

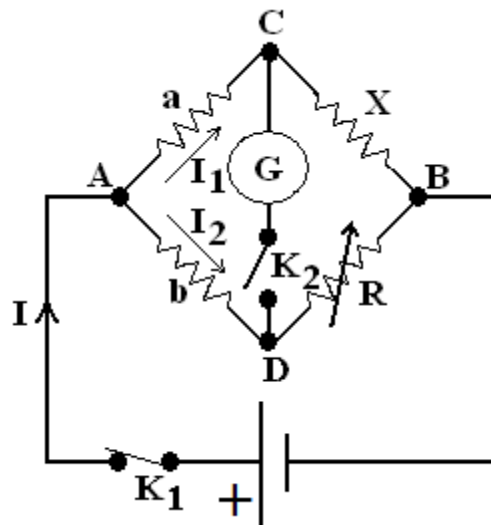
شماره دانشجویی: ۹۷۳۱۱۱۱	نام و نام خانوادگی: دانیال حمدی
نام مربی: استاد صداقت جلیل آبادی	روز و ساعت آزمایشگاه: چهارشنبه - ۱۰ تا ۱۲:۳۰

**هدف آزمایش:** اندازه‌گیری مقاومت مجهول با استفاده از پل وتستون

**وسایل آزمایش:** جعبه‌ی پل وتستون، گالوانومتر، مقاومت مجهول، باتری، سیم‌های رابط

**تئوری آزمایش (با ترسیم مدار الکتریکی):**

به کمک پل وتستون می‌توان مقدار یک مقاومت را با دقت بالایی (دو رقم اعشار) به دست آورد.

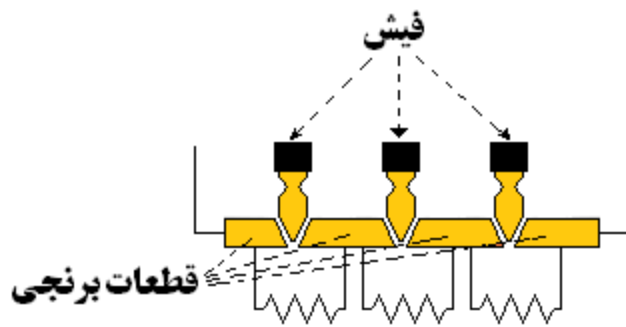


شکل ۱

قصده داریم با فرض معلوم بودن مقاومت‌های  $a$  و  $b$ ، و متغیر بودن مقاومت  $R$ ، مقدار مقاومت  $X$  را به دست آوریم. در مدار بالا، با بستن کلیدهای  $K1$  و  $K2$ ، به طور پیش‌فرض جریان از گالوانومتر عبور می‌کند. مقدار مقاومت  $R$  را تا جایی تغییر می‌دهیم که جریان عبوری به صفر برسد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 V_c &= V_d \\
 V_A - V_C &= V_A - V_D \rightarrow aI_1 = bI_2 \\
 V_B - V_C &= V_B - V_D \rightarrow XI_1 = RI_2 \\
 X &= \frac{a}{b} R
 \end{aligned}$$

به این ترتیب توانستیم میزان مقاومت  $X$  را بر حسب دیگر مقاومت‌ها به دست آوریم. جعبه‌ی پل وتستون تعدادی مقاومت دارد. برداشتن هر فیش، آن مقاومت را وارد مدار می‌کند.



در جعبه‌ی پل و تستون ما، مقاومت‌های  $a$  و  $b$  می‌توانند مقادیر ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ اهم داشته باشند. مقاومت  $R$  هم می‌تواند مقادیر گسسته‌ای از بازه‌ی ۱ تا ۱۱۱۱۰ اهم را اختیار کند.

