Gestión de Infraestructuras
Tema 2: Representación de Señales en el Dominio de la Frecuencia - Parte 2
Ejercicios

1. **Ejercicio de clase:**

   Considere un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte $W = 6\pi$

   a) Determine la salida $y_1(t)$ cuando la entrada es $x_1(t) = \frac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t}$

   b) Calcule la energía de $x_1(t)$ y de $y_1(t)$.

   c) Determine la salida $y_2(t)$ cuando la entrada es $x_2(t) = \frac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t}\cos(6\pi t)$

   d) Calcule la energía de $x_2(t)$ y de $y_2(t)$.

   Solución:

   a) $y_1(t) = \dfrac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t}$

   b) $E_{y1} = E_{x1} = 2$.

   c) $y_2(t) = \dfrac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t}\cos(5\pi t)$

   d) $E_{x2} = 1$, $E_{y2} = 1/2$.

   Desarrollo:

   a) *De la tabla de transformadas de señales básicas, sabemos*

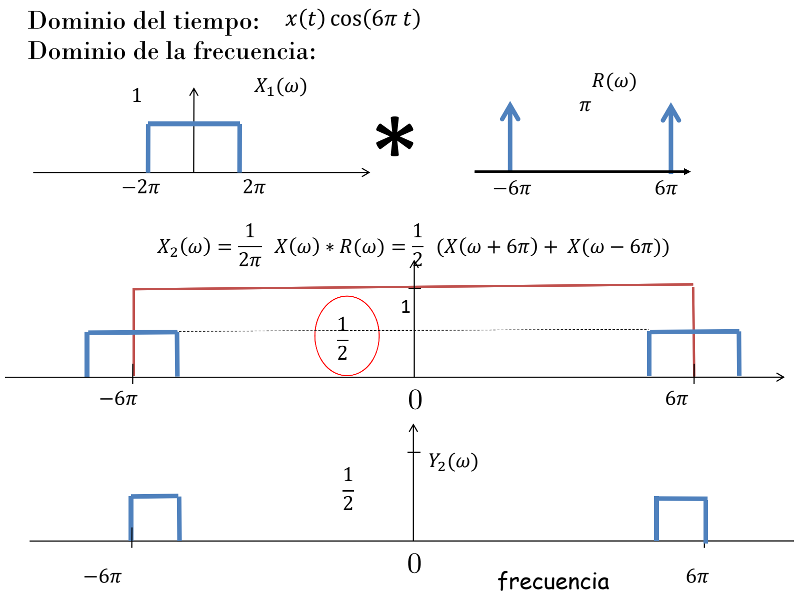
   $$x_1(t) = \frac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t} \longrightarrow X_1(\omega) = \begin{cases} 1 & -2\pi < \omega < 2\pi \\ 0 & resto \end{cases}$$

   Como el ancho de banda de la señal es menor que el del filtro, $y_1(t) = x_1(t)$.

   b) *Para calcular la energía, utilizaremos la relación de Parseval*

   $$E_{y1} = E_{x1} = \int_{-infty}^{\infty} x_1(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$$

   c) *Para obtener la transformada de Fourier de* $x_2(t) = \frac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t}\cos(6\pi t)$ *utilizaremos la propiedad de modulación. La siguiente figura muestra el desarrollo paso a paso.*



En la figura puede verse que la amplitud de cada réplica es la mitad de la que tenía la señal original.

Observemos que la salida son dos pulsos de ancho 2π *centrados en* -5π *y* 5π*. De las transformádas básicas, podemos obtener la transformaa de un pulso con* $W = \pi$ *centrado en la frecuencia 0 (es decir es el mismo que teníamos originalmente pero centrado):*

$$x(t) = \frac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t} \longrightarrow X(\omega) = \begin{cases} 1 & -\pi < \omega < \pi \\ 0 & \textit{resto} \end{cases}$$

Por otro lado, si multiplicamos esta señal por $\cos(5\pi t)$ *obtenemos la transformada de Fourier que aparece en la figura anterior. Es decir, la salida del filtro es*

$$y_2(t) = \frac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t}\cos(5\pi t)$$

d) *En la gráfica observamos que* $x_2(t)$ *está formada por dos pulsos de ancho* 4π *y amplitud* $1/2$*, por lo que la relación de Parseval nos da*

$$E_{x2} = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X_2(\omega)|^2 d\omega = 2\frac{4\pi}{(2)^2}\frac{1}{2\pi} = 1$$

