Моделювання динамічних неперевних систем з використанням Simulink

Теоретичні відомості

Найпростіша S-функція

Одним з найпростіших прикладів S-функції, який входить до пакету MATLAB є функція timestwo (файл timestwo.m). Дана S-функція виконує множення вхідного сигналу на коефіцієнт 2. Нижче наведений текст цієї S-функції.

```
function [sys,x0,str,ts] = timestwo(t,x,u,flag)
%
%   TIMESTWO - ПрикладS-функции. Вихідний сигнал рівний вхідному,
%    помноженому на 2:
%      y = 2 * u;
%
%   Шаблон для створення S-функції - файл sfuntmpl.m .
%
%   Copyright 1990-2001 The MathWorks, Inc.
%   $Revision: 1.6 $
%

switch flag, % В залежності від значення змінної flag відбувається
% виклик того чи іншого методу:

%================%
% Ініціалізація %
%================%
  case 0
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes;

%================================================%
% Розрахунок значень вектора вихідних сигналів %
%================================================%

  case 3
    sys=mdlOutputs(t,x,u);

%=================================================%
% Значення змінноїflag, що не використовуються %
%=================================================%

% В прикладі не використовуються методи для завершення роботи
  % S-функції,немає неперервних и дискретних змінних стану,
  % тому значення змінної flag = 1, 2, 4, 9 не використовуються.
  % Результатом S-функції в цьому випадку є пуста матриця.
case { 1, 2, 4, 9 }
sys=[];

%=================================%
% Невідоме значенне змінноїflag %
%=================================%
otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);

end

% Кінець функції timestwo
```

```
%==================================================================%
% mdlInitializeSizes                                             %
% Функція ініціалізації        %
% Розрахунок початкових умов, значень вектора кроків модельного %
% часу, розмірностей матриць                                     %
%==================================================================%
%
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes()

sizes = simsizes;
sizes.NumContStates  = 0;   % Кількістьнеперервнихзмінних стану.
sizes.NumDiscStates  = 0;   % Кількість дискретних змінних стану.
sizes.NumOutputs     = -1;  % Кількість вихідних змінних
% (розмірність вихідного вектора).
                            % Динамічна розмірність вихідного
                            % вектора.
sizes.NumInputs      = -1;  % Кількість вхідних змінних(розмірність
% вхідного вектора).
                            % Динамічна розмірність вхідного
                            % вектора.
sizes.DirFeedthrough = 1;   % Прямий хід. Єхід вхідного сигналу
% на вихід.
sizes.NumSampleTimes = 1;   % Розмірність вектора кроків модельного
% часу.

sys = simsizes(sizes);
str = [];                   % Параметр зарезервований для
                            % майбутнього використання.
x0  = [];                   % Задання вектора початкових
% значень змінних стану.
                            % Змінних стану немає, тому значення
% параметра - пуста матриця.
ts  = [-1 0];               % Матриця з двох колонок, яка задаєкрок
                            % модельного часуізміщення.
                           % Крокуспадковується з блоку,
                            % щойдепопереду.

% КінецьmdlInitializeSizes

%
%=============================================================%
% mdlOutputs%
% Функция для обчисдення значень вектора вихідних сигналів %
%=============================================================%
%
function sys = mdlOutputs(t,x,u)

sys = u * 2; % Вихідний сигнал блока - цевхідний сигнал,
             %помножений на коефіцієнт 2.

% КінецьmdlOutputs
```

Прикладмоделі зS-функцієюtimestwoнаведений на рис.9.1.

