

TEMA 3: Sistemas de comunicación



Sistemas de comunicación digital



Sistemas de comunicación digital

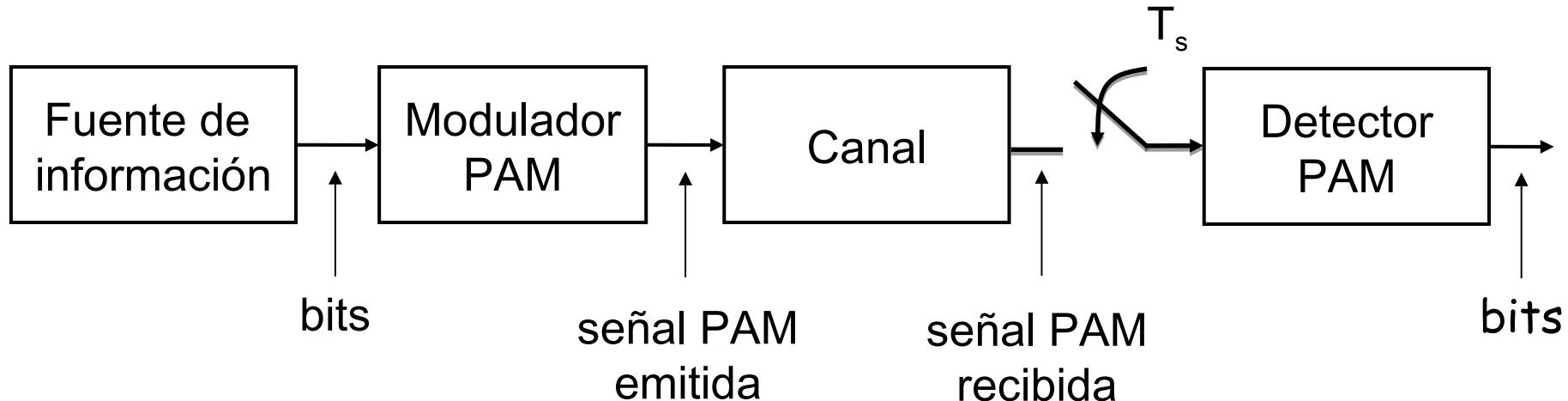
Contenido:

1. Sistemas de comunicaciones
2. Modulador digital
 - Definición y ejemplos
 - Parámetros principales
3. Modulador PAM
 - Definición
 - 4-PAM
4. Transmisión PAM por canales de banda limitada
 - Pulso rectangular
 - Pulso de Nyquist
5. Transmisión PAM por canales con ruido
 - Transmisión
 - Demodulación

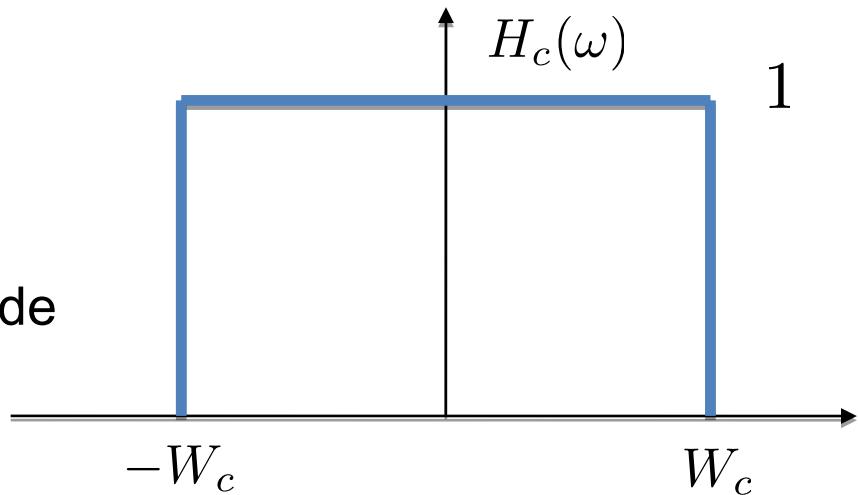
4

Transmisión PAM por canales de banda
limitada

Modelo con canal de banda limitada



- Respuesta en frecuencia del canal: $H_c(\omega)$
- Filtro paso bajo ideal de ancho de banda W_c rad/seg (i.e. f_c Hz)



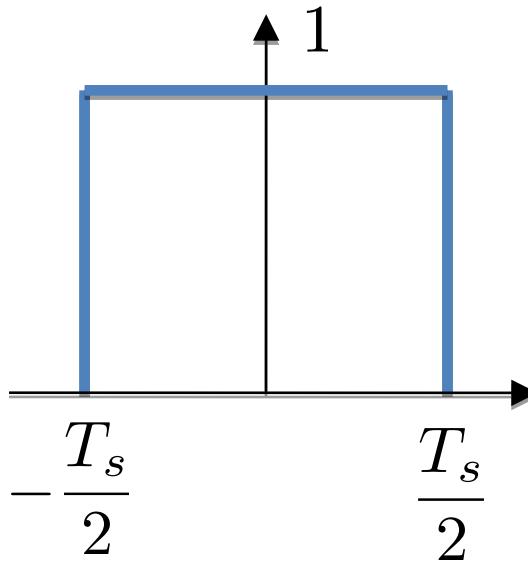
Pulsos rectangulares en PAM

- La forma de onda pulso rectangular ilustra muy bien gráficamente el funcionamiento de la modulación PAM.
- No obstante, el pulso rectangular tiene una transformada de Fourier de tipo sinc que se extiende infinitamente en frecuencia.
- Al transmitir por canales de banda limitada, el pulso rectangular siempre va a experimentar una distorsión ya que el canal no deja pasar todo su espectro.
- Como consecuencia, las amplitudes observadas no van a ser exactamente iguales a las transmitidas y pueden surgir errores en la comunicación.

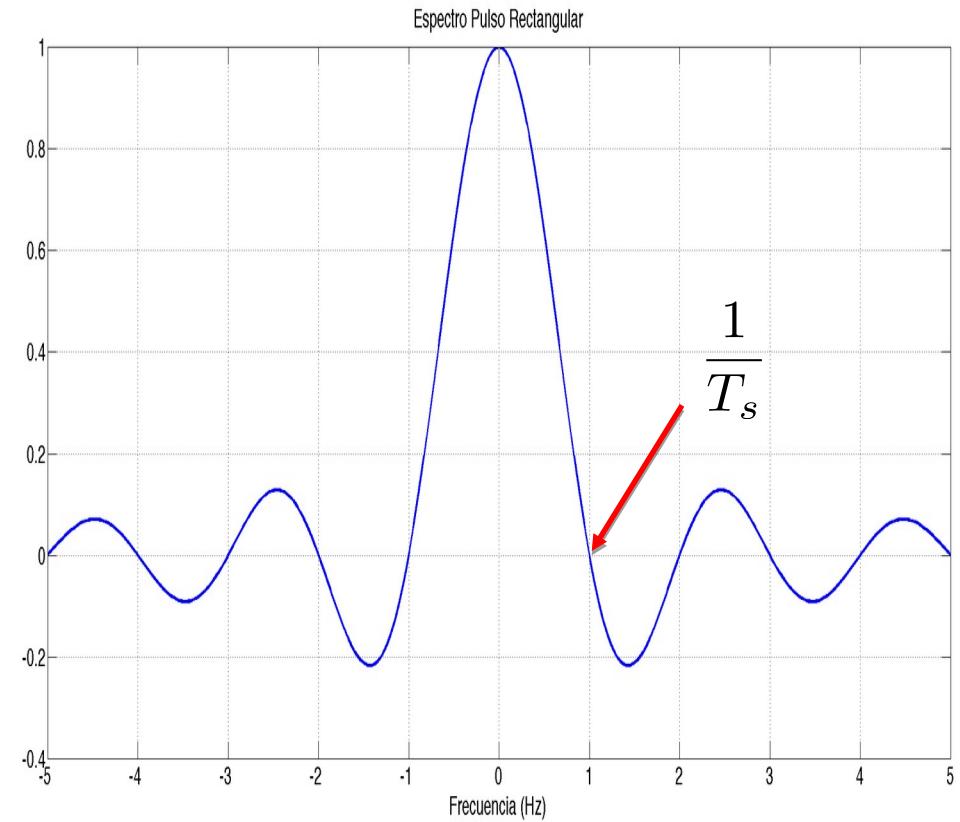
Pulso rectangular

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

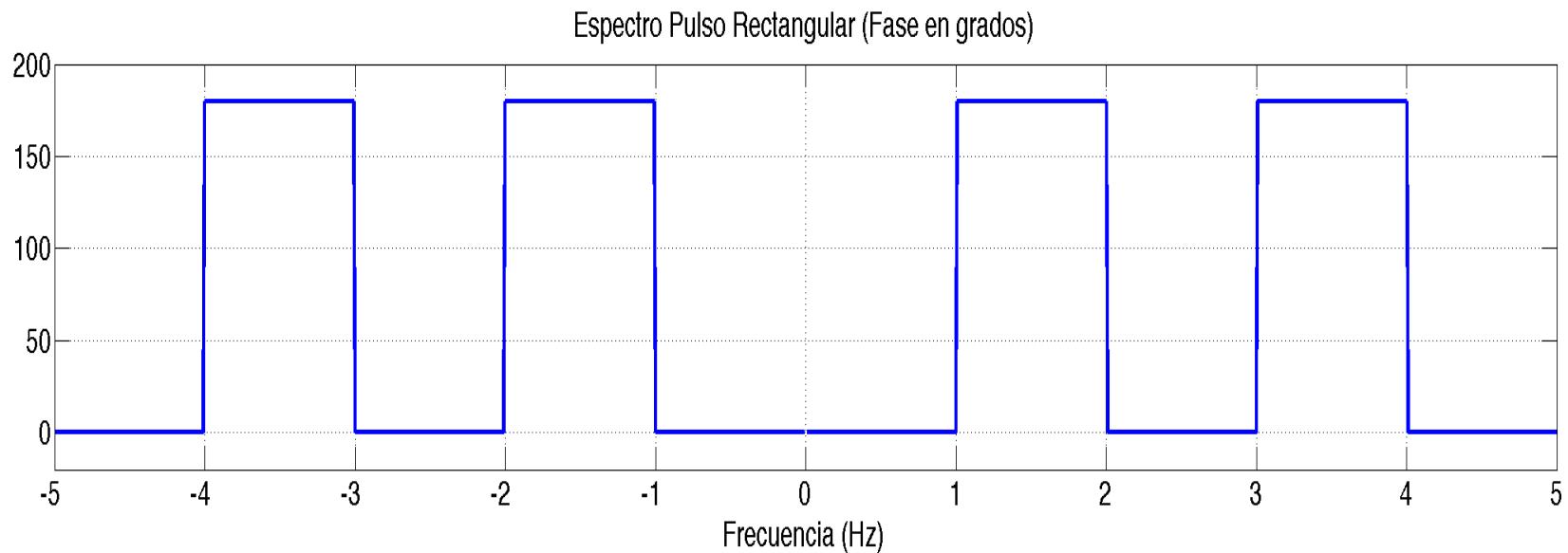
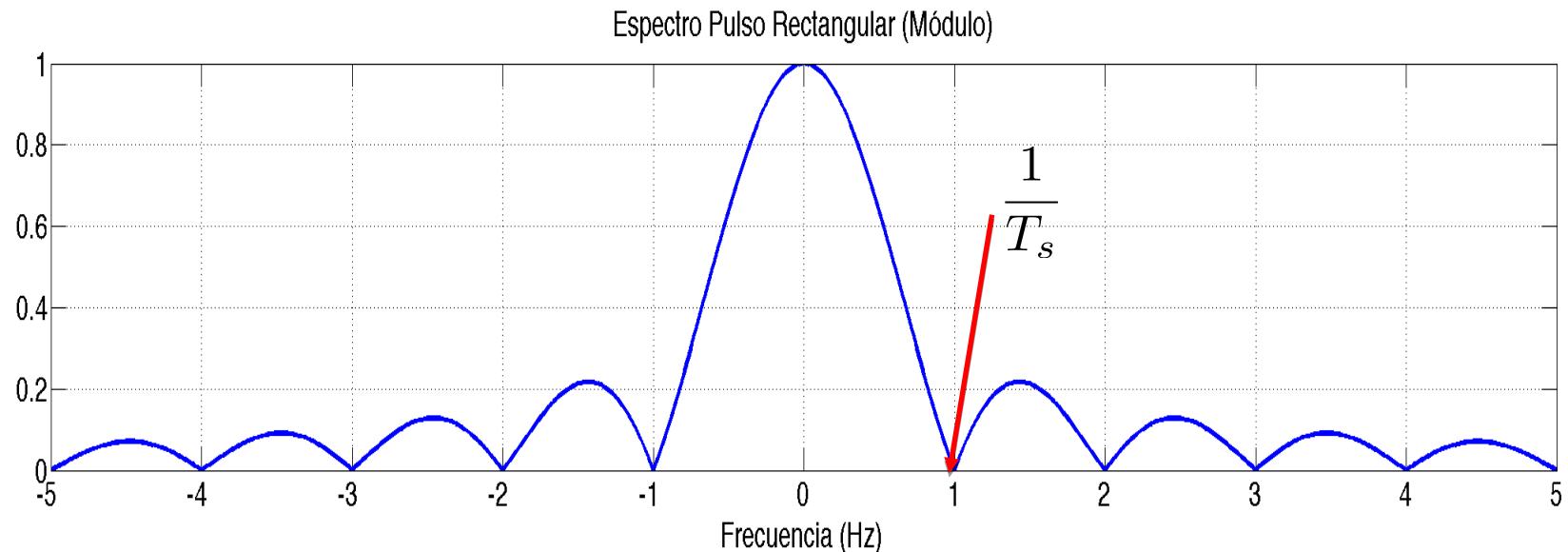
$$\xleftarrow{TF\{\cdot\}} X(\omega) = 2 \frac{\sin(\frac{\omega T_s}{2})}{\omega}$$



\xleftarrow{TF}



Módulo y fase espectro pulso rectangular



Ejemplo: pulsos rectangulares en PAM

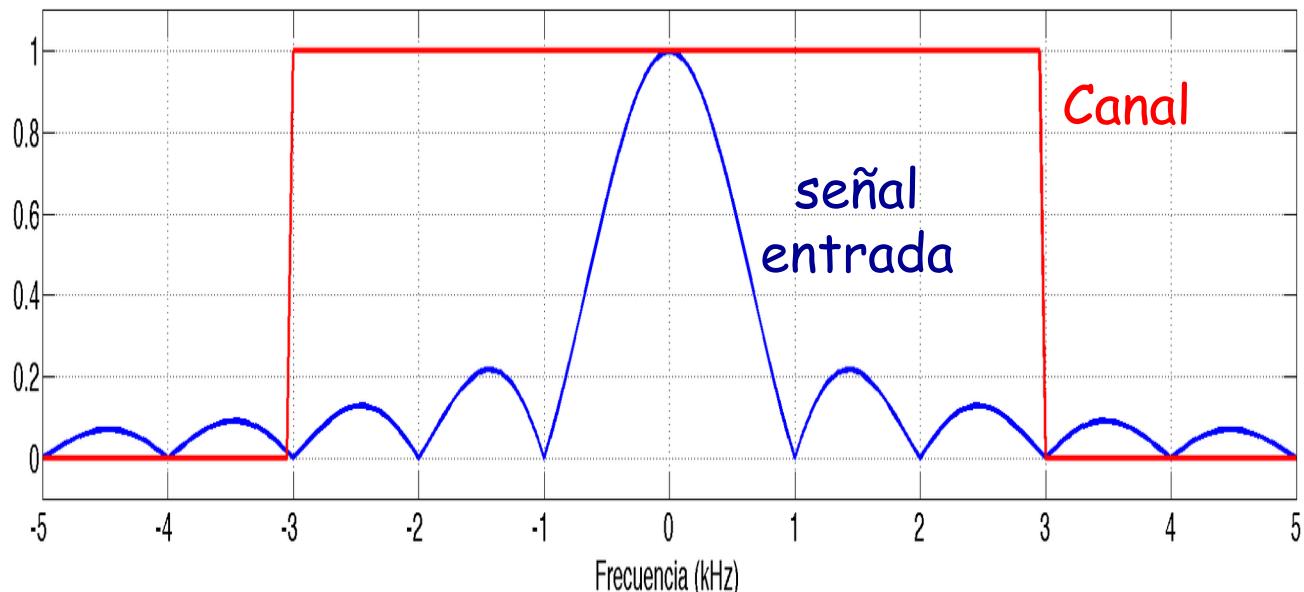
- En las siguientes transparencias vamos a considerar un sistema de transmisión 4-PAM con pulsos rectangulares.
- El periodo de símbolo es $T_s = 10^{-3}$ seg = 1 ms, i.e. $v_s = 1000$ símbolos/seg
 - Caso 1: ancho de banda del canal $f_c = 3$ kHz
 - Caso 2: ancho de banda del canal $f_c = 1$ kHz
- Obsérvese que cuanto menor es el ancho de banda del canal, mayor es la distorsión que experimentan los pulsos rectangulares y mayor es la diferencia entre las amplitudes observadas y las transmitidas.