Para $y_2(t)$*, la gráfica nos indica que son dos pulsos de ancho* 2π *y amplitud* $1/2$*, por lo que la relación de Parseval nos da*

$$E_{y2} = \int_{-\infty}^{\infty} y_2(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |Y_2(\omega)|^2 d\omega = 2\frac{2\pi}{(2)^2}\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

2. **Ejercicio:**

Considere un filtro paso bajo ideal de frecuencia de corte $W = 6\pi$

a) Determine la salida $y(t)$ cuando la entrada es $x(t) = \dfrac{\text{sen}(4\pi t)}{\pi t}$

b) Determine la salida $y(t)$ cuando la entrada es $x(t) = \dfrac{\text{sen}(8\pi t)}{\pi t}$

c) Determine la salida $y(t)$ cuando la entrada es $x(t) = \dfrac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t}\cos(4\pi t)$

Solución:

a) $y(t) = \dfrac{\text{sen}(4\pi t)}{\pi t}$

b) $y(t) = \dfrac{\text{sen}(6\pi t)}{\pi t}$

c) $y(t) = \dfrac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t}\cos(4\pi t);$

Desarrollo:

a) *Primero calcularemos la transformada de Fourier de la señal,*

$$x(t) = \frac{\text{sen}(4\pi t)}{\pi t} \longrightarrow X(\omega) = \begin{cases} 1 & -4\pi < \omega < 4\pi \\ 0 & resto \end{cases}$$

La señal está comprendida en el rango de frecuencia del filtro, por lo que $y(t) = x(t)$.

b) *Primero calcularemos la transformada de Fourier de la señal,*

$$x(t) = \frac{\text{sen}(8\pi t)}{\pi t} \longrightarrow X(\omega) = \begin{cases} 1 & -8\pi < \omega < 8\pi \\ 0 & resto \end{cases}$$

Dado que el ancho de banda del filtro es $W = 6\pi$, la salida en frecuencia será

$$Y(\omega) = \begin{cases} 1 & -6\pi < \omega < 6\pi \\ 0 & resto \end{cases}$$

Esto corresponde a $y(t) = \dfrac{\text{sen}(6\pi t)}{\pi t}$

c) *En este caso, la transformada de Fourier se realiza considerando primero la señal sin multiplicar por el coseno. Es decir,*

$$x(t) = \frac{\text{sen}(2\pi t)}{\pi t} \longrightarrow X(\omega) = \begin{cases} 1 & -2\pi < \omega < 2\pi \\ 0 & resto \end{cases}$$

Al multiplicarla por un coseno con frecuencia $\omega_c = 4\pi$, obtenemos dos réplicas que están dentro del rango de frecuencias del filtro. Por tanto, $y(t) = x(t)$.

3. **Ejercicio de clase:**

Para la señal $x(t) = \dfrac{\operatorname{sen}(6\pi t)}{\pi t}$, determine la salida de los siguientes filtros:

a) Filtro paso banda ideal con frecuencia central de 6π y ancho de banda 4π.

b) Filtro paso alto ideal con frecuencia de corte 4π.

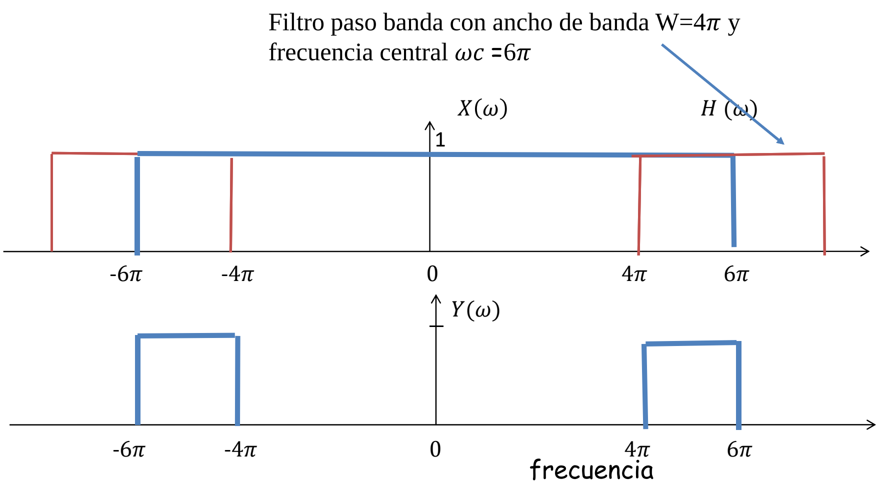
Solución

a) $y(t) = 2\dfrac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t}\cos(5\pi t)$

b) $y(t) = 2\dfrac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t}\cos(5\pi t)$

