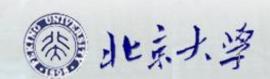
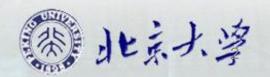
#### 第二十六章 命题逻辑

# 第2节 命题和联结词



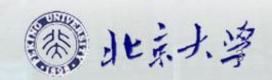
#### 内容提要

- 命题逻辑主要内容
- 命题和联结词
  - 命题的描述
  - 简单命题及其符号化
  - 联结词和复合命题
  - 五个联结词
  - 命题符号化



## 命题逻辑主要内容

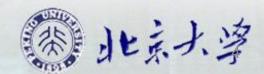
- 逻辑主要研究推理过程,而推理过程必须依 靠命题来表达。
- 在命题逻辑中,"命题"被看作最小单位。
- 数理逻辑中最基本、最简单的部分。
- · 直观(§1)—>半数学化(§2—§5)
  - —>形式化(§6—§10)



#### § 2 命题和联结词

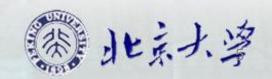
#### 1. 什么是命题?

- 命题是陈述客观外界发生事情的陈述句。
- 命题是或为真或为假的陈述句。
- 命题特征:
  - ✓ 陈述句
  - ✓ 真假必居其一,且只居其一.
- 其它观点:直觉主义逻辑,多值逻辑等



#### 下列句子都是命题

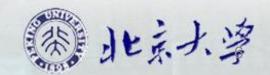
- •8小于10。
- •8大于10。
- 二十一世纪末,人类将住在太空。
- 任一个>5的偶数可表成两个素数的和。
  - --哥德巴赫猜想
- √2的小数展开式中12345出现偶数多次。



# 下列句子不是命题

- 8大于10吗?
- 请勿吸烟!
- X大于Y。
- 我正在撒谎。

-- 悖论

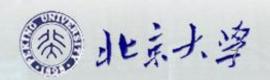


#### 命题的抽象

- ·以p、q、r等表示命题。
- 以1表示真,0表示假。

则命题就抽象为:取值为0或1的p等符号。

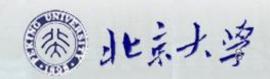
- · 若p取值1,则表示p为真命题;
- · 若p取值0,则表示p为假命题;



#### 复杂命题

由简单命题能构造更加复杂命题

- 1. 期中考试,张三没有考及格.
- 2. 期中考试,张三和李四都考及格了.
- 3. 期中考试,张三和李四中有人考90分.
- 4. 如果张三能考90分,那么李四也能考90分.
- 5. 张三能考90分当且仅当李四也能考90分.



## 联结词和复合命题

是北京大学

- · 上述诸如"没有"、"如果…那么…"等连 词称为联结词。
- 由联结词和命题连接而成的更加复杂命题 称为复合命题;相对地,不能分解为更简 单命题的命题称为简单命题。
- 复合命题的真假完全由构成它的简单命题的真假所决定。
- 简单命题和复合命题的划分是相对的。

#### 否定联结词

• 设p为一个命题,复合命题"非p"称为p的否 定式,记为¬p,"¬"称为否定联结词。 "¬p"为真当且仅当p为假。

P	¬р
0	1
1	0

· 上例中, 若p代表"张三考及格了",则(1)可 表示为¬p。 源北京大海

#### 合取联结词

· 设p、q为两个命题,复合命题"p而且q"称 为p、q的合取式,记为pAq,"A"称作合取 联结词。pAq真当且仅当p与q同时真。

р	q	p∧q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

•上例的(2)可记为p∧q,其中p代表"张三考及 格", q代表"李四考及格"。 源北京大海

#### 析取联结词

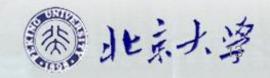
· 设p、q为两个命题,复合命题"p或者q"称 为p、q的析取式,记为pvq,"v"称作析 取联结词。pvq为真当且仅当p与q中至少 有一个为真。

р	q	p v q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

· 上例的(3)可记为p v q, 其中p代表"张三考 90分",q代表"李四考90分" 北京大溪

#### 相容或与相异或

- 日常语言中"或"有两种用法,例如:
  - (1) 张三或者李四考了90分。
  - (2) 第一节课上数学课或者上英语课。
- 差异在于: 当构成它们的简单命题都真时, 前者为真, 后者却为假。
- 称前者为相容或,后者为相异或。
- · 前者可表示为pvq,后者不能。
- · 注意:不能见了或就表示为pvq。



## 蕴涵联结词

· 设p、q为命题,复合命题"如果p,则q"称为 p对q的蕴涵式,记作 $p\rightarrow q$ ,其中又称p为此 蕴涵式的前件,称q为此蕴涵式的后件, "→"称为蕴涵联结词。" $p \rightarrow q$ "假当且 仅当p真而q假.

р	q	p→q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

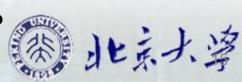
- · 上例的(4)可表示为p→q
- · p→q这样的真值规定有其合理性,但也有 人为因素。 北京大海

# 等价联结词

• 设p、q为命题,复合命题"p当且仅当q"称作p、q的等价式,记作p↔q,"↔"称作等价联结词。p↔q真当且仅当p、q同时为真或同时为假.

р	q	p↔q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

·上例的(5)可表示为: p↔q。



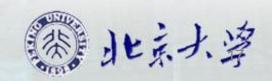
#### 注意

- 上述五个联结词来源于日常使用的相应词 汇,但并不完全一致,在使用时要注意:
  - ▶以上联结词组成的复合命题的真假值一定要根 据它们的定义去理解,而不能据日常语言的含 义去理解。
  - ▶不能"对号入座",如见到"或"就表示为
  - ▶有些词也可表示为这五个联结词,如"但是" 也可表示为"∧"。
- 在今后我们主要关心的是命题间的真假值 的关系,而不讨论命题的内容. 北京大海

#### 命题符号化

例4 将下列命题符号化:

- (1) 铁和氧化合, 但铁和氮不化合.
- (2) 如果我下班早, 就去商店看看, 除非我很累.
- (3) 李四是计算机系的学生,他住在312室或313室.

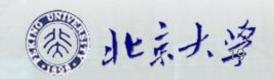


#### 例4的解

- (1) p<sub>\</sub>(¬q), 其中: p代表"铁和氧化合", q代表"铁和氮化合"。
- (2) (¬P) →(q→r), 其中:
  p代表"我很累",
  q代表"我下班早",
  r代表"我去商店看看"
  还可表示为: ((¬P)∧q))→r

#### 例4的解(续)

(3)  $p \wedge ((q \vee r) \wedge (\neg (q \wedge r)))$ , 其中: p代表"李四是计算机系学生", q代表"李四住312室", r代表"李四住313室". 还可表示为:  $p \wedge ((q \wedge (\neg r)) \vee ((\neg q) \wedge r))$ 

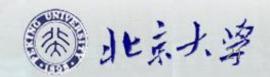


#### 小结

- · 命题及其符号p、q、r、...。
- 构成复合命题的联结词¬、∧、∨、→和
   ↔,以及由联结词构成的复合命题及其 真假值.

# 作业

- P.507, 1 (1)—(5)(p.98, 1 (1)—(5))
- 要求注明所出现命题符号代表的命题



# 谢谢