Caso 1

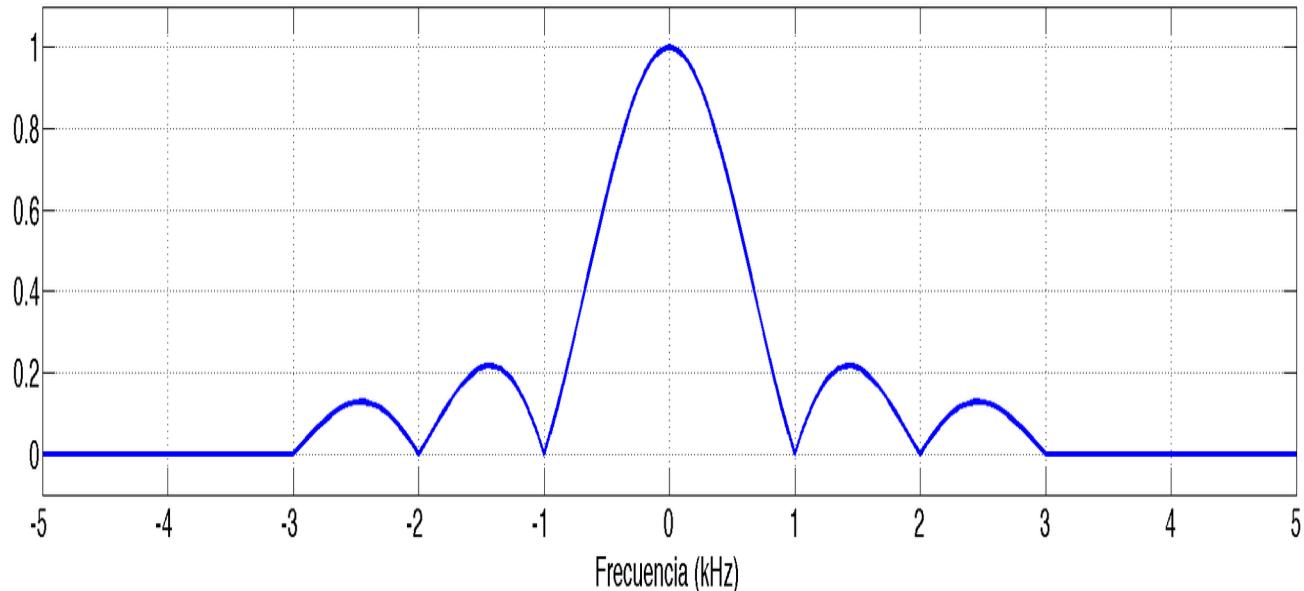
Transmisión de
un pulso
rectangular por
un canal de
banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$
$$f_c = 3 \text{ kHz}$$

Entrada y respuesta en frecuencia canal (dominio frecuencia)



Salida del canal (dominio frecuencia)

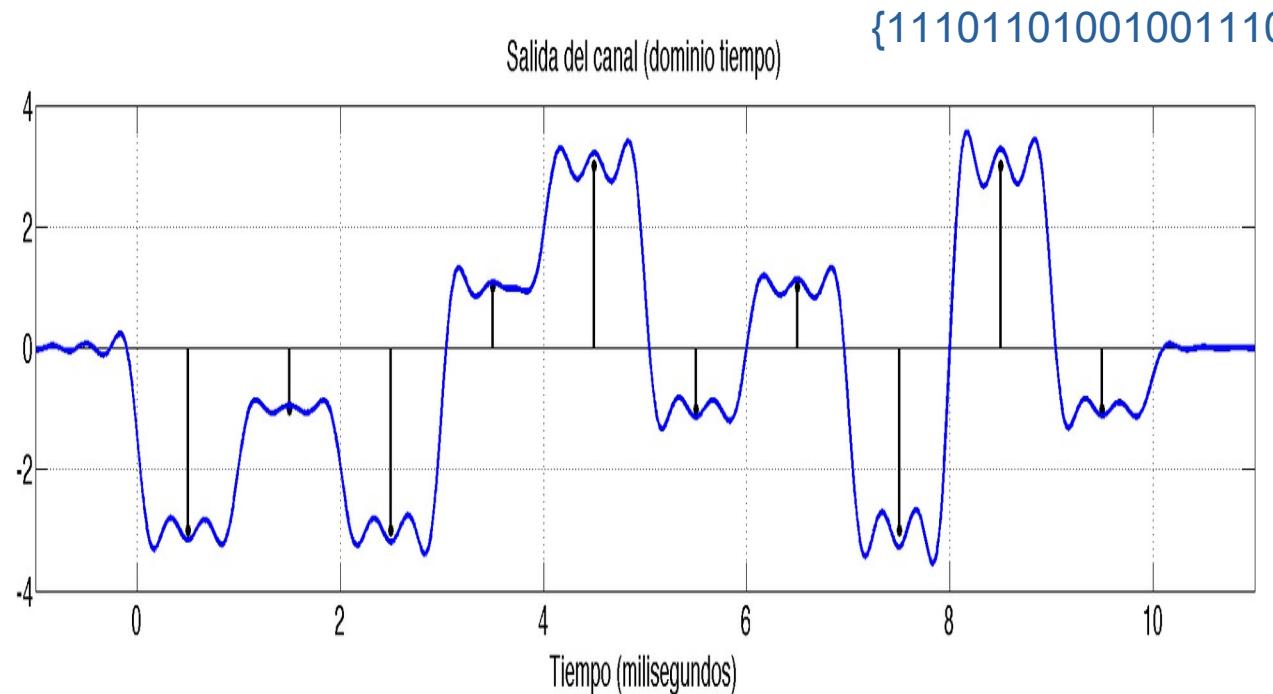
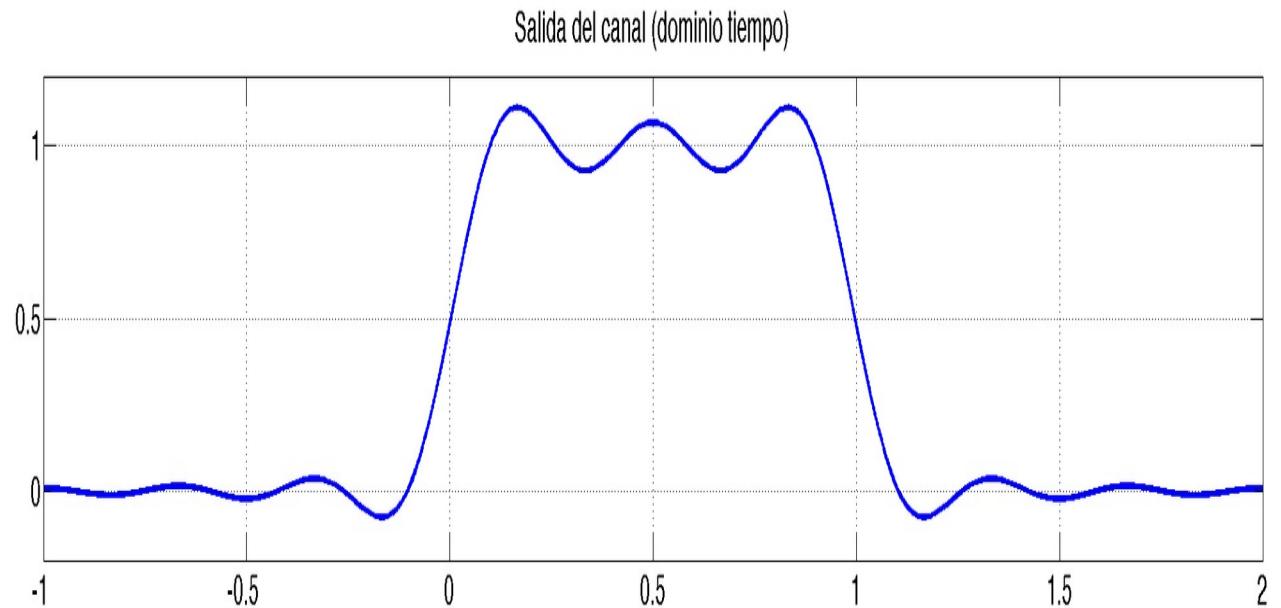


Caso 1

Transmisión 4-PAM con pulsos rectangulares a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 3 \text{ kHz}$$

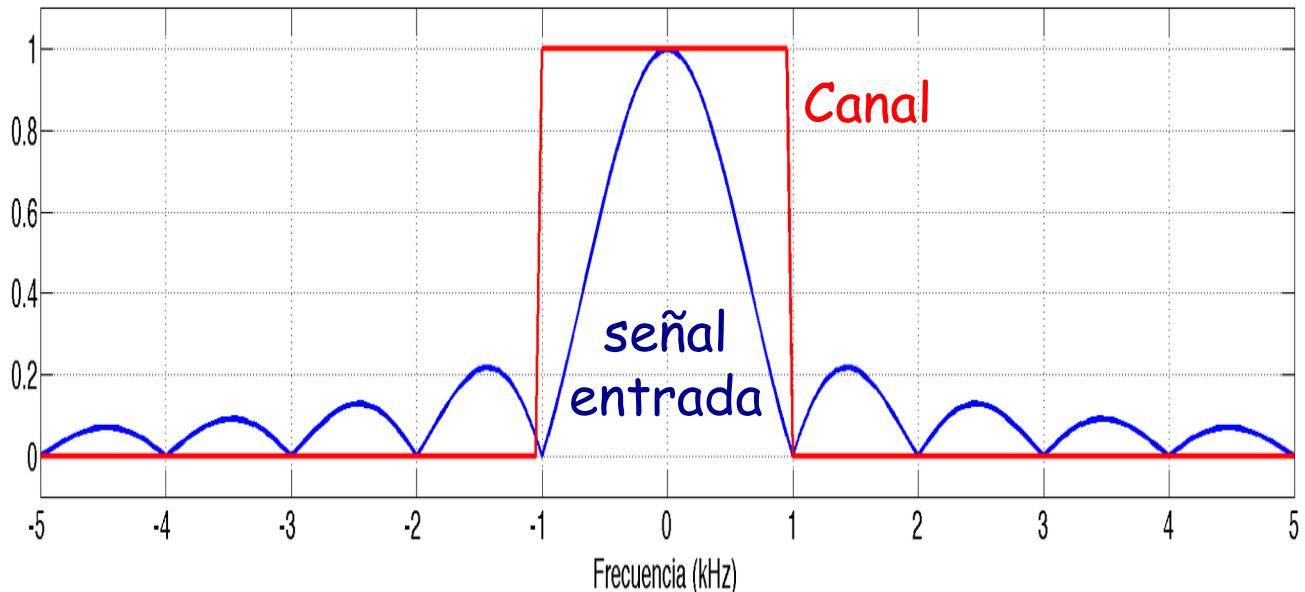


Caso 2

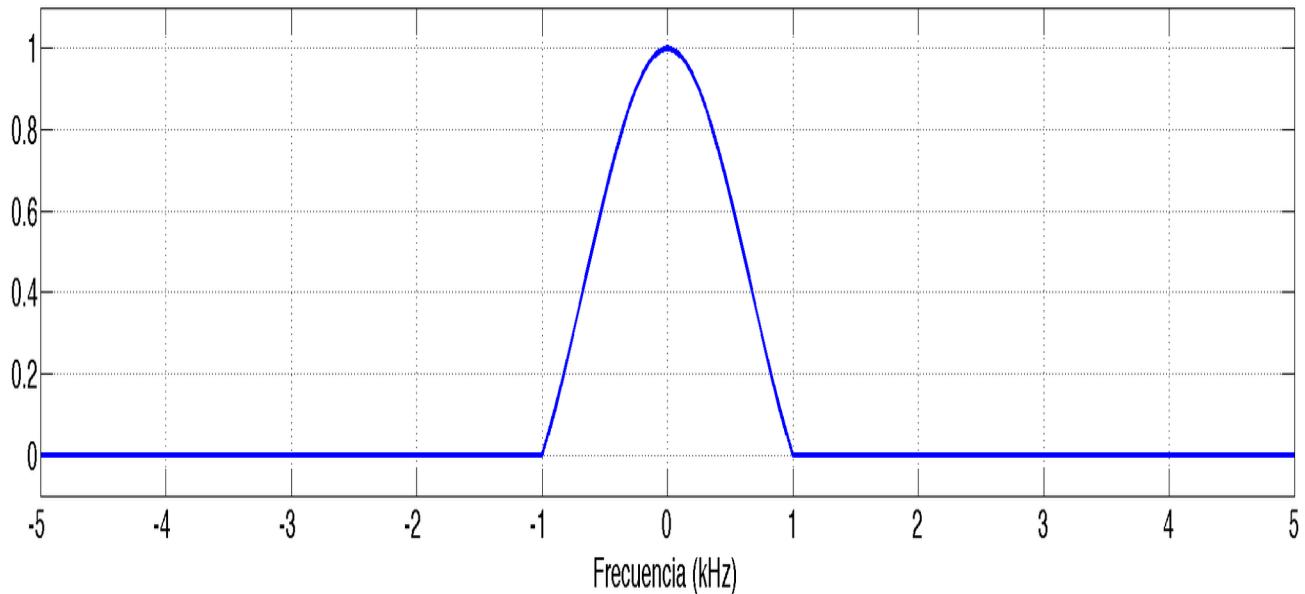
Transmisión de
un pulso
rectangular por
un canal de
banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$
$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

Entrada y respuesta en frecuencia canal (dominio frecuencia)



Salida del canal (dominio frecuencia)

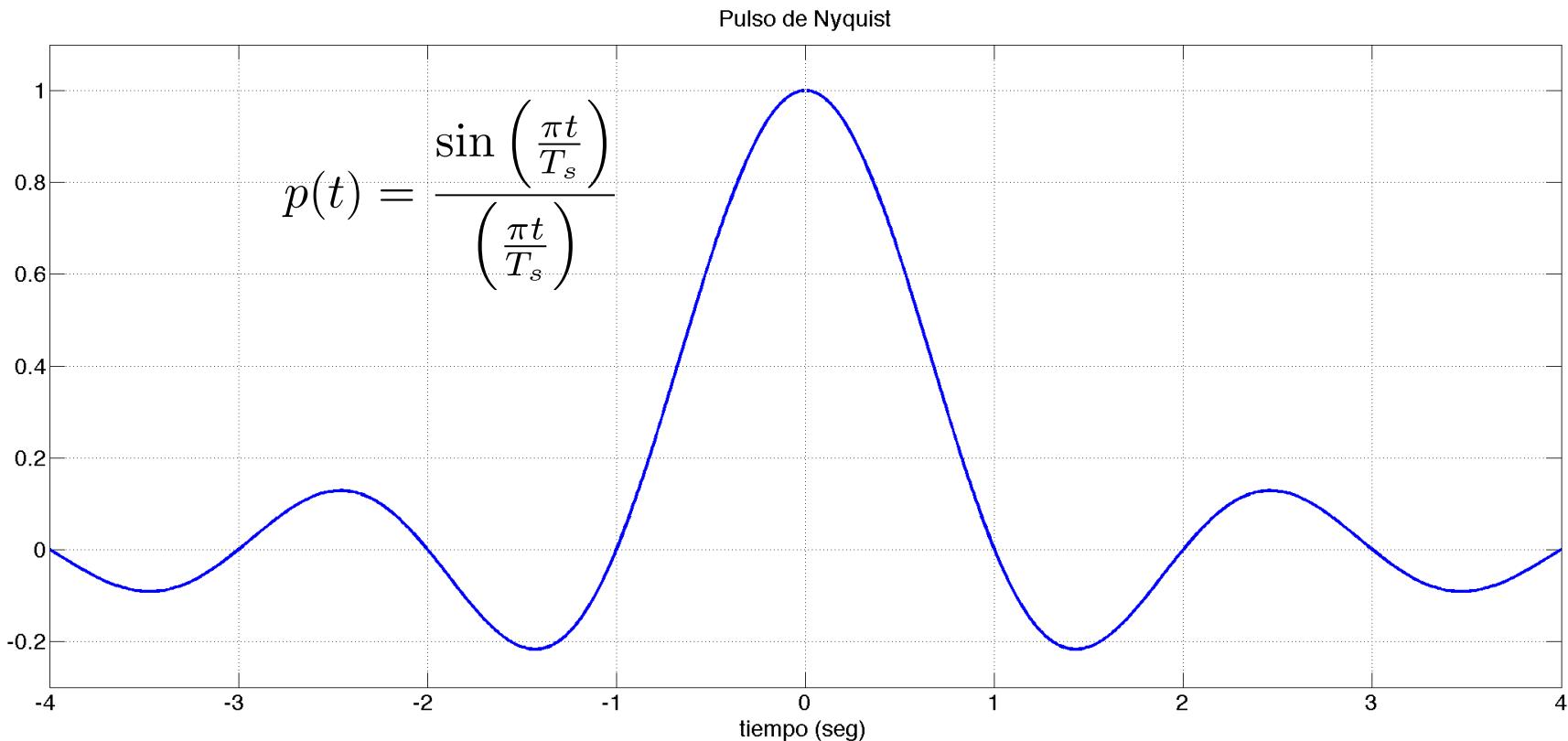


Conclusión

- Deducimos que los pulsos rectangulares son inadecuados para transmitir datos por canales de banda limitada porque al tener un espectro en forma de sinc el canal no permite el paso de todas sus frecuencias.
- El canal deforma los pulsos rectangulares y las amplitudes observadas son distintas a las amplitudes transmitidas.
- A continuación veremos la solución a este problema que consiste en la utilización de una forma de onda pulso diferente: el pulso de Nyquist.