### روش انجام آزمایش:

- مداری مطابق شکل ۱ را ببندید و از مقاومت‌های  $a$  و  $b$  دو مقدار دلخواه انتخاب نمایید.
  - مقاومت  $R$  را در حالت صفر قرار دهید. با بستن کلیدهای  $k1$  و  $k2$  جهت انحراف عقربه گالوانومتر را در نظر بگیرید. سپس با برداشتن فیش (INF)، مقاومت  $R$  را در حالت بینهایت قرار داده و مجدداً انحراف عقربه گالوانومتر را ملاحظه نمایید. در صورت انحراف عقربه گالوانومتر در جهت مخالف، مدار صحیح بسته شده است. (چرا؟)
  - پس از اطمینان از صحت مدار، مقاومت متغیر  $R$  را به گونه‌ای تغییر دهید که پس از هر بار کلید زدن، گالوانومتر جریانی را از خود عبور ندهد. در این شرایط پل در حال تعادل بوده و نقاط  $C$  و  $D$  هم پتانسیل خواهند بود ( $V_d = V_c$ ). از رابطه‌ی ۱ مقدار مقاومت مجهول  $X$  را حساب کنید.
- انتخاب صحیح نسبت  $\frac{a}{b}$  در دقت اندازه‌گیری مؤثر می‌باشد. این نسبت می‌تواند مقادیر مختلفی را به خود اختصاص دهد. جهت سادگی مقادیر 1، 1.1، 1.11، 1.111 اختیار می‌شود. با توجه به محدوده‌ی مقاومت مجهول بایستی بهترین و دقیق‌ترین نسبت  $\frac{a}{b}$  را اختیار کرد. طبق رابطه‌ی ۱، اگر نسبت  $\frac{a}{b} = 0.01$  باشد، مقدار مقاومت‌های مجهول در محدوده 0.01 تا 111.10 اهم با دقت یک‌صدم اعشار قابل اندازه‌گیری می‌باشند. برای اندازه‌گیری مقاومت‌های بیش از این مقدار باید نسبت  $\frac{a}{b}$  را تغییر داد (بیشتر کرد). به طور مثال برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول 1200 اهم باید از نسبت  $\frac{a}{b} = 0.01$  استفاده کرد.

آزمایش ۱: پل وتستون	
بخش ۲	
نام و نام خانوادگی: دانیال حمدی	شماره دانشجویی: ۹۷۳۱۱۱۱
روز و ساعت آزمایشگاه: چهارشنبه - ۱۰ تا ۱۲:۳۰	نام مربی: استاد صداقت جلیل آبادی

### الف) پل وتستون

- مقدار مقاومت‌های مجهول  $X_1$  و  $X_2$  که در اختیار دارید را با استفاده از کد رنگی خوانده و در جدول زیر ثبت کنید.
- مقدار مقاومت‌های  $X_p$  و  $X_s$  را با استفاده از روابط زیر محاسبه، و در جدول زیر ثبت کنید.

$$X_s = X_1 + X_2$$

$$\frac{1}{X_p} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}$$

- خطای مطلق آن‌ها را با استفاده از روش لگاریتمی به دست آورید و آن‌ها را به صورت زیر گزارش و در جدول ثبت کنید.

$$X_s \pm \Delta X_s (\Omega)$$

$$X_p \pm \Delta X_p (\Omega)$$

برای خطاها خواهیم داشت:

$$\ln(X_s) = \ln(X_1 + X_2) \rightarrow d\ln(X_s) = d\ln(X_1 + X_2) \rightarrow \frac{dX_s}{X_s} = \frac{dX_1 + dX_2}{X_1 + X_2} \rightarrow \Delta X_s$$

$$= X_s \left( \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2}{X_1 + X_2} \right) = \Delta X_1 + \Delta X_2$$

$$X_p = \frac{X_1 X_2}{X_1 + X_2} \rightarrow \ln(X_p) = \ln\left(\frac{X_1 X_2}{X_1 + X_2}\right) = \ln\left(\frac{X_1 X_2}{X_s}\right) = \ln(X_1) + \ln(X_2) - \ln(X_s) \rightarrow \frac{dX_p}{X_p}$$

$$= \frac{d(X_1)}{X_1} + \frac{d(X_2)}{X_2} - \frac{d(X_s)}{X_s} \rightarrow \Delta X_p = X_p \left( \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_s}{X_s} \right)$$

