

Моделювання неперервних систем

Теоретичні відомості

Моделювання рівнянь

Одне з важливих питань при вивченні Simulink – це питання моделювання рівнянь. Прикладом рівняння, який покращить розуміння того, як моделюються математичні перетворення, може бути опис перетворення градусів Цельсія в градуси Фаренгейта.

$$TF = 9/5(TC) + 32$$

Спочатку, визначимо блоки необхідні для побудови моделі:

Блок **Ramp** (Лінійно зростаючий), для вводу сигналу температури, з бібліотеки **Sources** (Джерела);

Блок **Constant** (Константа), щоб визначити константу 32, також з бібліотеки **Sources** (Джерела);

Блок **Gain** (Підсилювач), щоб помножити вхідний сигнал на 9/5, з бібліотеки **Math**;

Блок **Sum** (Сума), щоб додати дві величини, також з бібліотеки **Math**;

Блок **Scope** (Реєстратор), щоб зобразити вихідний сигнал, з бібліотеки **Sinks**.

Далі, перетягнемо блоки в наше вікно моделі.

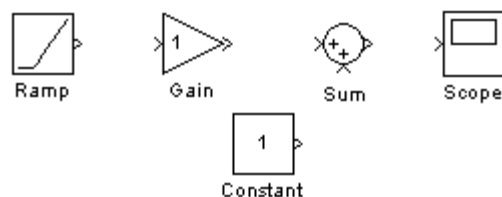


Рис. 0.1. Блоки Simulink для розв'язування рівняння

Присвоїмо значення параметрів блокам **Gain** та **Constant** відкривши (подвійний клік) кожен з них та ввівши відповідні значення. Далі з'єднуємо блоки.

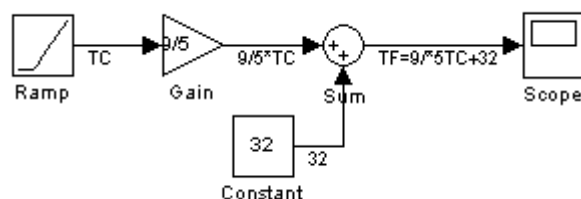


Рис. 0.2. Блок-схема Simulink для розв'язування рівняння

Блок **Ramp** вводить температуру Цельсія. Відкриємо цей блок і змінимо початкове вихідне значення на 0. Блок **Gain** множить цю температуру на стає значення 9/5. Блок **Sum** додає значення 32 до результату і на виході має температуру в градусах Фаренгейта. Відкриємо блок **Scope** для відображення результатів моделювання.

Тепер, виконаємо команду **Start** із меню **Simulation** щоб запустити симуляцію моделі. Симуляція буде виконана для 10 секунд.

Розв'язування диференціальних рівнянь у Simulink

Змоделюємо розв'язок диференціального рівняння

$$y' = \frac{2}{t} y + t,$$

в якому t - незалежна змінна (час). Блок **Integrator** інтегрує, y' – те що отримує на вході, та видає на виході y . Інші блоки, що необхідні в цій моделі: блок **Gain**, блок **Sum** та блок **Product**. Для генерування часу (незалежної змінної) використано блок **Clock** з відповідними значеннями параметрів. Знову ж таки, для відображення результатів моделювання, використано блок **Scope**. Блоки з'єднані та визначені параметри блоків:

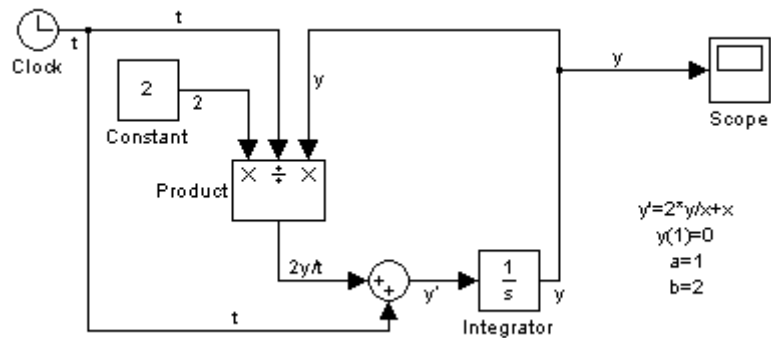


Рис. 0.3. Блок-схема Simulink для розв'язування задачі Коші

В цій моделі, щоб змінити напрямки блоків можна скористатись командами **Flipblock** (Ctrl+I) або **Rotateblock** (Ctrl+R) з меню **Format**. Щоб створити гілку від виходу блоку **Integrator** до блоку **Gain**, притримуючи клавішу **Ctrl**, виберіть блоки один за другим. Детально способи з'єднання блоків описано **Help=>Simulink=>Using Simulink=>Creating a Model=>Manually Connecting Blocks**.

Важливим поняттям цієї моделі є цикл, що включає в себе блок інтегрування, сумування та множення. В цьому рівнянні, y – вихідний сигнал блоку інтегрування. Одночасно це вхідний сигнал для блоку множення, який далі передається на блок сумування, що обчислює y' , на якому базується блок інтегрування. Це співвідношення реалізовано у вигляді циклу. Блок **Scope** відображає y на кожному кроці по часу. Для симуляції проведеної на проміжку $[1,2]$ результатом буде:

