Tema 4

MATEMÁTICA 1 - **2do parcial 1era Fecha 27-06-2022** -

8

DNI: 43356314

Comisión 2B **Apellido y Nombre** Manzano Reynoso, Esteban Noé **legajo** 21200/4

Se tendrán en cuenta para la corrección los siguientes criterios: Desarrollo y justificación de los pasos para llegar a la respuesta - Escritura explícita de la respuesta - Claridad y orden en la escritura

B **1) a)** Dada una sucesión geométrica de la que se conocen los siguientes términos: $a_1 = -2$ y $a_6 = -\frac{1}{16}$, hallar la razón y dar la definición explícita.

B **b)** Definir con sus palabras qué es una sucesión aritmética.

B **2) a)** La suma de los 50 primeros términos de una sucesión aritmética de diferencia 4 es 50. Hallar a_1

B **b)** Expresar la siguiente suma usando notación sigma: $\frac{7}{3}+\frac{8}{3}+\frac{9}{3}+\frac{10}{3}+\frac{11}{3}+\frac{12}{3}+\frac{13}{3}+\frac{14}{3}+\frac{15}{3}+\frac{16}{3}$

B **3) a)** ¿Cuántas cadenas de 8 bits tienen 1 en el 2do o en el 3er lugar?

M **b)** En un juego de azar se eligen 7 números entre el 1 y el 50, ¿Cuántas posibles elecciones hay?

B **4) a)** Hallar, usando operaciones elementales, el rango de la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

B **b)** Indicar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando, con una demostración o un contraejemplo según corresponda: **"Si $B \in \mathbb{R}^{nxn}$ entonces $B^t - B = 0_{nxn}$ (la matriz nula nxn)"**

B **5) a)** Expresar el siguiente sistema en su forma matricial y llevarlo a su forma escalonada y reducida por filas:

$$\begin{cases} x + y + 3z = 3 \\ -2x - y - 6z = 2 \\ -x - 3z = a \end{cases}$$

B **b)** Indicar el valor de a para que el sistema tenga solución y dar la o las soluciones del sistema.

27-06-22

Esteban Noé
Manzano Reynoso
LEGAJO: 21200/4

Segundo parcial

1) $a_1 = -2$ $\quad a_6 = -\frac{1}{16}$

. $a_6 = \overset{(a_1)}{-2} \cdot r^5 = -\frac{1}{16} \rightarrow r = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} \rightarrow r = \frac{1}{2}$ ✓

. FORMA EXPLÍCITA: $a_n = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ con $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$

b- Una SUCESIÓN ARITMÉTICA es una sucesión en la cual, definiendo el primer término, cada término se puede obtener del anterior, ✓ SUMANDO un mismo número (la DIFERENCIA)

. FORMA RECURSIVA: $\begin{cases} a_1 = \dots \\ a_n = a_{n-1} + d, \; n \geq 2 \end{cases}$

. FORMA EXPLÍCITA: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$, $n \geq 1$

2) a- $\sum_{n=1}^{50} a_n = a_1 + (n-1) \cdot 4 = 50$

. $\frac{50 \cdot (a_1 + (a_1 + 49 \cdot 4))}{2} = 50$

. $2a_1 = -194 \rightarrow a_1 = -97$ ✓

b- . $\sum_{n=1}^{10} a_n = \frac{7}{3} + (n-1) \cdot d \quad \left(\rightarrow = \frac{115}{3}\right)$

. $\frac{7}{3} + (2-1) \cdot d = \frac{8}{3} \rightarrow d = \frac{1}{3}$

siendo $a_n =$

. $\sum_{n=1}^{10} a_n = \frac{7}{3} + (n-1) \cdot \frac{1}{3}$ ✓

3) a- $2^7 + 2^7 - 2^6 = 192$ ✓ cadenas de 8 bits que tienen 1 en el 2° o 3° lugar.

b- $50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44 =$

$5{,}03 \times 10^{11}$ posibles elecciones ✗

No son variaciones (no importa el orden).

4) a- $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3+(-1).F_2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3+(-1).F_1}$

$\longrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}.F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow r(A) = 2$ es 2

es el nro. de filas $\neq 0$ de la A_R

b- FALSO ya que, sea $B \in \mathbb{R}^{2\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y su matriz transpuesta $B^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, se observa que $B^t - B \neq 0$.

$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

5) a- $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 3 \\ -2 & -1 & -6 & 2 \\ -1 & 0 & -3 & a \end{array}\right) \xrightarrow{F_2+(2).F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & -3 & a \end{array}\right) \rightarrow$

$\xrightarrow{F_1+(-1).F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 0 & -3 & a \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+(1).F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & a-5 \end{array}\right)$

. $A_r = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & a-5 \end{array}\right) \rightarrow$ FORMA ESCALONADA Y REDUCIDA POR FILAS

b- Para que el sistema tenga solución a tiene que ser $= 5$.

. $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \rightarrow x = -3z - 5 \\ \rightarrow y = 8 \end{array}$

. $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = -3z - 5 \wedge y = 8 \wedge z \in \mathbb{R}\}$

. $r(A) = 2$ y $r(A|B) = 2$ y $n = 3$, entonces, por el Teorema de Rouché - Frobenius, $r(A) = r(A|B) < n \rightarrow$ el sistema tiene INFINITAS SOLUCIONES.