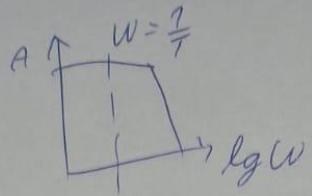


$$d) A(w) = |H(jw)|$$

$$|z| = \sqrt{R_e^2 + m^2}$$

$$\gamma_{dB} = 20 \lg x$$

$$A|_{dB} = 2 \lg A_w$$



St. că sist. stabil se def. marginea de amplitudine  $M_{AW}$   
și marginea de fază  $M\varphi_W$

$$M_{AW} = \frac{1}{|H_d(jw)|\pi} \quad M\varphi_W = 180^\circ + \arg[H_d(jw)]$$

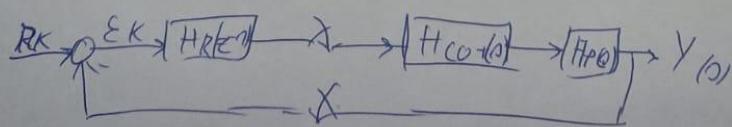
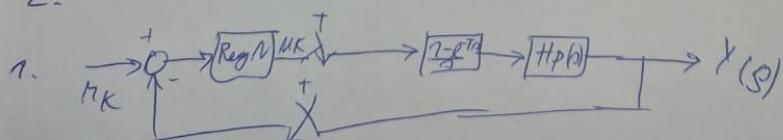
$$M_A = (4:12) \cdot dB \quad M\varphi = (30^\circ : 60^\circ)$$

5) răsp. indicial

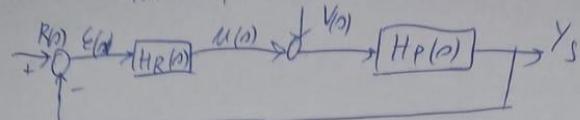
$$Y(s) = H_d(s) \cdot R(s) \quad H_d(s) = \frac{w_m^2}{s^2 + 2w_m s + w_m^2}$$

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

2.



$$H_d(s) = H_R(s) \cdot H_P(s)$$



$$\text{Randă neg.} \Rightarrow \frac{H_i(s)}{\gamma + H_i(s) \cdot G_i} \quad R(s) = \frac{1}{\gamma}$$

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{\gamma + H_d(s)}$$

$$H_{dR}(s) = \frac{H_P(s)}{\gamma + H_d(s)}$$

Croarea în regim statiosnăr pt. referință și perturbatie sub formă de treapta

$E_d = 0$  atât pt. referință treapta cât și pt. perturbatie

Perturbația integratorului se calculează directă ( $\Leftrightarrow$  fct. de transfer are un pol pe origine)

Croarea în regim statiosnăr pt. semnal etogene de tip treapta unitară și răspuns unitar.

$$E_{st} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{P \cdot \frac{1}{s}}{\gamma + H_d(s)} \quad E_V = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{P \cdot \frac{1}{s^2}}{\gamma + H_d(s)}$$

Pt. stabilitate polii lui  $H_d(s)$  aparțin  $\mathbb{C}_+$ , adică numitorul = 0

a) Calc.  $H_d(jw)$  unde  $s$  înloc. cu  $jw$

b) Despartiți în  $P = \text{real} + i\text{im}\text{ag}.$   $V(w) = P \text{ real}$  (fără  $j$ )

și  $V(w) = n \text{ im}\text{ag}$  (fără  $j$ )

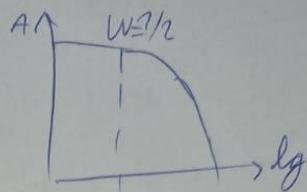
c)  $H_d(s) = \frac{K}{s^2 (s + T_1 s)(s + T_2 s) \dots (s + T_m s)}$ , identifici  $K, \alpha, T$

$w = \frac{1}{T}$  (dacă avem mai multe  $T$ , avem și mai multă  $w$ )

$$X|_{dB} = 20 \lg X \quad \text{calc. } A(w) \text{ in decibels}$$

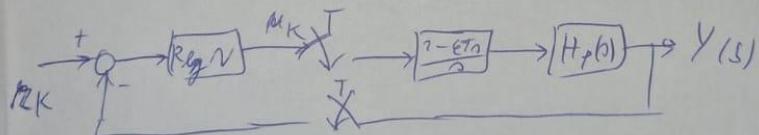
$$A|_{dB} = 20 \lg \frac{10}{W} \sqrt{\frac{1}{\pi^2 + 4w^2}}$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \psi = -\frac{\pi}{2}$$



$$5) Y(s) = H_d(\omega) \cdot R(\omega) = \frac{10}{2\omega^2 + \omega + 10} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{10}{2\omega^3 + \omega^2 + 10\omega} = \\ = \frac{5}{\omega^2 + 0,5\omega + 5}$$

$$2. \eta H_p(\omega) = \frac{0,7}{(\omega + 0,7)(0,7\omega + 7)}$$



$$2) H_c(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[ \frac{H_p(\omega)}{\omega} \right] = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[ \frac{1}{\omega(2\omega^3 + \omega^2 + 10\omega)} \right] \\ = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[ \frac{1}{\omega(2\omega^3 + \omega^2 + 10\omega)} \right] =$$

$$H_{0V}(\omega) = \frac{H_4}{\omega + \frac{10}{2(\omega+1)}} = \frac{\frac{0,5}{\omega+0,1}}{\omega + \frac{10}{2(\omega+1)}} = \frac{\frac{0,5}{\omega+0,1}}{\omega(2\omega+1)+10} = \frac{0,5}{\omega+0,1} \cdot \frac{\omega(2\omega+1)}{\omega(2\omega+1)+10}$$

$$= \frac{0,5 \omega(2\omega+1)}{(\omega+0,1)(2\omega^2+\omega+10)}$$

2)  $\varepsilon_{st} = 0$  atât pentru perturbație cat și pentru referință  
freuță

3)  $D = b^2 - 4ac$        $2\omega^2 + \omega + 10 = 0 \Rightarrow D = 1 - 80 = -79$

$$\rho_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm i\sqrt{79}}{4} = \left. \begin{array}{l} \rho_1 = \frac{-1 + i\sqrt{79}}{4} \\ \rho_2 = \frac{-1 - i\sqrt{79}}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{exist este stabil}$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{-79} = i\sqrt{79}$$

$$4) H_d(j\omega) = \frac{10}{j\omega(2j\omega+1)} = \frac{10(1-2j\omega)}{j\omega(1+4\omega^2)} = \frac{10j(1-2j\omega)}{-\omega(1+4\omega^2)} =$$

$$= \frac{10j + 20\omega}{-\omega(1+4\omega^2)} = -\frac{20}{1+4\omega^2} - \frac{10j}{\omega(1+4\omega^2)}$$

$$V(\omega) = -\frac{20}{1+4\omega^2} \quad V(\omega) = -\frac{10}{\omega(1+4\omega^2)}$$

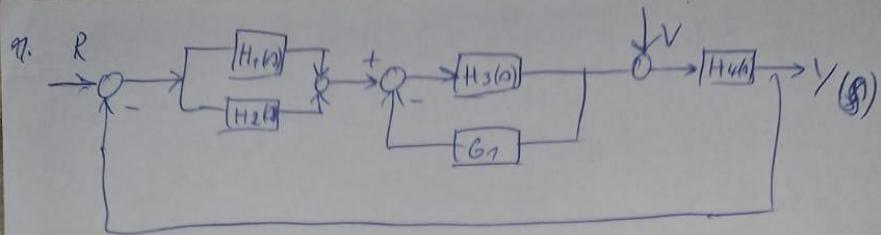
$$K = 10, \lambda = 1, T = 2$$

$$\omega = \frac{\gamma}{T} = \frac{\gamma}{2}$$

$$A(\omega) = |H(j\omega)|$$

$$|Z| = \sqrt{Re^2 + im^2} = \sqrt{\left(-\frac{20}{1+4\omega^2}\right)^2 + \left(-\frac{10}{\omega(1+4\omega^2)}\right)^2} = \sqrt{\frac{400\omega^2 + 100}{\omega^2(1+4\omega^2)}} =$$

