

## آزمایش ۱: پل و تستون

### بخش ۱

شماره دانشجویی: ۹۷۳۱۱۱۱

نام مربی: استاد صداقت جلیل‌بادی

نام و نام خانوادگی: دانیال حمدي

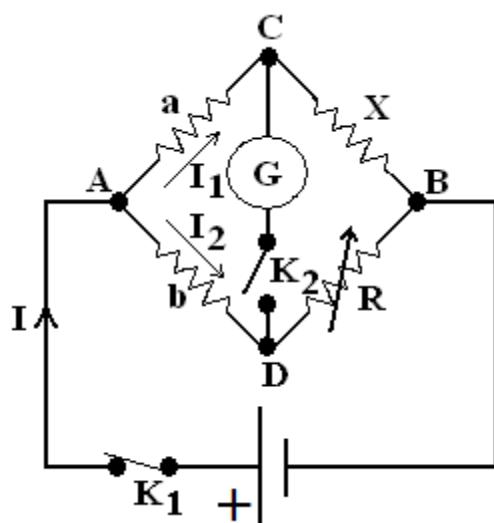
روز و ساعت آزمایشگاه: چهارشنبه - ۱۰ تا ۱۲:۳۰

**هدف آزمایش:** اندازه‌گیری مقاومت مجهول با استفاده از پل و تستون

**وسایل آزمایش:** جعبه‌ی پل و تستون، گالوانومتر، مقاومت مجهول، باتری، سیم‌های رابط

**تئوری آزمایش (با ترسیم مدار الکتریکی):**

به کمک پل و تستون می‌توان مقادیر یک مقاومت را با دقت بالایی (دو رقم اعشار) به دست آورد.

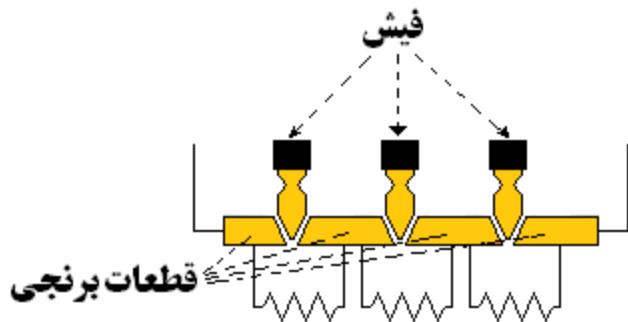


شکل ۱

قصد داریم با فرض معلوم بودن مقاومت‌های a و b، و متغیر بودن مقاومت X، مقادیر مقاومت R را به دست آوریم. در مدار بالا، با بستن کلیدهای K1 و K2، به طور پیش‌فرض جریان از گالوانومتر عبور می‌کند. مقادیر مقاومت R را تا جایی تغییر می‌دهیم که جریان عبوری به صفر برسد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} V_c &= V_d \\ V_A - V_C &= V_A - V_D \rightarrow aI_1 = bI_2 \\ V_B - V_C &= V_B - V_D \rightarrow XI_1 = RI_2 \\ X &= \frac{a}{b}R \end{aligned}$$

به این ترتیب توانستیم مقاومت X را بر حسب دیگر مقاومت‌ها به دست آوریم. جعبه‌ی پل و تستون تعدادی مقاومت دارد. برداشتن هر فیش، آن مقاومت را وارد مدار می‌کند.



در جعبه‌ی پل و تستون ماء مقاومت‌های  $a$  و  $b$  می‌توانند مقادیر  $10$ ،  $100$  و  $1000$  اهم داشته باشند. مقاومت  $R$  هم می‌تواند مقادیر گسسته‌ای از بازه‌ی  $1$  تا  $1110$  اهم را اختیار کند.