Desarrollo:

a) *La siguiente figura muestra el filtrado en frecuencia.*



Para recuperar la señal en el dominio del tiempo, tenemos que utilizar la propiedad de modulación. Así podemos decir que el pulso centrado en la frecuencia 0 es

$$x_1(t) = \frac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t} \longrightarrow X(\omega) = \begin{cases} 1 & -\pi < \omega < \pi \\ 0 & \textit{resto} \end{cases}$$

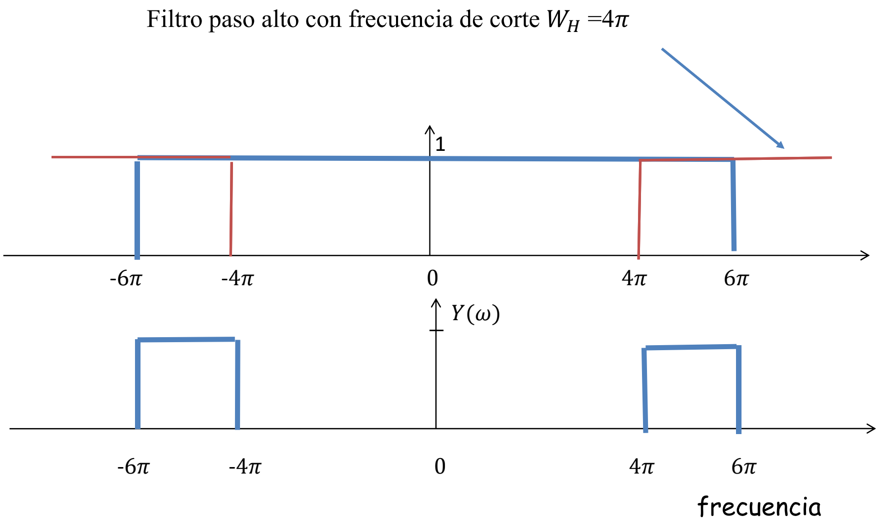
Para obtener la señal de la figura, debemos multiplicar por $\cos(5\pi t)$

$$x_2(t) = \frac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t}\cos(5\pi t)$$

Y, por último, tenemos que introducir un factor 2 porque según nuestra representación $Y(\omega)$ tiene dos réplicas con amplitud 1.

$$y(t) = 2\frac{\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t}\cos(5\pi t)$$

b) *La siguiente figura muestra el filtrado en frecuencia. Podemos ver que se obtiene la misma señal que en el apartado anterior.*



4. **Ejercicio:**

Sabiendo que la respuesta al impulso y la respuesta en frecuencia de un filtro paso bajo ideal son las siguientes:

$$h_L(t) = \frac{\mathrm{sen}(W_L t)}{\pi t} \longrightarrow H_L(\omega) = \begin{cases} 1 & -W_L < \omega < W_L \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Escriba las expresiones de las respuesta al impulso y la respuesta en frecuencia de los siguientes filtros en función de $h_L(t)$ y $H_L(\omega)$:

a) Filtro paso alto ideal.

b) Filtro paso banda ideal.

c) Filtro banda eliminada ideal.