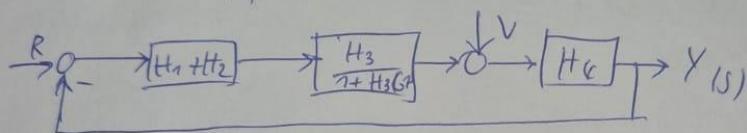
$$= \sqrt{\frac{100(4\omega^2+1)}{\omega^2(1+4\omega^2)^2}} = \frac{10}{\omega} \sqrt{\frac{1}{1+4\omega^2}}$$



$$H_1(s) = 10 \quad H_3(s) = \frac{7}{s} \quad H_4(s) = \frac{0.5}{s+0.7}$$

$$H_2(s) = \frac{7}{s} \quad G_1(s) = 0.5$$

?  $H_d(s)$ ,  $H_{0v}(s)$ ,  $H_{0r}(s) = ?$



$$H_d(s) = H_R(s) \cdot H_p(s) =$$

$$= (H_1 + H_2) \cdot \frac{H_3}{s + H_3 G_1} \cdot H_4 = \left(10 + \frac{7}{s}\right) \cdot \frac{\frac{7}{s}}{s + \frac{7}{s} \cdot 0.5} \cdot \frac{0.5}{s+0.7}$$

$$= \left(\frac{10s+7}{s}\right) \cdot \frac{\frac{7}{s}}{s + \frac{7}{s} \cdot 0.5} \cdot \frac{0.5}{s+0.7} =$$

$$= \frac{10s+7}{s} \cdot \frac{\frac{7}{s}}{\frac{7}{s}(s+0.5)} \cdot \frac{0.5}{s+0.7} = \frac{10s+7}{s} \cdot \frac{1}{s+0.5} \cdot \frac{5}{10s+7} =$$

$$= \frac{10}{s(2s+1)}$$

$$H_{0r}(s) = \frac{\frac{10}{s(2s+1)}}{s + \frac{10}{s(2s+1)}} = \frac{\frac{10}{s(2s+1)}}{\frac{s(2s+1)+10}{s(2s+1)}} = \frac{10}{s(2s+1)+10} = \frac{10}{2s^2+7s+10}$$

## 9 Iota - Sisteme Discrete

Diferența majoră dintre discretul procesului și cel al regulatorului este prezența extrapolatorului în cazul procesului.

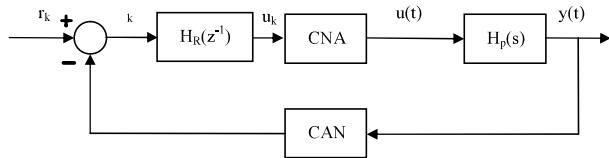


Fig. 47: Structura de reglare numerică cu CAN și CNA.

Din cele două convertoare, prin simplificare, se ajunge la: - ceas pentru discretizare - extrapolator pentru transformarea comenzi din comandă numerică în comandă cvasi-continuă

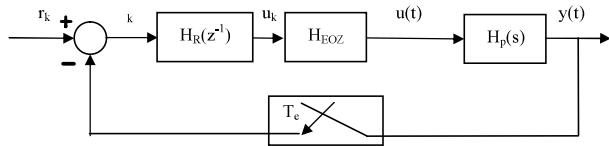


Fig. 48: Structura de reglare numerică Extrapolator și ceas pentru discretizare.

Un extrapolator de ordin zero “completează” perioadele de eșantionare cu o funcție constantă a cărei valoare este egală cu ultima valoare calculată a comenzi  $u_k$ .

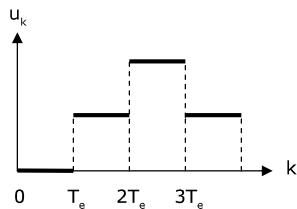


Fig. 49: Forma semnalului la ieșirea din extrapolator.

Pentru extrapolatorul de ordin zero (EOZ):

$$H_{EOZ}(s) = \frac{1 - e^{-T_e s}}{s}$$

(adică diferența dintre o treaptă și o treaptă întârziată cu  $T_e$ ).

**EOZ este inclus în CAN.** Așadar, echivalentul discret al procesului este:

$$H_C(z^{-1}) = Z \{ H_{EOZ}(s) \cdot H_P(s) \} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow H_C(z^{-1}) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-T_e s}}{s} \cdot H_P(s) \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left\{ \frac{H_P(s)}{s} \right\}$$

deoarece

$$e^{-T_e s} \rightarrow z^{-1}$$

**Formule de interes:**

$$Z \left\{ \frac{1}{s+a} \right\} = \frac{1}{1 - z^{-1} \cdot e^{-a \cdot T_e}}$$

$$Z \left\{ \frac{1}{s} \right\} = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

$$e^{-0.1} \approx 0.9$$

## 9.1 Regulatorul din clasa PID, de poziție și incremental

Forma regulatorului ideal din clasa PID este:

$$u(t) = K_r \left( 1 + \frac{1}{T_i} \int \epsilon(\tau) d\tau + T_d \frac{d\epsilon(t)}{dt} \right) \quad (152)$$

Folosind metoda Euler pentru discretizarea regulatorului (și aproximarea integralerelor) obținem:

$$u_k = K_r \left[ \epsilon_k + I_{k-1} + \frac{T_e}{T_i} \epsilon_k + \frac{T_d}{T_e} (\epsilon_k - \epsilon_{k-1}) \right] \quad (153)$$

unde:

$$I = \int \epsilon(\tau) d\tau$$

$$I_k = I_{k-1} + T_e \epsilon(\tau)$$

sau

$$u_k = K_r \left[ \epsilon_k + \frac{T_e}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} \epsilon_i + \frac{T_d}{T_r} (\epsilon_k - \epsilon_{k-1}) \right] \quad (154)$$

**Atenție!** Componenta  $I_k$  se initializează cu  $I_0 = 0$ .

Pentru a elimina neajunsul algoritmului de poziție, care trebuie inițializat, putem obține comanda sub formă incrementală:

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k \quad (155)$$

unde

$$\begin{aligned} \Delta u_k &= u_k - u_{k-1} = q_0 \epsilon_k + q_1 \epsilon_{k-1} + q_2 \epsilon_{k-2} & (156) \\ q_0 &= K_r \left[ 1 + \frac{T_e}{T_i} + \frac{T_d}{T_e} \right] \\ q_1 &= -K_r \left[ 1 + 2 \frac{T_d}{T_e} \right] \\ q_2 &= K_r \frac{T_d}{T_e} \end{aligned}$$

Comanda descrisă prin 155 este cunoscut sub denumirea regulator din clasa PID incremental.

## 9.2 Discretizarea legilor de reglare

Pentru **discretizarea algoritmilor continu**, se pot aplica două variante:

$$\begin{cases} \text{Euler: } \frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_e}{1 - z^{-1}} \\ \text{Tustin: } \frac{1}{s} \rightarrow \frac{2}{T_e} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \end{cases} \quad (157)$$

Unde  $T_e$  este perioada de eşantionare convenabil aleasă. În practică perioada de eşantionare se alege astfel:

$$\begin{cases} T_e \cong \left( \frac{1}{16} \div \frac{1}{15} \right) t_t, \text{ în cazul general} \\ T_e \cong (0.3 \div 1)\tau, \text{ pentru procese cu timp mort} \end{cases} \quad (158)$$

**Timpul mort discret:** se definește ca fiind numărul de perioade de

eșantionare cuprinse în timpul mort continuu

$$e^{-\tau s} \rightarrow z^{-d} \text{ unde } d \text{ este timpul mort discret}$$

$$d = \frac{\tau}{T_e} \in \mathbb{Z}^+ \text{ (} T_e \text{ trebuie să impartă } \tau \text{ exact)}$$

**Atenție!** Verificarea implementabilității regulatoarelor discrete se realizează prin verificarea termenului liber al numitorului, care trebuie să fie diferit de 0.

