|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ: |  |  |

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| доцент, к.т.н., доцент | / |  | / |  | / | В. В. Мышко |
| (должность, учёная степень, звание) |  | (подпись) |  | (дата защиты) |  | (инициалы, фамилия) |

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

«Выравнивание статистических распределений и проверка гипотез о законах распределения случайных величин»

ПО КУРСУ: «ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ СТУДЕНТ: | 4134К | / | Самарин Д. В. |
|  | (номер группы) |  | (инициалы, фамилия) |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | / |  | / | 18.02.2025 |
|  |  | (подпись студента) |  | (дата отчета) |

Цель

Целью данной лабораторной работы является проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий для двух случайных величин на основе экспериментальных данных.

Задание на лабораторную работу

Для случайных величин X и Y необходимо проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий на основе заданных массивов экспериментальных данных.

Порядок выполнения задания:

1. Найти оценки математических ожиданий по заданным массивам экспериментальных данных.
2. Проверить нулевую гипотезу о равенстве математических ожиданий при конкурирующей гипотезе:
   * что математическое ожидание случайной величины X больше математического ожидания случайной величины Y (для четных вариантов);
   * что математическое ожидание случайной величины X меньше математического ожидания случайной величины Y (для нечетных вариантов).

Ход работы

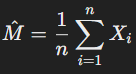
**Вариант 96**

****

**Вариант – чётный.**

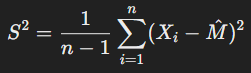
Решение:

**Оценка математического ожидания**:



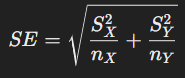
где M — выборочное среднее для случайной величины X, n — количество наблюдений.

**Оценка дисперсии**:



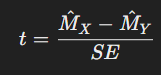
где S^2 — выборочная дисперсия.

**Стандартная ошибка разности средних**:



где S\_X^2​, S\_Y^2​ — дисперсии выборок X и Y, n\_X, n\_Y​ — размеры выборок.

**Статистика t**:



M^\_x и M^\_y – это выборочные средние для X и Y.

Для уровня значимости α=0.05 и степеней свободы df=nX+nY−2, критическое значение t вычисляется с помощью функции tcritical=t.ppf(1−α, df).

**Результаты выполнения работы**

В ходе работы был реализован алгоритм.

С работоспособностью алгоритма можно ознакомиться по ссылке ниже:

<https://nac3yadjcs27e5hhanwbvr.streamlit.app/>

Были рассчитаны выборочные средние для X и Y:

M^X = 3.10, M^Y​ = 3.92

Вычислены дисперсии выборок X и Y:

Рассчитана стандартная ошибка разности средних:

SE=0.77

Рассчитано критическое значение t и t-статистика:

tcritical​=1.73

t=−0.86

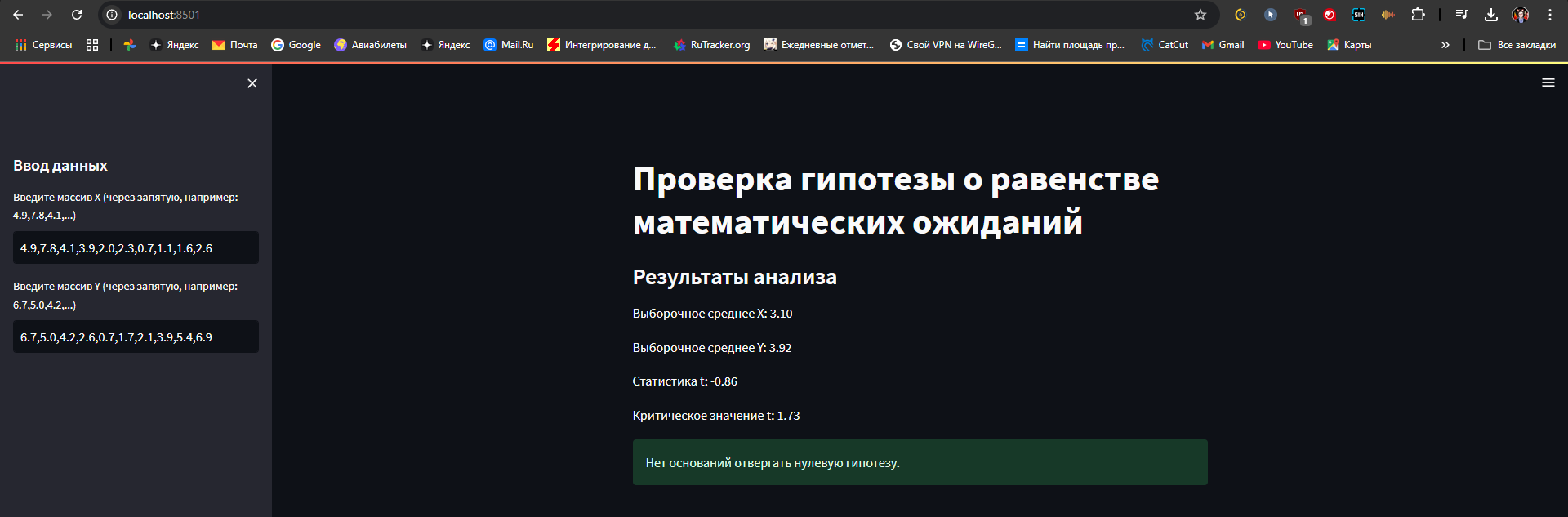
На основании сравнения статистики t с критическим значением, сделан вывод:

Статистика t (-0.86) меньше критического значения (1.73), следовательно, **нуль гипотеза не отвергается**.