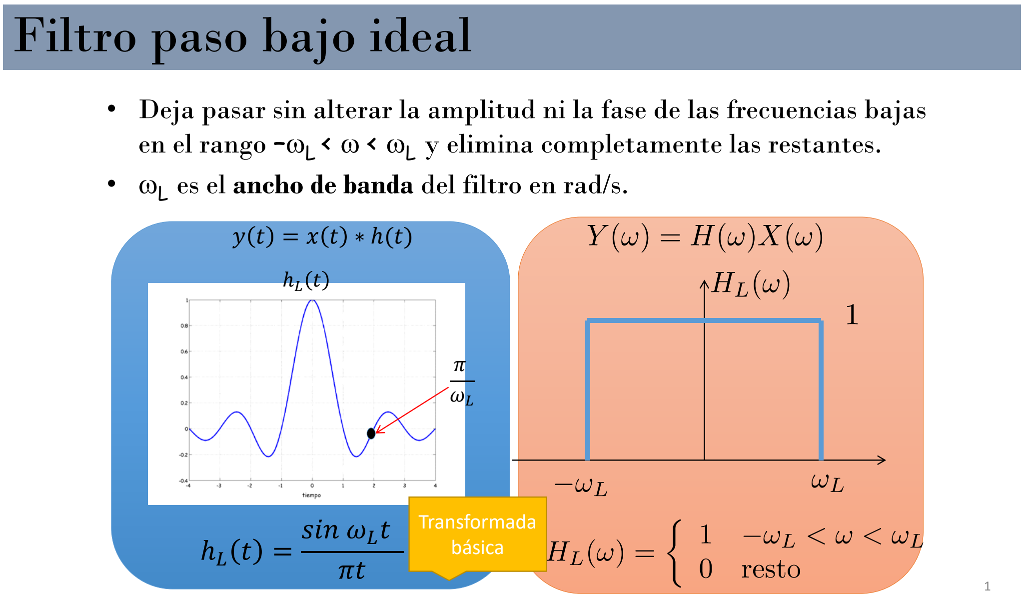
<u>Solución</u>

a) $H_H(\omega) = 1 - H_L(\omega)$ y $h_H(t) = \delta(t) - \frac{\mathrm{sen}(W_H t)}{\pi t}$. La frecuencia W_H es la frecuencia de corte.

b) $H_B(\omega) = H_{L1}(\omega) - H_{L2}(\omega)$ y $h_B(t) = \frac{\mathrm{sen}(W_1 t)}{\pi t} - \frac{\mathrm{sen}(W_2 t)}{\pi t}$, donde W_1 es la frecuencia de corte inferior y W_2 es la frecuencia de corte superior.

c) $H_E(\omega) = 1 - H_B(\omega)$ y $h_E(t) = \delta(t) - h_B(t)$, donde W_1 es la frecuencia de corte inferior y W_2 es la frecuencia de corte superior de la banda eliminada.

<u>*Desarrollo:*</u>



Filtro paso alto ideal

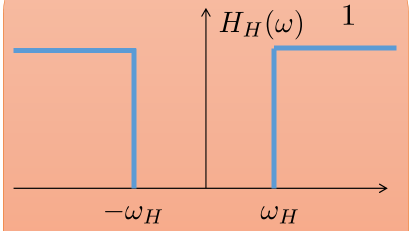
- Elimina completamente las frecuencias bajas en el rango $-\omega_H < \omega < \omega_H$ y deja pasar las restantes sin alterar su amplitud ni su fase.
- ω_H es el ancho de las frecuencias bajas eliminadas.

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$h_H(t) = \delta(t) - h_L(t)$$

Transformada básica

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$



$$H_H(\omega) = \begin{cases} 0 & -\omega_H < \omega < \omega_H \\ 1 & \text{resto} \end{cases}$$

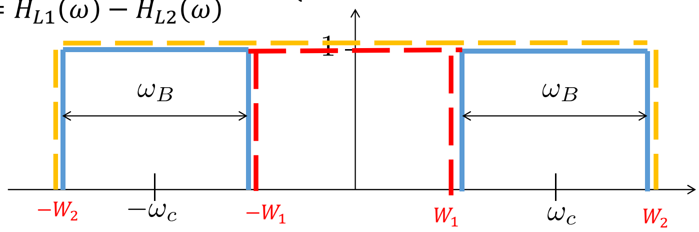
$$H_H(\omega) = 1 - H_L(\omega)$$

Filtro paso banda ideal

- Deja pasar sin alterar la amplitud ni la fase de las frecuencias en torno a una **frecuencia central** ω_c y elimina completamente las restantes.
- ω_B es el **ancho de de banda** del filtro.

$$H_B(\omega) = \begin{cases} 1 & -\omega_c - \frac{\omega_B}{2} < \omega < -\omega_c + \frac{\omega_B}{2} \\ 1 & \omega_c - \frac{\omega_B}{2} < \omega < \omega_c + \frac{\omega_B}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$H_B(\omega) = H_{L1}(\omega) - H_{L2}(\omega)$$

