Отчет по Пуассоновским потокам

# Как генерируются пуассоновские потоки?

Пуассоновский поток — это последовательность случайных событий, происходящих в некоторый момент времени. Время между событиями (интервалы) имеет экспоненциальное распределение с параметром λ — интенсивностью потока. Для генерации пуассоновских потоков:  
1. Генерируются интервалы между событиями: время ожидания до следующего события экспоненциально распределено (Expon(λ)). Для генерации этих интервалов используется формула:  
 interval = -1 / λ \* ln(U),  
 где U — равномерно распределённая случайная величина на отрезке [0, 1].  
2. Накопление событий во времени: суммируются интервалы между событиями для получения момента каждого события. Генерированные интервалы добавляются к текущему времени, пока не достигнут конца наблюдаемого промежутка.

# Определение и свойства пуассоновских потоков

Пуассоновский поток описывает случайный процесс, при котором события происходят независимо друг от друга с постоянной интенсивностью λ.  
  
Основные свойства:  
1. Отсутствие памяти: вероятность того, что событие произойдет в ближайший момент времени, не зависит от того, когда произошло последнее событие.  
2. Независимость событий: количество событий в непересекающихся промежутках времени — независимые случайные величины.  
3. Гомогенность: вероятность появления события в малом интервале времени Δt примерно равна λΔt, где λ — интенсивность потока.

# Распределение величины потока

Количество событий N(T), произошедших за фиксированное время T, имеет пуассоновское распределение с параметром λT:  
 P(N(T) = k) = (λT)^k \* e^(-λT) / k! , k = 0, 1, 2, ...  
  
где:  
- λ — интенсивность потока (среднее число событий в единицу времени),  
- T — период времени наблюдения.  
Это означает, что вероятность появления точно k событий за время T описывается этой формулой.

# Математическое ожидание и дисперсия пуассоновского потока

Математическое ожидание (среднее количество событий) для пуассоновского потока равно:  
 E[N(T)] = λT.  
  
Дисперсия числа событий за время T также равна λT:  
 Var(N(T)) = λT.  
  
Это важное свойство пуассоновского процесса: среднее значение и дисперсия числа событий одинаковы.

# Оценка интенсивности

Чтобы оценить интенсивность λ по наблюдениям, можно использовать эмпирическую оценку интенсивности:  
 λ^ = Σ N(T\_i) / (nT),  
где N(T\_i) — число событий за время T\_i, n — количество наблюдений.

# Вероятность в пуассоновском потоке

Вероятность того, что произойдет k событий за время T, определяется пуассоновским распределением. Вероятность появления хотя бы одного события на малом промежутке времени Δt приблизительно равна λΔt. Для небольших Δt вероятность более чем одного события очень мала.

# Смысл χ²-статистики

Статистика χ² используется для проверки гипотезы о том, что наблюдаемые частоты событий соответствуют ожидаемым (теоретическим) частотам для пуассоновского распределения.  
  
Шаги проведения теста:  
1. Наблюдаемые частоты: подсчитываются фактические частоты количества событий в разных интервалах времени.  
2. Ожидаемые частоты: вычисляются по формуле пуассоновского распределения с параметром λ.  
3. χ²-статистика:  
 χ² = Σ ((O\_i - E\_i)² / E\_i),  
где O\_i — наблюдаемые частоты, E\_i — ожидаемые частоты.  
  
Если χ²-статистика мала, то гипотеза о том, что наблюдения соответствуют пуассоновскому распределению, подтверждается.

# Основная задача лабораторной работы

Основная задача ЛР — исследовать пуассоновские потоки и их характеристики, проверить гипотезы о распределении времени между событиями (экспоненциальное) и числе событий (пуассоновское распределение), используя статистические методы (тесты Колмогорова-Смирнова и χ²).

# Практические частоты

Практические частоты — это фактически наблюдаемые числа событий за время T. Они сравниваются с ожидаемыми частотами, вычисленными с использованием пуассоновского распределения для проверки соответствия модели и реальных данных.