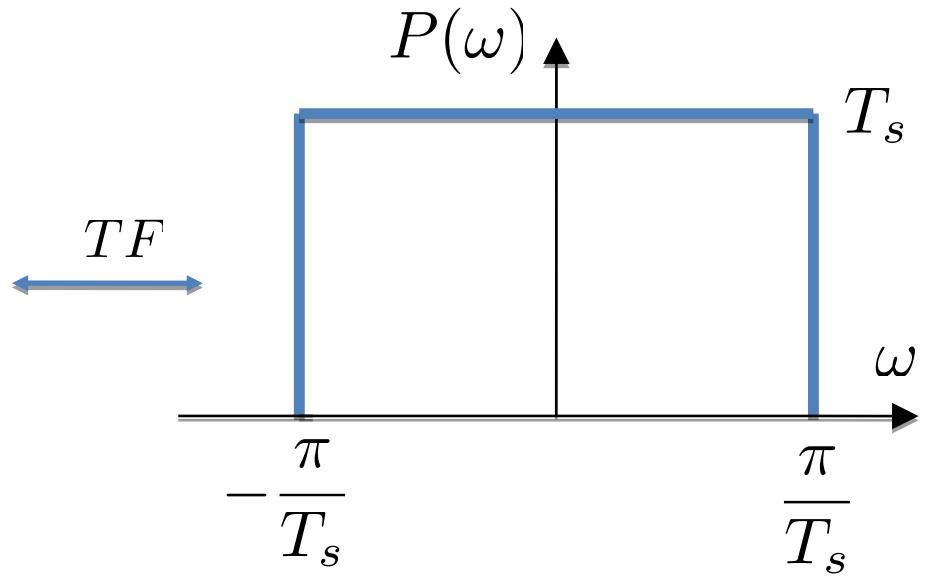
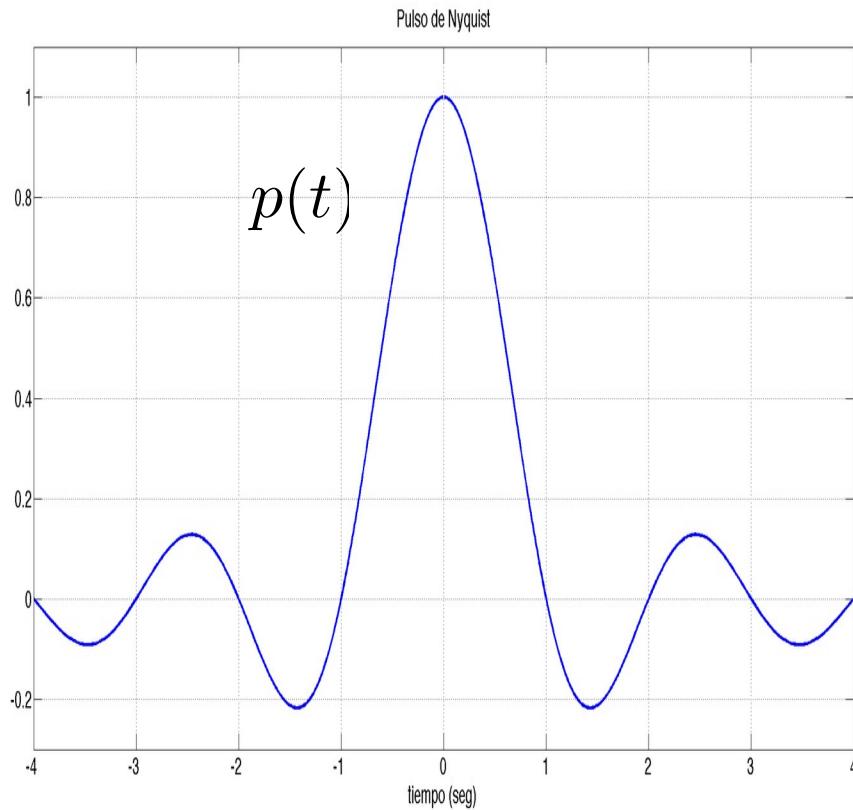
Pulso de Nyquist

- Puede demostrarse que el pulso PAM óptimo cuando hay que transmitir a través de un canal de banda limitada es el llamado pulso de Nyquist.



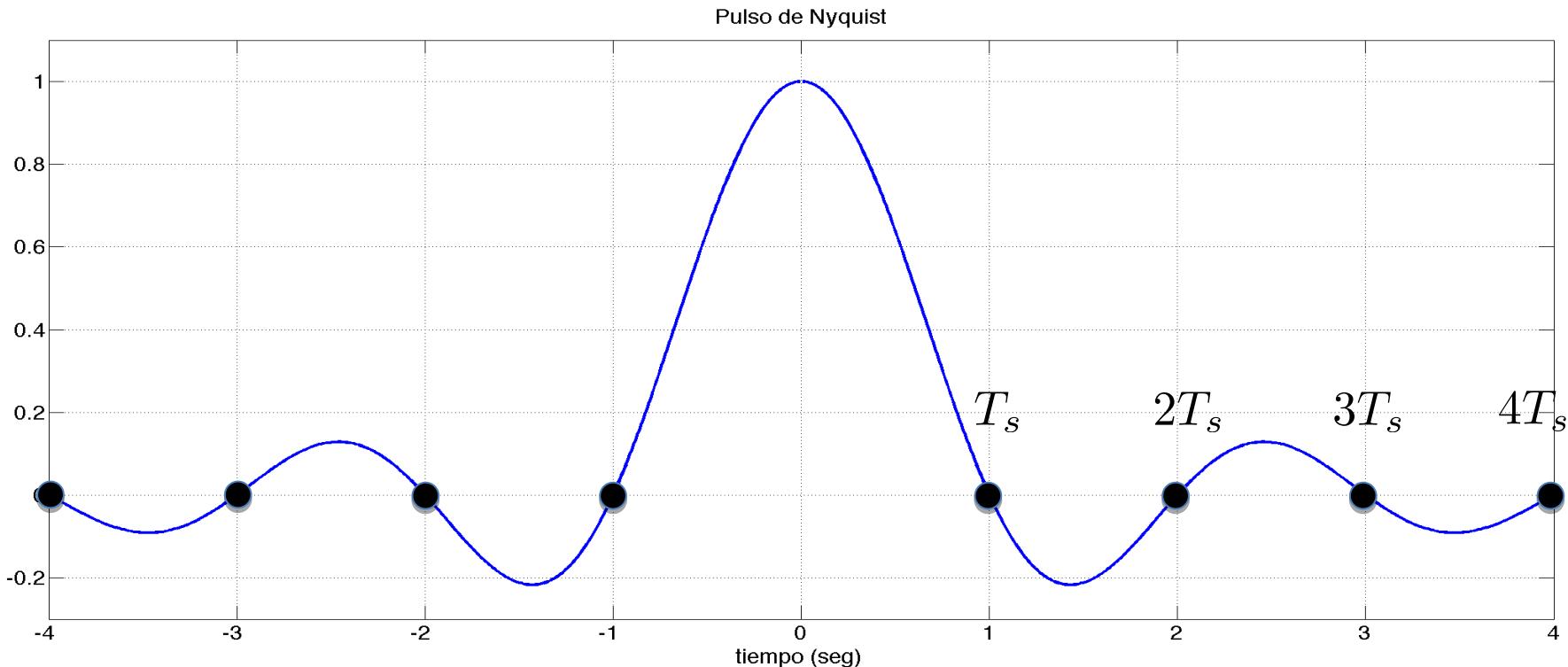
Pulso de Nyquist

- La transformada de Fourier de un pulso de Nyquist equivale a un filtro paso bajo ideal de ancho de banda π/T_s rad/seg.

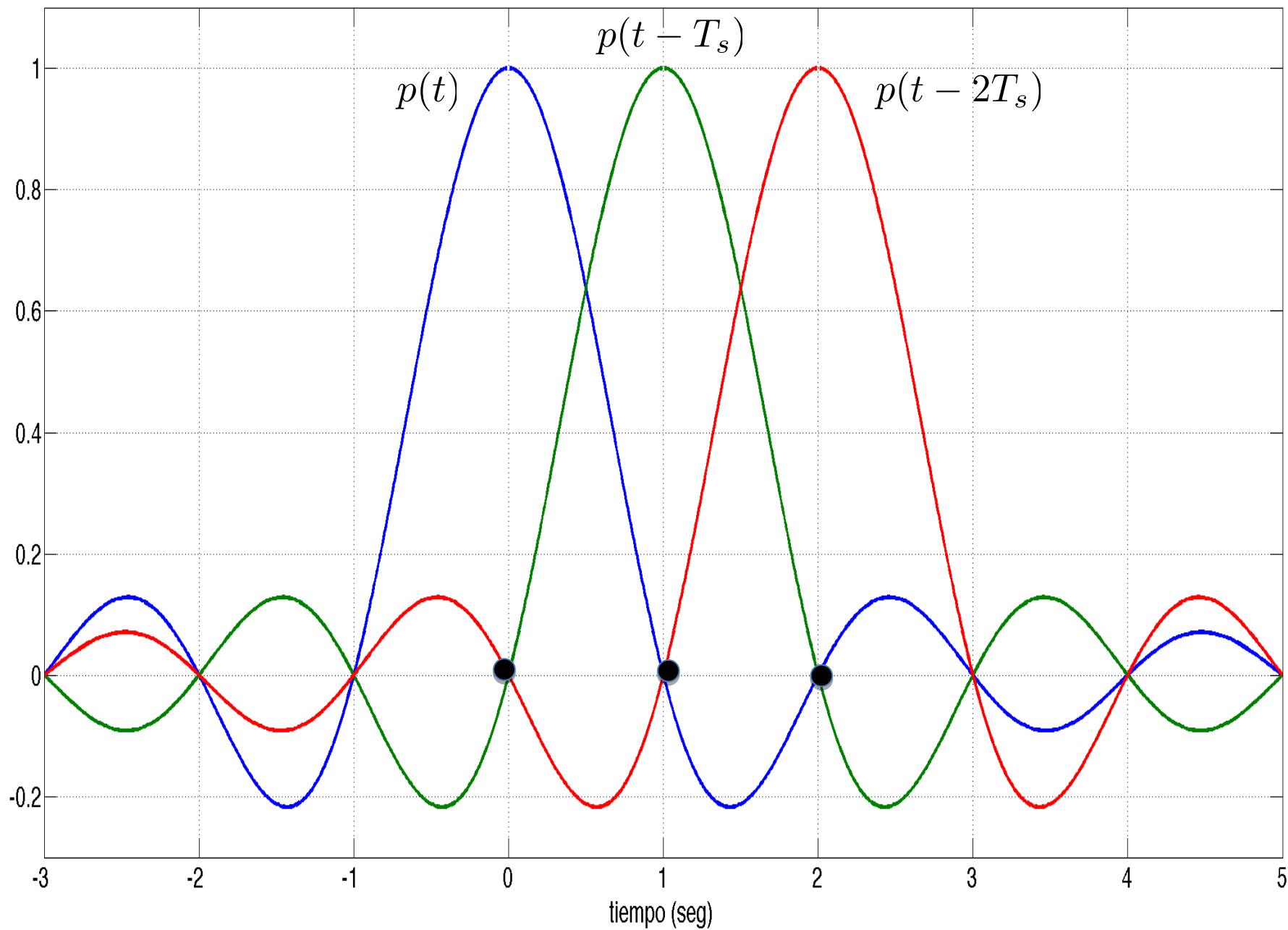


Pulso de Nyquist

- El pulso de Nyquist vale uno en $t=0$ y cero en $t = nT_s$ para $n=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ Esta propiedad se aprovecha para enviar los pulsos entrelazados de forma que en los instantes $t = nT_s$ sólo un pulso toma un valor distinto de cero (ver transparencia siguiente)



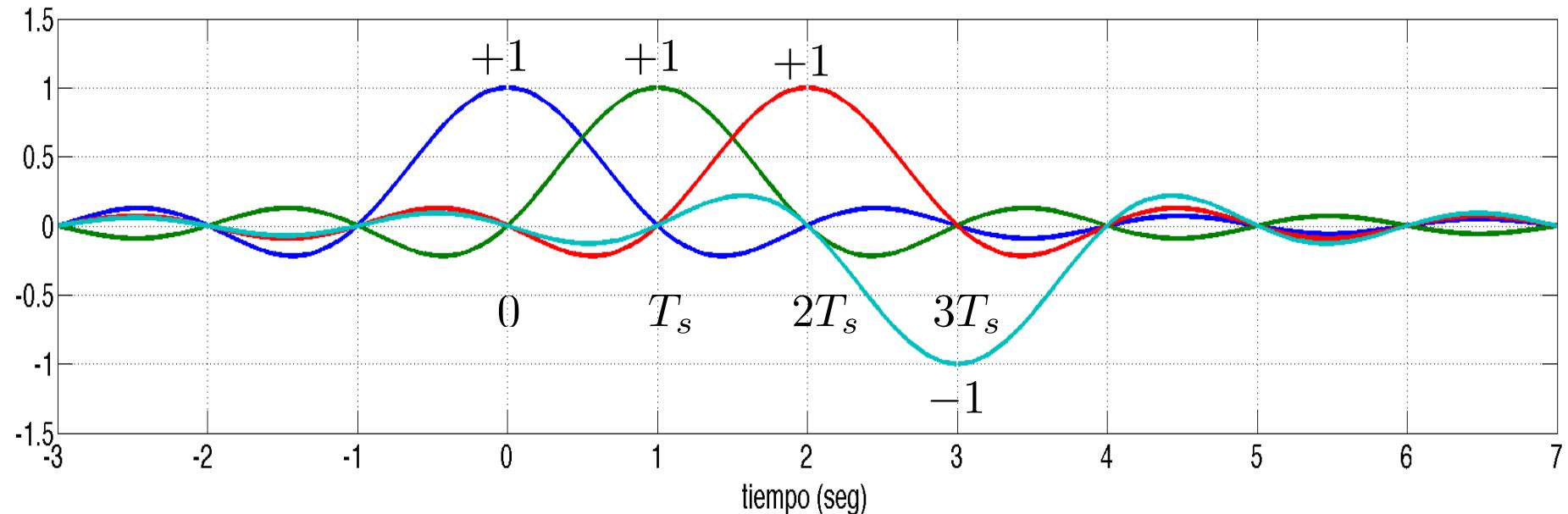
Secuencia de tres pulsos de Nyquist



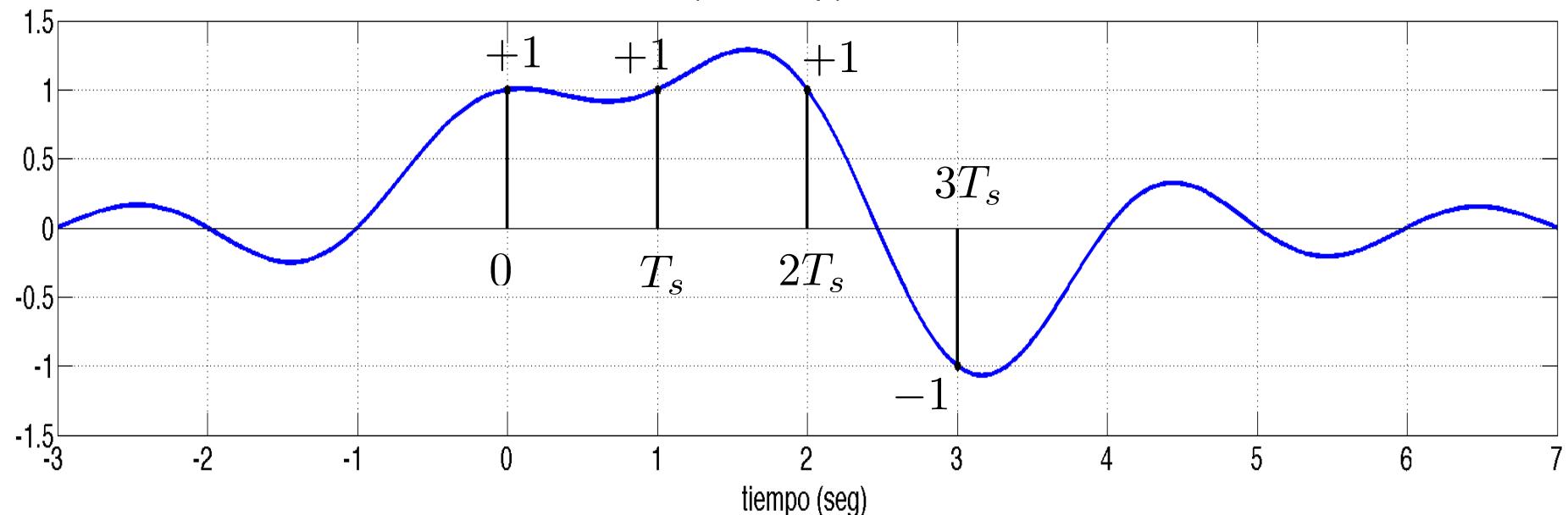
Ejemplo: señal transmitida PAM

- En la siguiente transparencia mostramos un ejemplo de transmisión PAM binaria con pulsos de Nyquist.
- Transmitimos el mensaje $\{0, 0, 0, 1\}$ lo cual significa transmitir cuatro pulsos de Nyquist consecutivos de amplitudes $\{+1, +1, +1, -1\}$.
- Obsérvese cómo se entrelazan los cuatro pulsos en la figura superior. Un máximo de un pulso coincide con ceros de los otros pulsos.
- La figura inferior dibuja la señal PAM binaria que resulta al sumar los cuatro pulsos de Nyquist. Obsérvese cómo las amplitudes en los instantes $t=nT_s$ coinciden con las amplitudes transmitidas.