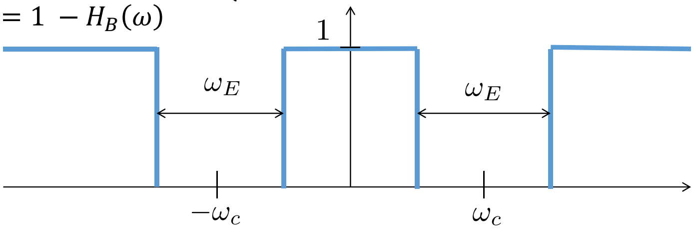


Filtro banda eliminada ideal

- Elimina las frecuencias en torno a una frecuencia central ω_c y deja pasar las restantes sin alterar su amplitud ni su fase
- ω_E es el **ancho de las frecuencias eliminadas.**

$$H_E(\omega) = \begin{cases} 0 & -\omega_c - \frac{\omega_E}{2} < \omega < -\omega_c + \frac{\omega_E}{2} \\ 0 & \omega_c - \frac{\omega_E}{2} < \omega < \omega_c + \frac{\omega_E}{2} \\ 1 & \text{resto} \end{cases}$$

$$H_E(\omega) = 1 - H_B(\omega)$$



4

5. **Ejercicio de clase:**

La salida de un sistema Lineal e Invariante en Tiempo (LTI) para la señal de entrada $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$ viene dada por la siguiente expresión

$$y(t) = |H(\omega_0)|A\cos(\omega t + \phi + \angle H(\omega_0))$$

donde $H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\angle H(\omega)}$ es la respuesta en frecuencia del sistema.

Considere un sistema LTI cuya entrada es la siguiente señal:

$$x(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t - 45°) + \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$$

a) Determine la salida de un sistema cuya respuesta en frecuencia es

$$H(\omega) = \frac{2\pi}{2\pi + j\omega}$$

b) Determine la salida de un sistema cuya respuesta en frecuencia es

$$H(\omega) = \frac{j\omega}{2\pi + j\omega}$$

c) Determine la salida de un filtro paso bajo ideal con frecuencia de corte $W = \pi$, $W = 3\pi$ y $W = 5\pi$

d) Determine la salida de un filtro paso alto ideal con frecuencia de corte $W = \pi$, $W = 3\pi$ y $W = 5\pi$

Solución:

a) $y(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2\pi t - 90°) + \frac{1}{4\sqrt{5}}\cos(4\pi t - 3°)$

b) $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2\pi t) + \frac{1}{2\sqrt{5}}\cos(4\pi t + 87°)$;

c) $y(t) = \frac{1}{2}$; $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t - 45°)$, $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t - 45°) + \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$;

d) $y(t) = \cos(2\pi t - 45°) + \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$; $y(t) = \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$, $y(t) = 0$.

Desarrollo:

a*) Empezaremos calculando el módulo y la fase del sistema:*

$$|H(\omega)| = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi)^2 + \omega^2}}$$

$$\angle H(\omega) = -arctan(\omega/(2\pi))$$

Obervando la expresión de la señal de entrada,

$$x(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t - 45°) + \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$$

deducimos que hay tres cosenos con frecuencias:

- $\frac{1}{2}$ *corresponde a un coseno con frecuencia* $\omega_0 = 0$ *y amplitud 1/2.*

- $\cos(2\pi t - 45°)$ *corresponde a un coseno con frecuencia* $\omega_1 = 2\pi$ *y amplitud 1.*
- $\frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$ *corresponde a un coseno con frecuencia* $\omega_2 = 4\pi$ *y amplitud* $\frac{1}{4}$.

