Sistemas lineales de ecuaciones algebráicas

Ej:
$$x_1 + x_2 = 0,$$
$$x_1 - x_2 = 5.$$

Obs. Definiendo $\vec{b} := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$, $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $\vec{x} := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, podemos reescribir el **sistema de ecuaciones** anterior como **una ecuación vectorial** de la siguiente forma:

$$A\vec{x} = \vec{b},$$

donde $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ es nuestro **vector incógnita.**

Así, en general, podemos reescribir **sistemas lineales de ecuaciones algebráicas** como ecuaciones vectoriales de la forma $A\vec{x} = \vec{b}$, donde el vector $\vec{x}$ es nuestra incógnita.

En el caso particular cuando $\vec{b} = \vec{0}$, decimos que tenemos un sistema **homogéneo.** Observemos que, en ese caso, $A\vec{x} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{x} \in Ker(A)$. En particular, tenemos que *el conjunto de soluciones de un sistema lineal* ***homogéneo*** *de ecuaciones algebráicas forma un* ***espacio vectorial.***

En el caso general de la ecuación $A\vec{x} = \vec{b}$, si encontramos un vector $\vec{v}$ tal que $A\vec{v} = \vec{b}$, entonces $\forall \vec{k} \in Ker(A)$ tendremos que $A(\vec{k} + \vec{v}) = \vec{b}$ (¿por qué?). Si $\{\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_m\}$ es una base de $Ker(A)$, entonces

$$A\left(\sum_{i=1}^{m} c_i \vec{k}_i + \vec{v}\right) = \vec{b} \quad \text{para todo escalar } c_i.$$

En este caso, decimos que $\vec{v}$ es una **solución particular** a la ecuación $A\vec{x} = \vec{b}$ y que $\sum_{i=1}^{m} c_i \vec{k}_i + \vec{v}$ es la **solución general** a $A\vec{x} = \vec{b}$.