پس:

$$\Delta X_s = \Delta X_1 + \Delta X_2 = 0.23 + 2.3 = 2.53 (\Omega)$$

$$\Delta X_p = X_p \left( \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_s}{X_s} \right) = 4.2 \left( \frac{0.23}{4.7} + \frac{2.3}{47} + \frac{2.53}{51.7} \right) = 0.62 (\Omega)$$

- بار دیگر مقاومت‌های مجهول  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_s$  و  $X_p$  را با استفاده از دستگاه پل وتستون اندازه‌گیری و در جدول زیر ثبت کنید.

	$X \pm \Delta X(\Omega)$ (کد رنگی - تئوری)	$\frac{a}{b}$	$R (\Omega)$	$\frac{a}{b}R + \Delta X(\Omega)$ (دستگاه پل و تستون)
$X_1$	$4.7 \pm 0.23$	0.01	473	$4.73 \pm 0.01$
$X_2$	$47 \pm 2.3$	0.01	4700	$47 \pm 0.01$
$X_s$	$51.7 \pm 2.53$	0.01	5170	$51.70 \pm 0.01$
$X_p$	$4.2 \pm 0.62$	0.01	430	$4.30 \pm 0.01$

## ب) اندازه‌گیری مقاومت درونی گالوانومتر - پل کلون

- مقاومت درونی گالوانومتر را با استفاده از پل کلون محاسبه کنید.

اگر مقدار  $R$  برای حالتی که جریان گالوانومتر با باز و بسته کردن  $K3$  ثابت باشد، برابر  $40(\Omega)$  باشد (طبق عکس داده شده در اسلایدها)، خواهیم داشت:

$$X_G = \frac{a}{b}R$$

$$a = b = 1000(\Omega) \rightarrow X_G = \frac{1000}{1000} \times 40 = 40(\Omega)$$

- خطای مطلق آن را با استفاده از روش لگاریتمی به دست آورید و نهایتاً آن به صورت زیر گزارش کنید.

$$X_G \pm \Delta X_G(\Omega)$$

$$\ln(X_G) = \ln\left(\frac{a}{b}R\right) \rightarrow \ln(X_G) = \ln(a) + \ln(R) - \ln(b) \rightarrow \frac{dX_G}{X_G} = \frac{da}{a} + \frac{dR}{R} - \frac{db}{b}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta X_G}{X_G} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta b}{b}$$

اگر خطای  $R$  را برابر ۱ اهم در نظر بگیریم، و فرض کنیم مقاومت‌های  $a$  و  $b$  بدون خطا باشند، خواهیم داشت:

$$\Delta X_G = X_G \left( \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta b}{b} \right) = 40 \left( 0 + \frac{1}{40} + 0 \right) = 1(\Omega)$$

پس:

$$X_G \pm \Delta X_G(\Omega) = 40 \pm 1(\Omega)$$

## جواب به سؤالات:

1. هر یک از نسبت‌های ممکن  $\frac{a}{b}$  برای اندازه‌گیری چه محدوده‌ای از مقاومت‌ها مناسب می‌باشند؟

داریم:

a	b	دقت	حداقل مقاومت	حداکثر مقاومت
10	1000	0.01	0.01	111.10
100	1000	0.1	0.1	1111.0
1000	1000	1	1	11110

یک نمونه از محاسبات:

$$a = 10, b = 1000 \rightarrow X_{\min} = \left(\frac{a}{b}\right) R_{\min} = \left(\frac{10}{1000}\right) 1 = 0.01, X_{\max} = \left(\frac{a}{b}\right) R_{\max} \\ = \left(\frac{10}{1000}\right) 11110 = 111.1(\Omega)$$

2. چهار مقاومت داریم که به ترتیب در حدود 0.4، 8، 159 و 4400 اهم هستند. بهترین نسبت  $\frac{a}{b}$  را برای اندازه‌گیری این مقاومت‌ها تعیین کنید.