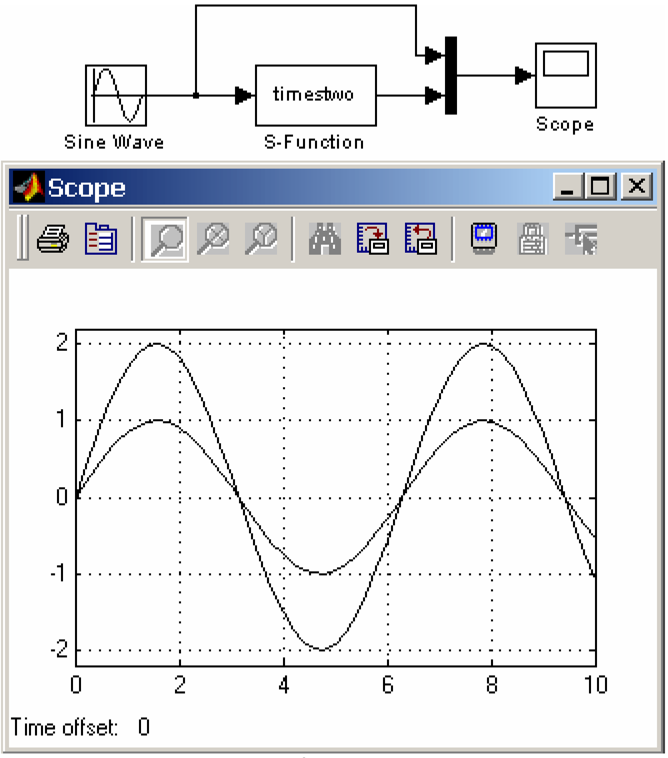

Рис. 0.1.Модель зS-функцієюtimestwo

Модель неперервної системи

Модель неперервної системи, що описується рівняннями простору станів задана в файлі csfunc.m . Дана S-функція моделює неперервну систему з двома входами, двома виходами и двома змінними стану. Параметри моделі (значення матриць A,B,C,D) задаються в тілі S-функціїі передаються в callback-методи через їхні заголовки як додаткові параметри. Нижче наведений текст цієї S-функції.

S-функція csfunc:

```
function [sys,x0,str,ts] = csfunc(t,x,u,flag)
%  CSFUNC Приклад S-функції. За допомогою рівнянь простору станів
%  моделюється неперервна система:
%
%       x' = Ax + Bu
%       y  = Cx + Du
%
%  Значення матриць передаються в callback-методи через їхні
%  заголовки як додаткові параметри
%
%  Задання матриць:

A=[-0.09   -0.01
1          0];      % Матриця системи.

B=[ 1   -7
0   -2];            % Матриця входу.

C=[ 0    2
1   -5];            % Матриця виходу.

D=[-3    0
1    0];            % Матриця обходу.

switchflag, % В залежності від значення змінної flagвідбувається
% виклик того чи іншого методу:

%===============%
% Ініціалізація %
%===============%
```

```
  case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(A,B,C,D);

%=====================%
% Розрахунок похідних %
%=====================%
  case 1,
    sys=mdlDerivatives(t,x,u,A,B,C,D);

%============================================%
% Розрахунок значень вектора вихідних сигналів %
%============================================%
  case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u,A,B,C,D);

%=============================================%
% Значення змінноїflag, що не використовуються %
%=============================================%

  % В прикладі не використовуються методи для завершення роботи
  % S-функції, немає дискретних змінних стану,
  % тому значення змінної flag = 2, 4, 9 не використовуються.
  % Результатом S-функції в даному випадку є пуста матриця.

case { 2, 4, 9 }
sys=[];


%==============================%
% Невідоме значенне змінноїflag %
%==============================%
  otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);

end
% Окончание csfunc

%================================================================%
% mdlInitializeSizes                                            %
% Функціяініціалізації        %
% Розрахунок початковихумов, значеньвекторакроківмодельного %
% часу, розмірностейматриць                                      %
%================================================================%
%
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(A,B,C,D)

sizes = simsizes;
sizes.NumContStates  = 2; % Кількістьнеперервнихзміннихстану.
sizes.NumDiscStates  = 0; % Кількістьдискретнихзміннихстану.
sizes.NumOutputs     = 2; % Кількістьвихіднихзмінних
% (розмірністьвихідноговектора).
sizes.NumInputs      = 2; % Кількістьвхіднихзмінних(розмірність
                          % вхідноговектора).
sizes.DirFeedthrough = 1; % Прямийхід. Єхід вхідного сигналу
% на вихід.
% (матриця D не пуста).
sizes.NumSampleTimes = 1; % Розмірність вектора кроків модельного
% часу.

sys = simsizes(sizes);
x0  = zeros(2,1);         % Задання вектора початкових
% значень змінних стану.
% Початкові умови нульові.
str = [];                 % Параметр зарезервований для
                            % майбутнього використання.
```

```
ts  = [0 0];             % Матриця з двох колонок, яка задаєкрок
  % модельного часуізміщення.


% Кінець mdlInitializeSizes
%
%==================================================================%
% mdlDerivatives                                                   %
% Функція для обчислень значень похідних вектора                   %
% станів неперервних частин системи                                %
%==================================================================%
%
functionsys=mdlDerivatives(t,x,u,A,B,C,D)

sys = A*x + B*u;

% Кінець mdlDerivatives
%
%==========================================================%
% mdlOutputs%
% Функція для обчислень значень вектора вихідних сигналів %
%==========================================================%
function sys=mdlOutputs(t,x,u,A,B,C,D)

sys = C*x + D*u;

% Кінець mdlOutputs
```