### 9.3 Metoda răspunsului impus

Această metodă se aplică pentru proiectarea regulatoarelor numerice

**Pas 0.** Se discretizează procesul alegând corespunzător  $T_e$  și se obține  $H_C(z^{-1})$

**Pas 1.** Se impune:

$$H_0^d(z^{-1}); d - dorit$$

pe baza răspunsului impus pentru sistemul de reglare  $y(z^{-1})$

**Pas 2.** Se calculează:

$$H_d^d(z^{-1}) = \frac{H_0^d(z^{-1})}{1 - H_0^d(z^{-1})}$$

**Pas 3.** Se calculează:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{1}{H_C(z^{-1})} \cdot H_d^d(z^{-1})$$

**Obținerea  $H_0^d(z^{-1})$  și  $y(z^{-1})$ :**

Fie impus  $y(0) = y_0, y(T_e) = y_1, y(2T_e) = y_2, y(3T_e) = y_3, \dots, y(kT_e) = y_k$

Atunci:

$$Y(z^{-1}) = y_0 + y_1 z^{-1} + y_2 z^{-2} + \dots + y_k z^{-k}$$

$$H_0^d(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{R(z^{-1})} \text{ deoarece exprimă transferul de la referință la ieșire}$$

iar

$$R(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \rightarrow \text{treaptă}$$

Atunci:

$$\begin{aligned} H_0^d(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(y_0 + y_1z^{-1} + y_2z^{-2} + \dots + y_kz^{-k} + \dots) = \\ &= y_0 + (y_1 - y_0)z^{-1} + (y_2 - y_1)z^{-2} + \dots \end{aligned}$$

Datorită faptului că în regim staționar:

$y_m = y_{m+1} = \dots = 1$   
atunci  $H_0^d(z^{-1})$  nu este o serie infinită

**Verificare:** Suma coeficienților lui  $H_0^d(z^{-1}) = 1$

**Regulatoarele numerice** au forma generală:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{S(z^{-1})}{R(z^{-1})} = \frac{s_0 + s_1z^{-1} + \dots + s_nz^{-n}}{1 + r_1z^{-1} + \dots + r_mz^{-m}}$$

iar **comanda inițială**:

$$u_0 = \frac{s_0}{r_0} = \frac{s_0}{1} = s_0$$

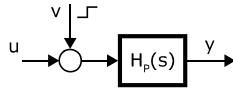
### Implementare

Realizarea în vederea implementării este forma comenții  $u_k$  la pasul curent ( $k$ ) în funcție de valorile anterioare ale comenții, valoarea curentă a erorii și valorile anterioare ale erorii:

$$\begin{aligned} H_R(z^{-1}) &= \frac{S(z^{-1})}{R(z^{-1})} = \frac{U(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} \Rightarrow \\ \Rightarrow u_k &= s_0\varepsilon_k + \sum_{i=1}^n s_i\varepsilon_{k-i} - \sum_{j=1}^m r_j\varepsilon_{k-j} \end{aligned}$$

## 9.4 Probleme rezolvate

**Problema 1.** Se consideră procesul caracterizat prin modelul:



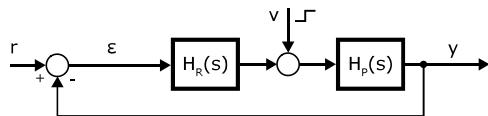
$$H_P(s) = \frac{10}{s + 10} e^{-10s} \cdot \frac{1}{30s + 1}$$

Se cere:

- a) SRA care asigură urmărirea referinței și rejecția perturbațiilor.
- b) Algoritmul de reglare care asigură  $t_t \leq 25\text{sec}$ ,  $\varepsilon_{st} = 0$  și răspuns aperiodic.
- c) Discretizați algoritmul proiectat.
- d) Echivalentul discret al părții fixate.
- e) Proiectarea unui algoritm numeric care să asigure un răspuns de forma:  $Y(0) = Y(T) = Y(2T) = 0; Y(3T) = 0.7; Y(4T) = Y(5T) = \dots = 1$ .
- f) Calculați comenziile inițiale pentru cei 2 algoritmi de reglare și realizați o comparație a acestora.
- g) O realizare a algoritmului proiectat în vederea implementării.

**REZOLVARE:**

- a) Se alege SRA standard:



Pentru rejecția perturbației treaptă, este necesară prezența unui element integrator în  $H_R(s)$ .

Analiza de proces:

$$H_P(s) = \frac{10}{s + 10} e^{-10s} \cdot \frac{1}{30s + 1} = \frac{1}{(0.1s + 1)(30s + 1)} e^{-10s}$$

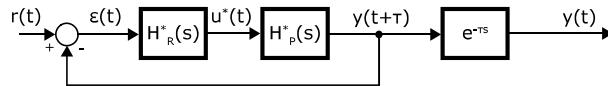
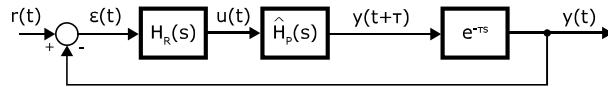
$T_1 = 30\text{sec} \rightarrow$  proces lent

$T_\sigma = 0.1\text{sec} \rightarrow$  de 300 de ori mai mică decât  $T_1$  - se poate neglijă

Așadar:

$$H_P(s) \approx \frac{1}{30s+1} e^{-10s}$$

b) Procesul are timp mort, aşadar se aplică metoda Predictorului Smith



Se dorește:

$$H_0(s) = H_0^*(s) \Leftrightarrow \frac{H_R(s) \cdot H_P^*(s) \cdot e^{-\tau s}}{1 + H_R(s) \cdot H_P^*(s) \cdot e^{-\tau s}} \equiv \frac{H_R^*(s) \cdot H_P^*(s) \cdot e^{-\tau s}}{1 + H_R^*(s) \cdot H_P^*(s) \cdot e^{-\tau s}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_R(s) = \frac{H_R^*(s)}{1 + H_R^*(s) \cdot H_P^*(s)(1 - e^{-\tau s})}$$

unde:

$$\begin{cases} \tau = 10\text{sec} \\ H_P^*(s) = \frac{1}{30s+1} \\ H_R^* - se calculează prin metodele cunoscute \end{cases}$$

**Observație:** Timpul tranzitoriu pentru aflarea lui  $H_R^*(s)$  este  $t_t^*$ .

unde  $t_t^* = t_t - \tau \Rightarrow t_t^* \leq 15\text{sec}$

Se aplică metoda poli-zeroare pentru găsirea lui  $H_R^*$ .

Se impune  $H_0$  din condițiile de performanță:

-răspuns aperiodic:

$$H_0^*(s) = \frac{k_0}{T_0 s + 1}$$

-eroare staționară nulă:

$$k_0 = 1$$

-temp tranzitoriu:

$$t_t^* \leq 15 \Rightarrow 3T_0 \leq 15 \Rightarrow \text{se alege } T_0 = 5\text{sec}$$

Rezultă

$$H_0^*(s) = \frac{1}{5s + 1} \Rightarrow H_d^*(s) = \frac{1}{5s}$$

$$H_R^*(s) = H_d^*(s) \frac{1}{H_P^*(s)} = \frac{30s + 1}{5s}$$

De aici rezultă

$$H_R(s) = \frac{\frac{30s+1}{5s}}{1 + \frac{1}{5s} - \frac{1}{5s}e^{-10s}} = \frac{30s + 1}{5s + 1 - e^{-10s}}$$

c) Discretizarea algoritmului de reglare

Se alege metoda Euler și  $T_e = 10 \cdot 1 = 10\text{sec}$

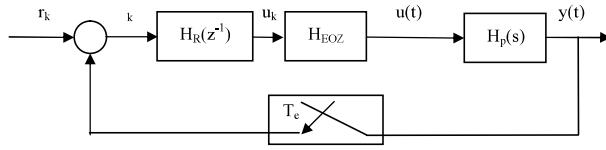
$$H_R(z^{-1}) = \frac{30 \cdot \frac{1-z^{-1}}{10} + 1}{5 \cdot \frac{1-z^{-1}}{10} + 1 - z^{-d}}$$

$$d = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow H_R(z^{-1}) = \frac{40-30z^{-1}}{15-15z^{-1}}$$

Verificarea implementabilității: termenul liber al numitorului este  $\neq$  zero.

d) Echivalentul discret al părții fixate se referă la echivalentul discret al procesului!

Structura de reglare cu regulator numeric:

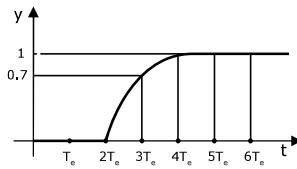


Echivalentul discret al procesului este:

$$H_C(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left\{ \frac{H_P(s)}{s} \right\}$$

Se alege  $T_e = 5$

**Explicație:** La punctul următor al problemei se dă forma răspunsului sistemului în buclă închisă:



Se observă că timpul mort  $\tau$  se întinde pe 2 perioade de eşantionare  $T_e$  de unde rezultă că  $d=2$ . Așadar:

$$T_e = \frac{\tau}{d} = \frac{10}{2} = 5 \text{ sec}$$

$$H_C(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left\{ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-10s}}{30s + 1} \right\}$$

$$e^{-10s} \rightarrow z^{-d} \text{ unde } \frac{10}{T_e} = 2$$

Așadar:

$$H_C(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-2} \cdot Z \left\{ \frac{1}{s(30s + 1)} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-2} \cdot Z \left\{ \frac{1}{s} - \frac{30}{30s + 1} \right\}$$

$$H_C(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-2} \cdot \left( \frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - z^{-1} \cdot e^{-\frac{5}{30}}} \right)$$

$$e^{-\frac{5}{30}} = e^{-\frac{1}{6}} \approx e^{-0.2} = (e^{-0.1})^2 \approx 0.81$$

$$H_C(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-2} \cdot \frac{1 - 0.81z^{-1} - 1 - z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - 0.81z^{-1})}$$

$$H_C(z^{-1}) = \frac{0.19z^{-1}}{1 - 0.81z^{-1}} \cdot z^{-2}$$

**Verificarea ordinului procesului:**

$z^{-2} \rightarrow$  timp mort

Înmulțind cu  $z$  se obține:

$$\frac{\text{polinom de grad 0}}{\text{polinom de grad 1}} - \text{asemenea procesului continuu}$$

e) Dându-se forma răspunsului, alegem pentru proiectare metoda răspunsului impus:

$$y_0 = y_1 = y_2 = 0; y_3 = 0.7; y_4 = y_5 = \dots = 1$$

Pas 1.

