



第二十六章 命题逻辑

第2节 命题和联结词





内容提要

- 命题逻辑主要内容
- 命题和联结词
 - 命题的描述
 - 简单命题及其符号化
 - 联结词和复合命题
 - 五个联结词
 - 命题符号化

命题逻辑主要内容

- 逻辑主要研究推理过程，而推理过程必须依靠命题来表达。
- 在命题逻辑中，“命题”被看作最小单位。
- 数理逻辑中最基本、最简单的部分。
- 直观(§ 1) \rightarrow 半数学化(§ 2—§ 5)
 \rightarrow 形式化(§ 6—§ 10)



§ 2 命题和联结词

1. 什么是命题？

- 命题是陈述客观外界发生事情的陈述句。
- 命题是或为真或为假的陈述句。
- 命题特征：
 - ✓ 陈述句
 - ✓ 真假必居其一,且只居其一.
- 其它观点：直觉主义逻辑，多值逻辑等

。





下列句子都是命题

- 8小于10。
- 8大于10。
- 二十一世纪末,人类将住在太空。
- 任一个 >5 的偶数可表成两个素数的和。

——哥德巴赫猜想

- $\sqrt{2}$ 的小数展开式中12345出现偶数多次。





下列句子不是命题

- 8大于10吗?
- 请勿吸烟!
- x 大于 y 。
- 我正在撒谎。

—— 悖论



命题的抽象

- 以 p 、 q 、 r 等表示命题。
- 以1表示真，0表示假。

则命题就抽象为：取值为0或1的 p 等符号。

- 若 p 取值1，则表示 p 为真命题；
- 若 p 取值0，则表示 p 为假命题；



复杂命题

由简单命题能构造更加复杂命题

1. 期中考试, 张三没有考及格.
2. 期中考试, 张三和李四都考及格了.
3. 期中考试, 张三和李四中有人考90分.
4. 如果张三能考90分, 那么李四也能考90分.
5. 张三能考90分当且仅当李四也能考90分.



联结词和复合命题

- 上述诸如“没有”、“如果…那么…”等连词称为联结词。
- 由联结词和命题连接而成的更加复杂命题称为复合命题；相对地，不能分解为更简单命题的命题称为简单命题。
- 复合命题的真假完全由构成它的简单命题的真假所决定。
- 简单命题和复合命题的划分是相对的。

否定联结词

- 设 p 为一个命题, 复合命题“非 p ”称为 p 的否定式, 记为 $\neg p$, “ \neg ”称为否定联结词。
“ $\neg p$ ”为真当且仅当 p 为假。

P	$\neg p$
0	1
1	0

- 上例中, 若 p 代表“张三考及格了”, 则(1)可表示为 $\neg p$ 。

合取联结词

- 设 p 、 q 为两个命题，复合命题“ p 而且 q ”称为 p 、 q 的合取式，记为 $p \wedge q$ ，“ \wedge ”称作合取联结词。 $p \wedge q$ 真当且仅当 p 与 q 同时真。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- 上例的(2)可记为 $p \wedge q$ ，其中 p 代表“张三考及格”， q 代表“李四考及格”。



析取联结词

- 设 p 、 q 为两个命题，复合命题“ p 或者 q ”称为 p 、 q 的析取式，记为 $p \vee q$ ，“ \vee ”称作析取联结词。 $p \vee q$ 为真当且仅当 p 与 q 中至少有一个为真。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- 上例的(3)可记为 $p \vee q$ ，其中 p 代表“张三考90分”， q 代表“李四考90分”。



相容或与相异或

- 日常语言中“或”有两种用法,例如:
 - (1) 张三或者李四考了90分。
 - (2) 第一节课上数学课或者上英语课。
- 差异在于: 当构成它们的简单命题都真时, 前者为真, 后者却为假。
- 称前者为相容或, 后者为相异或。
- 前者可表示为 $p \vee q$, 后者不能。
- 注意: 不能见了或就表示为 $p \vee q$ 。



蕴涵联结词

- 设 p 、 q 为命题, 复合命题“如果 p , 则 q ”称为 p 对 q 的蕴涵式, 记作 $p \rightarrow q$, 其中又称 p 为此蕴涵式的前件, 称 q 为此蕴涵式的后件, “ \rightarrow ”称为蕴涵联结词。 “ $p \rightarrow q$ ”假当且仅当 p 真而 q 假.

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- 上例的(4)可表示为 $p \rightarrow q$
- $p \rightarrow q$ 这样的真值规定有其合理性, 但也有人为因素。

等价联结词

- 设 p 、 q 为命题, 复合命题“ p 当且仅当 q ”称作 p 、 q 的等价式, 记作 $p \leftrightarrow q$, “ \leftrightarrow ”称作等价联结词。 $p \leftrightarrow q$ 真当且仅当 p 、 q 同时为真或同时为假.

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- 上例的 (5) 可表示为: $p \leftrightarrow q$.



注意

- 上述五个联结词来源于日常使用的相应词汇,但并不完全一致,在使用时要注意:
 - 以上联结词组成的复合命题的真假值一定要根据它们的定义去理解,而不能据日常语言的含义去理解。
 - 不能“对号入座”,如见到“或”就表示为“ \vee ”。
 - 有些词也可表示为这五个联结词,如“但是”也可表示为“ \wedge ”。
- 在今后我们主要关心的是命题间的真假值的关系,而不讨论命题的内容。



命题符号化

例4 将下列命题符号化:

- (1) 铁和氧化合, 但铁和氮不化合.
- (2) 如果我下班早, 就去商店看看, 除非我很累.
- (3) 李四是计算机系的学生, 他住在312室或313室.

例4的解

(1) $p \wedge (\neg q)$, 其中:

p 代表“铁和氧化合”,

q 代表“铁和氮化合”。

(2) $(\neg P) \rightarrow (q \rightarrow r)$, 其中:

p 代表“我很累”,

q 代表“我下班早”,

r 代表“我去商店看看”

还可表示为: $((\neg P) \wedge q) \rightarrow r$

例4的解（续）

(3) $p \wedge ((q \vee r) \wedge (\neg(q \wedge r)))$,

其中：

p 代表“李四是计算机系学生”，

q 代表“李四住312室”，

r 代表“李四住313室”。

还可表示为：

$p \wedge ((q \wedge (\neg r)) \vee ((\neg q) \wedge r))$



小结

- 命题及其符号 p 、 q 、 r 、...。
- 构成复合命题的联结词 \neg 、 \wedge 、 \vee 、 \rightarrow 和 \leftrightarrow ，以及由联结词构成的复合命题及其真假值。



作业

- P.507, 1 (1)—(5)
(p.98, 1 (1)—(5))
- 要求注明所出现命题符号代表的命题



谢 谢



北京大学