Приклад моделі з S-функцією csfunc наведений на рис.9.2.

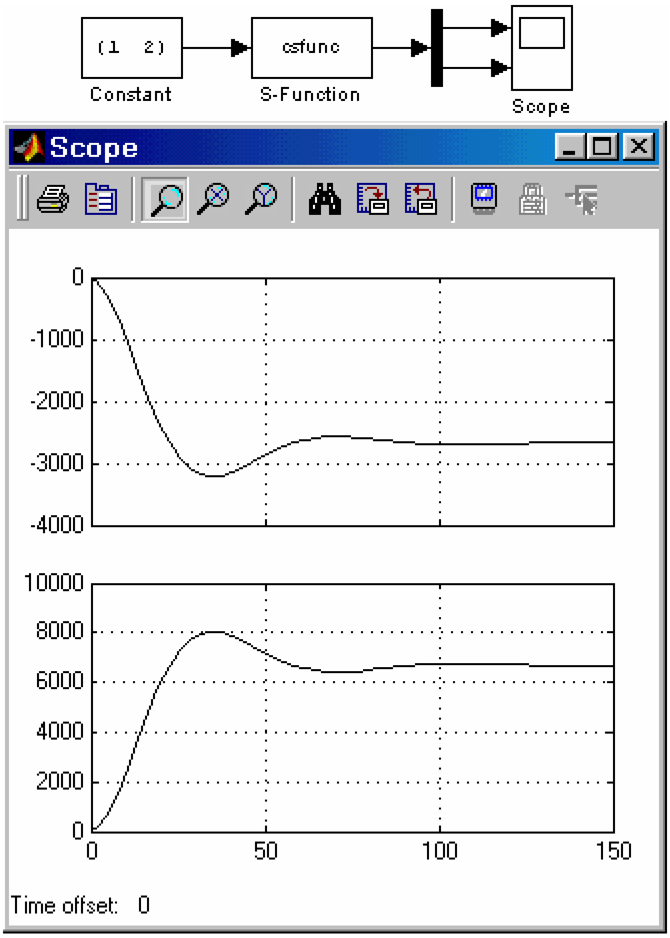

Рис. 0.2. Модель зS-функцієюcsfunc

Модель дискретної системи

Модель дискретної системи, що описується рівняннями простору станів, подана в файлі dsfunc.m . Дана S-функція моделює дискретну систему с двома входами, двома виходами та двома змінними стану. Параметри моделі (значення матриць A, B, C, D) задаються в тілі S-функції та передаються в callback-методи через їхні заголовки в якості додаткових параметрів. Нижче наведений текст цієї S-функції.