$$H_0^d(z^{-1}) = 0 + (0 - 0)z^{-1} + (0 - 0)z^{-2} + (0.7 - 0)z^{-3} + (1 - 0.7)z^{-4} + (1 - 1)z^{-5} + (1 - 1)z^{-6} + \dots$$

$$\Rightarrow H_0^d = 0.7z^{-3} + 0.3z^{-4}$$

**Verificare:**  $0.7 + 0.3 = 1$

Pas 2.

$$H_d^d(z^{-1}) = \frac{0.7z^{-3} + 0.3z^{-4}}{1 - 0.7z^{-3} - 0.3z^{-4}}$$

Pas 3.

$$H_R(z^{-1}) = \frac{0.7z^{-3} + 0.3z^{-4}}{1 - 0.7z^{-3} - 0.3z^{-4}} \cdot \frac{1 - 0.81z^{-1}}{0.19z^{-1}} \cdot z^2$$

$$\Rightarrow H_R(z^{-1}) = \frac{0.7 - 0.26z^{-1} - 0.24z^{-2}}{0.19 - 0.14z^{-3} - 0.06z^{-4}}$$

6. Comanda inițială a regulatorului proiectat la punctul c):

$$u_0^c = \frac{40}{15} = 2.66$$

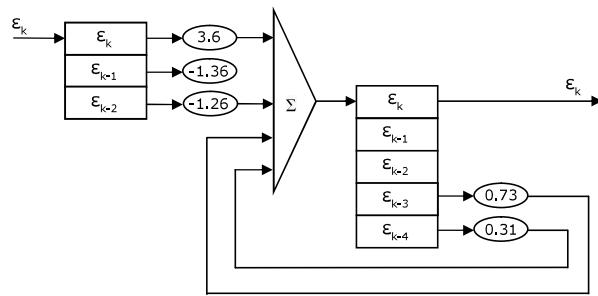
Comanda inițială a regulatorului proiectat la punctul e):

$$u_0^e = \frac{0.7}{0.19} = 3.68$$

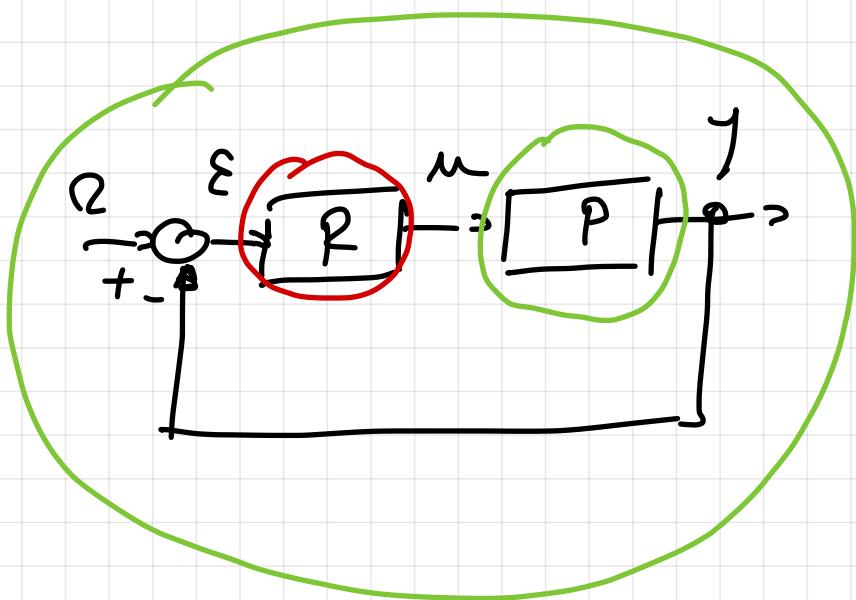
Comparație:

- comanda inițială mai mică este obșinută pentru o perioadă de eșantionare mai mare
  - perioada de eșantionare mai mare  $\rightarrow$  gradele polinoamelor lui  $H_R(z^{-1})$  sunt mai mici  $\rightarrow$  mai puțini registrii de memorie necesari la implementare
- f) Realizare în vederea implementării

$$u_k = 3.6\epsilon_k - 1.36\epsilon_{k-1} - 1.26\epsilon_{k-2} + 0.73u_{k-3} + 0.31u_{k-4}$$



## Met. rabi - zeraun



$H_o(n)$   $\rightarrow$  comp. inductivitate  
inchisă  
↳ cunoscut

$$H_d(n) = \frac{H_o(n)}{1 - H_o(n)}$$

$$\underline{H_R(n)} = H_d(n) \cdot \frac{1}{H_P(n)}$$

Analogie :

$$a \circ x = b$$

analog

$$h \approx H_0$$

$a \rightarrow$  cunosc

$b \rightarrow$  cunosc

analog

$$a \approx H_p$$

Pagini :

1) Construiesc  $H_o(n)$  pe baza condițiilor de perf.

$$2) H_d = \frac{H_0}{1 - H_0}$$

$$3) H_R = H_d \cdot \frac{1}{H_p}$$

Cum construiesc  $H_o$  pe baza condițiilor de perf.

|||

Construiesc  $H_o(n)$  a cărui răsp.  
indicial respectă perf. impuse

Obs : Ca  $H_R(n)$  obținut prin MPZ să fie simplicativ ( $\ell_{H_R} \geq 0$ )

trebuie ca  $\underline{\ell_{H_0} > \ell_{H_P}}$   
Cand. implementabilitate

Caz 1  $H_P(n) \rightarrow$  ord. 1

$$H_P(n) = \frac{K_P}{T_P n + 1}$$

Aleg  $H_0 \rightarrow$  ord 1  $H_0(n) = \frac{K_0}{T_0 n + 1}$

Cum aleg  $K_0, T_0$  pentru a satisface cond. de perf.

$$\left\{ \begin{array}{l} t_+ \leq \text{■} \\ T \leq \text{■} \\ \varepsilon_{ST} = 0 \end{array} \right.$$

$$\varepsilon_{ST} = 0 \Rightarrow \boxed{K_0 = 1}$$

$$H_0 \rightarrow \text{ord. 1} \Rightarrow T = 0 \quad \nexists K_0, T_0$$

$$t_+ \leq \text{blue} \Rightarrow 3 \cdot T_0 \leq \text{blue} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_0 \leq \text{blue}/3 \rightarrow \text{Aleg a amplitud val. pt. } T_0$$

Calculate  $H_0$

$$H_d \xrightarrow{\quad} H_R$$

$$K_0 = 1 \\ T_0 \leftarrow$$

Case 2  $H_P \rightarrow \text{ord. 2}$

$$H_P = \frac{\omega_{n_p}^2}{D^2 + 2\zeta_p \omega_{n_p} D + \omega_{n_p}^2}$$

$\Rightarrow$  Aleg  $H_0 \rightarrow \text{ord. 2}$

$$H_0 = \frac{\omega_{n_0}^2}{D^2 + 2\zeta_0 \omega_{n_0} D + \omega_{n_0}^2}$$

Determin  $\omega_{m_0}, \zeta_0$  pe baza cond de perf.

$$E_{ST} = 0 \quad DA \quad \nabla \omega_{m_0}, \zeta_0$$

$$\text{Det } \omega_{m_0}, \zeta_0 \rightarrow t_+, \Gamma$$

1) formule de calcul analitic

$$\Gamma = \ell \frac{\frac{-\pi \cdot \zeta_0}{\sqrt{1-\zeta_0^2}}}{\leq}$$

$$t_+ = \frac{\ln(0,05 \sqrt{1-\zeta_0^2})}{-\zeta_0 \cdot \omega_{m_0}} \leq$$

2) tabel de valori pt.  $\Gamma, \zeta$

$\zeta$	0,2	0,3	0,6	0,7	0,8	0,9
$\Gamma$	52%	25%	10%	4,3%	1,5%	0,15%

Cu  $\zeta$  ca în tabel pe harta  
constr. că  $T$  îl înconjură în  
euc. 2  $\rightarrow$  det. pe  $w_{m_0}$

$$3) \quad \zeta_0 \in [0,6 \div 0,8]$$

$$t_f \approx \frac{L}{\zeta_0 \cdot w_{m_0}}$$

Aleg  $\zeta_0 = 0,6$  sau  $0,7$  sau  $0,8$   
în funcție de  $T \leq$

înconjură  $\zeta_0$   $t_f \approx \frac{L}{\zeta_0 \cdot w_{m_0}} \leq$

$$\Rightarrow w_{m_0} \geq$$

Să substituim  $\zeta_0$ ,  $w_{m_0}$  în expr.

$$H_o(n) \rightarrow H_d(n) \rightarrow H_R(n)$$

Cart 3

$H_p > \text{ord. } 2$

$$l_{H_P} > 2$$

$$\text{Constr. } H_0 = \boxed{\text{Sint. ord 2}}$$

$$\frac{\bar{U}_i R_j}{\bar{U}_i (R + R_j)} \cdot \boxed{\text{Sint. and 2}}$$

aniversar respectarea  
cond. de perf

(car 2)

anger  
concl.  
imp.