### روش انجام آزمایش:

- مداری مطابق شکل ۱ را بیندید و از مقاومت‌های  $a$  و  $b$  دو مقدار دلخواه انتخاب نمایید.
- مقاومت  $R$  را در حالت صفر قرار دهید. با بستن کلیدهای  $k1$  و  $k2$  جهت انحراف عقریه گالوانومتر را در نظر بگیرید. سپس با برداشتن فیش (INF)، مقاومت  $R$  را در حالت بینهایت قرار داده و مجدداً انحراف عقریه گالوانومتر را ملاحظه نمایید. در صورت انحراف عقریه گالوانومتر در جهت مخالف، مدار صحیح بسته شده است. (چرا؟)
- پس از اطمینان از صحت مدار، مقاومت متغیر  $R$  را به گونه‌ای تغییر دهید که پس از هر بار کلید زدن، گالوانومتر  $V_d$  جریانی را از خود عبور ندهد. در این شرایط پل در حال تعادل بوده و نقاط  $C$  و  $D$  هم پتانسیل خواهند بود ( $V_d = V_C$ ). از رابطه‌ی ۱ مقدار مقاومت مجھول  $X$  را حساب کنید.

انتخاب صحیح نسبت  $\frac{a}{b}$  در دقت اندازه‌گیری مؤثر می‌باشد. این نسبت می‌تواند مقادیر مختلفی را به خود اختصاص دهد. جهت سادگی مقادیر  $1.11$ ،  $1.1$ ،  $1$  اختیار می‌شود. با توجه به محدوده‌ی مقاومت مجھول بایستی بهترین و دقیق‌ترین نسبت  $\frac{a}{b}$  را اختیار کرد. طبق رابطه‌ی  $1$ ، اگر نسبت  $\frac{a}{b} = 0.01$  باشد، مقدار مقاومت‌های مجھول در محدوده  $0.01$  تا  $111.10$  اهم با دقت یک‌صد اعشار قابل اندازه‌گیری می‌باشند. برای اندازه‌گیری مقاومت‌های بیش از این مقدار باید نسبت  $\frac{a}{b}$  را تغییر داد (بیشتر کرد). به طور مثال برای اندازه‌گیری مقاومت مجھول  $1200$  اهم باید از نسبت  $\frac{a}{b} = 0.01$  استفاده کرد.

## آزمایش ۱: پل و تستون

بخش ۲

شماره دانشجویی: ۹۷۳۱۱۱۱

نام مربی: استاد صداقت جلیل‌ابادی

نام و نام خانوادگی: دانیال حمدی

روز و ساعت آزمایشگاه: چهارشنبه - ۱۰ تا ۱۲:۳۰

### الف) پل و تستون

- مقدار مقاومت‌های مجھول  $X_1$  و  $X_2$  که در اختیار دارید را با استفاده از کد رنگی خوانده و در جدول زیر ثبت کنید.
- مقدار مقاومت‌های  $X_s$  و  $X_p$  را با استفاده از روابط زیر محاسبه، و در جدول زیر ثبت کنید.

$$X_s = X_1 + X_2$$

$$\frac{1}{X_p} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}$$

- خطای مطلق آن‌ها را با استفاده از روش لگاریتمی به دست آورید و آن‌ها را به صورت زیر گزارش و در جدول ثبت کنید.

$$X_s \pm \Delta X_s(\Omega)$$

$$X_p \pm \Delta X_p(\Omega)$$

برای خطاهای خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ln(X_s) &= \ln(X_1 + X_2) \rightarrow d\ln(X_s) = d\ln(X_1 + X_2) \rightarrow \frac{dX_s}{X_s} = \frac{dX_1 + dX_2}{X_1 + X_2} \rightarrow \Delta X_s \\ &= X_s \left( \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2}{X_1 + X_2} \right) = \Delta X_1 + \Delta X_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_p &= \frac{X_1 X_2}{X_1 + X_2} \rightarrow \ln(X_p) = \ln\left(\frac{X_1 X_2}{X_1 + X_2}\right) = \ln\left(\frac{X_1 X_2}{X_s}\right) = \ln(X_1) + \ln(X_2) - \ln(X_s) \rightarrow \frac{dX_p}{X_p} \\ &= \frac{d(X_1)}{X_1} + \frac{d(X_2)}{X_2} - \frac{d(X_s)}{X_s} \rightarrow \Delta X_p = X_p \left( \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_s}{X_s} \right) \end{aligned}$$