Pulsos Nyquist correspondientes a mensaje {0001}



Suma pulsos de Nyquist anteriores



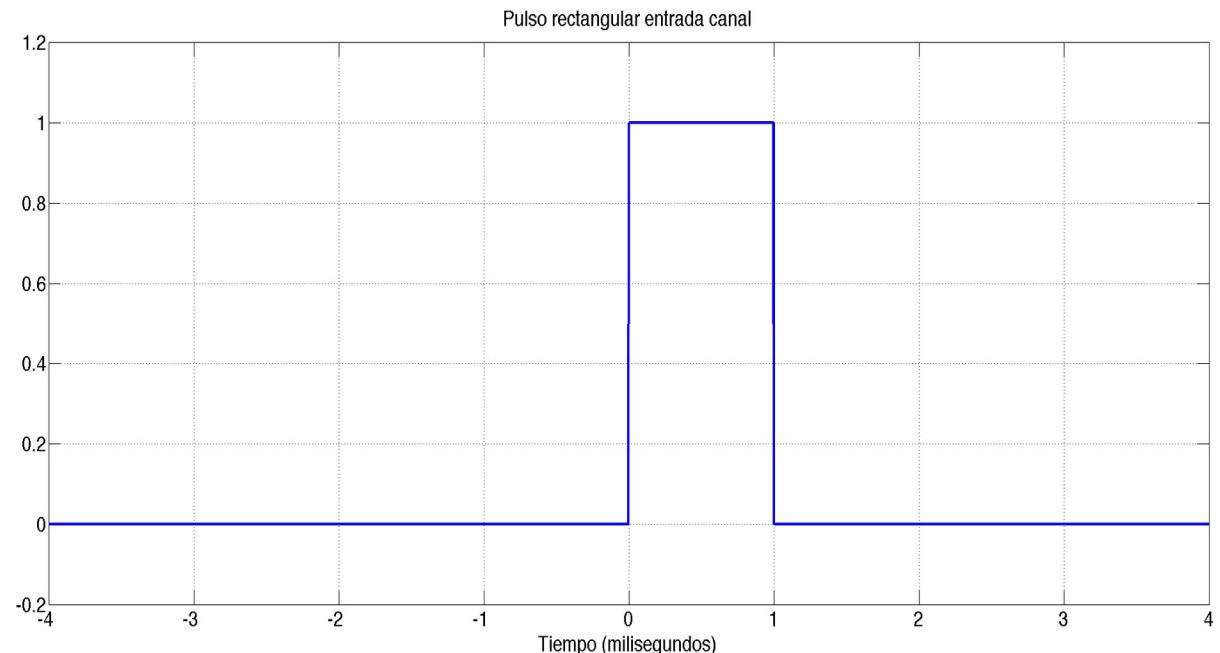
Ejemplo: transmisión canal banda limitada

- En las siguientes transparencias vamos a comparar el funcionamiento de dos sistemas 4-PAM cuando se transmite a través de un canal de banda limitada.
 - Caso 1: usando pulsos rectangulares.
 - Caso 2: usando pulsos de Nyquist.
- Es importante destacar que la velocidad de símbolo y la velocidad de transmisión es la misma en ambos casos.

Caso 1

Pulso rectangular
a la entrada
del canal

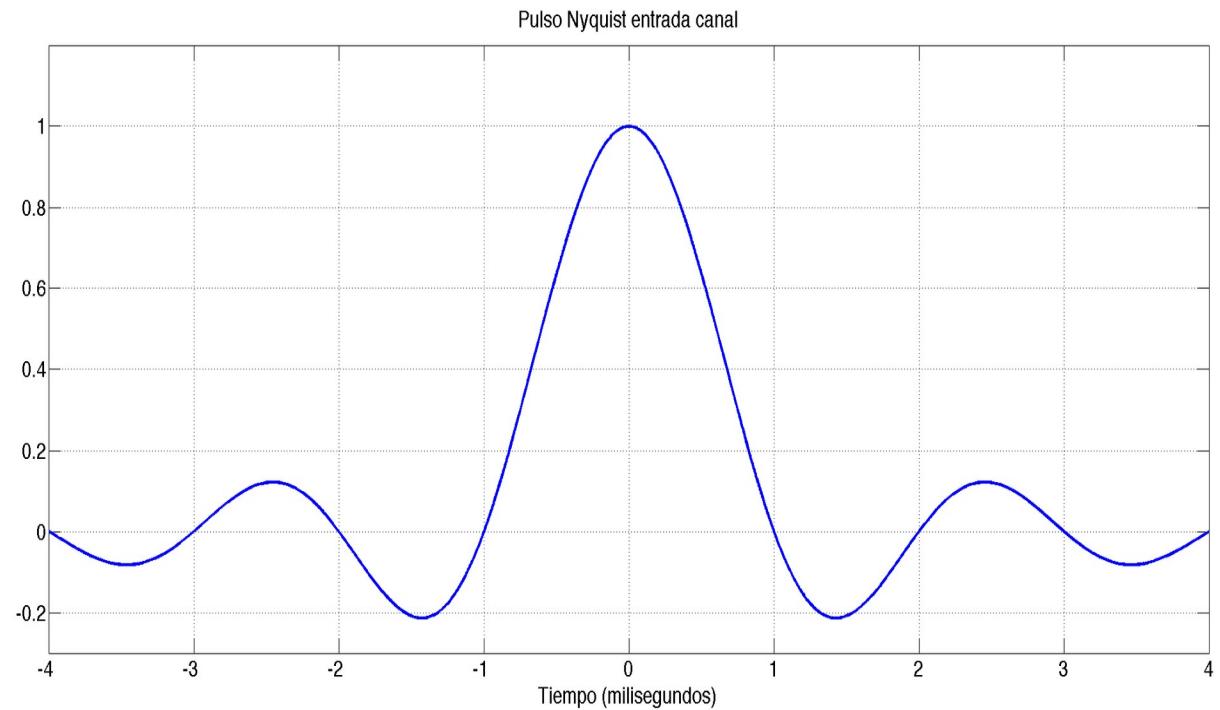
$$T_s = 10^{-3} \text{ seg} = 1 \text{ ms}$$



Caso 2

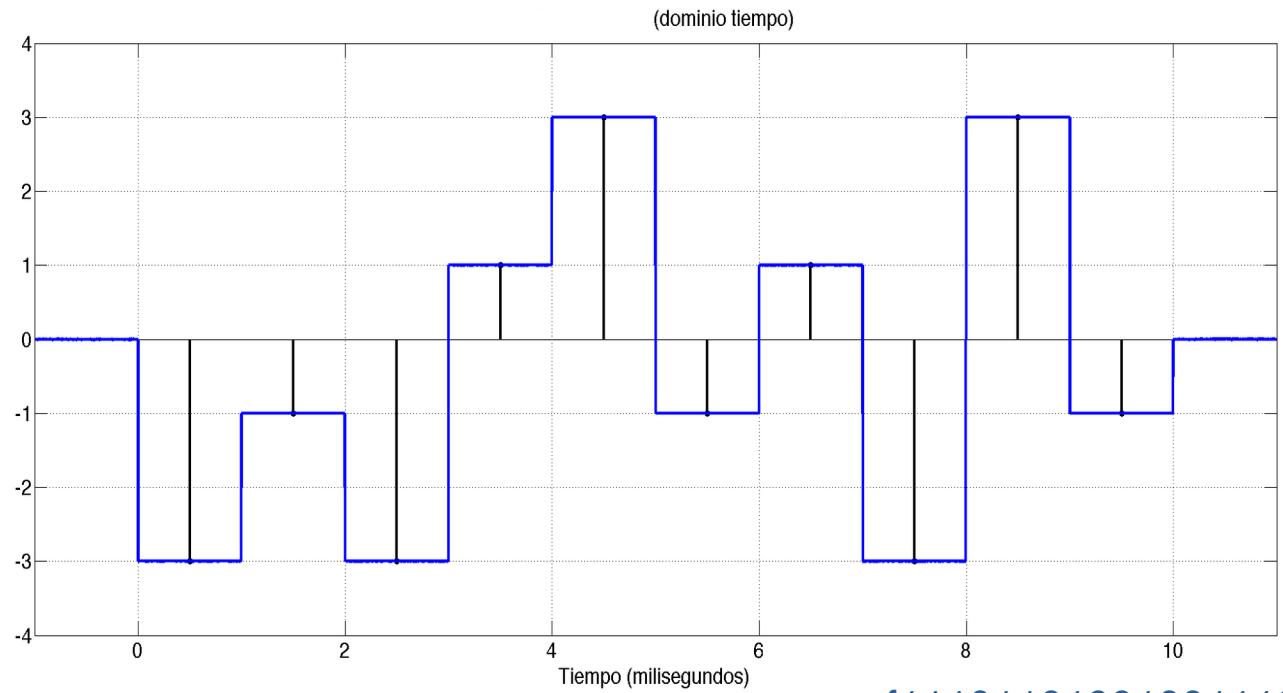
Pulso Nyquist
a la entrada
del canal

$$T_s = 10^{-3} \text{ seg} = 1 \text{ ms}$$



Caso 1

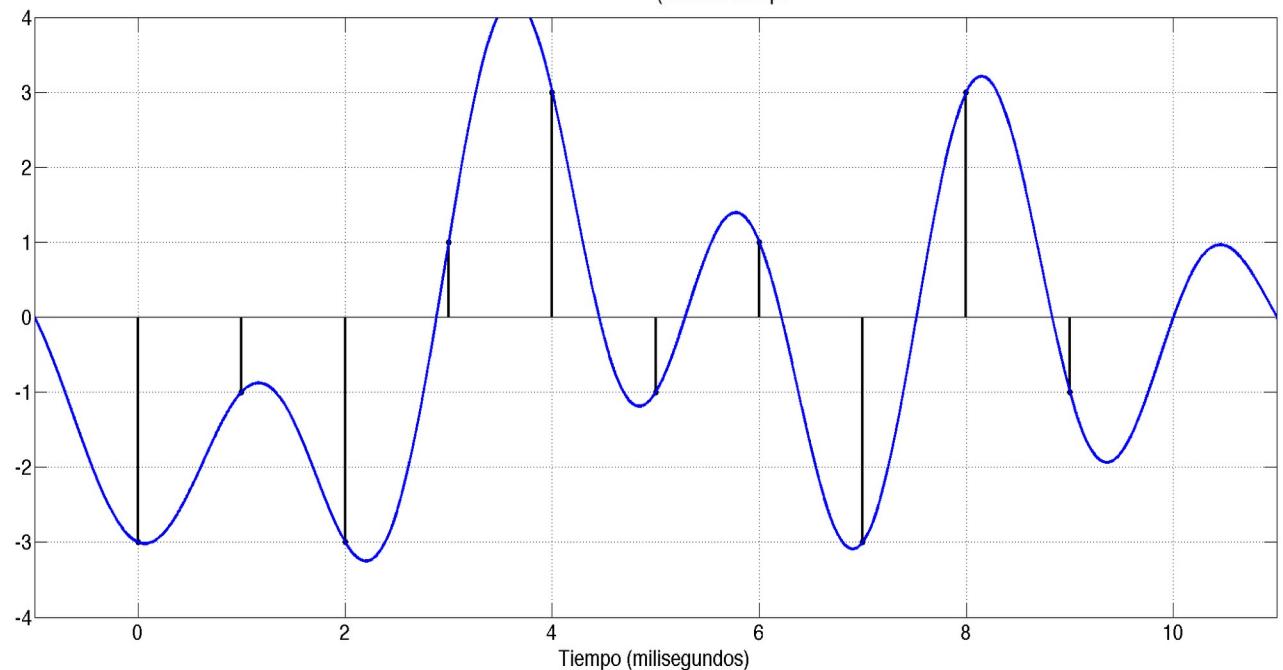
Señal 4-PAM
con pulsos
rectangulares
a la entrada del
canal
 $T_s = 1 \text{ ms}$



{1110110100100111001

Caso 2

Señal 4-PAM
con pulsos de
Nyquist a la
entrada del
canal
 $T_s = 1 \text{ ms}$



Ejemplo: transmisión canal banda limitada

- Veremos ahora que sucede cuando usamos un canal de banda limitada para tres anchos de banda de canal diferentes: 1kHz, 0.5kHz y 0.4kHz.
- Nos centraremos en observar el rendimiento del sistema a medida que disminuye el ancho de banda del canal.

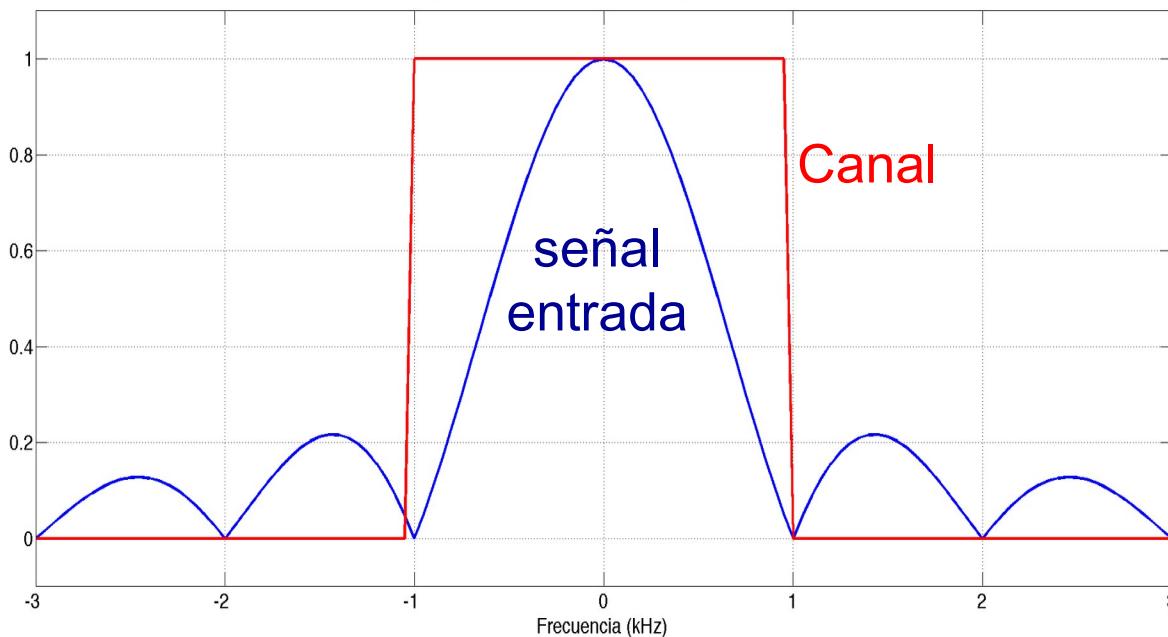
Caso 1

Transmisión de un pulso rectangular a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

Entrada y respuesta en frecuencia canal (dominio frecuencia)



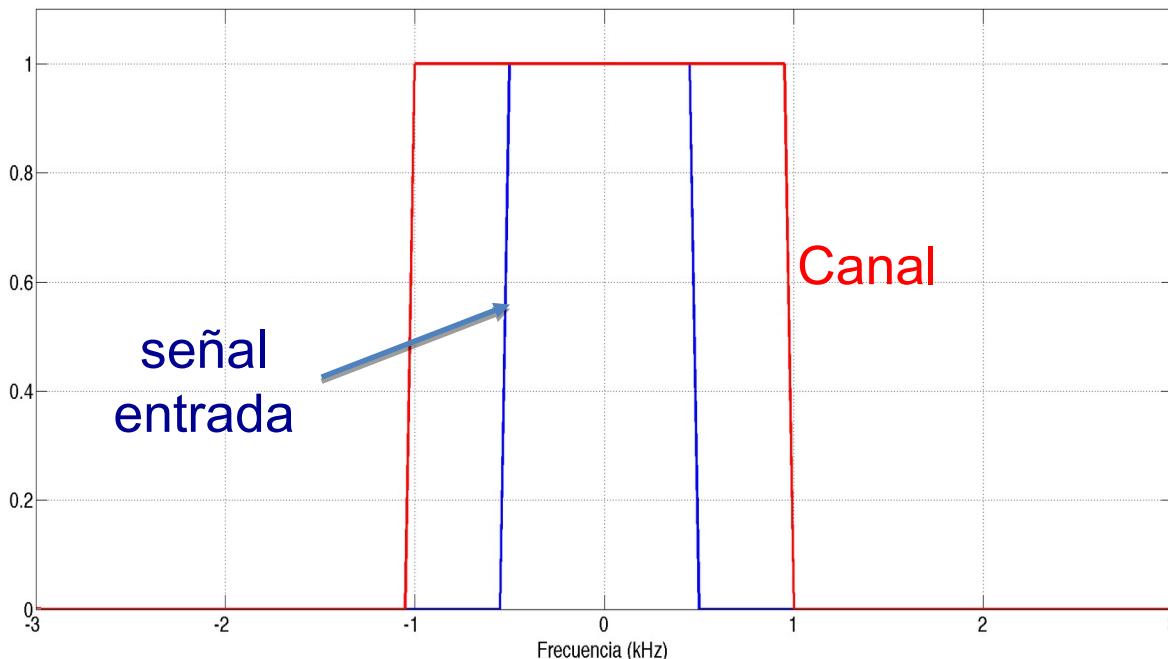
Caso 2

Transmisión de un pulso de Nyquist a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