**Результат**:

* Выборочное среднее X: 3.10
* Выборочное среднее Y: 3.92
* Статистика t: -0.86
* Критическое значение t: 1.73
* Нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Вывод программы:



**Анализ полученных результатов:**

На основе проведенного t-теста, статистика t оказалась меньше критического значения, что привело к отказу от отклонения нулевой гипотезы. Следовательно, данные не дают достаточных оснований для утверждения, что математическое ожидание случайной величины X отличается от математического ожидания случайной величины Y.

* Проблема проверки гипотез о параметрах законов распределения решена с использованием t-теста.
* Полученные результаты не позволяют отклонить нулевую гипотезу, предполагающую равенство математических ожиданий.

Выборочное среднее для случайной величины X и для случайной величины Y довольно близки, но Y в среднем имеет немного большее значение. Однако, чтобы утверждать, что одно математическое ожидание больше другого, нам нужно провести статистический тест, как это сделано в работе.

Мы использовали t-критерий для проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий. Нулевая гипотеза (H₀) предполагает, что математическое ожидание X равно математическому ожиданию Y. Альтернативная гипотеза утверждает, что одно из этих ожиданий больше другого.

Статистика t указывает на то, что разница между выборочными средними X и Y относительно мала по сравнению с ошибкой, что позволяет предположить отсутствие значимой разницы между математическими ожиданиями этих величин. Важно, что t-статистика отрицательная, что указывает на то, что меньше, но это не обязательно означает, что разница статистически значима.

Результаты теста говорят о том, что разница между выборочными средними X и Y не является статистически значимой на уровне значимости 0.05. Следовательно, у нас нет достаточных оснований для утверждения, что математические ожидания этих случайных величин различаются. Нулевая гипотеза, утверждающая, что математическое ожидание X равно математическому ожиданию Y, не отвергается.

Применение t-критерия показало, что разница между выборочными средними X и Y слишком мала, чтобы сделать вывод о статистически значимом различии между их математическими ожиданиями.

Полученные данные не дают оснований отвергать гипотезу о равенстве математических ожиданий. Это может свидетельствовать о том, что для выбранных выборок X и Y данные не показывают четкой статистической разницы в их средних значениях.

**Вывод:**

В ходе выполнения лабораторной работы по результатам t-теста не удалось отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве математических ожиданий случайных величин X и Y. Разница между их средними статистически незначима на уровне значимости 0.05.

Листинг кода:

|  |
| --- |
| import numpy as np  from scipy.stats import t  import streamlit as st  # Заголовок приложения  st.title("Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий")  # Ввод данных через интерфейс Streamlit  st.sidebar.header("Ввод данных")  X\_input = st.sidebar.text\_input(      "Введите массив X (через запятую, например: 4.9,7.8,4.1,...)",      "4.9,7.8,4.1,3.9,2.0,2.3,0.7,1.1,1.6,2.6"  )  Y\_input = st.sidebar.text\_input(      "Введите массив Y (через запятую, например: 6.7,5.0,4.2,...)",      "6.7,5.0,4.2,2.6,0.7,1.7,2.1,3.9,5.4,6.9"  )  # Преобразование ввода в массивы чисел  try:      X = np.array(list(map(float, X\_input.split(','))))      Y = np.array(list(map(float, Y\_input.split(','))))  except Exception as e:      st.error(f"Ошибка ввода данных: {e}")      st.stop()  # Выборочные характеристики  mean\_X = np.mean(X)  mean\_Y = np.mean(Y)  var\_X = np.var(X, ddof=1)  var\_Y = np.var(Y, ddof=1)  n\_X = len(X)  n\_Y = len(Y)  # Стандартная ошибка разности средних  SE = np.sqrt(var\_X / n\_X + var\_Y / n\_Y)  # Статистика t  t\_stat = (mean\_X - mean\_Y) / SE  # Критическое значение t  alpha = 0.05  df = n\_X + n\_Y - 2  t\_critical = t.ppf(1 - alpha, df)  # Вывод результатов  st.subheader("Результаты анализа")  st.write(f"Выборочное среднее X: {mean\_X:.2f}")  st.write(f"Выборочное среднее Y: {mean\_Y:.2f}")  st.write(f"Статистика t: {t\_stat:.2f}")  st.write(f"Критическое значение t: {t\_critical:.2f}")  if t\_stat > t\_critical:      st.error("Нулевая гипотеза отвергается. M(X) > M(Y).")  else:      st.success("Нет оснований отвергать нулевую гипотезу.") |