Ex:  $H_P \rightarrow \text{ord } 3$

$H_p \rightarrow$  ord 5

$$H_0 = \frac{\omega_{m_0}^2}{D^2 + 2\left\{ \omega_{m_0} D + \omega_{m_0}^2 \right\}} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{(D+R_1)(D+R_2)(D+R_3)}$$



int. polilor să nu afecteze  
prea mult perf. „furnitata“  
de comp. de ord. 2

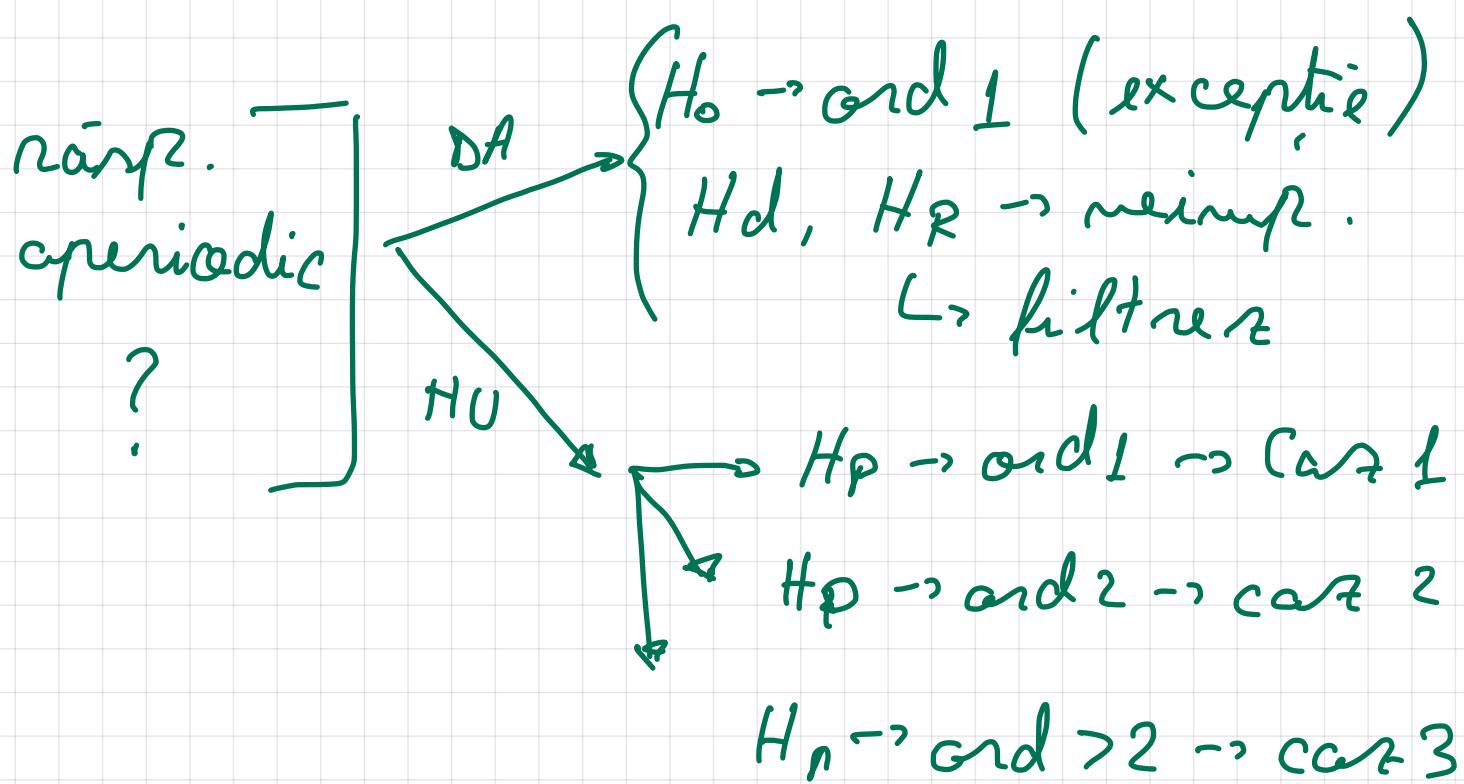
$$R_j \approx (5 \div 6) \omega_m$$

Ihs !!! Excepție cond. imp.

Dacă ne cere răsp. apus. ( $\nabla = 0$ )  
atunci aleg  $H_0 \rightarrow$  ord. 1 + gradul  
lui  $H_p$

$\Rightarrow$  Concentrația  $\rightarrow$  Faza de inhibație  
ca  $H_R$  să rezulte reacție.

$\Rightarrow$  Filtratii  $\rightarrow$  implementarea



$$P_1. \quad H_P(n) = \frac{100}{(n+2)(50n+1)}$$

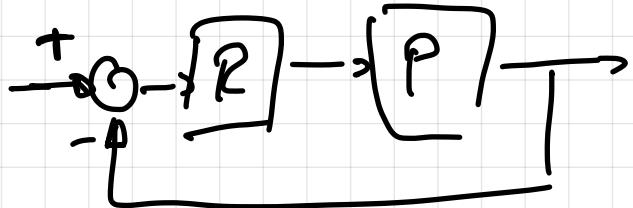
a) SRA

b) ramp. aper.

$$t_f \leq 100 \text{ ms.}$$

$$\varepsilon_{ST} = 0$$

a)



b)

$$H_P(n) = \frac{50}{(0.5n+1)(50n+1)}$$

$$T_1 = 25 \text{ nsec}$$

$$T_2 = 50 \text{ nsec}$$

}  $\rightarrow$  Lent au c.p.

$$H_P \approx \frac{50}{50n+1} \rightarrow \text{ord. 1.}$$

$$\Rightarrow H_o \rightarrow \text{ord. 1}$$

$$H_o = \frac{K_o}{T_o n + 1}$$

$$\varepsilon_{ST} = 0 \Rightarrow K_o = 1$$

$$t_f \leq 100 \text{ nsec} \Rightarrow 3 \cdot T_o \leq 100 \text{ nsec} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_o \leq 100/3 \text{ nsec}$$

Aleg.  $T_o = 30 \text{ nsec}$ .

$$H_0 = \frac{1}{30n+1} \Rightarrow H_d = \frac{H_0}{1-H_0} = \frac{l}{30n}$$

$$H_R = H_d \cdot \frac{1}{H_P} = \frac{l}{30n} \cdot \frac{50n+1}{50} =$$

$$= \frac{50n+1}{1500n} \rightarrow PI \quad --- \quad K_R = ?$$

$$T_i = ?$$

P2)

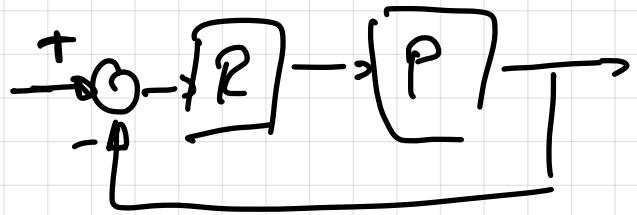
$$H_P(n) = \frac{1}{(2n+L)(5n+L)}$$

a) SRA

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau \leq 5\%, \\ t_f \leq 17 \text{ sec} \\ \varepsilon_{ST} = 0 \end{array} \right.$$

a)



$$\text{br}) \quad H_P(s) = \frac{1}{(2s+L)(5s+L)}$$

Analiza proces

$$\begin{aligned} T_1 &= 2 \text{ sec} \\ T_2 &= 5 \text{ sec} \end{aligned} \quad \left. \right\}$$

P. rapid fârâi c. r.

 $H_P \rightarrow$  ord. 2.

