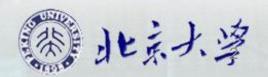
第二十六章 命题逻辑

第5节 推理形式

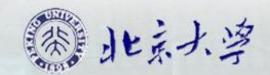
内容提要

- 推理形式
- 有效推理形式
- 推理形式是有效的充要条件
- 一些有效推理形式



推理形式

- 前两节介绍了命题的"形式"。
- 本节介绍推理的"形式"。
- 推理是逻辑的研究对象。

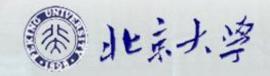


什么是推理形式?

- 一组前提,一个结论
- 前提、结论都是命题。
- 若前提为 α_1 , α_2 , ..., α_n , 结论为 β ,

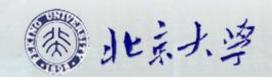
则将这样的推理形式称为

 α_1 , α_2 , ..., α_n $\# \# \beta_\circ$



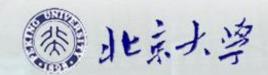
什么是正确的推理形式?

- 直观上,正确的推理应该保证:如果前提正确,则结论也应该正确。
- 设 α_1 , α_2 , ..., α_n , β 都是命题形式,称推理 " α_1 , α_2 , ..., α_n 推出 β "是有效的,如果 对 α_1 , α_2 , ..., α_n , β 中出现的命题变元的 任一指派, 若 α_1 , α_2 , ..., α_n 都真, 则 β 亦
- 否则,称" α_1 , α_2 , ..., α_n 推出 β "是无效的或不合理的.



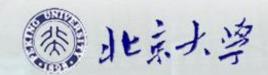
例8

- $\alpha \to \beta$ 、 α 推出 β 是有效的。
- α ν β、 ¬ α推出β是有效的



注记

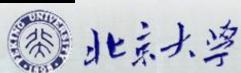
- 推理形式是否有效与前提中命题形式的排列次序无关。即:
- 若 " α_1 , α_2 , ..., α_n 推出 β "是有效的,则对1, 2, ..., n的任一个排列 i_1 , i_2 , ..., i_n , " α_{i_1} , α_{i_2} , ..., α_n 推出 β "也是有效的。
- 所以前提是一个集合Γ, 而不是一个序列。
- 若 " α_1 , α_2 , ..., α_n 推出 β "是有效的,则记为 $\Gamma \models \beta$ 。



下列推理形式是否有效?

(1) $p \vee q \vee q \vee q \vee (p \rightarrow q) \rightarrow r$ 推出r是无效的

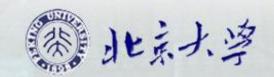
P	q	p v q	¬ q	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$	r	
0	0	0	1	0	0	
0	0	0	1	1	1	
0	1	1	0	0	0	
1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	1	
1	0	1	1	1	1	
1	1	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	1	



下列推理形式是否有效?

解:目的是看能否找到使前提为真、且结论为假的指派。

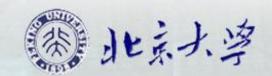
- 使 $p_2 \vee p_4$ 为假的指派有(*,0,*,0), 其中使($\neg p_1$) $\vee p_2$ 为真的指派有(0,0,*,0), 其中使 $p_3 \rightarrow p_4$ 为真的指派有(0,0,0,0),
- 而 (0, 0, 0, 0) 使 $p_1 \rightarrow (p_3 \land p_4)$ 和 $p_4 \rightarrow p_2$ 都为真。 从而这个推理是无效的。



下列推理形式是否有效?

- (3) p1→(p2→p3), p2推出p1 →p3 解:
- 使 $p_1 \to p_3$ 为假的指派有(1, *, 0),
 - 其中使p,为真的指派只有(1,1,0),
- 而(1, 1, 0)使 $p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow p_3)$ 为假。

故没有使前提为真而结论为假的指派,从而此推理有效。

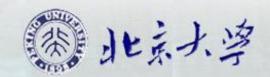


充要条件

推理形式 " α_1 , α_2 , ..., α_n 推出β" 有效的充要条件是命题形式($\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge ... \wedge \alpha_n$) \rightarrow β是重言式。

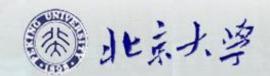
意义:

- 推理形式的有效性与命题形式的永真性可以互相化约。
- 今后将建立带前提的证明系统和重言式证明系统,并证明它们的等价性。



一些有效推理

- 若 $\Gamma \cup \{\alpha\} \models \gamma$,且 $\Gamma \cup \{\beta\} \models \gamma$,则 $\Gamma \cup \{\alpha \vee \beta\} \models \gamma$
- 若 Γ \cup { $\neg \alpha$ } $\models \beta$,且 Γ \cup { $\neg \alpha$ } $\models \neg \beta$,则 $\Gamma \models \alpha$ 。
- •



谢谢