طبق جدول بالا خواهیم داشت:

$$0.01 < 0.4 < 111.10 \rightarrow \frac{a}{b} = 0.01$$

$$0.01 < 8 < 111.10 \rightarrow \frac{a}{b} = 0.01$$

$$0.1 < 159 < 1111.0 \rightarrow \frac{a}{b} = 0.1$$

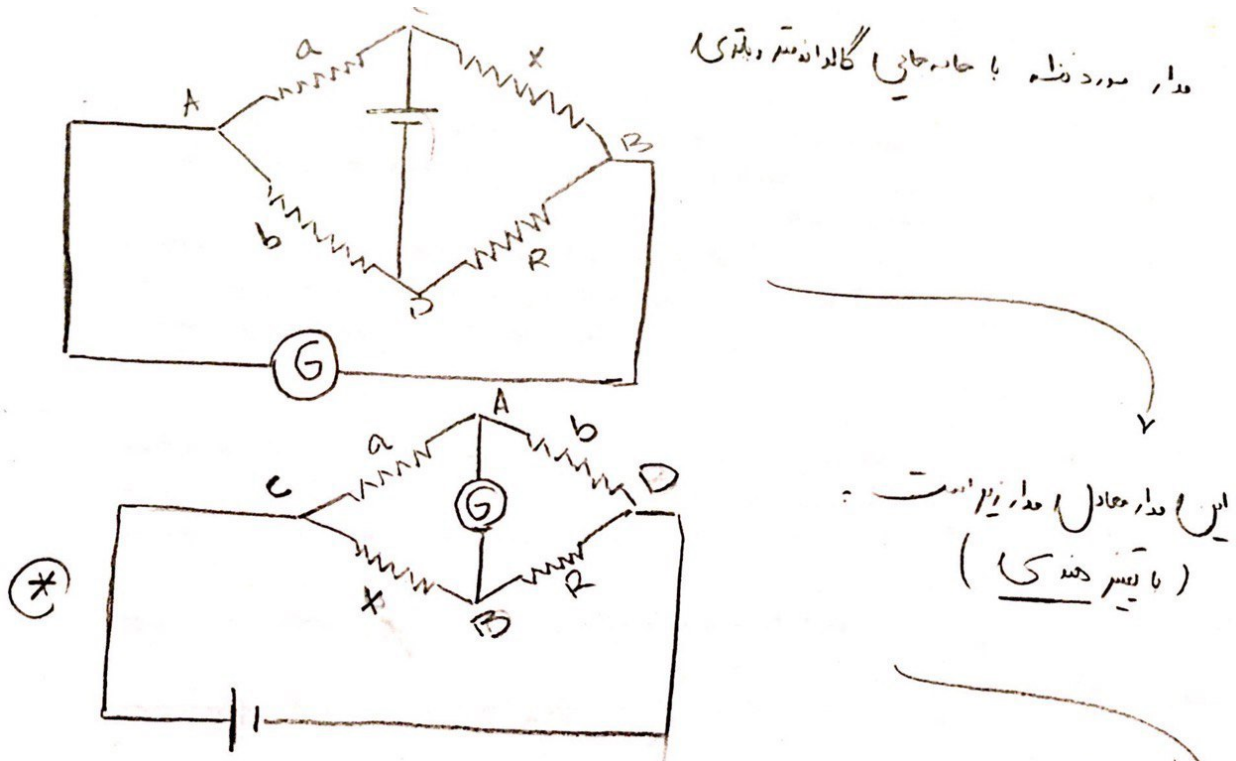
$$1 < 4400 < 11110 \rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

3. در صورتی که حداکثر مقدار مقاومت متغیر قادر به صفر کردن جریان آمپرتر نباشد، چه راه‌کاری پیشنهاد می‌کنید؟

در این صورت کافیست مقاومت مجهول را با یک مقاومت معلوم با اندازه‌ی کوچک، به طور موازی بسته و وارد مدار کنیم. می‌دانیم حاصل مقاومت معادل دو مقاومت موازی، از هر دوی آن‌ها کوچک‌تر است، بنا بر این با این کار، مقاومت X مدار را

به مقدار کافی پایین می آوریم تا  $R$  توانایی صفر کردن جریان آمپرمتر را داشته باشد، و  $X$  در حدود قابل اندازه گیری جدول سؤال ۱ باشد.