Para cada uno, calculamos el valor de la respuesta en frecuencia:

- *Para* $\omega = 0$ *obtenemos* $|H(0)| = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi)^2}} = 1$, $\angle H(0) = -arctan(0) = 0$. *Por tanto, la salida es*

$$y_1(t) = \frac{1}{2}$$

- *Para* $\omega = 2\pi$ *obtenemos*

$$|H(2\pi)| = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi)^2 + (2\pi)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle H(2\pi) = -arctan(2\pi/(2\pi)) = -45°$$

Por tanto, la salida es

$$y_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2\pi t - 45° - 45°) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2\pi t - 90°)$$

- *Para* $\omega = 4\pi$ *obtenemos*

$$|H(4\pi)| = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi)^2 + (4\pi)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\angle H(4\pi) = -arctan(4\pi/(2\pi)) = -63°$$

Por tanto, la salida es

$$y_3(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\cos(4\pi t + 60° - 63°) = \frac{1}{\sqrt{5}}\cos(4\pi t - 3°)$$

Por la propiedad de linealidad de la transformada de Fourier, obtenemos

$$y(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2\pi t - 90°) + \frac{1}{4\sqrt{5}}\cos(4\pi t - 3°)$$

b) *En este caso, la respuesta en frecuencia del sistema es*

$$H(\omega) = \frac{j\omega}{2\pi + j\omega}$$

Igual que en el apartado anterior, calculamos el módulo del sistema:

$$|H(\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{(2\pi)^2 + \omega^2}}$$

Para calcular la fase, debemos utilizar directamente el hecho de que $j = e^{j\pi/2}$ *(es decir la fase es* $\pi/2 = 90°$*. Si lo realizamos por la expresión* $arctan(\omega/0)$ *nos encontraremos con que las calculadoras no proporcionan el valor porque, recordemos, la función arctan se acerca asintóticamente a* $\pi/2$*. Teniendo en cuenta esto, llegamos a*

$$\angle H(\omega) = 90° - arctan(\omega/(2\pi))$$

A partir de estas expresiones, calculamos el valor de la respuesta en frecuencia para las frecuencias de los cosenos:

- *Para* $\omega = 0$ *obtenemos* $|H(0)| = \frac{0}{\sqrt{(2\pi)^2+0}} = 0$, $\angle H(0) = 90° - arctan(0) = 90°$. *Por tanto, la salida es* $y_1(t) = 0$.
- *Para* $\omega = 2\pi$ *obtenemos*

$$|H(2\pi)| = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi)^2 + (2\pi)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle H(2\pi) = 90° - arctan(2\pi/(2\pi)) = 90° - 45° = 45°$$

Por tanto, la salida es

$$y_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2\pi t - 45° + 45°) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2\pi t)$$

- *Para* $\omega = 4\pi$ *obtenemos*

$$|H(4\pi)| = \frac{4\pi}{\sqrt{(2\pi)^2 + (4\pi)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\angle H(4\pi) = 90° - arctan(4\pi/(2\pi)) = 90° - 63° = 27°$$

Por tanto, la salida es

$$y_3(t) = \frac{2}{4\sqrt{5}} \cos(4\pi t + 60° + 27°) = \frac{1}{2\sqrt{5}} \cos(4\pi t + 87°)$$

Utilizando la propiedad de linealidad de la transformada de Fourier, obtemos

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2\pi t) + \frac{1}{2\sqrt{5}} \cos(4\pi t + 87°)$$

c) *Un filtro paso bajo ideal, deja pasar las frecuencias comprendidas entre 0 y la frecuencia de corte (ancho de banda). Por tanto, podemos observar que*

- *para* $W = \pi$, *la salida es* $y(t) = \frac{1}{2}$
- *para* $W = 3\pi$, *la salida es* $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t - 45°)$
- *para* $W = 5\pi$, *la salida es* $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t - 45°) + \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$

d) *Un filtro paso alto ideal, deja pasar las frecuencias superiores a la frecuencia de corte. Por tanto, podemos observar que*

- *para* $W = \pi$, *la salida es* $y(t) = \cos(2\pi t - 45°) + \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$
- *para* $W = 3\pi$, *la salida es* $y(t) = \frac{1}{4}\cos(4\pi t + 60°)$
- *para* $W = 5\pi$, *la salida es* $y(t) = 0$

6. **Ejercicio:**

Considere un sistema LTI con la siguientes respuesta en frecuencia

$$H(\omega) = \frac{a}{a + j\omega}$$

donde a es un número real positivo y que la entrada es $x(t) = \cos(at)$. Determine la salida cuando la entrada es $x(t) = \cos(at)$ y $x(t) = \cos(2at)$.