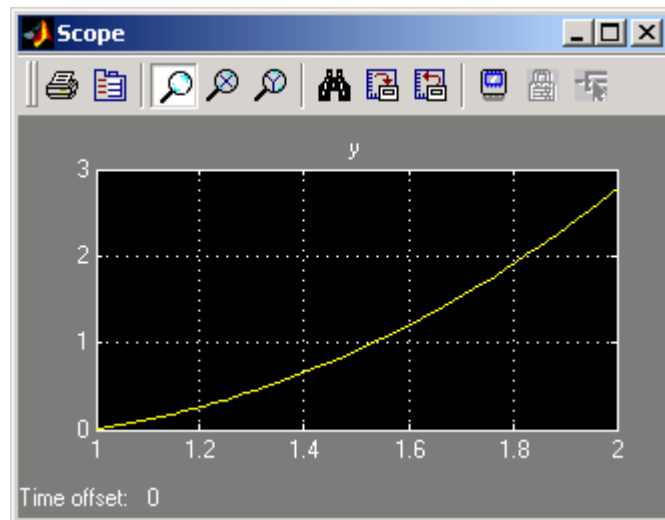


Рис. 0.4. Результат розв'язування задачі Коші у Simulink

Завдання

Відповідно до заданого варіанту:

1. На заданому проміжку $[a, b]$ побудувати блок-схему в пакеті **Simulink** для розв'язування задачі Коші. Побудувати графік розв'язку задачі.

2. На заданому проміжку $[a, b]$ побудувати блок-схему в пакеті [Simulink](#) для розв'язування задачі Коші для системи рівнянь. Побудувати графік розв'язків задачі.

Варіант 1.

1) $y' = x - \cos y$, $y(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = -0.2xy^2 + z^2 - x^2 - 1 \\ z' = \frac{10}{z^2} - y - \frac{x}{z} \end{cases}, y(0) = 10, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.1.$$

Варіант 2.

1) $y' = \frac{y}{x} + \ln xy^2$, $y(1) = -3$, $a = 1$, $b = 2$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = e^{-(y^2+z^2)} + 0.1x \\ z' = 2y^2 + z \end{cases}, y(0) = 0.5, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.1.$$

Варіант 3.

1) $y' = -0.5xy^2 - x^2 + 1$, $y(0) = 10$, $a = 0$, $b = 0.7$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = z - \cos x \\ z' = y + \sin x \end{cases}, y(0) = 0, z(0) = 0, a = 0, b = 0.5, h = 0.1.$$

Варіант 4.

1) $y' = y^2 e^x - 2y$, $y(0) = 1$, $a = 0.5$, $b = 1.5$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = xy^2 + z \\ z' = y^2 e^x - 2z \end{cases}, y(0) = 1, z(0) = 1, a = 0, b = 0.7, h = 0.1.$$

Варіант 5.

1) $y' = y^2 + \frac{y}{x} + \frac{1}{x^2}$, $y(1) = 0$, $a = 1$, $b = 1.5$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = -\frac{y}{x} + \ln xz^2 \\ z' = y^2 + \frac{z}{x} + \frac{1}{x^2} \end{cases}, y(1) = 2, z(1) = 0, a = 1, b = 3, h = 0.1.$$

Варіант 6.

1) $y' = \sqrt{x^2 + y^2}$, $y(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

2)
$$\begin{cases} y' = \cos x + \sin z \\ z' = \sin x + \cos y \end{cases}, y(\pi) = 1, z(\pi) = \cos(1), a = \pi, b = 2\pi, h = \frac{\pi}{5}.$$

Варіант 7.

1) $y' = \sin(0.5y^2) + y + x$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2)
$$\begin{cases} y' = -2xy^2 + z^2 - x - 1 \\ z' = \frac{1}{2z^2} - y - \frac{x}{y} \end{cases}, y(0) = 1, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.05.$$

Варіант 8.

1) $y' = e^{-(y^2+x^2)} + 0.1x$, $y(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = \sin(0.5y^2) + z + x \\ z' = x + y - 4z^2 + 1 \end{cases}, y(0) = 0, z(0) = 0.5, a = 0, b = 0.5, h = 0.05.$$

Варіант 9.

1) $y' = y + \sin x$, $y(0) = 5$, $a = 0$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2)
$$\begin{cases} y' = \ln(x + \sqrt{x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}, y(0) = 0.5, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.05.$$

Варіант 10.

1) $y' = -\frac{xy}{1+x^2}$, $y(0) = 2$, $a = 0$, $b = 0.3$, $h = 0.05$.

2)
$$\begin{cases} y' = y + \sqrt{x^2 + z^2} \\ z' = \sqrt{x^2 + y} \end{cases}, y(0) = 0.5, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.05.$$

Варіант 11.

1) $y' = y + (1+x)y^2$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = x^2 + z - 4y + 5 \\ z' = x^2 + y^2 \end{cases}, y(0) = 0.5, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.05.$$

Варіант 12.

1) $y' = \frac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$, $y(1) = 0$, $a = 1$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2)
$$\begin{cases} y' = e^{z/x} \\ z' = x + y^2 - 4z + 8 \end{cases}, y(2) = 3, z(0) = 1, a = 3, b = 3.8, h = 0.05.$$

Варіант 13.

1) $y' = \frac{x^2 y^2 - (2x+1)y + 1}{x}$, $y(1) = 0$, $a = 1$, $b = 1.5$, $h = 0.1$.

2)
$$\begin{cases} y' = \ln(x + \sqrt{x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}, y(0) = 0.5, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.1.$$

Варіант 14.

1) $y' = 12/(x^2 + y^2 + 3)$, $y(0) = 0$, $a = 0$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2)
$$\begin{cases} y' = \ln(x + \sqrt{x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}, y(0) = 0.5, z(0) = 1, a = 0, b = 0.5, h = 0.05.$$

Варіант 15.

1) $y' = \left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) / \left(e^{\frac{x}{y}} \left(\frac{x}{y} - 1\right)\right)$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.4$, $h = 0.05$.

$$2) \begin{cases} y' = \frac{\cos y}{z+x} + y^2 \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}, \quad y(0) = 0, \quad z(0) = 1, \quad a = 0, \quad b = 0.5, \quad h = 0.05.$$