

La solución a este taller debe subirse por SICUA antes de las 10:30PM del lunes 26 de junio del 2017. Los dos archivos código fuente deben subirse en un único archivo `.zip` con el nombre `NombreApellido_hw1.zip`, por ejemplo yo debería subir el zip `VeronicaArias_hw1.zip`. Este archivo debe descomprimirse en un directorio de nombre `NombreApellido_hw1` que sólo debe contener los códigos en python `cargas.py` e `integral.py` (10 puntos). Recuerden que este trabajo es individual.

1. (45 points) **Potencial y campo eléctrico** En este ejercicio debe calcular numéricamente el campo eléctrico de una distribución de cargas a partir del potencial eléctrico. Para una carga puntual q , el potencial eléctrico V está dado por $V = k \cdot q / R$, donde $k = 8.987 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ es la constante de Coulomb. Suponga que tiene un cuadrupolo eléctrico conformado por cuatro cargas, dos de valor $-e$ y dos de valor e , ubicadas en las cuatro esquinas de un cuadrado de lado 1 nm, donde $e = 1.602176 \times 10^{-19} \text{ C}$. Para resolver este problema centre dicho cuadrado en el origen del sistema de coordenadas. Recuerde que debe escoger unidades que faciliten la solución numérica del problema (por ejemplo e y nm en vez de C y m).

Escriba un script llamado `cargas.py` que:

- use clases y objetos para inicializar y solucionar el problema de las 4 cargas: cada carga debe ser un objeto de una clase definida por ustedes.
- usando el principio de superposición, obtenga el potencial V debido a las cuatro cargas en un área delimitada por un cuadrado de lado 2 nm.
- Obtenga numéricamente el campo eléctrico \vec{E} debido a las cargas. Use la relación:

$$\vec{E}(x, y) = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j}\right) \quad (1)$$

y obtenga \vec{E} usando derivación numérica (use el algoritmo de central difference).

- Haga una gráfica del potencial y las líneas de campo eléctrico que obtuvo numéricamente. El potencial es un campo escalar y conviene graficarlo usando una escala de color (puede usar por ejemplo `plt.imshow`). El campo eléctrico es un campo vectorial y para graficarlo conviene usar o vectores o líneas de campo (puede usar por ejemplo `plt.streamplot`) El script debe guardar esta gráfica (sin mostrarla) en `cargas.pdf`.

2. (25 points) **Integral en 10 dimensiones**

El objetivo de este ejercicio es calcular numéricamente una integral en 10 dimensiones. La función que deben integrar es:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = (x_1 + x_2 + \dots + x_{10})^3 \quad (2)$$

Para integrales de alta dimensionalidad se usan métodos de integración de Monte Carlo.

Escriba un script llamado `integral.py` que:

- Calcule la integral:

$$I = \int_0^2 \int_0^2 \dots \int_0^2 f(x_1, x_2, \dots, x_{10}) dx_1 dx_2 \dots dx_{10} \quad (3)$$

de la función entre 0 y 2, repitiendo el método 20 veces y tome el promedio de las 20 repeticiones como el resultado de la integral.

- Repita el proceso anterior variando el número de puntos N utilizados para calcular la integral (tome $N = 2, 4, 8, \dots, 8192$). Haga una gráfica del valor calculado de la integral en función del número de puntos aleatorios N utilizados en el cálculo de la integral. El script debe guardar esta gráfica (sin mostrarla) en `num_integral.pdf`.
- Para estimar el error, calcule la integral analíticamente y compare esto con sus resultados numéricos para los distintos N . Haga una gráfica del error en función de $1/\sqrt{N}$. El script debe guardar esta gráfica (sin mostrarla) en `err_integral.pdf`.