

作业要求：

- 每人完成总分为 100 分的候选题目
- 使用的方法模型不限、编程语言不限
- 要求提交物：
 - 实验报告：应包括任务定义、输入输出、方法描述、结果分析（性能评价）、编程和实验的软硬件环境、其它需要说明的项
 - 代码：除开源工具以外的其它源码或可执行文件
- 提交方式：原则上在每次作业布置后一周内，[通过电子邮件发送至课程邮箱 yuansassignment@163.com](mailto:yuansassignment@163.com)，邮件主题为：学号-姓名-作业编号

其它说明：

- 关于分组：
 - 不采用多人分组，每人独立完成至少 100 分值的作业
- 关于加分：
 - 如果对于一个题目提供了不同的解决方案，或在一个解决方案之上提供了改进方案，则可额外加最多 10 分，具体根据完成情况确定
 - 最后一次课为作业演示时间，演示者通过 PPT 向大家介绍自己的某一个或几个作业，演示者则可额外加最多 10 分，具体根据演示情况确定
 - 然而，无论如何，总分不超过 100 分
- 诚信说明：经鉴定为抄袭或被抄袭，两种情况均得 0 分
- 每人最高得分为 100 分

Problem assignment

题目 3：随机采样 (10 points)

我们学习过通过随机变量 x 的累积分布函数(cumulative distribution function, CDF) F_x 的逆函数，及一个均匀分布上的随机抽样，完成对随机变量 x 进行间接采样的方法。对于一个 Laplace 随机变量 x ，假设它的均值为 0，方差为 1，其概率密度 $p(x)$ 为：

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-\sqrt{2}|x|) \quad x \in \mathbb{R}$$

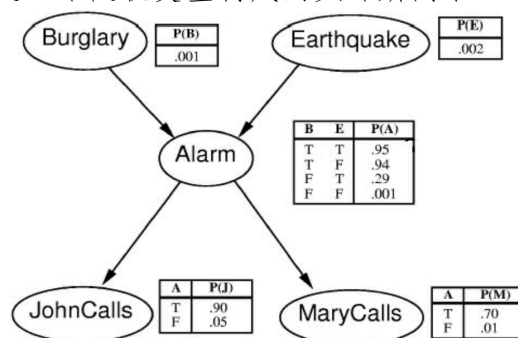
对应的 CDF F_x 为：

$$F_x(\alpha) = \int_{-\infty}^{\alpha} \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-\sqrt{2}|u|) du$$

试推导 $y = F_x(\alpha)$ 的逆函数，通过一个均匀分布的随机抽样，实现对 $x \sim p(x)$ 的抽样，并得到对应的 100 个独立等分布的样本。

题目 4：推断和采样 (20 points)

邻居 John 或 Mary 在听到我家的警铃响时，可能会给我打电话，警铃响可能因为发生地震或强盗。Burglary、Earthquake、Alarm、JohnCalls、MaryCalls 的取值可以是 True 或 False。这 5 个随机变量构成的贝叶斯网络如下图所示。



(1) 试通过精确推断（例如，变量消去法）计算后验概率 $P(\text{Burglary} | \text{JohnCalls} = \text{true}, \text{MaryCalls} = \text{false})$ ，计算后验概率 $P(\text{Burglary}, \text{Earthquake} | \text{JohnCalls} = \text{true}, \text{MaryCalls} = \text{false})$ 。

(2) 试通过 Gibbs 抽样，生成近似其真实分布的 100 个样本。并分析如何判断预热期结束。

题目 5：隐马尔可夫模型 (30 points)

本题目考查一个股票量化交易任务。假设状态个数 $|Q|=3$ ，可以简单地认为是“牛市”、“熊市”、“稳定市场”。状态到观测的发射模型是一个多项式分布。假设输出的观测个数 $|O|=5$ ，分别对应的含义如下表。

output symbol	description	% daily change
1	large drop	< -2%
2	small drop	-2% to -1%
3	no change	-1% to 1%
4	small rise	1% to 2%
5	large rise	> 2%

考虑序列长度 $T=100$ ，对应为 100 个连续的交易日。假设 HMM 的模型参数已知

(已经通过 EM 算法在一个较大的数据集上完成了参数的估计), 数据来源于 Yahoo! 金融。在 `hmm_params.dat` 文件中, 可以看到下面的参数:

transition: 状态转移矩阵, $transition(i, j) = P(q_{t+1} = j | q_t = i)$

prior: 状态的先验, $prior(i) = P(q_0 = i)$

emission: 发射概率矩阵, $emission(i, j) = P(o_t = j | q_t = i)$

price_change: 观测, $price_change(i) = \frac{price(i) - price(i-1)}{price(i-1)}$

本题目的任务是根据模型参数, 完成100个交易日上的推断, 并预测接下来的28天(4个礼拜)的观测值:

- (1) 根据时间序列 $t = 1, \dots, 100$ 上的观测, 使用 Forward-Backward 算法推断其背后的隐状态, 即计算 $P(q_t = i | o_1, o_2, \dots, o_{100}), i = 1, 2, 3$, 并绘制 $t = 1, \dots, 100$ 上三个不同状态对应的状态序列。
- (2) 采用 Viterbi 算法, 推断时间序列 $t = 1, \dots, 100$ 上最可能的状态序列 q_1, q_2, \dots, q_{100} 。
- (3) 推断时刻 $t = 101, \dots, 128$ 上的输出。使用前向算法估计 $P(q_{t-1} | o_{t-101}, o_{t-100}, \dots, o_{t-1})$, 其中 $o_{t-101}, o_{t-100}, \dots, o_{t-1}$ 为已知输出。通过状态转移矩阵, 从 $P(q_{t-1})$ 计算 $P(q_t)$ 。从 $P(q_t)$ 中抽样一个 \hat{q}_t , 从 $P(o_t | \hat{q}_t)$ 中抽样得到一个 \hat{o}_t 。与 $t = 101, \dots, 128$ 上的标准输出做对比, 计算模型预测的准确率。重复100次, 计算预测结果的均值和方差。

附加题 (BONUS: 10 points)

如果你的老师计划投资股票, 你是否建议她使用上述你构建的模型。为什么?