Entrada y respuesta en frecuencia canal (dominio frecuencia)

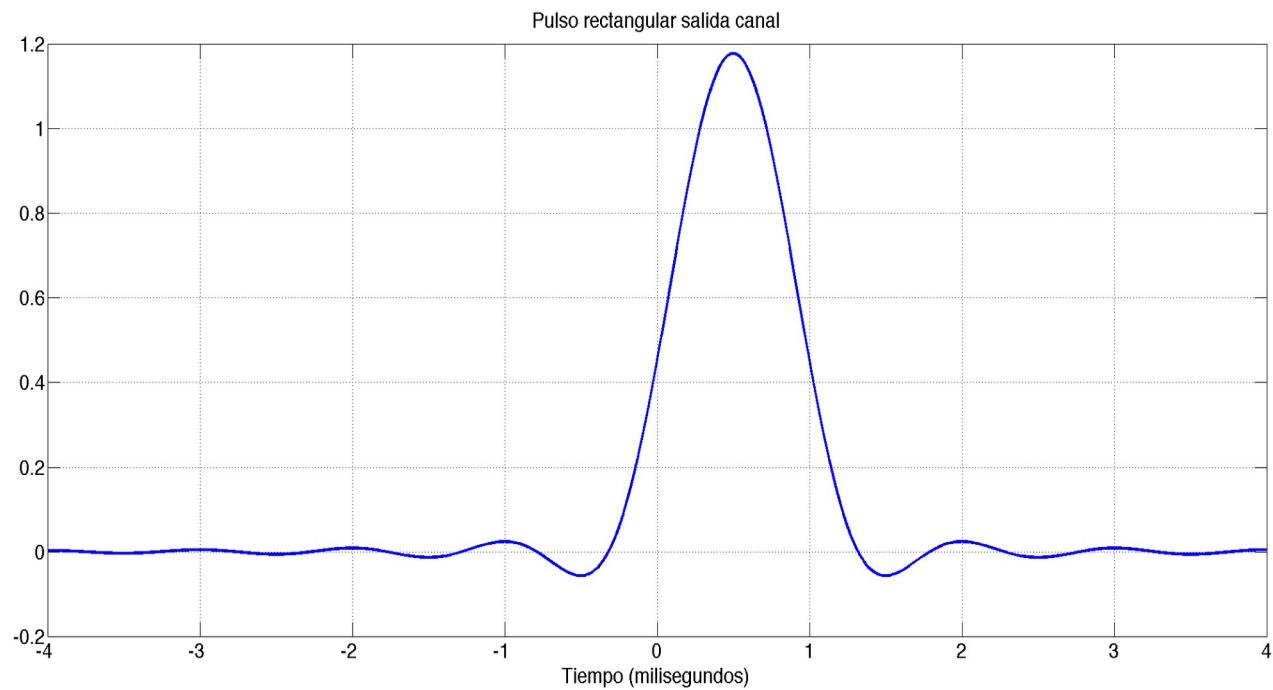


Caso 1

Pulso
rectangular a la
salida del canal

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

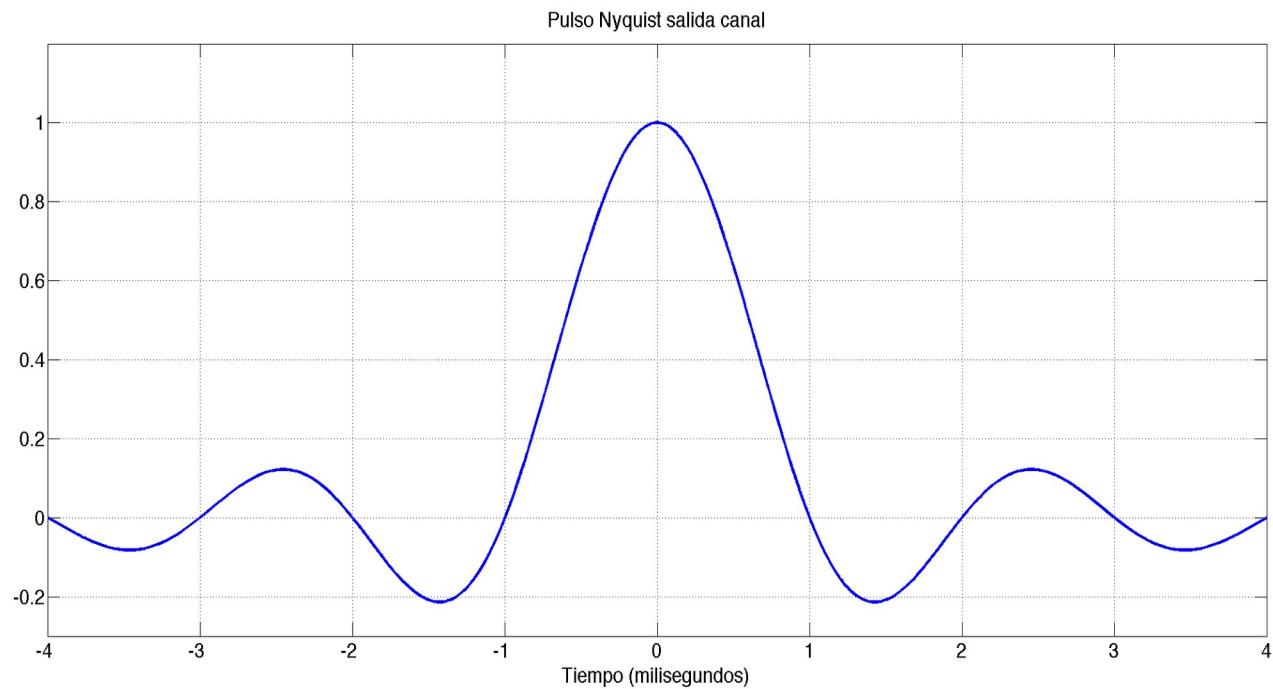


Caso 2

Pulso de Nyquist
a la salida del
canal

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

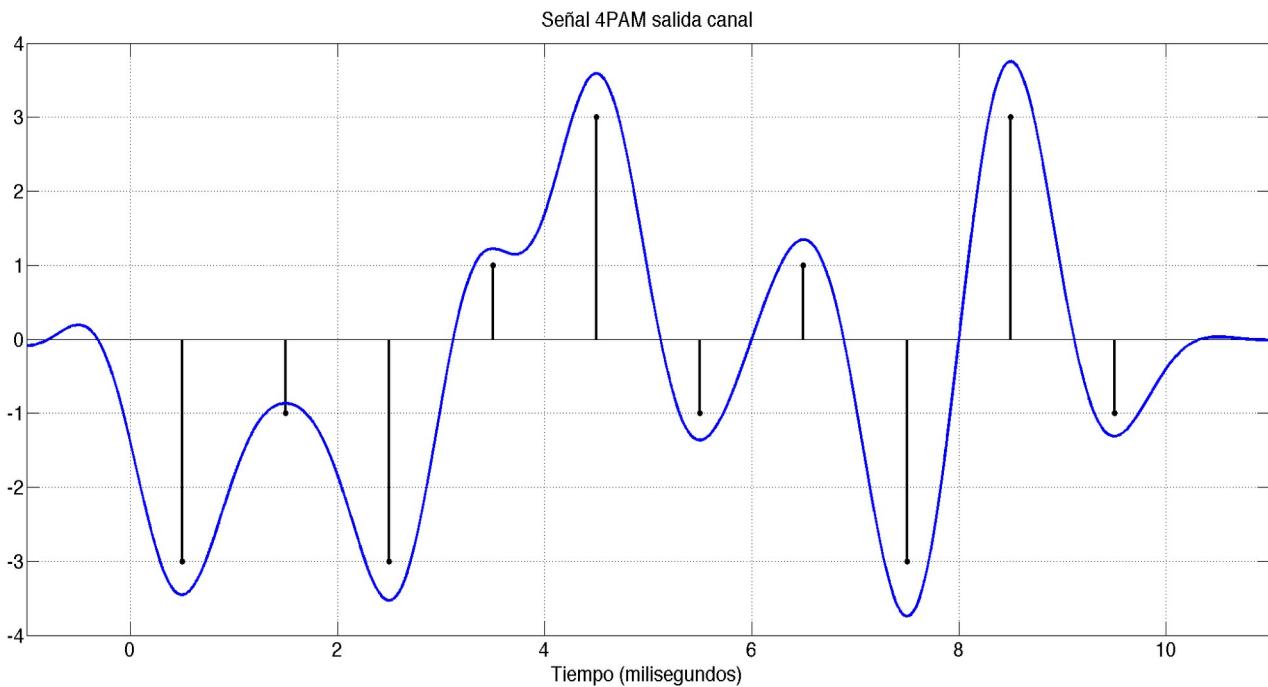
$$f_c = 1 \text{ kHz}$$



Caso 1

Señal 4-PAM con pulsos rectangulares a la salida del canal

$$T_s = 1 \text{ ms}$$
$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

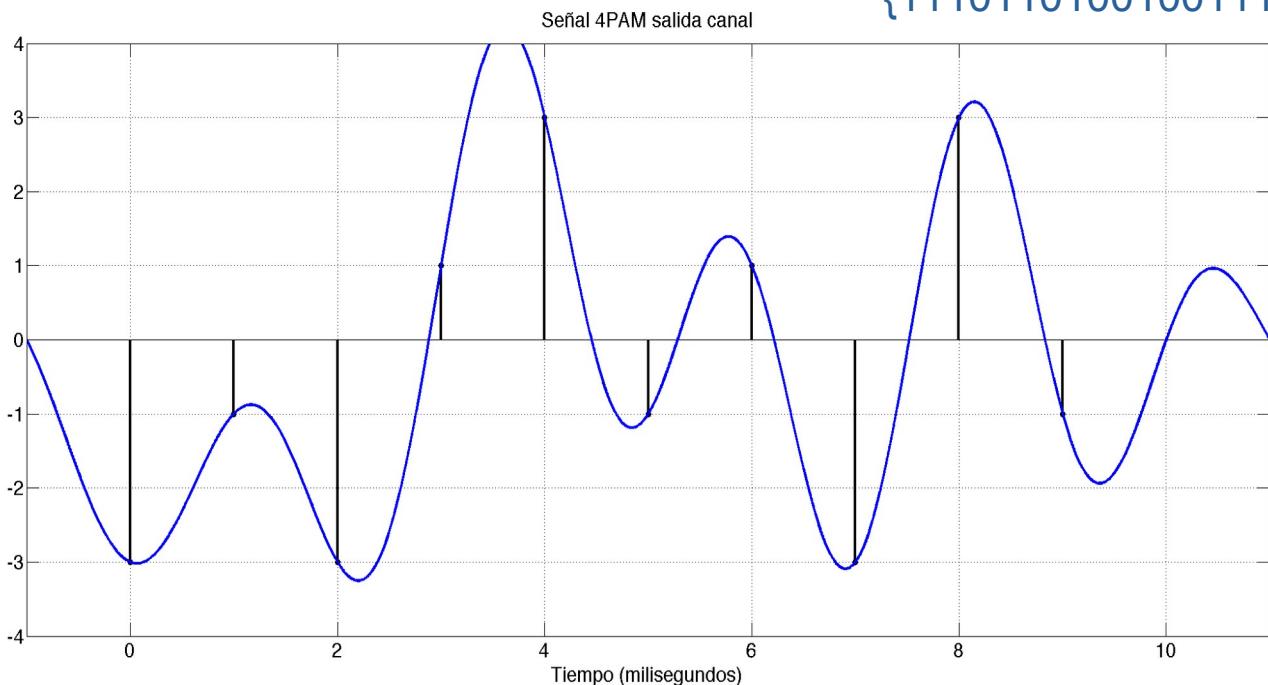


{11101101001001110

Caso 2

Señal 4-PAM con pulsos de Nyquist a la salida del canal

$$T_s = 1 \text{ ms}$$
$$f_c = 1 \text{ kHz}$$

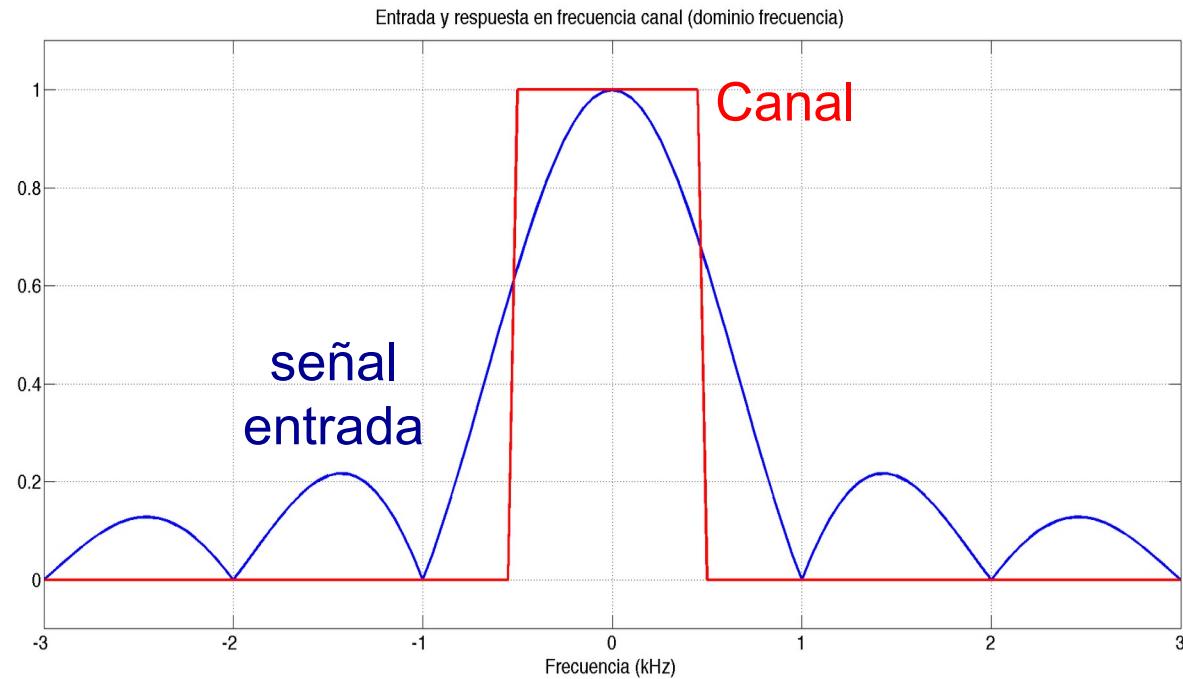


Caso 1

Transmisión de un pulso rectangular a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.5 \text{ kHz}$$

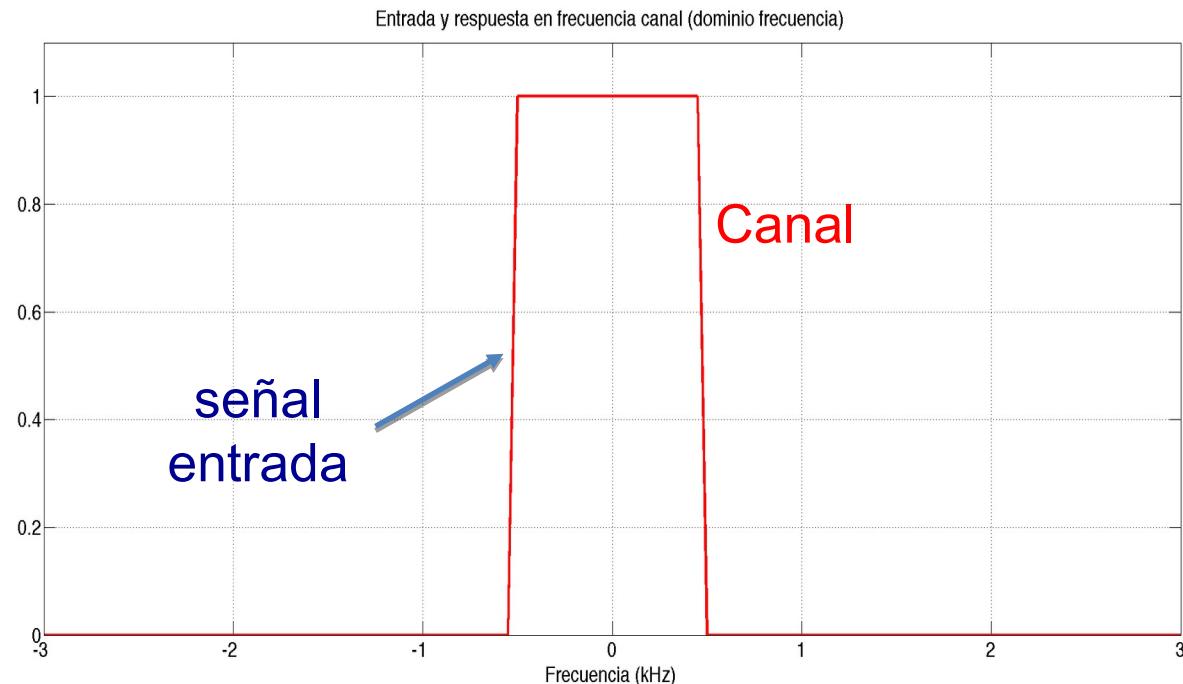


Caso 2

Transmisión de un pulso de Nyquist a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.5 \text{ kHz}$$