Solución:

La salida para $x(t) = \cos(at)$ es $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(at - 45°)$

La salida para $x(t) = \cos(2at)$ es $y(t) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cos(2at - 63°)$

Desarrollo:

Considerando la definición de $H(\omega)$, obtenemos el módulo y la fase

$$|H(\omega)| = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \omega^2}}$$

$$\angle H(\omega) = -arctan(\omega/a)$$

Para la frecuencia del coseno $\omega = a$, obtenemos

$$|H(a)| = \frac{a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle H(a) = -arctan(a/a) = -arctan(1) = -45°$$

Y la salida para $x(t) = \cos(at)$ es

$$y(t) = |H(a)| \cos(at + \angle H(a)) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(at - 45°)$$

Para la frecuencia del coseno $\omega = 2a$, obtenemos

$$|H(2a)| = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\angle H(a) = -arctan(2a/a) = -arctan(2) = -63°$$

Y la salida para $x(t) = \cos(at)$ es

$$y(t) = |H(2a)| \cos(at + \angle H(2a)) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cos(at - 63°)$$

7. **Ejercicio por ordenador:**

Retoque el fichero de la práctica de la semana pasada para que realice los siguiente:

Paso 1: Crear **cuatro** cosenos $x_i(t) = A_i \cos(2\pi f_i t)$.

Paso 2: Sumar esos cosenos $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + x_4(t)$.

Paso 3: Calcular la transformada de Fourier de los cosenos $x_i(t)$.

Paso 4: Calcular la transformada de Fourier de la señal $x(t)$.

```
Ls=length(t);
f=-fs/2+fs/Ls:fs/Ls:fs/2;     %Declaración del eje de frecuencias
Xdef=fftshift(fft(x));          % Transformada de Fourier de x
```

Paso 5: Representar en una sola figura (**cinco** subplots), las señales $x_i(t)$ y $x(t)$.

Paso 6: Representar en una sola figura (**cinco** subplots), las transformadas de Fourier de las señales $x_i(t)$ y $x(t)$.

Una vez hechos esos cambios, en esta práctica se pretende que aplique un filtro paso bajo a la señal $x(t)$ para obtener distintas componentes. Para ello, debe incorporar lo siguiente:

a) Variable $flow$ como frecuencia de corte.

b) Después del paso 3, se generará el filtro paso bajo, se realizará el filtrado en frecuencia y se aplicará la transformada de Fourier inversa.

```
L=length(t) ;
Hdef=zeros(1,L/2); %Definición del filtro
Hdef(1:flow/fs*L)=ones(1,flow/fs*L);
Hdef=[fliplr(Hdef) Hdef];

Ydef=Xdef.*Hdef; %Filtrado en frecuencia

ydet=ifft(fftshift(Ydef)); %Cálculo de la transformada de Fourier inversa
ydet=real(ydet);
```

Finalmente, represente en una sola figura (cuatro subplots) lo siguiente:

a) Señal en el dominio del tiempo $x(t)$.

b) Transformade de Fourier de $x(t)$ y respuesta en frecuencia del filtro (en otro color, utilice *hold on*). Para representar el filtro, utilice

```
plot(f,abs(Hdef),'g');
axis([-1000 1000 0 1.1])
```

c) Señal filtrada en el dominio de la frecuencia,

```
plot(f,abs(Ydef)/max(abs(Ydef)));
axis([-1000 1000 0 1.1])
```

d) Señal filtrada en el dominio del tiempo,

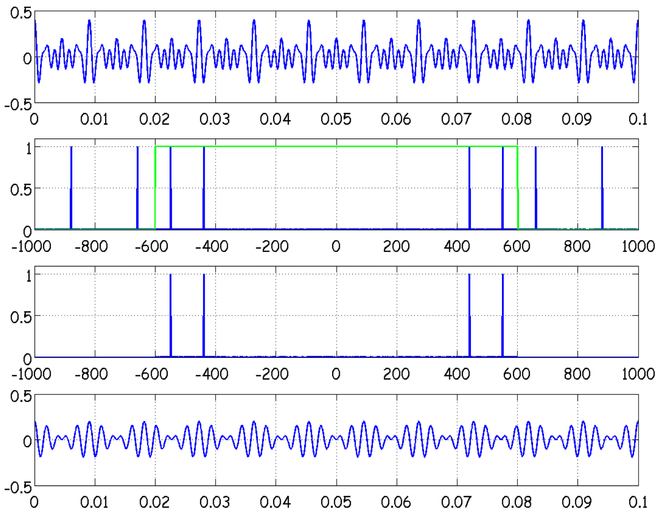
```
plot(t,ydet);
axis([0 0.1 -0.5 0.5])
```