Aleg  $H_0 \rightarrow$  ord ?  $H_0 = \frac{\omega_{m_0}^2}{s^2 + 2\zeta_0 \omega_{m_0} s + \omega_{m_0}^2}$

$$\varepsilon_{ST} = 0 \quad \checkmark \quad \text{f} \quad \omega_{m_0}, \zeta_0$$

$$\sigma \leq 5\% \Rightarrow \text{Aleg } \boxed{\zeta_0 = 0, f}$$

$$\zeta_0 \in [0, 6 \div 0, 8] \Rightarrow t_f \approx \frac{1}{\zeta_0 \omega_{m_0}}$$

$$t_+ = \frac{4}{0,7 \cdot \omega_{m_0}} \leq 17 \text{ sec} \quad \leftarrow$$

$$\leftarrow \frac{1}{0,7 \omega_{m_0}} \leq \frac{17}{4} \quad \left| \wedge(-1) \quad \leftarrow \right.$$

$$\leftarrow 0,7 \omega_{m_0} \geq \frac{4}{17} \quad \left| \circ \frac{1}{0,7} \quad \leftarrow \right.$$

$$\omega_{m_0} \geq \frac{4}{17 \cdot 0,7} = \frac{4}{11,9} = 0,33$$

Aleg  $\omega_{m_0} = 0,5$

$$H_0 = \frac{0,25}{\Delta^2 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,5 \cdot \Delta + 0,25} = \frac{0,25}{\Delta^2 + 0,7\Delta + 0,25}$$

$$H_d = \frac{H_0}{1 - H_0} = \frac{0,25}{\Delta^2 + 0,7\Delta + 0,25} \circ \frac{1}{1 - \frac{0,25}{\Delta^2 + 0,7\Delta + 0,25}}$$

$$= \frac{0,25}{\cancel{\Delta^2 + 0,7n + 0,25}} \cdot \frac{\cancel{\Delta^2 + 0,7n + 0,25}}{\cancel{\Delta^2 + 0,7n + 0,25 - 0,25}}$$

$$= \frac{0,25}{\cancel{\Delta^2 + 0,7n}} \rightarrow H_d$$

$$H_R = H_d \cdot \frac{1}{H_P} = \frac{0,25}{\cancel{\Delta^2 + 0,7n}} \cdot \frac{(2n+1)(5n+1)}{1}$$

$$= \frac{0,25(2n+1)(5n+1)}{\Delta^2 + 0,7n}$$

??

$$KR \left( 1 + \frac{1}{T_{iD}} + \frac{\widehat{T_{dN}}}{\widehat{T_F} n+1} \right)$$

## 1-Stabilitatea sistemelor

Sistemul: este un ansamblu din mai multe elemente astfel corectate incat se realizeaza o relatie de cauzalitate intre marimi considerate de intrare(cauze) si un sistem de marimi de ieisre ( efecte).

Sistemul reprezinta modelul matematic al relatiei de cauzalitate INTRARE – IESIRE.

$U \rightarrow Y$  ( u implica y)

$Y = F(a)$  = relatie de cauzalitate

Spunem prin definitie ca un SRA este intern stabil numai daca toate cele opt functii de transfer din ec matricela sunt stabile. Aceasta definitie este echivalenta cu cerinta ca toate semnalele in bucla de reglare sa fie limitate pentru orice multime de marimi exogene  $r(t)$ ,  $v1(t), v2(t)$  si  $n(t)$  limitate.

Stabilitatea sistemelor:

Proprietatea unui sistem de a reveni intr-un regim stationar atunci cand este scos din regimul stationar de miscare, reprezinta stabilitatea sistemului sau daca un sistem este scos din starea de echilibru si apoi sistemul revin la starea de echilibru atunci spunem ca sistemul este stabil.

$$Y(f)^{(t)} = y_{st} + y_t \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} y(f)^t = y(st)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$$

$Y(f) - y$  forta

$Y(t) - y$  tranzitoriu

$Y(st)$  – stationar

Conditia necesara si suficienta ca un sistem sa fie stabil este ca toti polii functiei de transfer sa fie situati in planul stand. Daca polii sunt complet conjugati, partea reala sa fie negativa.

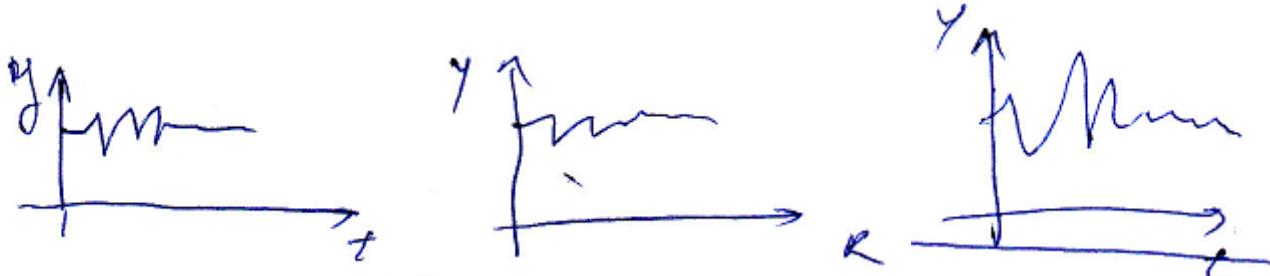
Astfel conditia necesara si suficienta ca ca un SRA sa fie intern stabil este ca radacinile ecuatiei:

$$Bp(s)Q_R(s) + Ap(s)P_R(s) = 0$$

Spunem ca un sistem de reglare automata este intens stabil daca toate functiile de sensibilitate diferite, prin  $T(s)$ ,  $H_r(s)$ ,  $H_p(s)$  au polii situati in semiplanul stang al planului complex.

In plus, se cere sa nu existe compensari de poli instabili intre modelul procesului si modelul regulatorului.

$$P(s) = \alpha_m s^n -> R^{m-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0$$



## 2-Calculul erorii la perturbatie

Orice SRA are ca obiective rejectia perturbatiilor si urmarirea referintei. Abaterea fata de regimul stationar fixat prin program este un indicator important pentru aprecierea calitatii SRA in regim stationar. Pentru diferite tipuri de intrari, SRA raspunde diferit si eroarea in regim stationar pentru intrarile de tip treapta sau in regim permanent pentru intrarile de rampa si parabola pot fi egale cu 0 sau diferite de 0.

Teoretic, este de dorit ca un SRA sa aiba capacitatea de a raspunde la schimbari in pozitie, viteza si acceleratie cu eroarea egala cu 0 in regim stationar. In practica este nerealist sa impunem asemenea cerinte severe de performanta, avand in vedere ca intotdeauna un SRA este supus actiunii unor marimi de tip treapta (pozitie), rampa (viteza), si parabola (acceleratie), fiind dificila satisfacerea cerintei de eroare egala cu 0, simultan pentru toate cele 3 tipuri de semnale polinomiale.

Pentru a evidenția calitatea comportării unui SRA în regim stationar și a selectării indicatorii de performanță, presupunem că SRA este stabil și este caracterizat prin funcțiile de transfer  $H_d(s)$  și  $H_0(s)$ .

Pentru semnalele de tip treapta se obține eroarea stationara numai dacă pe calea directă a sistemului de reglare se găsește cel puțin un interogator. Pentru sistemele de tip 0 ( $\alpha=0$ ), eroarea stationara diferita de 0 și are valoarea invers proportionala ca factorul de amplificare al sistemului direct.

Astfel, eroarea în regim stationar pentru intrare treapta unită și un sistem de tip 0 este:

$$\varepsilon_{st} = \frac{1}{1+k_p} = S(0) = \varepsilon p$$

Este de remarcat faptul că pentru  $\alpha_1=1$  și  $\alpha_2=2$ , coeficientul de eroare la pozitie este infinit.

În cazul în care sistemul este de tip 1, eroarea sistemului de tip rampă diferit de 0  $\varepsilon_r = \frac{1}{R}$

Pentru ca eroarea la perturbatia treapta sa fie = 0 in regim stationar se impune ca polul pe cale directa in sistem sa fie pozitionat inaintea punctului de aplicatie al perturbatiei.

Pentru intrarea de tip rampa unitara  $R(s) = \frac{1}{s^2}$ , eroare in regim permanent  $\varepsilon p$  se obtine:

$$\varepsilon p = \varepsilon v = \left( \frac{1}{n \lim_{s \rightarrow 0} s H d(s)} \right)$$

Prin definitie  $\lim s H d(s) = k_v$ , reprezinta coeficientul de eroare la viteza.

