



# 数理逻辑

## 离散数学三

Mathematical Logic  
Discrete Mathematics III

王捍贫

北京大学信息科学技术学院

School of EECS, PKU

[whp@pku.edu.cn](mailto:whp@pku.edu.cn)



北京大学



# 引言

- 课程简介

- 课程情况：时间、地点、要求、教材、进度
- 简史

- 学习安排

- 教学要求
- 教学安排
- 教学资源



北京大學



# 时间与地点

- 星期一：3、4节(10:10—12:00)  
星期三(双)：1、2节(8:00—9:50)
- 二教101



北京大學



# 教员

- 主讲：王捍贫  
whpxhy@pku.edu.cn  
62765818
- 助教：顾张磊, lxcm\_jianlin@sina.com  
龙跃, longyue@pku.edu.cn  
林佳宝  
理科楼1708



北京大學



# 教材

1. 耿素云、屈婉玲、王捍贫，离散数学教程，北京大学出版社，2002年，2004年修订
1. 耿素云，屈婉玲，王捍贫，刘田，离散数学习题解析，北京大学出版社，2008年



北京大學



# 参考书

1. 陆钟万，面向计算机科学的数理逻辑，北京大学出版社，1989( 第二版，科学出版社，1998)
2. 王元元，计算机科学中的逻辑学，科学出版社，1989
3. 哈密尔顿，数理逻辑，朱水林译，华东师大出版社，1986  
(Hamilton, *Logic for Mathematicians*, Cambridge University, 1978)
5. H. B.Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic (2ed Edition)*, Elsevier Press, 2001



北京大學





# 网上教学平台

<http://course.pku.edu.cn/>

内容包括:  
课件发布  
作业布置  
通知



北京大学



# 什么是数理逻辑

- 字面含义：数学理论的逻辑。逻辑是研究演绎（推理）规律的学科。
- 广义理解：用数学方法研究演绎规律的学科。
- 狭义理解：用数学方法研究数学中演绎规律和数学基础的学科。
- 研究对象：推理过程的正确性标准。  
是数学的一个分支。又称符号逻辑等。





# 2000 Mathematics Subject Classification by AMS

## 2000 Mathematics Subject Classification

---

[Search the MSC](#) || [Browse the MSC](#) || [Entire MSC2000 in PDF](#) || [How to Use the MSC](#)

---

The Mathematics Subject Classification (MSC) is used to categorize items covered by the two reviewing databases, Mathematical Reviews (MR) and Zentralblatt MATH (Zbl). The MSC is broken down into over 5,000 two-, three-, and five-digit classifications, each corresponding to a discipline of mathematics (e.g., 11 = Number theory; 11B = Sequences and sets; 11B05 = Density, gaps, topology).

The current classification system, 2000 Mathematics Subject Classification (MSC2000), is a revision of the 1991 Mathematics Subject Classification, which is the classification that has been used by MR and Zbl since the beginning of 1991. MSC2000 is the result of a collaborative effort by the editors of MR and Zbl to update the classification. The editors acknowledge the many helpful suggestions from the mathematical community during the revision process.

---

### Browse the 2000 MSC

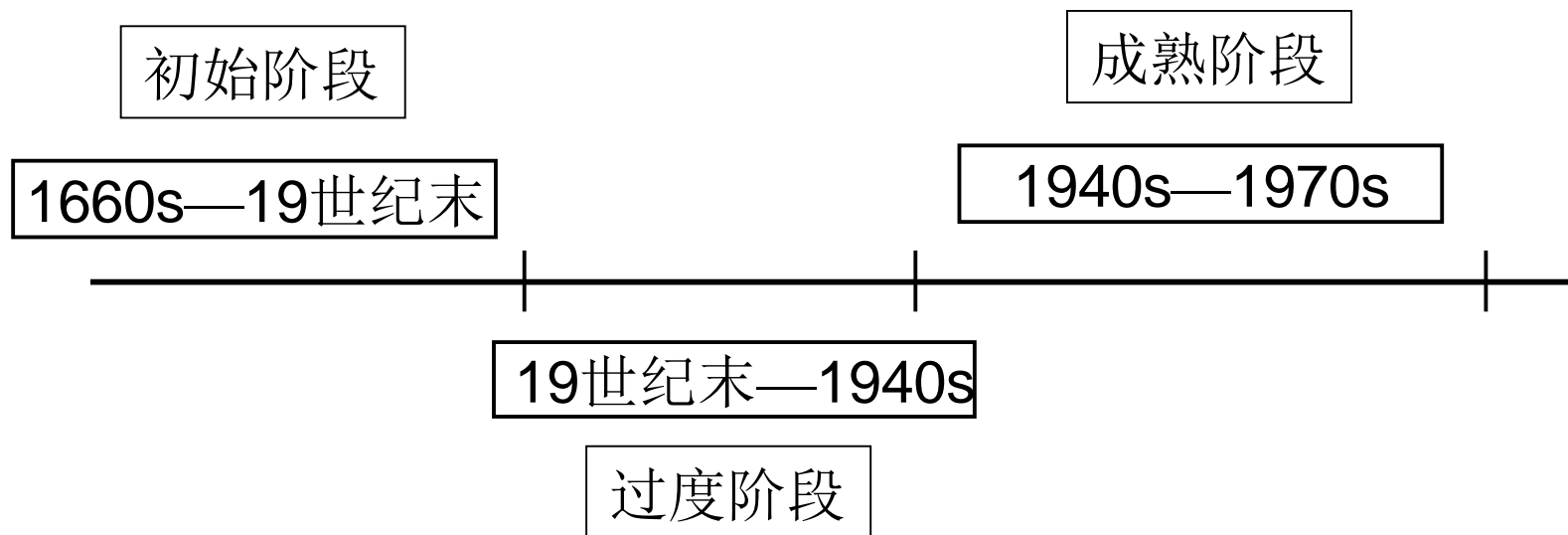
- [00-xx](#) General
- [01-xx](#) History and biography [See also the classification number -03 in the other sections]
- [03-xx](#) **Mathematical logic and foundations**
- [04-xx](#) This section has been deleted (For set theory see [03Exx](#))
- [05-xx](#) Combinatorics (For finite fields, see [11Txx](#))
- [06-xx](#) Order, lattices, ordered algebraic structures [See also [18B35](#)]
- [08-xx](#) General algebraic systems
- [11-xx](#) Number theory
- [12-xx](#) Field theory and polynomials
- [13-xx](#) Commutative rings and algebras