S-функція dsfunc:

```
function [sys,x0,str,ts] = dsfunc(t,x,u,flag)
%  DSFUNC Приклад S-функції. За допомогою рівнянь простору станів
%  моделюється дискретна система:
%      x(n+1) = Ax(n) + Bu(n)
%      y(n)   = Cx(n) + Du(n)
%
%  Значення матриць передаються в callback-методи через їхні
%  заголовки в якості додаткових параметрів
%
%   Шаблон для створення S-функції - файл sfuntmpl.m .

%   Задання матриць:
A = [0.9135 0.1594
-0.7971 0.5947];   % Матриця системи.

B = [0.05189 0
0.4782 0];        % Матриця входу.

C = [0 1
1 0];             % Матриця виходу.

D = [0.01  0
0    -0.02];      % Матриця обходу.

switchflag,    % В залежності від значення змінної flag
% відбувається виклик того чи іншого методу:

%================%
% Ініциіалізація %
%================%
  case 0,
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(A,B,C,D);

%================================================================%
% Розрахунок значень вектора станів дискретної частини системи %
%================================================================%
  case 2,
    sys = mdlUpdate(t,x,u,A,B,C,D);

%================================================%
% Розрахунок значень вектора вихідних сигналів %
% непрервної частини системи                   %
%================================================%
case 3,
sys = mdlOutputs(t,x,u,A,C,D);

%=================================================%
% Значення змінної flag, що не використовується %
%=================================================%

  % В прикладі не використовується методи для завершення
  % роботи S-функції, немає неперервних змінних стану,
  % тому значення змінної flag = 1, 4, 9 не використовуються.
  % Результатом S-функції в цьому випадку є пуста матриця.

case { 1, 4, 9 }
sys=[];

%=================================%
% Невідоме значенуе змінної flag %
%=================================%
```

```
  otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

% Завершення dsfunc

%
%=============================================================%
% mdlInitializeSizes                                          %
% Функція ініціалізації                                       %
% Розрахунок початкових умов, значень вектора кроків модельного %
% часу, розмірностей матриць                                  %
%=============================================================%
%
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(A,B,C,D)

sizes = simsizes;
sizes.NumContStates  = 0;   % К-стьнеперервнихзміннихстану.
sizes.NumDiscStates  = size(A,1); % К-стьдискретнихзміннихстану.
sizes.NumOutputs     = size(D,1); % Кількістьвихіднихзмінних
% (розмірність вихідного вектора).
sizes.NumInputs      = size(D,2); % Кількість вхідних змінних
                                  % (розмірність вхідного вектора).
sizes.DirFeedthrough = 1;         % Прямий хід. Єхід вхідного
% сигналу на вихід.
% (матриця D не пуста).
sizes.NumSampleTimes = 1;         % Розмірність вектора кроків
% модельного часу.
sys = simsizes(sizes);
x0  = zeros(sizes.NumDiscStates,1); % Задання вектора початкових
% значень змінних стану.
% Початкові умови нульові.
str = [];               % Параметр зарезервований для
                                  % майбутнього використання.
ts  = [0.2 0];    % Матриця з двох колонок, яка
  % задаєкрок модельного часуізміщення.

% Окончание mdlInitializeSizes

%

%==================================================================%
% mdlUpdate                                                        %
% Функція для розрахкунку значень вектора станів                   %
% дискретної частини системи                                       %
%==================================================================%
%
functionsys = mdlUpdate(t,x,u,A,B,C,D)
sys = A*x+B*u;

% Завершення mdlUpdate

%==========================================================%
% mdlOutputs                                               %
% Функція для розрахунку значень вектора вихідних сигналів %
%==========================================================%
%
function sys = mdlOutputs(t,x,u,A,C,D)
sys = C*x+D*u;

% Завершення mdlOutputs
```
Приклад моделі з S-функцією dsfunc наведений на рис. 10.1.