Pentru intrarea parabola unitara  $R(s) = 1/s^3$ , eroare in regim stationar este:

$$\varepsilon p = \varepsilon a = \left( \frac{1}{n \lim_{s \rightarrow 0} s^2 s H d(s)} \right)$$

Eroarea se va calcula cu relatie:  $\varepsilon a = 1/k_a$

Ca si in cazurile anterioare, pentru  $\alpha > 2$  se va obtine eroarea egala cu zero, intrucat coeficientul de eroare la acceleratie devine infinit.

### 3-Marginea de amplitudine si de faza

Raspunsurile in frecventa sunt instrumente foarte utile pentru toate aspectele de analiza, sinteza si proiectarea regulatoarelor si filtrorelor. Pot fi utilizate ca reprezentari distincte amplitudine – frecventa si faza- frecventa (diagrama bode) sau in reprezentare polara (locul Nyquist).

Diagramele Bode pot fi obtinute si pe cale experimentală, daca se considera obiectul condus ca sistem liniar de intrare caruia se aplica semnalul.

$$U(t)=U_m \sin(\omega t)$$

Unde  $U_m$  este amplitudinea undei sinusoidale si se alege astfel incat sa se mentina liniaritatea modelului procentului. In cazul conservarii liniaritatii, raspunsul obiectului condus este:  $y(t) = Y \sin(\omega t + \phi)$

Unde:  $Y$  reprezinta amplitudinea iesirii si  $\phi$  este defazajul iesirii sinusoidale fata de intrarea  $u(t)$ .

Reprezentarea dependentei  $\frac{Y_i(\omega i)}{U_m}$  pentru diferite valori ar conduce la caracteristica  $A(\omega)$ , intrucat  $\frac{Y_i(\omega i)}{U_m} = A_i(\omega i)$

Aceasta caracteristica poate fi reprezentata folosind o scala logaritmica si, in consecinta, amplitudinea se masoara in decibeli ( $A_{dB} = 20 \lg A(\omega)$ )

Pentru constructia unui model parametric al obiectului condus pe baza caracteristicilor de frecventa obtinute pe cale experimentală, se definesc erorile:

$$\varepsilon_{IA}(\theta) = A(\omega i) - \frac{A_e(\omega i)}{A_e(\omega i)}$$

Unde  $A(\omega)$  si  $\varphi e(\omega i)$  reprezinta valorile amplitudinii direct patru proiectarea regulatoarelor.

Acstea caracteristici pot fi utilizate direct pentru proiectarea regulatoarelor.

## 4- Raspunsul indicial al sist de ordin 2

Este cunoscut faptul ca, daca la intrarea unui sistem se aplica in conditiile initiale nule o trepta unitara, se obtine raspunsul indicial

Pe langa stabilitatea si precizia, se impune analiza raspunsului tranzitoriu si evaluarea performantelor. Caracteristicile raspunsului tranzitoriu al SRA sunt definite in raport cu intrarile de tip treapta.

Vom considera un sistem de ordinul 2 care reprezinta o buna aproximare, chiar pentru sisteme de ordin mai mare, daca sistemul are 2 poli complex conjugati ca radacini dominante.

Asfel, daca functia de transfer a sistemului inchis este:  $H_0(s) \equiv T(s) = \frac{\omega^2 n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega^2 n}$

Raspunsul indicial se calculeaza cu formula:

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n t \sqrt{1 - \zeta^2} + \varphi); t \geq 0$$

Unde  $\varphi = \sin^{-1} \sqrt{1 - \zeta^2}$

Indicatorii de calitatea ai raspunsului indicial sunt:

- Valoarea de regim stationar  $Y_{st} = Y_\infty$ , care reprezinta valoarea finala a iesirii
- Suprareglajul  $\sigma$ , care se calculeaza in functie de valoarea maxima a iesirii  $Y_m$ , care depaseste valoarea de regim stationar si se exprima in procente.

Timpul de stabilizare sau durata reimului stationar tranzitoriu reprezinta tipul necesar ca raspunsul tranzitoriu sa intre intr-o banda specifica de derivatie  $\pm\Delta$  in jurul valorii finale  $Y_{st}$ . Aceasta derivatie,  $\Delta$ , este uzual definita ca un procentaj fata de  $Y_{st}$ , este uzual definita ca un procentaj fata de  $Y_{st}$ ,  $\Delta=2\% -5\%$ .

## 5- Algoritmi de reglare model: P,PI, PD,PID

**Legea de reglare de tip P** cea mai simpla legea de reglare este de tip proportional. Daca ne referim la structura clasica de SRA cu reactie unitara si un singur grad de libertate, se poate defini legea de reglare de tip P sub forma:  $u(t) = Kr\varepsilon(t)$

In acest caz putem spune ca regulatorul are o comportare de tip P, iar functia de transfer atasata acestuia este:  $H_r(s)=Kr$

Este evident ca un asemenea regulator are o comportare ideală reprezentată prin raspunsul indicial. Raspunsul indicial reprezentat punctat ar putea defini comportarea reală a unui regulator de tip P. Aceasta comportare este determinată de modul de implementare a legii de reglare de tip P.

Ideal pentru o treapta unitara aplicată la intrare, raspunsul este o treapta de amplitudine egală cu factorul de amplificare. Un regulator de tip P poate controla orice proces stabil, însă performanțele obținute sunt limitate, iar erorile în regim stationar pentru referința treapta este diferita de 0. În mod tradițional se folosește banda de proporționalitate pentru a descrie acțiunea proporțională:

$$BP[\%]=100\%/Kr$$

**Legea de tip PI** dacă componenta P se adaugă o componentă de tip integral, se obține legea de reglare PI data de relația:  $u(t)=Kr [\varepsilon(t) + 1/Ti \int \varepsilon(\tau)d\tau]$

Că și în cazul legii de reglare de tip P, coeficientul Kr poartă denumirea de factor de amplificare al componentei P, iar Raportul  $kr/Ti = K1$  poartă denumirea de factor de amplificare al componentei integrale. În acest caz putem scrie relația sub forma:  $u(t)=Kr\varepsilon(t) + K1 \int \varepsilon(\tau)d\tau$

Se poate observa că factorul de amplificare Kr este chiar coeficientul ce definește componenta proporțională  $K_p$ , iar coeficientul  $K_1$  este determinat atât de Kr cât și de constanta de timp a acțiunii integrale  $T_i$ .

Functia de transfer atasata acestei legi de reglare PI este:

$$H_r(s)=Kr\left(1 + \frac{1}{Tis}\right) = \frac{Kr(Tis+1)}{Tis} = K1 \frac{tis+1}{s}$$

Componenta reală a regulatorului de tip PI, tinând seama de modul de implementare a legii de reglare, este diferită de comportarea ideală

Prezenta componentei integrale în structura unui algoritm de reglare poate genera efecte nedorite ca urmare a saturării, însă se asigură eroare stationară egală cu 0 în cazul în care semnalul de ieșire în regim stationar are valori sub limita de saturare.

**Legea de reglare de tip proportional – derivativa (PD)**

In acest caz, la componenta proporțională se adaugă o componentă derivativă:

$$U(t) = Kr[\varepsilon(t) + Td \frac{d\varepsilon}{dt}]$$

$$\text{Sau } (t) = K_p\varepsilon(t) + K_d D\varepsilon/dt$$

$$\text{Unde } K_d=KrTd.$$

Functia de transfer ce definește comportarea unui regulator PD este:

$$H_r(s) = Kr(1+Tds)$$

Unde Kr este amplificarea proportionala, iar Td este constanta de timp atasata componentei derivative. Ambele sunt ajustabile prin modificarea Kp si Kd

Componenta derivativa evidentiaza faptul ca iesirea u(t) este proportional cu viteza de variatie a erorii.

Aceasta componenta, desi prezinta avantajul comportarii anticipate, are insa dezavantajul ca amplifica semnalele de tip zgomot si poate cauza efecte de saturatie in comportarea elementului de executie.

Componenta derivativa nu poate fi utilizata niciodata singura, aceasta fiind efectiva numai in perioada tranzitorie

Pentru aceasta lege de reglare se poate reprezenta raspunsul indicial pentru diverse valori ale coeficientului  $\alpha$

### **Legea de reglare proportional integral derivativa (PID)**

Combinatia actiunilor de reglare proportionala integrala si derivativa conduce in mod natural la algoritmul sau legea de tip PID.

Aceasta lege „ideală” de reglare are forma:

$$U(t) = Kr[\epsilon(t) + 1/Ti \int \epsilon(t) dt + td \frac{d\epsilon}{dt}]$$

Unde Kp - factor de proportionalitate

Ki - Kr/Ti factorul integral

Kd - factorul derivativ

Functia de transfer atasata acestui regulator este:

$$H_r(s) = Kr\left(1 + \frac{1}{Tis} + Td s\right)$$

Ca si in cazul legii de reglare de tip Pd, functia de transfer evidentiaza un sistem nerealizabil fizic. Pentru realizabilitatea fizica a legii de reglare PID pot fi utilizate diferite variante ale acestuia.