4. نشان دهید هر گاه پل وتستون در حال تعادل باشد و جریانی از گالوانومتر عبور نکند، اگر جای گالوانومتر و باتری با هم عوض شوند، در این حالت نیز جریانی از گالوانومتر عبور نخواهد کرد.



۶. برای دایم رابطی  $X = \frac{a}{b} R$  به دلیل این که مدار قبلاً در تعادل بوده، مدار است.

$$X = \frac{a}{b} R \Rightarrow b = \frac{a}{X} R$$

برای مدار (\*)، داریم

حالا شرط تعادل برای مدار جدید هم برقرار است، پس مدار جدید هم در تعادل است.

5. در اندازه گیری مقاومت درونی گالوانومتر، مقادیر  $a$  و  $b$  برابر ۱۰۰۰ اهم اختیار شدند. علت را توضیح دهید.

زیرا انتظار داریم جریان کمی از شاخه ی گالوانومتر عبور کند، تا گالوانومتر آسیب نبیند. به همین دلیل با بزرگ قرار دادن مقادیرهای  $a$  و  $b$ ، جریان کلی مدار را کاهش می دهیم.

6. چگونگی برقراری شرط تعادل را در مدار شکل ۴ توضیح دهید.

در این مدار تعادل یا به عبارت دیگر صفر شدن جریان شاخه‌ی C-D زمانی رخ می‌دهد که پتانسیل نقطه‌ی C و D برابر بوده، و رابطه‌ی ۱ بخش تئوری آزمایش برقرار باشد.

$$X_G = \frac{a}{b} R$$

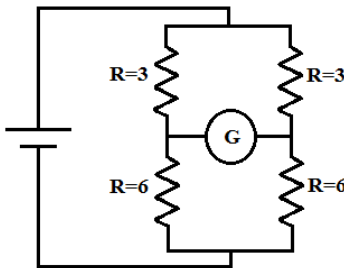
که رابطه‌ی بالا، در مدار ما، چون  $a=b=1000$  اختیار کردیم، به شکل زیر ساده خواهد شد.

$$X_G = R$$

### 7. آیا شرط تعادل پل وتستون برای مدار زیر برقرار است؟ چرا؟

بله، به سادگی به دلیل تقارن شاخه‌ی چپ و راست، تعادل برقرار خواهد بود. این موضوع را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی ۱ تئوری آزمایش هم چک کرد.

$$X = \frac{a}{b} R \rightarrow 6 = \frac{3}{3} 6 \checkmark$$



### در مورد نتایج به دست آمده بحث کنید:

در این آزمایش، پل وتستون، روش دقیق و منعطف اندازه‌گیری مقاومت‌ها را بررسی کردیم، مشاهده کردیم که دستگاه پل وتستون چگونه کار می‌کند، و برای اندازه‌گیری مقاومت‌ها چطور باید مقادیرش را تنظیم کنیم.

دیدیم که هر چه مقاومت مورد اندازه‌گیری، مقیاس کوچک‌تری داشته باشد، می‌توان از نسبت  $\frac{a}{b}$  کوچک‌تر، و در نتیجه دقت بهتری استفاده کرد.

همچنین در سؤال ۱، مقادیر  $\frac{a}{b}$  مورد نیاز برای دست یافتن به بهترین دقت اندازه‌گیری را بسته به مقیاس X به دست آوردیم.

این روش می‌تواند دقیق‌تر از کدهای رنگی، و یا بعضی از اهم‌مترها، اندازه‌ی مقاومت را گزارش کند.