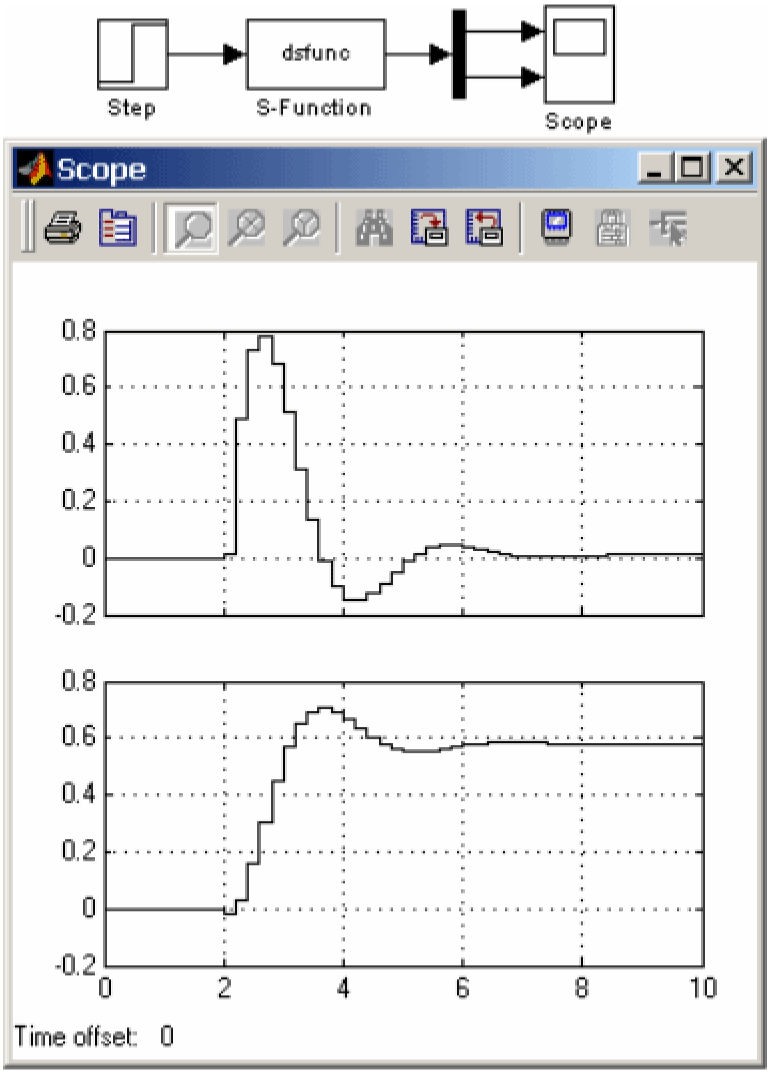

Рис. 0.3.Модель с S-функцією dsfunc

Завдання

Відповідно до заданого варіанту:

1. Створити S-функцію для розв'язання задачі Коші.
2. На заданому проміжку $[a,b]$ побудувати блок-схему в пакеті `Simulink`, з використанням створеної S-функції для розв'язання задачі Коші. Побудувати графік розв'язку.

Результати отримані при виконанні даної лабораторної роботи порівняти із результатами лабораторної роботи № 9.

Варіант 1.

1) $y' = x - \cos y$, $y(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = -0.2xy^2 + z^2 - x^2 - 1 \\ z' = \dfrac{10}{z^2} - y - \dfrac{x}{z} \end{cases}$, $y(0) = 10$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

Варіант 2.

1) $y' = \dfrac{y}{x} + \ln xy^2$, $y(1) = -3$, $a = 1$, $b = 2$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = e^{-(y^2+z^2)} + 0.1x \\ z' = 2y^2 + z \end{cases}$, $y(0) = 0.5$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

Варіант 3.