Pruebe los siguientes casos:

- $f_{low} = 600$ Hz, $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0{,}1$ y $f_1 = 440$ Hz, $f_2 = 550$, $f_3 = 660$ y $f_4 = 880$ Hz.
- $f_{low} = 500$ Hz, $A_1 = A_2 = 0{,}1$ $A_3 = A_4 = 0{,}2$ y $f_1 = 200$ Hz, $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$, $f_4 = 4f_1$.
- $f_{low} = 150$ Hz, $A_1 = A_2 = 0{,}1$ $A_3 = A_4 = 0{,}2$ y $f_1 = 200$ Hz, $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$, $f_4 = 4f_1$.

Soluciones:

La siguiente figura muestra el resultado para la primera simulación:



30

8. **Ejercicio por ordenador:**

La respuesta en frecuencia de un filtro paso banda con frecuencias de corte f_{low} y f_{high} se puede crear restando las respuestas en frecuencia de dos filtros paso bajo: H_{L1} con frecuencia de corte f_{high} y H_{L2} con frecuencia de corte f_{low}.

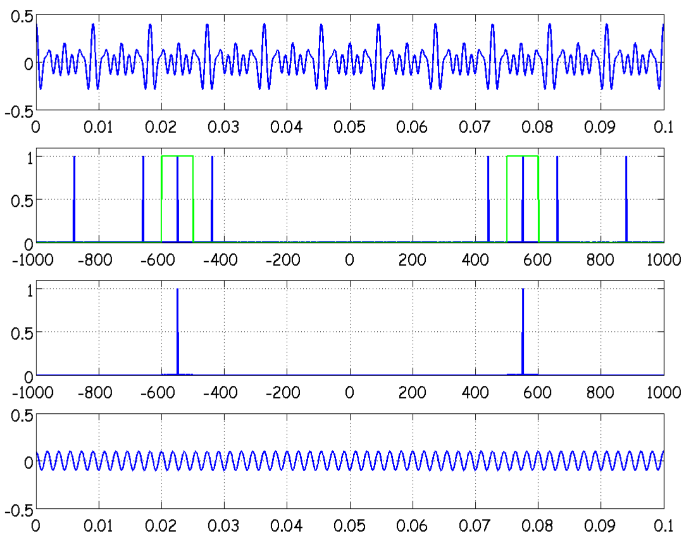
Incluya este filtro en su código anterior. Es conveniente poner una variable que permita seleccionar el tipo de filtro a utilizar y un if dentro del código. El resto del código será el mismo.

Pruebe los siguientes casos:

- $f_{low} = 500$ Hz y $f_{high} = 600$ Hz, $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0{,}1$ y $f_1 = 440$ Hz, $f_2 = 550$, $f_3 = 660$ y $f_4 = 880$ Hz.
- $f_{low} = 400$ y $f_{low} = 700$ Hz, $A_1 = A_2 = 0{,}1$ $A_3 = A_4 = 0{,}2$ y $f_1 = 200$ Hz, $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$, $f_4 = 4f_1$.
- $f_{low} = 150$ Hz y $f_{high} = 700$ Hz, $A_1 = A_2 = 0{,}1$ $A_3 = A_4 = 0{,}2$ y $f_1 = 200$ Hz, $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$, $f_4 = 4f_1$.

Soluciones:

La siguiente figura muestra el resultado para la primera simulación:



32

9. **Ejercicio por ordenador:**

   Cambie la señal $x(t)$ del código anterior por la señal de audio. Observe la figura que genera su código y, si puede, escuche la señal de salida.

   Recuerde que los ficheros de audio se leen con

```
[x,fs] = audioread('ejemplo.wav');
x = x';
```

   Pruebe el filtrado con distintas frecuencias de corte:

   a) Filtro paso bajo con frecuencia de corte 5000 Hz para calidad AM.

   b) Filtro paso banda con banda de paso entre 300 Hz y 3400 Hz para calidad de telefonía analógica.

   c) Filtro paso banda con banda de paso entre 1000 Hz y 3400 Hz.

   d) Otras frecuencias de corte.