清华大学



# 简单历史



[1] 王宪钧，数理逻辑引论，北京大学出版社，1982



北京大学

# 简单历史——三个阶段(一)

## 1. 初始阶段：1660年代 — 19世纪末

将数学应用于逻辑：自然语言→符号语言

□ Aristotle: 形式逻辑（主词和谓词逻辑）。

□ Leibniz: 建立直观而又精确的思维演算。

遇有争论，双方可以拿起笔来说：让我们来算一下。

➤ George Boole: 逻辑代数。→

➤ De Morgan: 关系逻辑。



# 简单历史——三个阶段(二)

## 2. 过度阶段：19世纪末 — 1940前后

逻辑应用于数学

- 非欧几何与公理化方法。
- 微积分与实数理论，Piano算术。
- 集合论与数学基础(1900年世界数学家大会)
- 悖论与第三次数学危机，Hilbert计划。  
(第一次：勾股定理，无理数的发现)  
(第二次：无穷小量是不是零？)



北京大學

# 简单历史——三个阶段(三)

- **成熟阶段：1930s — 1970年**

成为数学的独立分支

➤ Gödel完全性定理和不完全性定理。

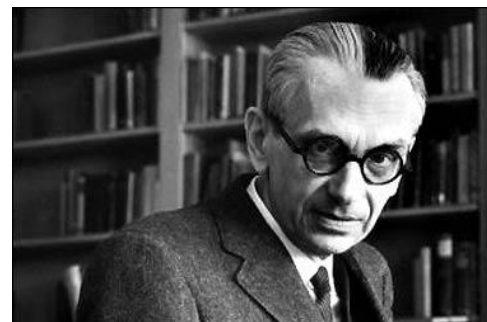
➤ 四个分支：

➤ 公理集合论：大基数，连续统问题

➤ 递归论（可计算性理论）：Turing机，不可解性

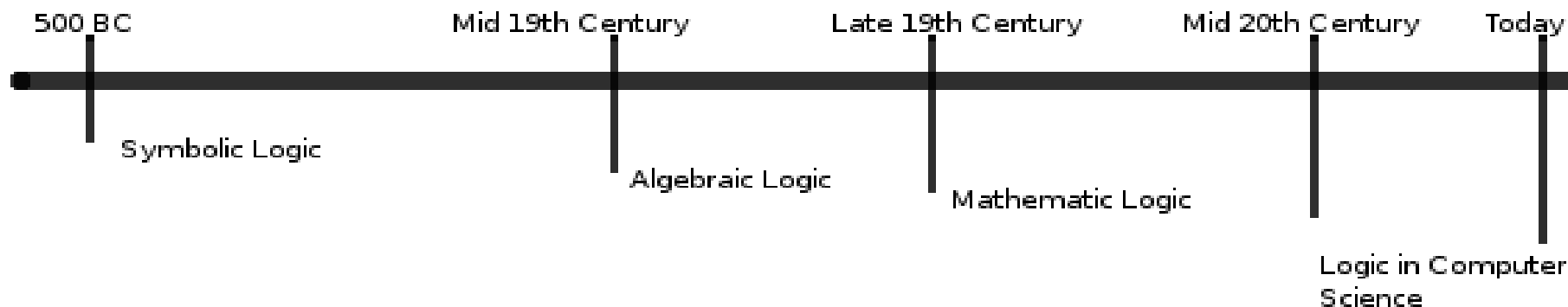
➤ 模型论：实数的非标准模型

➤ 证明论：超穷归纳法，Gentzen的数论和谐性证明



北京大學

# 简单历史——四个阶段（一）



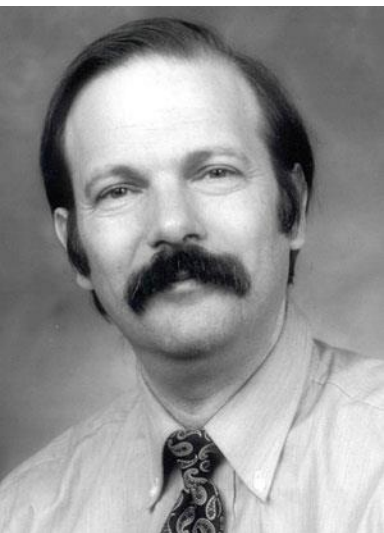
[2] M.Y. Vardi. ***A brief history of logic***. Technical report, Rice University, 2003



北京大學



# 简单历史——四个阶段(二)



## The 4<sup>th</sup> age: Logic in Computer Science

**Y. Vardi:**

- “Computer science started as Logic”
- Logic occupancy a central place in computer science so that it has been called the “calculus of computer science”
- Logic plays a similar role in computer science to that played by calculus in the physical sciences and traditional engineering disciplines.



北京大學

# 简单历史——四个阶段(三)

## A. Turing:

- “I expected that digital computing machines will eventually stimulate a considerable interest in symbolic logic.  
...