1) $y' = -0.5xy^2 - x^2 + 1$, $y(0) = 10$, $a = 0$, $b = 0.7$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = z - \cos x \\ z' = y + \sin x \end{cases}$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

Варіант 4.

1) $y' = y^2 e^x - 2y$, $y(0) = 1$, $a = 0.5$, $b = 1.5$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = xy^2 + z \\ z' = y^2 e^x - 2z \end{cases}$, $y(0) = 1$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.7$, $h = 0.1$.

Варіант 5.

1) $y' = y^2 + \frac{y}{x} + \frac{1}{x^2}$, $y(1) = 0$, $a = 1$, $b = 1.5$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = -\frac{y}{x} + \ln xz^2 \\ z' = y^2 + \frac{z}{x} + \frac{1}{x^2} \end{cases}$, $y(1) = 2$, $z(1) = 0$, $a = 1$, $b = 3$, $h = 0.1$.

Варіант 6.

1) $y' = \sqrt{x^2 + y^2}$, $y(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

2) $\begin{cases} y' = \cos x + \sin z \\ z' = \sin x + \cos y \end{cases}$, $y(\pi) = 1$, $z(\pi) = \cos(1)$, $a = \pi$, $b = 2\pi$, $h = \pi/5$.

Варіант 7.

1) $y' = \sin(0.5y^2) + y + x$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2) $\begin{cases} y' = -2xy^2 + z^2 - x - 1 \\ z' = \frac{1}{2z^2} - y - \frac{x}{y} \end{cases}$, $y(0) = 1$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

Варіант 8.

1) $y' = e^{-(y^2+x^2)} + 0.1x$, $y(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = \sin(0.5y^2) + z + x \\ z' = x + y - 4z^2 + 1 \end{cases}$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0.5$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

Варіант 9.

1) $y' = y + \sin x$, $y(0) = 5$, $a = 0$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2) $\begin{cases} y' = \ln(x + \sqrt{x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$, $y(0) = 0.5$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

Варіант 10.

1) $y' = -\dfrac{xy}{1+x^2}$, $y(0) = 2$, $a = 0$, $b = 0.3$, $h = 0.05$.

2) $\begin{cases} y' = y + \sqrt{x^2 + z^2} \\ z' = \sqrt{x^2 + y} \end{cases}$, $y(0) = 0.5$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

Варіант 11.

1) $y' = y + (1+x)y^2$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = x^2 + z - 4y + 5 \\ z' = x^2 + y^2 \end{cases}$, $y(0) = 0.5$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

Варіант 12.

1) $y' = \dfrac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$, $y(1) = 0$, $a = 1$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2) $\begin{cases} y' = e^{z/x} \\ z' = x + y^2 - 4z + 8 \end{cases}$, $y(2) = 3$, $z(0) = 1$, $a = 3$, $b = 3.8$, $h = 0.05$.

Варіант 13.

1) $y' = \dfrac{x^2 y^2 - (2x+1)y + 1}{x}$, $y(1) = 0$, $a = 1$, $b = 1.5$, $h = 0.1$.

2) $\begin{cases} y' = \ln(x + \sqrt{x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$, $y(0) = 0.5$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.1$.

Варіант 14.

1) $y' = 12/(x^2 + y^2 + 3)$, $y(0) = 0$, $a = 0$, $b = 2$, $h = 0.2$.

2) $\begin{cases} y' = \ln(x + \sqrt{x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$, $y(0) = 0.5$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.

Варіант 15.

1) $y' = \left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) \Big/ \left(e^{\frac{x}{y}} \left(\dfrac{x}{y} - 1\right)\right)$, $y(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.4$, $h = 0.05$.

2) $\begin{cases} y' = \dfrac{\cos y}{z + x} + y^2 \\ z' = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$, $y(0) = 0$, $z(0) = 1$, $a = 0$, $b = 0.5$, $h = 0.05$.