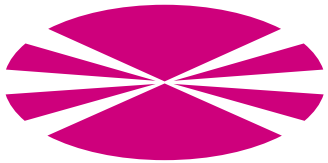
Esquemas Algorítmicos Paralelos

Departamento de Ingeniería de Computadores

Primavera 2021



Índice

Single Process Multiple Data

- Este tipo de algoritmos surgen de un particionado de dominio sobre grandes arrays de datos.
- Se divide el espacio de datos en regiones y se asignan a procesadores intentando minimizar el coste de comunicaciones y maximizar la eficiencia de cada nodo.
- Para ser rentable, el volumen de computación debe ser al menos un orden mayor que el de comunicaciones.
- Ejemplo: multiplicación de matrices.
  - Computación: $\Theta(n^3)$
  - Datos: $\Theta(n^2)$

Multiplicación de Matrices

Ejemplo

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{14}b_{41}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix}$$

2 x 4 4 x 3 2 x 3

$$c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} + a_{24}b_{42}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix}$$

Multiplicación de Matrices

Descomposición y asignación

- La descomposición de dominio es la que mejor se adapta a este problema.
- Dado que el balanceo de carga no es un problema, se selecciona una división en bloques de filas dependiente del número de procesos.
- La matriz B se replica en todos los procesos. Así, cada uno es capaz de obtener las mismas filas en x que posee en A sin comunicaciones.
- Inicialmente, es necesario hacer el reparto usando operaciones *scatter* por parte del proceso encargado de la E/S.
- La matriz x global se ensambla usando un *gather*.

Multiplicación de matrices

Reparto de datos

```
// Entrada:  matrices A y B, dimensiones n x n
// Sólo disponibles en el proceso 0
// Suponemos que todos los procesos disponen de
// MPI_COMM_WORLD, my_id, numprocs
// Por simplicidad se omite la declaración de
// variables

// Distribución de n y la matriz B
MPI_Bcast( &n, 1, MPI_INT, 0, MPI_COMM_WORLD );
MPI_Bcast( B, n*n, MPI_DOUBLE, 0, MPI_COMM_WORLD );

// Cálculo del número de filas por proceso
rows = ( n + numprocs - 1 ) / numprocs;

// Corrección del tamaño de A para scatter
if( (my_id == 0) && (n % numprocs) ) {
   A = (double *)realloc( A,
      sizeof(double)*n*numprocs*rows );
}

// Reserva de memoria para las submatrices local
// Nota:  el proceso (p-1) puede sobrerreservar
Alocal = (double*)malloc( sizeof(double)*rows*n );
xlocal = (double*)malloc( sizeof(double)*rows*n );
```

Multiplicación de matrices

Reparto de datos

```
// Scatter de los datos de A
MPI_Scatter( A, rows*n, MPI_DOUBLE, Alocal, rows*n,
   MPI_DOUBLE, 0, MPI_COMM_WORLD );

// Corrección del número de filas en (p-1)
if( my_id == numprocs-1 ) {
   rows = n - rows*(numprocs-1);
}

// Lazo computacional
for( i = 0; i < rows; ++i ) {
   for( j = 0; j < n; ++j ) {
      xlocal[i][j] = 0;
      for( k = 0; k < n; ++k ) {
         xlocal[i][j] += Alocal[i][k] * B[k][j];
      }
   }
}
```

Multiplicación de matrices
Reparto de datos

```
// (Sobre)reserva para el vector x en el proceso 0
if( my_id == 0 ) {
   x = (double*)malloc(
      sizeof(double)*n*numprocs*rows );
}

// Gather de todos los datos
MPI_Gather( xlocal, n*rows, MPI_DOUBLE, x, n*rows,
   MPI_DOUBLE, 0, MPI_COMM_WORLD );
```

Variantes

- Distribución bidimensional.
- Distribución de ambas matrices.
- Tiling (blocking).