پس:

$$\Delta X_s = \Delta X_1 + \Delta X_2 = 0.23 + 2.3 = 2.53(\Omega)$$

$$\Delta X_p = X_p \left( \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_s}{X_s} \right) = 4.2 \left( \frac{0.23}{4.7} + \frac{2.3}{47} + \frac{2.53}{51.7} \right) = 0.62 (\Omega)$$

- بار دیگر مقاومت‌های مجھول  $X_s$ ,  $X_2$ ,  $X_1$  و  $X_p$  را با استفاده از دستگاه پل و تستون اندازه‌گیری و در جدول زیر ثبت کنید.

	$X \pm \Delta X(\Omega)$ (کد رنگی - تئوری)	$\frac{a}{b}$	$R (\Omega)$	$\frac{a}{b}R + \Delta X(\Omega)$ (دستگاه پل وتسون)
$X_1$	$4.7 \pm 0.23$	0.01	473	$4.73 \pm 0.01$
$X_2$	$47 \pm 2.3$	0.01	4700	$47 \pm 0.01$
$X_s$	$51.7 \pm 2.53$	0.01	5170	$51.70 \pm 0.01$
$X_p$	$4.2 \pm 0.62$	0.01	430	$4.30 \pm 0.01$

## ب) اندازه‌گیری مقاومت درونی گالوانومتر - پل کلوین

- مقاومت درونی گالوانومتر را با استفاده از پل کلوین محاسبه کنید.

اگر مقدار  $R$  برای حالتی که جریان گالوانومتر با باز و بسته کردن K3 ثابت باشد، برابر  $(\Omega) 40$  باشد (طبق عکس داده شده در اسلایدها)، خواهیم داشت:

$$X_G = \frac{a}{b} R$$

$$a = b = 1000(\Omega) \rightarrow X_G = \frac{1000}{1000} \times 40 = 40(\Omega)$$

- خطای مطلق آن را با استفاده از روش لگاریتمی به دست آورید و نهایتاً آن به صورت زیر گزارش کنید.

$$X_G \pm \Delta X_G(\Omega)$$

$$\ln(X_G) = \ln\left(\frac{a}{b}R\right) \rightarrow \ln(X_G) = \ln(a) + \ln(R) - \ln(b) \rightarrow \frac{dX_G}{X_G} = \frac{da}{a} + \frac{dR}{R} - \frac{db}{b}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta X_G}{X_G} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta b}{b}$$

اگر خطای  $R$  را برابر ۱ اهم در نظر بگیریم، و فرض کنیم مقاومتهای  $a$  و  $b$  بدون خطای باشند، خواهیم داشت:

$$\Delta X_G = X_G \left( \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta b}{b} \right) = 40 \left( 0 + \frac{1}{40} + 0 \right) = 1(\Omega)$$

پس:

$$X_G \pm \Delta X_G(\Omega) = 40 \pm 1(\Omega)$$

## جواب به سؤالات:

1. هر یک از نسبت‌های ممکن  $\frac{a}{b}$  برای اندازه‌گیری چه محدوده‌ای از مقاومت‌ها مناسب می‌باشد؟

داریم:

a	b	دقت	حداقل مقاومت	حداکثر مقاومت
10	1000	0.01	0.01	111.10
100	1000	0.1	0.1	1111.0
1000	1000	1	1	11110

یک نمونه از محاسبات:

$$a = 10, b = 1000 \rightarrow X_{\min} = \left(\frac{a}{b}\right) R_{\min} = \left(\frac{10}{1000}\right) 1 = 0.01, X_{\max} = \left(\frac{a}{b}\right) R_{\max} = \left(\frac{10}{1000}\right) 11110 = 111.1(\Omega)$$

2. چهار مقاومت داریم که به ترتیب در حدود 0.4، 8، 159 و 4400 اهم هستند. بهترین نسبت  $\frac{a}{b}$  را برای اندازه‌گیری این مقاومت‌ها تعیین کنید.

