Sean V, W espacios vectoriales sobre K de dimensión finita, con $\dim(V)=n$, $\dim(W)=m$, $T\in\mathcal{L}(V,W)$, $\beta=(\vec{b}_1,\dots,\vec{b}_n)$ y $\delta=(\vec{d}_1,\dots,\vec{d}_m)$ bases ordenadas de V y W, respectivamente. Entonces,

$$[\cdot]_\beta^\delta:\mathcal{L}(V,W)\xrightarrow{\sim}M_{m\times n}(K).$$

$$\left.\begin{aligned} T(\vec{b}_1)&=\sum_{i=1}^{m}A_{1i}\vec{d}_i\\ &\vdots\\ T(\vec{b}_n)&=\sum_{i=1}^{m}A_{mi}\vec{d}_i\end{aligned}\right\}$$

con esto definimos a $[T]_\beta^\delta$ tal que $\forall \vec{v}\in V$

$$[T]_\beta^\delta[\vec{v}]_\beta=[T(\vec{v})]_\delta.$$

Habíamos observado que

$$\boxed{[T]_\beta^\delta[\vec{b}_i]_\beta=[T(\vec{b}_i)]_\delta} \Rightarrow [T]_\beta^\delta=\begin{pmatrix} | & | & & | \\ [T(\vec{b}_1)]_\delta & [T(\vec{b}_2)]_\delta & \cdots & [T(\vec{b}_n)]_\delta \\ | & | & & | \end{pmatrix}.$$

Más aún, si X es un espacio vectorial de dimensión finita ℓ, con base ordenada $\rho=(\vec{r}_1,\dots,\vec{r}_\ell)$ y $U\in\mathcal{L}(W,X)$.

$$\begin{aligned}([U]_\delta^\rho[T]_\beta^\delta)[\vec{v}]_\beta &= [U]_\delta^\rho\left([T]_\beta^\delta[\vec{v}]_\beta\right)=[U\circ T]_\beta^\rho\,[\vec{v}]_\beta\\ &[U]_\delta^\rho\,[T(\vec{v})]_\delta\\ &[U(T(\vec{v}))]_\rho\\ &[(U\circ T)(\vec{v})]_\rho\end{aligned}$$

$$\therefore\ [U]_\delta^\rho[T]_\beta^\delta=[U\circ T]_\beta^\rho.$$

$$V\xrightarrow{T}W\xrightarrow{U}X \Rightarrow V\xrightarrow{U\circ T}X$$

dimensión finita
V

De lo anterior, vemos que los *mapeos de representación de transformaciones lineales como matrices* ($[\cdot]_{b.o.d}^{b.o.c.}$) no sólo preservan las operaciones de suma y reescalamiento de transformaciones lineales, sino que también preservan las **composiciones** de transformaciones lineales.

$$[\vec{u}+c\vec{v}]_\beta = [\vec{u}]_\beta + c[\vec{v}]_\beta, \quad \text{pero}$$

$$[T_1+cT_2]_\beta^\delta = [T_1]_\beta^\delta + c[T_2]_\beta^\delta \quad \text{y} \quad [U\circ T]_\beta^\rho = [U]_\delta^\rho [T]_\beta^\delta$$

$$[S]_\gamma^\delta [T]_\beta^\gamma [U]_\alpha^\beta = [S\circ T\circ U]_\alpha^\delta$$