 1.261$. Особая точка – седло (неустойчивое состояние).

- Для точки $(-0.662 + 0.562i, 1.325 - 1.125i)$

Корни уравнения: $\lambda_1 = -2.618 - 0.749i; \lambda_2 = -0.321 + 0.377i$.

Устойчивый фокус на комплексной плоскости.

- Для точки $(-0.662 - 0.562i, 1.325 + 1.125i)$

Корни уравнения: $\lambda_1 = -2.618 + 0.749i; \lambda_2 = -0.321 - 0.377i$.

Устойчивый фокус на комплексной плоскости.

Полученный фазовый портрет представлен на рисунке 5.

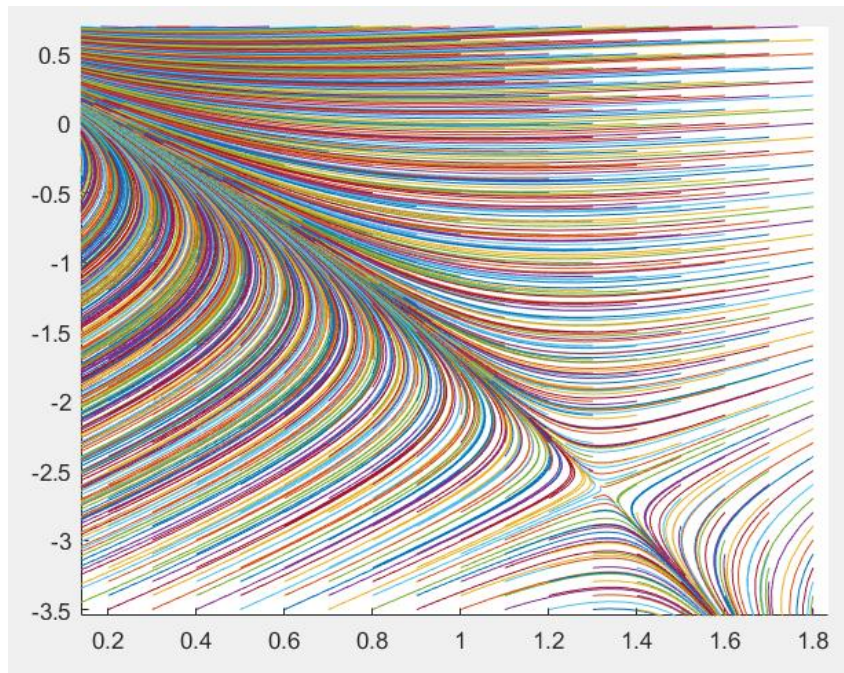


Рисунок 5 – Фазовый портрет

ВЫВОД

В ходе выполнения лабораторной работы было выполнено исследование устойчивости по линейному приближению, построены описания фазовой плоскости с помощью фазовых траекторий.

В данном случае может возникнуть ситуация, когда применяемый метод оказывается неадекватным для рассматриваемой системы (это в целом относится ко всем методам анализа нелинейных систем).