طبق جدول بالا خواهیم داشت:

$$0.01 < 0.4 < 111.10 \rightarrow \frac{a}{b} = 0.01$$

$$0.01 < 8 < 111.10 \rightarrow \frac{a}{b} = 0.01$$

$$0.1 < 159 < 1111.0 \rightarrow \frac{a}{b} = 0.1$$

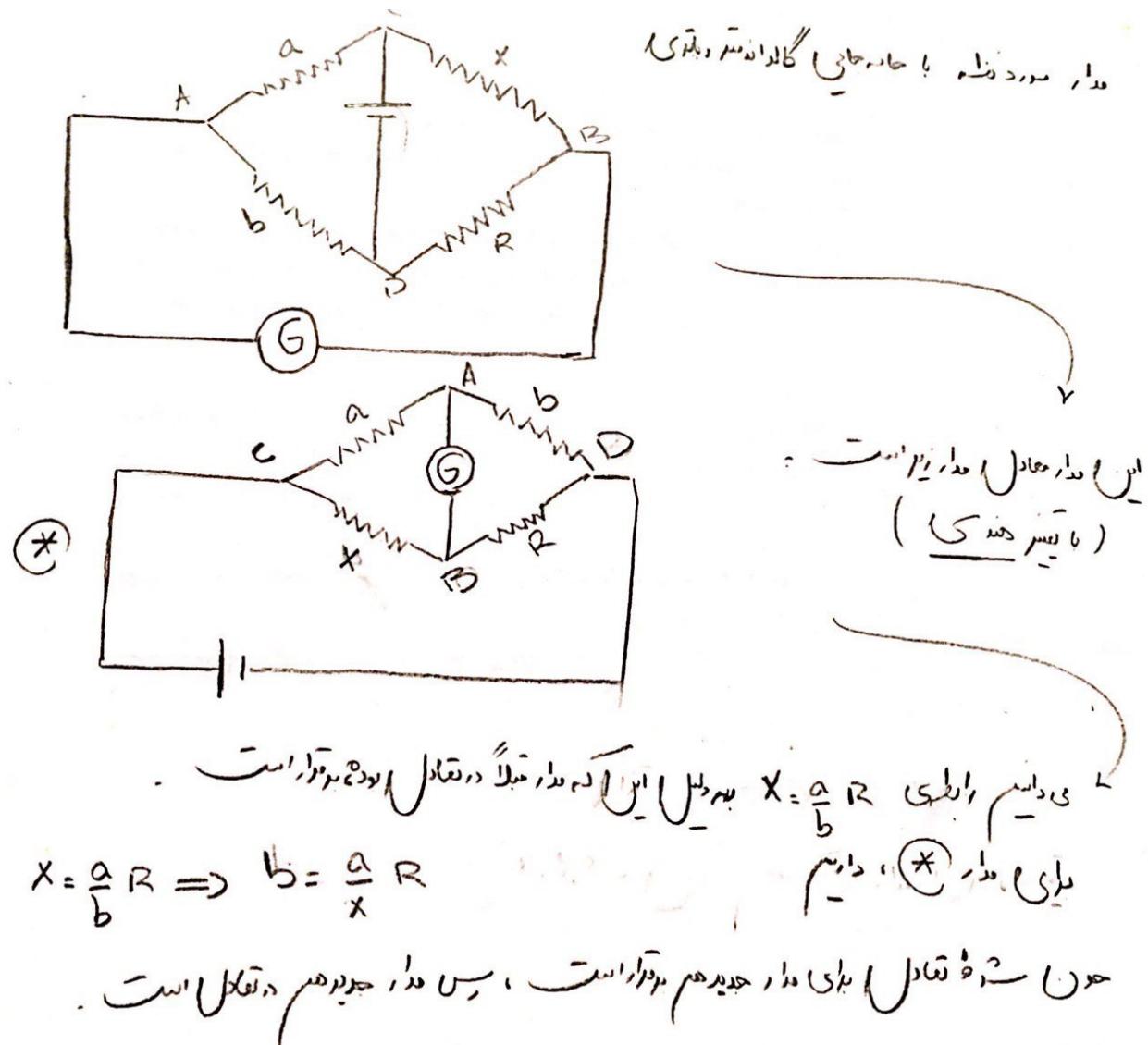
$$1 < 4400 < 11110 \rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