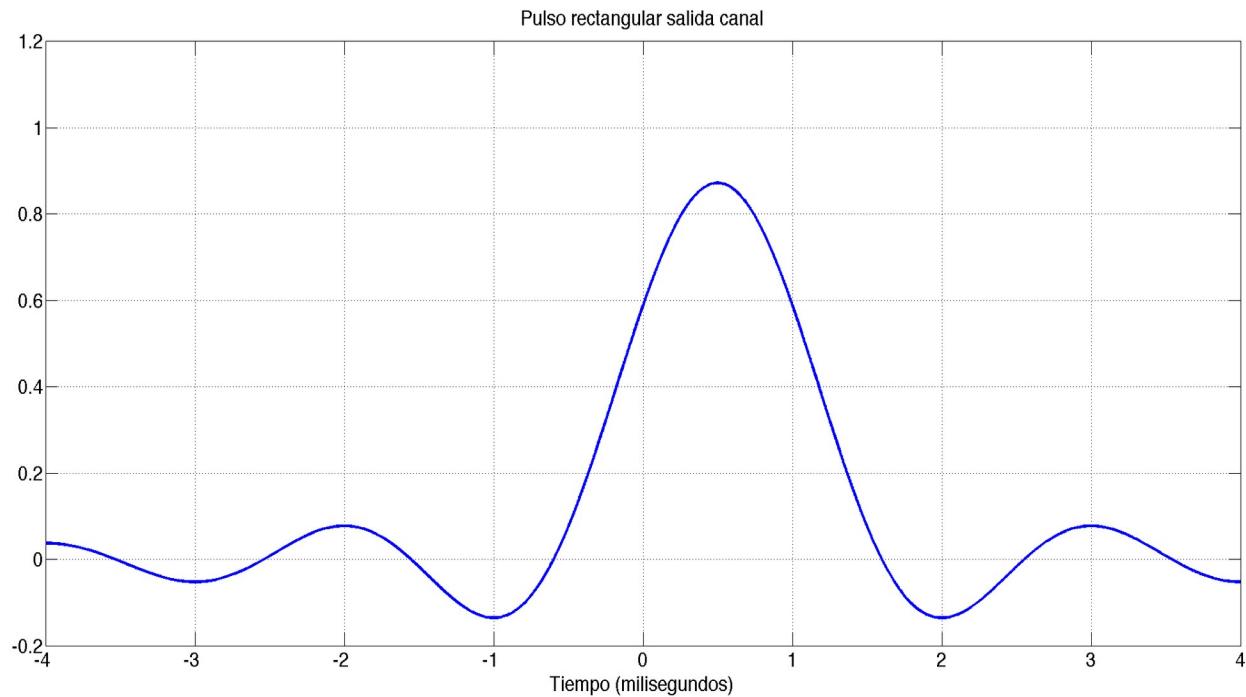


Caso 1

Pulso
rectangular a la
salida del canal

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.5 \text{ kHz}$$

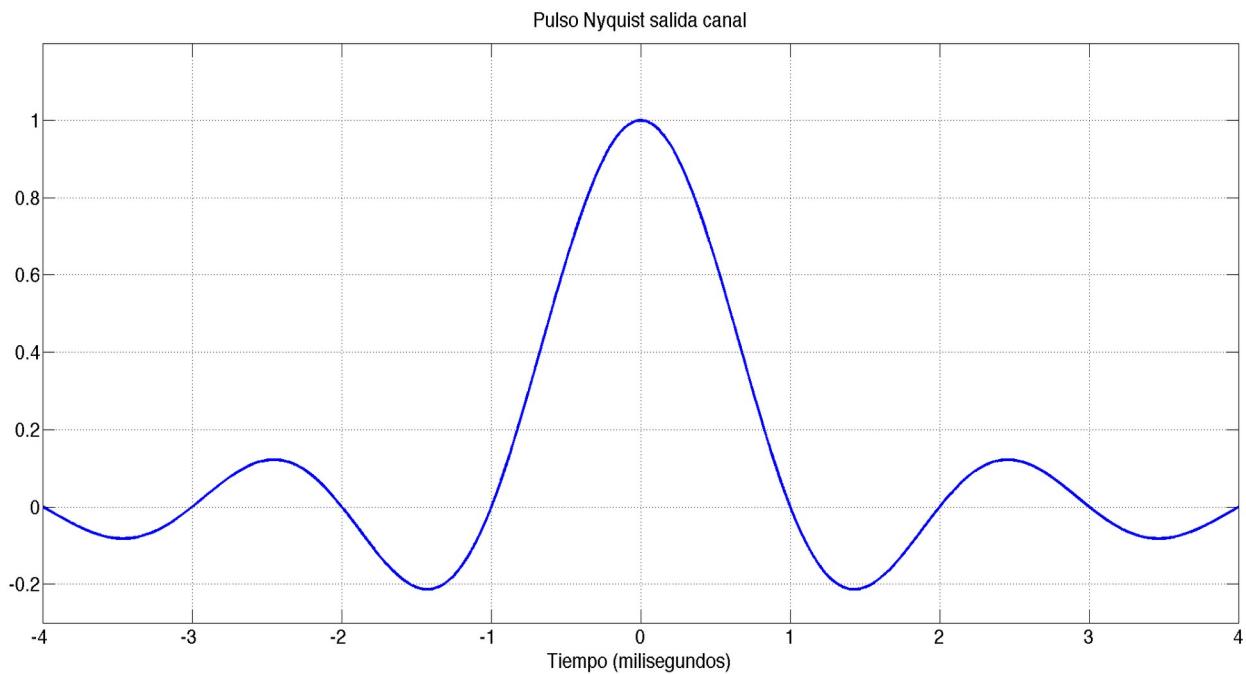


Caso 2

Pulso de Nyquist
a la salida del
canal

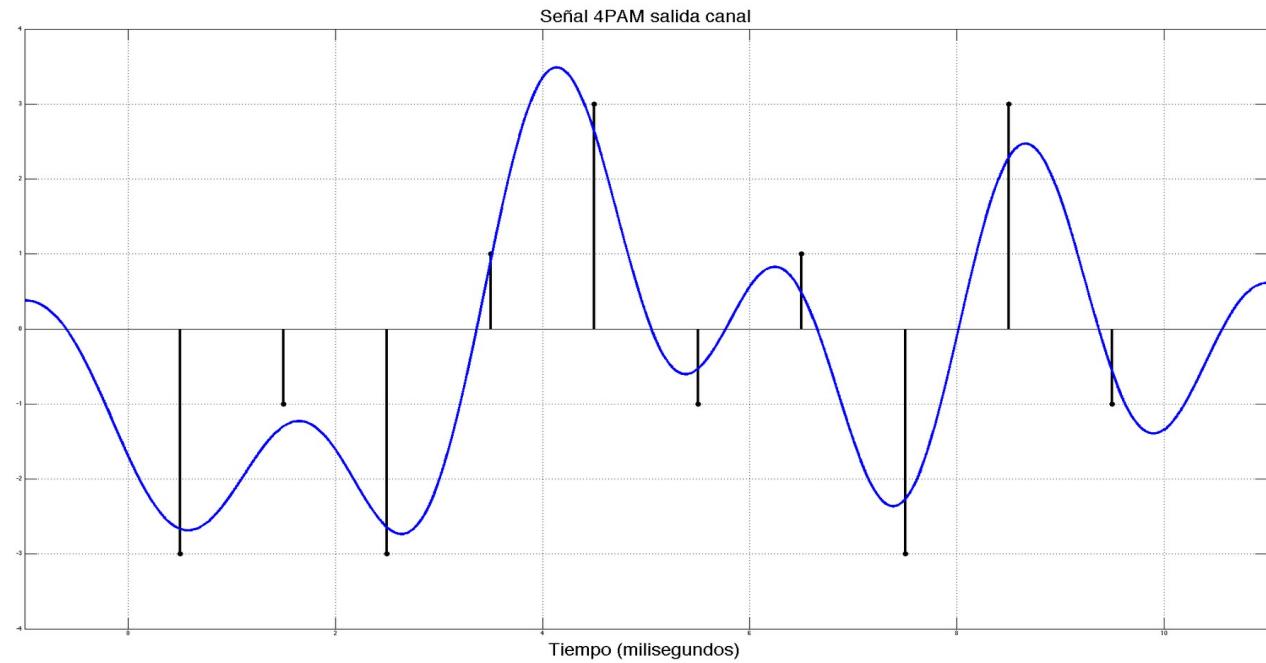
$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.5 \text{ kHz}$$



Caso 1

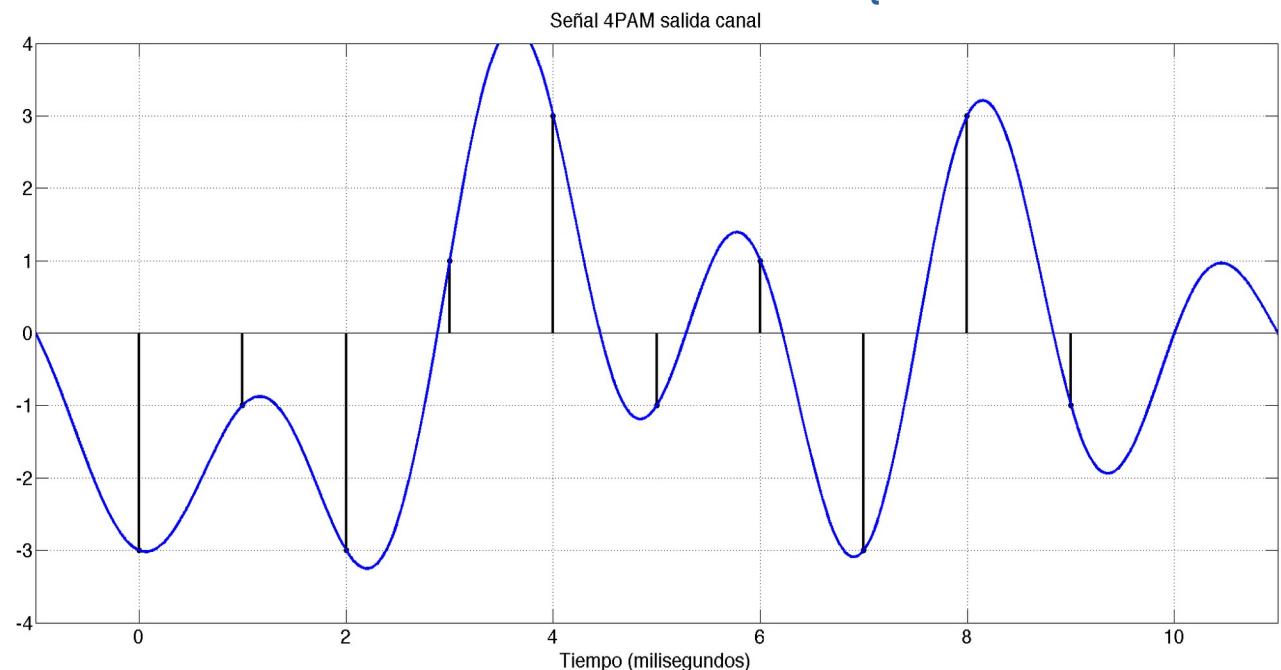
Señal 4-PAM con pulsos rectangulares a la salida del canal
 $T_s = 1 \text{ ms}$
 $f_c = 0.5 \text{ kHz}$



{111011010010011100}

Caso 2

Señal 4-PAM con pulsos de Nyquist a la salida del canal
 $T_s = 1 \text{ ms}$
 $f_c = 0.5 \text{ kHz}$

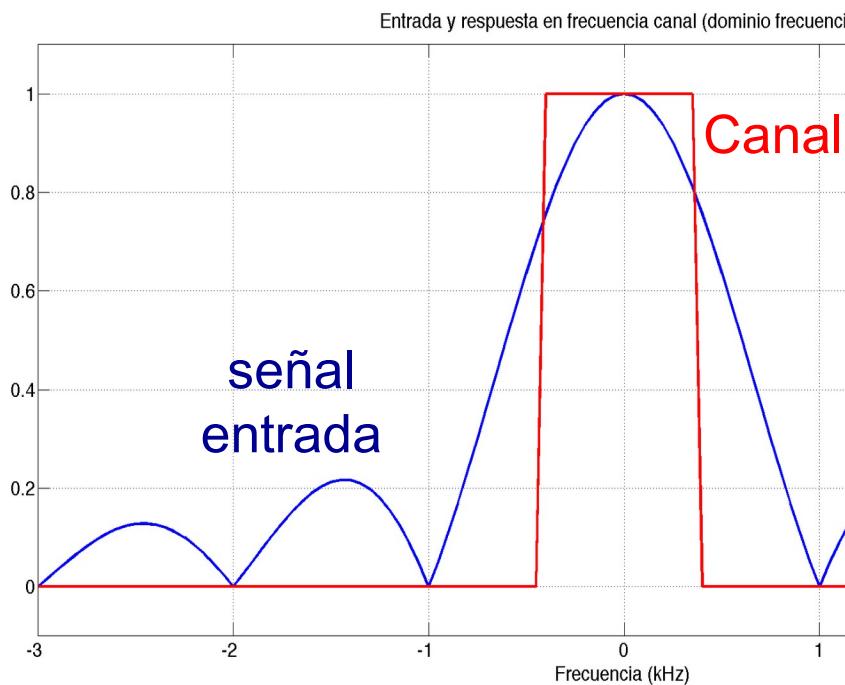


Caso 1

Transmisión de un pulso rectangular a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.4 \text{ kHz}$$