- The language in which one communicates with these machines ... forms a sort of symbolic logic.



北京大學



# 特点与方法

- 公理化与形式化方法.
- 特制的符号语言.





# 与计算机科学的联系

- 计算理论：可计算性，**Turing**机，形式语言，自动机，计算复杂性。
- 程序语义与验证技术：Intel bug: 5亿美元。
- 程序的自动生成与转换。
- 布尔电路：香农(**Shanon**)是第一人。
- **SQL**: 本质上等价于一阶逻辑。
- **Prolog**语言——以逻辑演算为基础
- **LISP**语言——以 $\lambda$ 演算为基础
- 人工智能：非单调推理，缺省推理。
- 信息安全等
- .....



北京大學



# 成功实例

- 巴黎地铁14号线自动驾驶系统，1998投入运行
- 巴黎Roissy机场自动穿梭车，2006年投入运行
- **NASA**的航天飞机设计
- **Air Bus A320、A380**的设计
- **Intel**奔腾芯片除法表错误的查找
- **AMD**公司**ABD K5** 浮点除法运算的正确性证明
- **Windows 2000** 的源代码中找出了大量的错误和漏洞



北京大学





# Diijkstra的话

我现在年纪大了，搞了这么多年软件，错误不知犯了多少，现在觉悟了，我想假如我早年在数理逻辑上好好下点功夫的话，我就不会犯这么多错误，不少东西逻辑学家早就说了，可我不知道，要是我能年轻20岁的话，我要回去学逻辑。

[1] 钱学森，关于思维科学的研究，思维科学，第3卷，1987



北京大學





# 要求

- 不得旷课、迟到和早退。
- 按时做、交作业。不准抄袭。
- 成绩评定：
  - 平时：20~30%（作业、出勤、课堂讨论等）
  - 期中：20%
  - 期末：约50~60%



北京大學



# 计划与安排

- 共**18周**， **24次课**， **48学时**。
- 一次测验（或加一次课堂讨论）。
- 课程进度： 约**1~0.5节/次课**。
- 从第**26章**开始讲授。
- 具体安排





# 课程进度（26章）

- 引言（2学时）
- 命题逻辑（24学时）
  - 命题与联结词（2学时）
  - 命题形式与真值表（2学时）
  - 联结词的完全集（2学时）
  - 推理形式（1学时）
  - 形式系统N（5学时）
  - 形式系统P（4学时）
  - N与P的等价性（1学时）
  - 赋值（1学时）
  - 可靠性、和谐性与完备性（2学时）
  - 测验与讲评（2学时）





# 课程进度 (27章)

- 一阶谓词演算 (22学时)
  - 一阶谓词演算的符号化 (2学时)
  - 一阶语言 (2学时)
  - 形式系统 $N_L$  (4学时)
  - 形式系统 $K_L$  (4学时)
  - $N_L$ 与 $K_L$ 的等价性 (1学时)
  - $K_L$ 的解释与赋值 (3学时)
  - $K_L$ 的可靠性和谐性 (2学时)
  - $K_L$ 的完备性 (4学时)