3. در صورتی که حداکثر مقدار مقاومت متغیر قادر به صفر کردن جریان آمپر متر نباشد، چه راه کاری پیشنهاد می‌کنید؟

در این صورت کافیست مقاومت مجھول را با یک مقاومت معلوم با اندازه‌ی کوچک، به طور موازی بسته و وارد مدار کنیم. می‌دانیم حاصل مقاومت معادل دو مقاومت موازی، از هر دوی آن‌ها کوچک‌تر است، بنا بر این با این کار، مقاومت X مدار را

به مقدار کافی پایین می‌آوریم تا  $R$  توانایی صفر کردن جریان آمپری را داشته باشد، و  $X$  در حدود قابل اندازه‌گیری جدول سؤال ۱ باشد.

۴. نشان دهید هر گاه پل و تستون در حال تعادل باشد و جریانی از گالوانومتر عبور نکند، اگر جای گالوانومتر و باتری با هم عوض شوند، در این حالت نیز جریانی از گالوانومتر عبور نخواهد کرد.



۵. در اندازه‌گیری مقاومت درونی گالوانومتر، مقادیر  $a$  و  $b$  برابر  $1000$  اهم اختیار شدند. علت را توضیح دهید.

زیرا انتظار داریم جریان کمی از شاخه‌ی گالوانومتر عبور کند، تا گالوانومتر آسیب نبیند. به همین دلیل با بزرگ قرار دادن مقادارهای  $a$  و  $b$ ، جریان کلی مدار را کاهش می‌دهیم.

۶. چگونگی برقراری شرط تعادل را در مدار شکل ۴ توضیح دهید.

در این مدار تعادل یا به عبارت دیگر صفر شدن جریان شاخه‌ی C-D زمانی رخ می‌دهد که پتانسیل نقطه‌ی C و D برابر بوده، و رابطه‌ی ۱ بخش تئوری آزمایش برقرار باشد.

$$X_G = \frac{a}{b} R$$

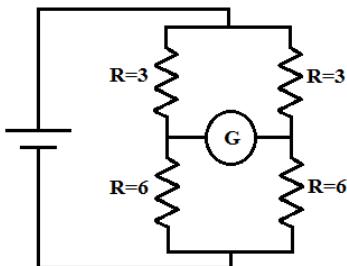
که رابطه‌ی بالا، در مدار ما، چون  $a=b=1000$  اختیار کردیم، به شکل زیر ساده خواهد شد.

$$X_G = R$$

## 7. آیا شرط تعادل پل وتسنون برای مدار زیر برقرار است؟ چرا؟

بله، به سادگی به دلیل تقارن شاخه‌ی چپ و راست، تعادل برقرار خواهد بود. این موضوع را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی ۱ تئوری آزمایش هم چک کرد.

$$X = \frac{a}{b} R \rightarrow 6 = \frac{3}{3} 6 \checkmark$$



### در مورد نتایج به دست آمده بحث کنید:

در این آزمایش، پل وتسنون، روش دقیق و منعطف اندازه‌گیری مقاومت‌ها را بررسی کردیم، مشاهده کردیم که دستگاه پل وتسنون چگونه کار می‌کند، و برای اندازه‌گیری مقاومت‌ها چطور باید مقادیرش را تنظیم کنیم.

دیدیم که هر چه مقاومت مورد اندازه‌گیری، مقیاس کوچکتری داشته باشد، می‌توان از نسبت  $\frac{a}{b}$  کوچک‌تر، و در نتیجه دقت بهتری استفاده کرد.

همچنین در سؤال ۱، مقادیر  $\frac{a}{b}$  مورد نیاز برای دست یافتن به بهترین دقت اندازه‌گیری را بسته به مقیاس X به دست آوردهیم.

این روش می‌تواند دقیق‌تر از کدهای رنگی، و یا بعضی از اهم‌ترها، اندازه‌ی مقاومت را گزارش کند.