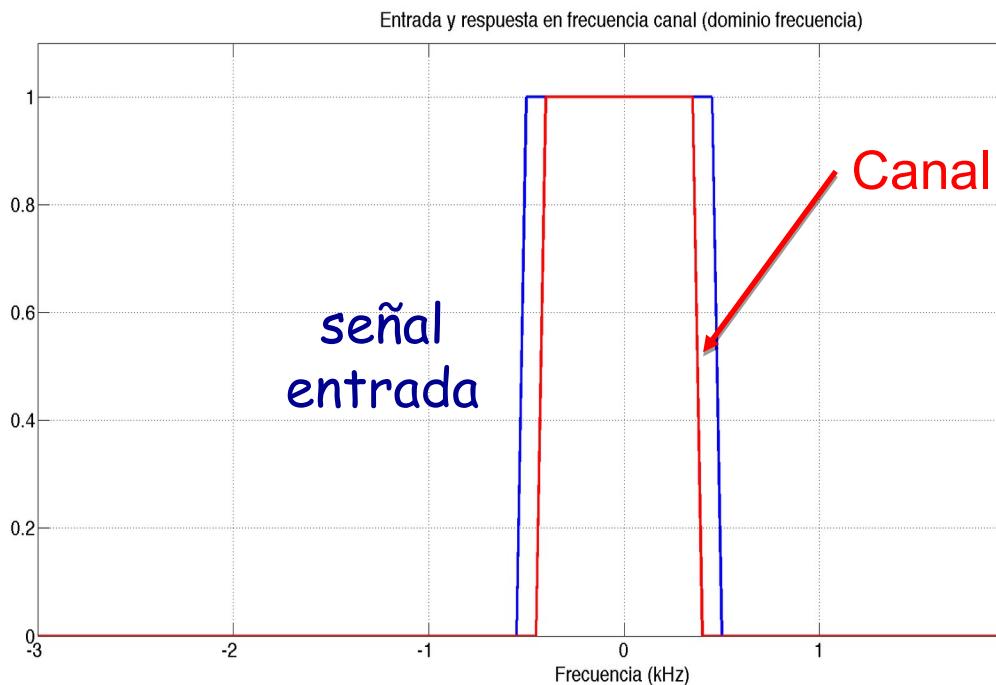


Caso 2

Transmisión de un pulso de Nyquist a través de un canal de banda limitada

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.4 \text{ kHz}$$

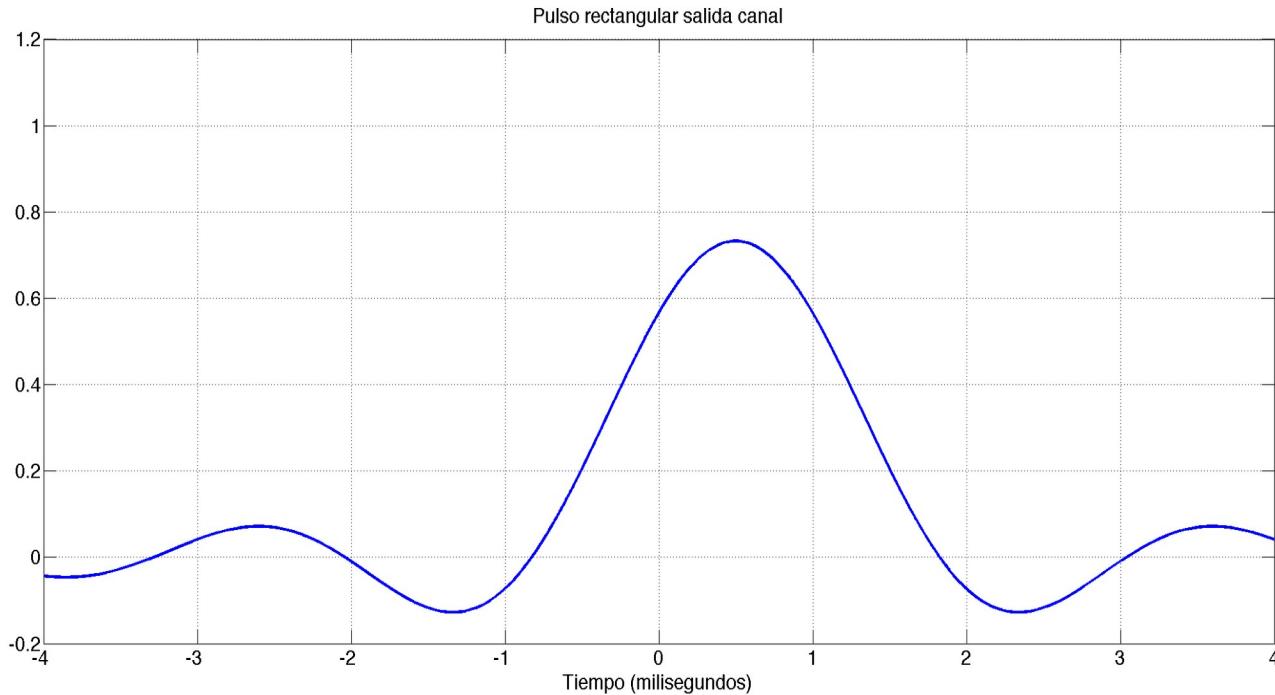


Caso 1

Pulso
rectangular a la
salida del canal

$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.4 \text{ kHz}$$

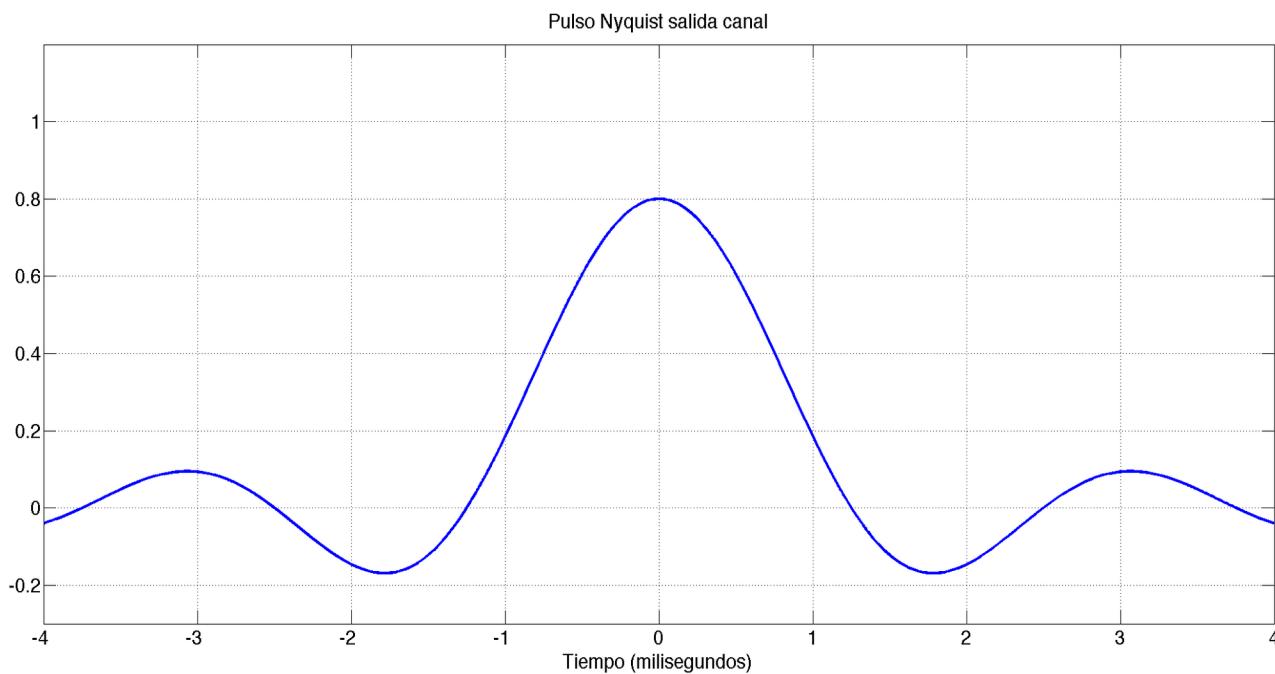


Caso 2

Pulso de Nyquist
a la salida del
canal

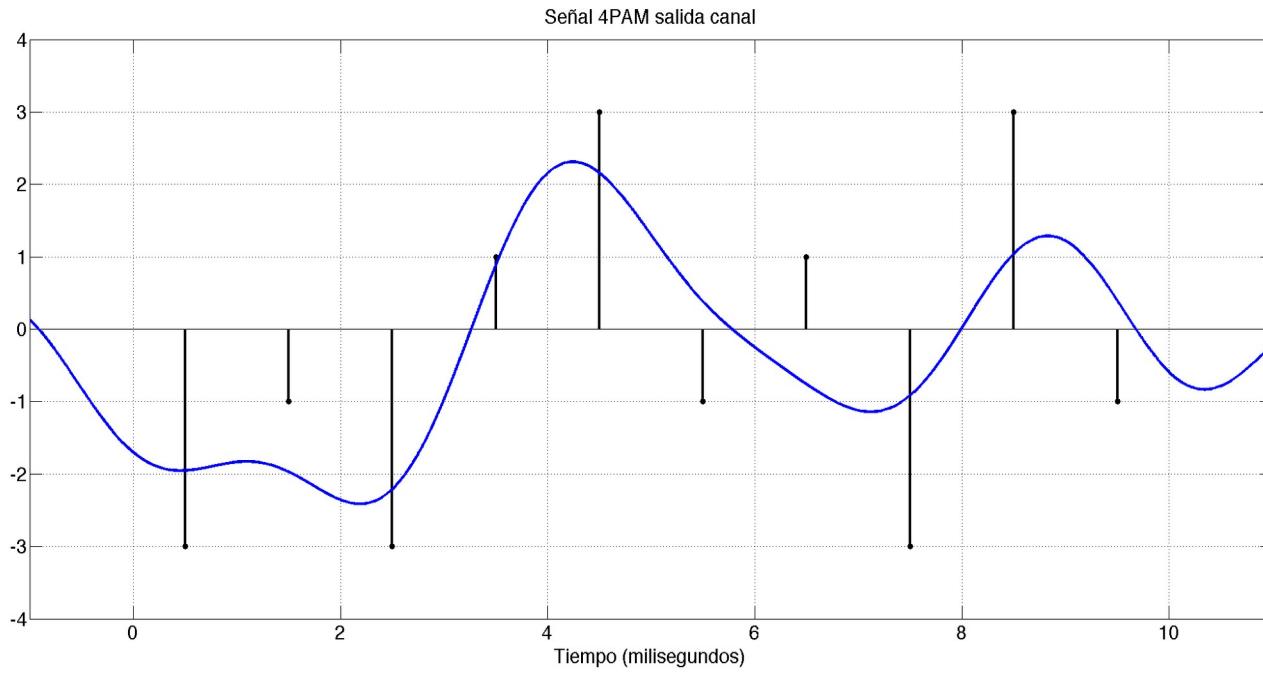
$$T_s = 1 \text{ ms}$$

$$f_c = 0.4 \text{ kHz}$$



Caso 1

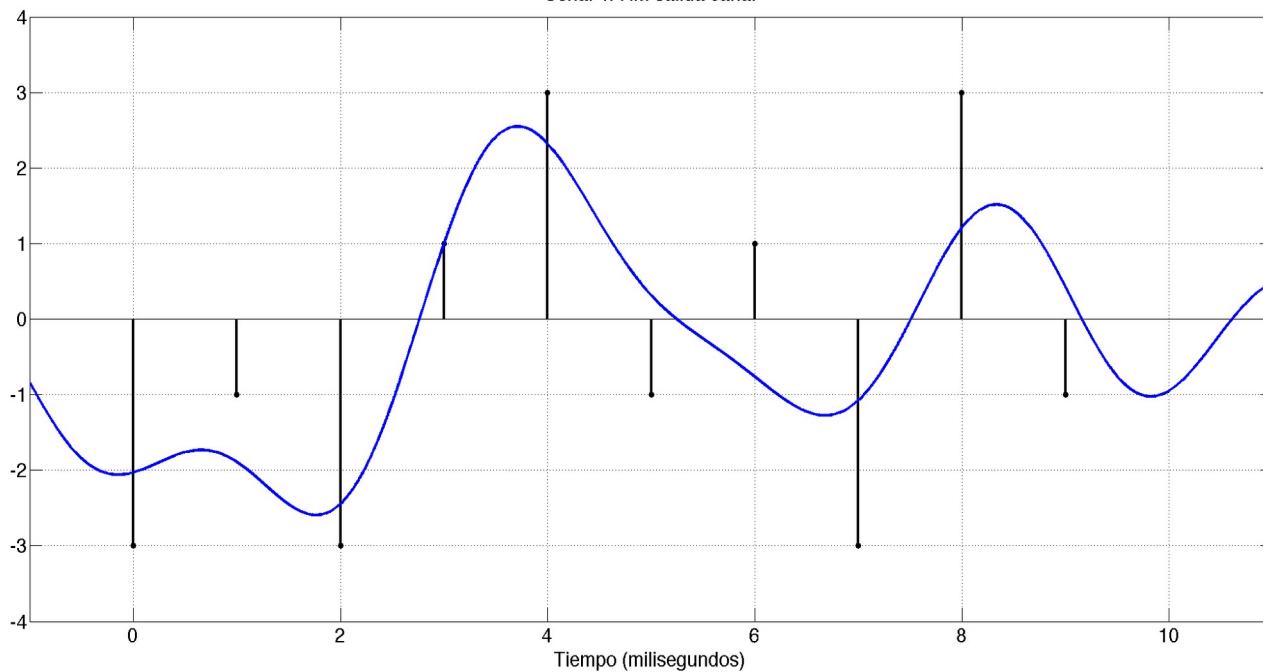
Señal 4-PAM con pulsos rectangulares a la salida del canal
 $T_s = 1 \text{ ms}$
 $f_c = 0.4 \text{ kHz}$



{11101101001001110}

Caso 2

Señal 4-PAM con pulsos de Nyquist a la salida del canal
 $T_s = 1 \text{ ms}$
 $f_c = 0.4 \text{ kHz}$



Discusión

- A medida que se reduce el ancho de banda del canal el rendimiento se degrada para el sistema que usa pulsos rectangulares, sin embargo esta degradación no se produce del mismo modo cuando se usan pulsos de Nyquist.
- De las transparencias anteriores se deduce que cuando se transmiten señales PAM usando pulsos de Nyquist a través de un canal de banda limitada $W_c = 2\pi f_c$ rad/seg (i.e. f_c Hz):
 - Las amplitudes observadas por el receptor coincidirán con las transmitidas siempre que el ancho de banda sea tan grande como que $W_c > \pi/T_s$ (i.e. $f_c > 1/(2T_s)$).
 - Las amplitudes observadas por el receptor no coincidirán con las transmitidas siempre que el ancho de banda del canal sea tan pequeño como que $W_c < \pi/T_s$ (i.e. $f_c < 1/(2T_s)$).

Ancho de banda PAM

- Así pues, para poder transmitir señales PAM a través de un canal de ancho de banda f_c Hz a una velocidad de símbolo v_s se debe cumplir lo siguiente

$$f_c \geq \frac{1}{2T_s} \quad \rightarrow \quad f_c \geq \frac{v_s}{2} \quad \rightarrow \quad v_s \leq 2f_c$$

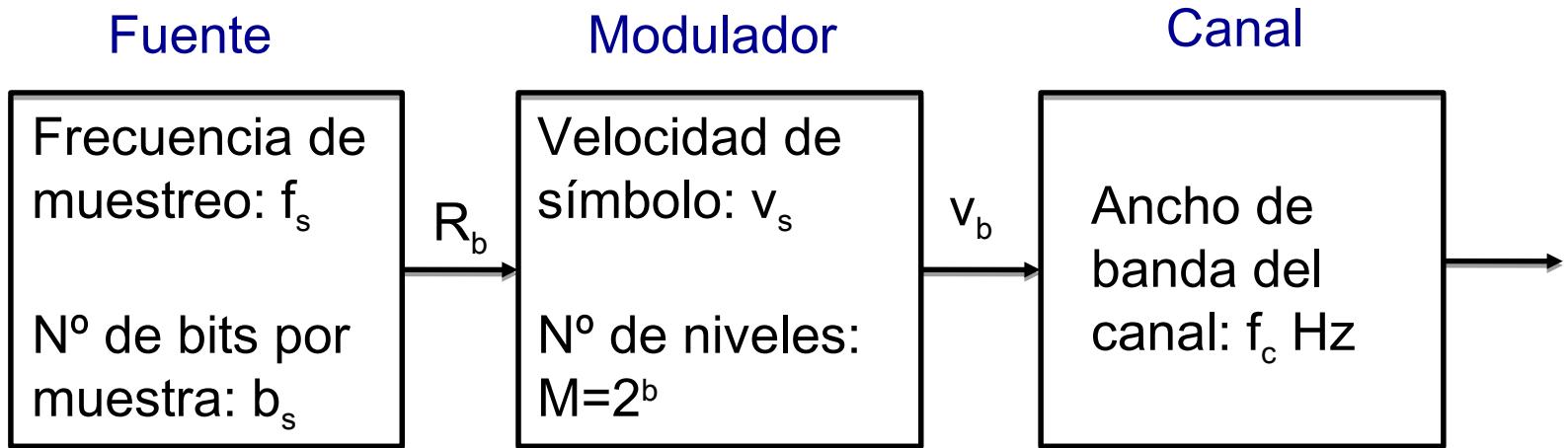
- La señal PAM ocupa el mínimo ancho de banda cuando se utilizan pulsos de Nyquist, i.e.

$$B_{PAM} = \frac{1}{2T_s}$$

Ejemplos

Canal (medios guiados)	Ancho de banda	Aplicaciones
Canal telefónico	3 kHz	módem telefónico
Par trenzado	1 MHz	ADSL
Par trenzado	100 MHz	Ethernet
Cable coaxial	1 GHz	TV por cable
Fibra óptica	50 THz	Datos larga dist.

Resumen



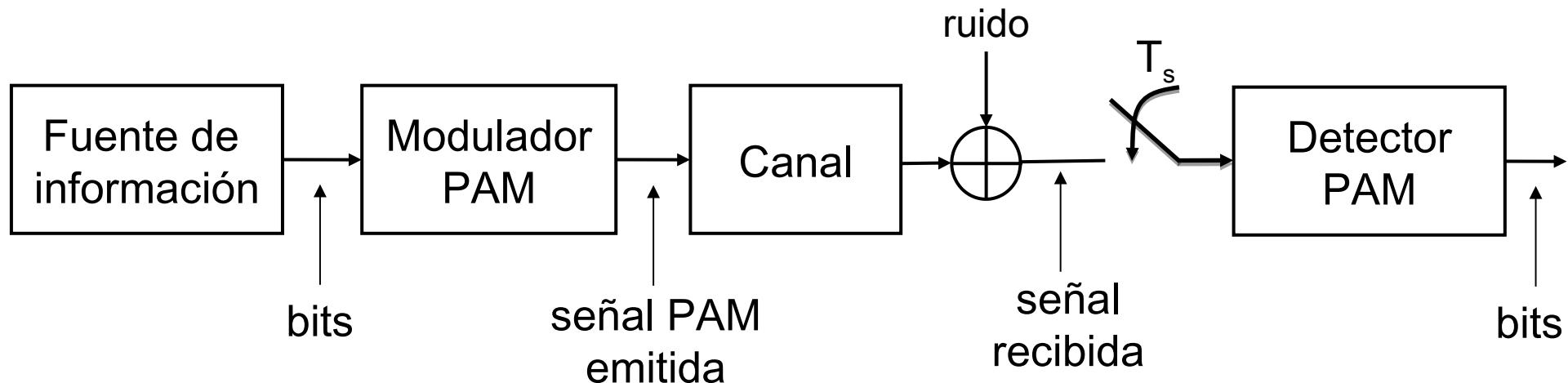
- Tasa binaria de la fuente: $R_b = b_s \times f_s$ bits/sg
- Frecuencia de muestreo determinada por el ancho de banda de la señal analógica, f_a : $f_s > 2 \times f_a$ Hz
- Velocidad de bit: $v_b = b \times v_s$ bits/sg
- Velocidad de símbolo limitada por el ancho de banda del canal: $v_s < 2 \times f_c$ Hz

5

Transmisión PAM por canales con ruido

Canales con ruido

- Los canales prácticos, además de tener un ancho de banda limitado, introducen señales no deseadas que se conocen colectivamente como ruido.
- El ruido se añade para formar la señal recibida.

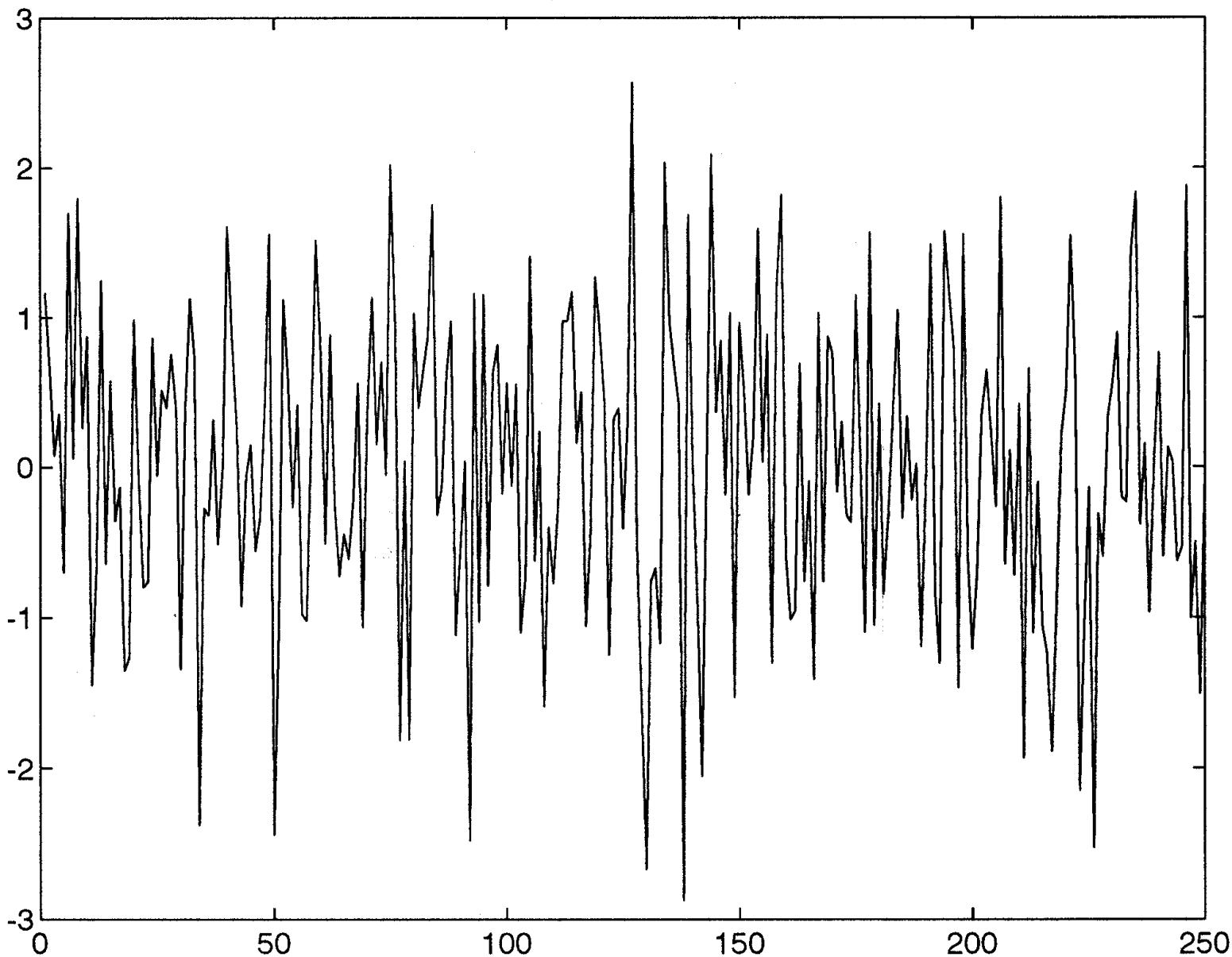


Canales con ruido

- Los ruidos pueden tener un origen interno (i.e. ruido térmico) o externo (i.e. interferencias).
- Muchos ruidos pueden eliminarse con unas buenas prácticas de ingeniería. Otros, como por ejemplo el ruido térmico, son inevitables.
- El ruido térmico es una señal no deseada que se genera por la agitación térmica de los portadores de carga, generalmente electrones dentro de un conductor. Es inevitable en todos los receptores que se construyen con tecnología electrónica.
- El ruido térmico tiene un aspecto muy errático e impredecible (ver siguiente transparencia).

Ruido

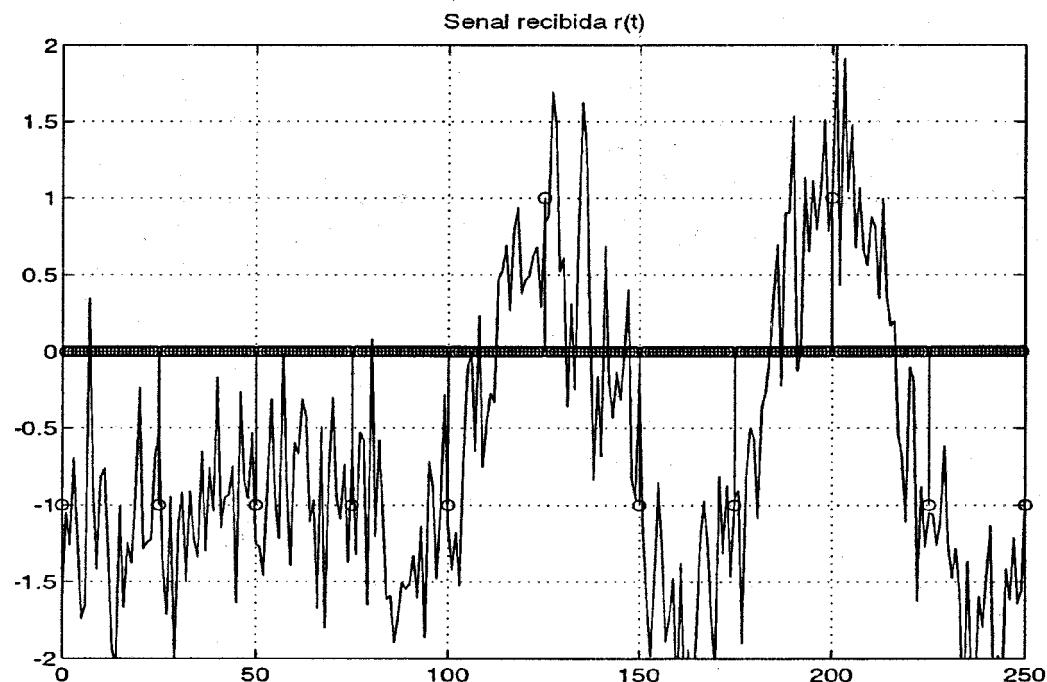
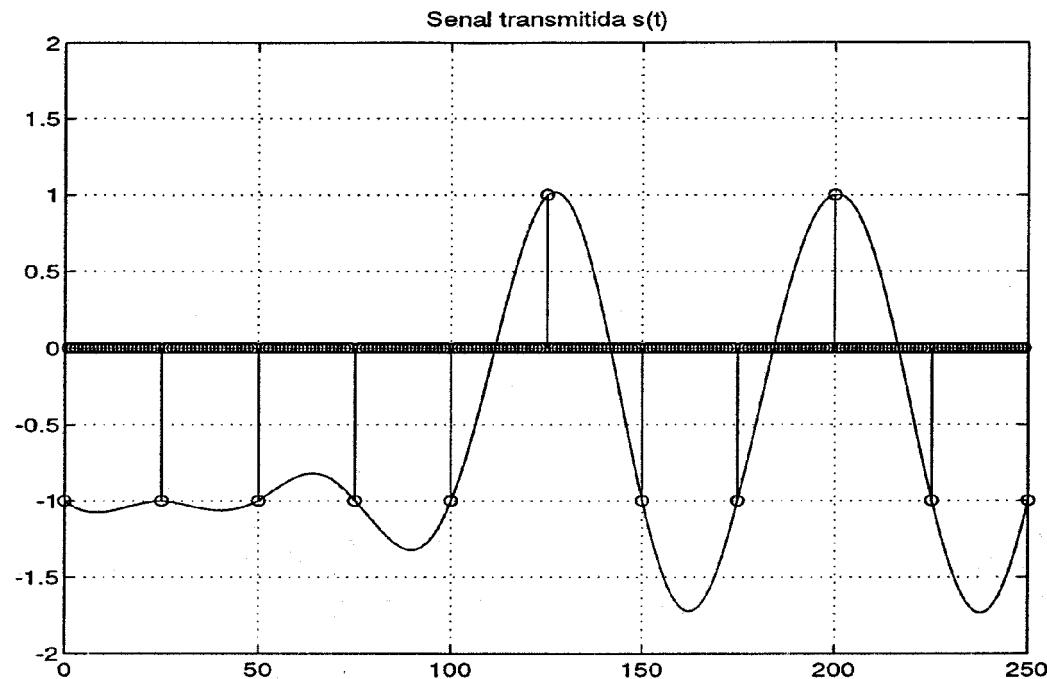
Ruido blanco gaussiano de media nula



Transmisión por canales con ruido

- El ruido es una señal de naturaleza aleatoria que se suma a la señal recibida y que puede distorsionarla significativamente.
- En transmisión PAM, el ruido causa que las amplitudes observadas por el receptor sean diferentes a las amplitudes transmitidas.
- Cuando el ruido es grande, la distorsión sobre las amplitudes transmitidas puede llegar a ser tan grande que cause una confusión entre símbolos lo cual da lugar a errores en la transmisión.
- La calidad de una transmisión se mide por la probabilidad de que un símbolo sea recibido erróneamente (probabilidad de error).

Ejemplo de distorsión de una señal PAM por un canal con ruido



Probabilidad de error

- La probabilidad de error, P_e , es el indicador de rendimiento que caracteriza la calidad de una transmisión digital
- La probabilidad de error, P_e , se mide por el número de errores, n_e , que se producen cuando se transmite un número n_b de bits, i.e.,
$$P_e = \frac{n_e}{n_b}$$

Relación señal a ruido (SNR)

- La señal a la entrada de un receptor tiene dos componentes: señal y ruido.
- La SNR (*Signal to Noise Ratio*) es el cociente entre la potencia de la componente de señal, S, y la potencia de la componente de ruido, N, i.e. $\text{SNR} = S/N$.
- La SNR mide la calidad de la señal recibida: cuanto mayor sea la SNR, menor es la distorsión del ruido sobre la señal.
- La SNR es una figura de mérito que no tiene dimensiones. Es habitual expresarla en decibelios (dB)

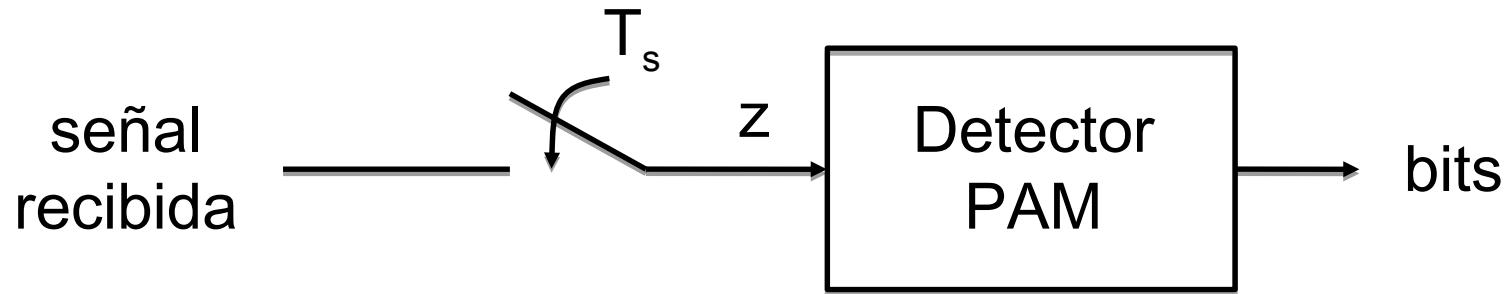
$$\text{SNR (dB)} = 10 \log_{10} \left(\frac{S}{N} \right)$$

Relación señal a ruido (SNR)

SNR	SNR (dB)
1	0 dB
2	3 dB
10	10 dB
100	20 dB
1.000	30 dB
1.000.000	60 dB
1.000.000.000	90 dB
1.000.000.000.000	120 dB

Demodulación PAM

- Un receptor PAM toma una muestra por cada símbolo transmitido, z , y en base a su valor toma una decisión sobre cual de los M símbolos fue transmitido.



- Si no hubiese ruido, las observaciones z coincidirían con alguna de las posibles amplitudes transmitidas, A_i .
- El ruido hace que $z \neq A_i$ ¿qué hacer en ese caso?

Regla de decisión PAM

- Se puede demostrar que la regla de decisión óptima en comunicaciones digitales (i.e. la que minimiza la probabilidad de error) es la regla de mínima distancia, es decir, si seguimos la estrategia de elegir el símbolo s_i más próximo a la amplitud observada z nos equivocaremos el menor número posible de veces.
- En el caso de modulaciones PAM, la regla de mínima distancia equivale a dividir la recta real de todos los posibles valores de z en M regiones de decisión.
- Los límites de las regiones de decisión se denominan umbrales de decisión, γ_i .

Regla de decisión PAM

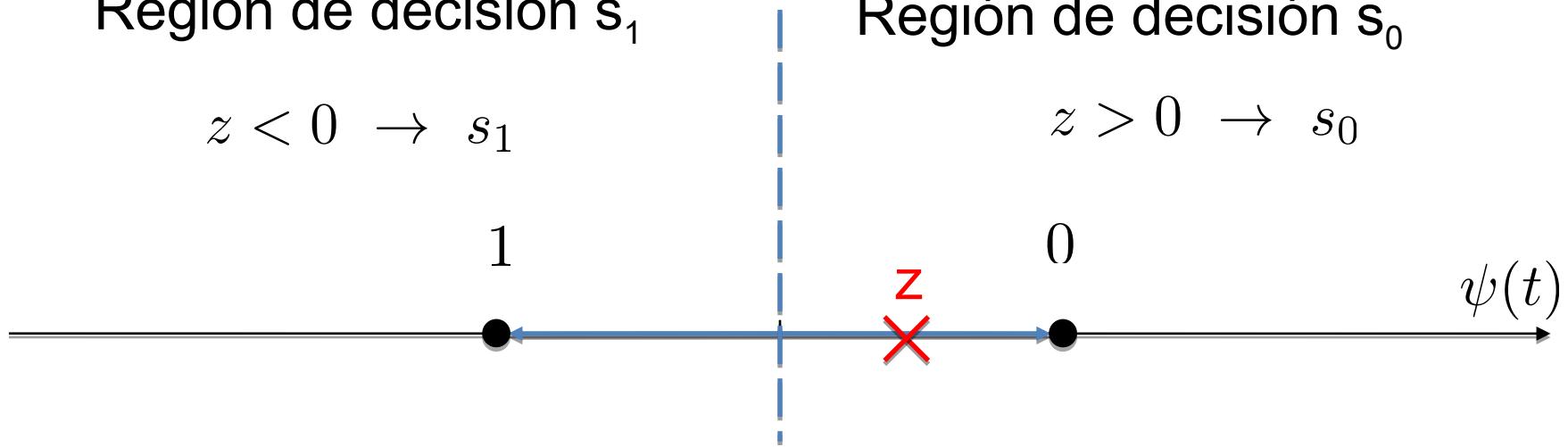
Caso binario M=2

Región de decisión s_1

$$z < 0 \rightarrow s_1$$

Región de decisión s_0

$$z > 0 \rightarrow s_0$$



Umbral

$$\gamma = 0$$

Detección por mínima distancia

- La detección por mínima distancia minimiza la probabilidad de recibir erróneamente un símbolo pero no puede impedir que existan errores.
- Los errores ocurren cuando se transmite una amplitud A_i y, debido al ruido, la observación z cae en una región de decisión que no le corresponde.
- Lo habitual es que los errores ocurran entre regiones adyacentes.

Resumen

- El canal debe tener un ancho de banda lo suficientemente grande para permitir el paso de las señales del modulador.
- El canal debe introducir poco ruido para permitir al demodulador distinguir cuál de las $M = 2^b$ señales fue transmitida. En caso contrario el ruido causa errores de demodulación.
- El problema es que todos los canales prácticos tienen un ancho de banda limitado e introducen un cierto nivel de ruido lo cual limita la velocidad de transmisión a través de ellos.

Sistemas de comunicación digital



TEMA 3: Sistemas de comunicación

Contenido:

1. Digitalización de señales
2. Sistemas de comunicación digital

TEMA 3: Sistemas de comunicación



AVISOS:

1. Clase de teoría del miércoles 27 de Octubre sólo para los alumnos de los grupos de prácticas con clase los martes: 3.1, 1.1, 2.1 y 4.1.
2. Clase de teoría del Viernes 29 de Octubre: examen de prácticas. Necesario tener preparado el código de la práctica final en vuestros portátiles, listo para ser ejecutado.