O prima varianta a legii de reglare PID include constanta de timp  $\alpha Td$  pentru filtrarea componentei derivative:

$$H_r(s) = Kr\left(1 + \frac{1}{Tis} + \frac{Tds}{\alpha Tds + 1}\right)$$

$$\alpha \ll 1$$

astfel prin filtrarea componentei derivative se asigura realizabilitatea algoritmilor si se atenua efectul componentei derivative asupra semnalelor de tip zgomot.

## 6- Criteriul modulului, criteriul simetriei

Criteriul modulului: poate fi extins la acordarea regulatoarelor pentru procese lente, permitand delimitarea domeniilor de variație a parametrilor care asigura satisfacerea cerintelor de performanta in raport cu variația referintei, precum si selectarea valorilor care asigura comportarea optima in raport cu actiunea perturbatiei aditice care actioneaza asupra procesului.

Alegerea si acordarea regulatoarelor pentru procese cu timp mort reprezinta una dintre problemele cele mai dificile in practica reglarii automate, aceasta datorita, atat dificultatilor de determinare cu precizie a timpului mort ce caracterizeaza procesul, cat si influentei nefavorabile a timpului mort asupra comportarii tranzitorii a unui sistem de reglare automata.

Pentru acordarea regulatoarelor pentru procese cu timp mort pot fi utilizate criterii bazate pe metoda limitei de stabilitate, criterii bazate pe rezultate ale identificarii experimentale sau criterii experimentale avand procesul in functiune.

- 3 -

Efectul simetriei  $\Rightarrow \varepsilon_v = 0$ ; asigurarea in regim permanent la semnal rampă la intrare zero.

$$H_R(s) = \frac{(\Theta_c s + 1)^n}{s^m}$$

$n=1, 2$   
 ~~$\Theta_c = k_m T_{\Sigma}$~~   
 $\Theta = 2k_F T_{\Sigma} = \frac{\Theta_c m}{\pi T_{\Sigma}}$

$$H_F(s) = \frac{k_F}{(1+sT_{\Sigma}) \sqrt{\pi T_{\Sigma} s}}$$

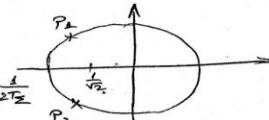
$$H_d(s) = \frac{4T_{\Sigma}s + 1}{8T_{\Sigma}^2s^2(T_{\Sigma}s + 1)}$$

$$H_R(s) = \frac{H_d(s)}{H_F(s)}$$

$$H_o(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)}$$

$$H_o(s) = \frac{4T_{\Sigma}s + 1}{4T_{\Sigma}^2(4T_{\Sigma}^2s^2 + 2T_{\Sigma}s + 1)(2T_{\Sigma}s + 1)}$$

$$\begin{array}{l} P_1 \\ P_2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ P_{1,2} = \frac{1}{2T_{\Sigma}} \end{array} \quad 2T_{\Sigma}(s + \frac{1}{2T_{\Sigma}})$$



$$\sigma = 0,5 \Rightarrow \Gamma \approx 43\% \rightarrow \text{la semnal rampă la intrare.}$$

$$H_C(s) = \frac{1}{4T_{\Sigma}s + 1} \quad | \quad E(s)$$

$$\text{Aplicare: } H_F(s) = \frac{1}{4s(0,1s + 1)} ; \quad \text{Se cere creștere semnal rampă } \varepsilon_v = 0$$

$$H_d(s) = \frac{(4,0,1s + 1) \rightarrow H_o}{8 \cdot 0,01s^2(0,1s + 1)} \quad \frac{4s(0,1s + 1)}{1}$$

$$H_R(s) = \frac{(0,4s + 1)}{0,02s} \quad \begin{array}{l} k_R = 20 \\ T_{\Sigma} = 0,4 \end{array}$$

$$H_R(s) = k_R \frac{(1+T_{\Sigma}s)}{T_{\Sigma}s}$$

$$\Gamma = 43\% \Rightarrow \text{(compensat)} \quad \frac{1}{0,4s + 1}$$

## 7- Metoda raspunsului impus

Odata stabilita lege de reglare pentru un proces dat, se impune luarea in consideratie a tipului de regulator din punct de vedere al agentului purtator de semnal.

De cele mai multe ori, dupa o acordare pe baza unui criteriu dat, se impune corectarea parametrilor de acord.

Metodele practice de acordare au la baza experienta acumulata in alegerea si acordarea regulatoarelor. Astfel, pentru un sistem dat, in functiune, cu marimea de referinta si cu marimile perturbatoare mentinute constante, prin modificarea parametrilor de acord pana se ajunge la limita de stabilitate, se determina amplitudinea si frecventa oscilatiilor intretinute.

Pentru obtinerea unui raspuns inmpus se foloseste metoda Ziegler –Nichols si se aplica la acordarea regulatoarelor pentru procese lente la care perturbatiile sunt determinate de sarcina si au o durata mare.

Pentru un regulator de tip PID, se fixeaza acordul pentru  $T_i$  la valoarea maxima, si pentru  $T_d$  la valoarea minima si se modifica  $K$  – pana ce marimea de iesire a sistemului  $v$  intra in regim de oscilatii neamortizate, deci sistemul ajunge la limita de stabilitate.

Ziegler –Nichols recomanda urmatoarele valori de acordare optima, in functie de  $K_{ro}$  si  $T_0$

Pentru regulatorul P:  $K_{opt} = 0.5K_{ro}$

Pentru regulatorul PI:  $K_{opt} = 0.45K_{ro}$ ,  $T = 0.8T_0$

Pentru regulatorul PID parametri optimi se calculeaza:

$K_{opt} = 0.75 K_{ro}$

$T_{i, opt} = 0.6T_0$

$T_{d, opt} = 0.1T_0$

Pentru a determina raspunsul indicial, se foloseste pentru simulare mediul SIMULINK.

Aplicarea acestei metode de acordare necesita precautie, avand in vedere ca procesul este fortat sa oscileze cu o anumita amplitudine a oscilatiilor, care poate deveni periculoasa in anumite conditii de functionare.

De mentionat ca atingerea limitei de stabilitate pentru SRA se poate atinge si prin introducerea in bucla de reglare a unui releu ideal.

## **Sub 8-Structura de model adaptiv structuri de reglare cu autoacordare**

A acorda un regulator convetional PID presupune determinarea valorilor optime ale parametrilor  $K_R$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  care asigura pentru un proces dat comportarea dorita a SRA in raport cu referinta si perturbatiile ce actioneaza asupra procesului. Tinand seama ca modelele simplificate ale proceselor contin cel mai adesea incertitudini structural si parametrice , determinarea analitica a parametrilor de acord este orientativa cel mai adesea, ramanand ca valorile optime ale parametrilor sa fie validate experimental. Acesta este motivul pentru care frecvent vorbim de accordarea experimentalala pe obiect a regulatoarelor selectate in concordanța cu particularitatile procesului si cu cerintele de performanta dorite. Experienta a validat solutii eficiente pentru diferite clase de procese in ceea ce priveste tipul de algoritm de reglare si structura optima de SRA. In aceste conditii, ramane de acordat regulatorul pentru regimuri precizate de functionare intr-un context perturbator cunoscut cu suficient de buna precizie.

In paragraful anterior au fost analizate efectele diferitelor componente ale algoritmilor PID asupra performantelor SRA fara a evidentia ponderea acestora, definita prin parametrii  $K_R$ ,  $K_R/T_i$  si  $K_R T_d$ , asupra comportarii generale a SRA. In cele ce urmeaza se prezinta proceduri analitice si experimentale de determinare a parametrilor de acord  $K_R$ ,  $T_i$  si  $T_d$  pentru procese caracterizate prin modele matematice simplificate.

### **Acordarea regulatoarelor pentru procese rapide**

Separarea obiectelor conduse in functie de valoarea constantelor de timp si de valoarea timpului mort se impune tinand seama de particularitatile proceselor lente si foarte lente din punct de vedere al reglarii sau conducerii.

Este cunoscut faptul ca procesele rapide, caracterizate in general prin valori ale constantelor de timp dominante mai mici de 10 secunde si constante de timp parazite, in general, cu un ordin de marime mai reduse decat constantele de timp dominante, sunt descrise prin modele matematice:

- Se impune a considera la proiectarea buclei secundare zgromotul de masura care poate limita banda de frecventa a acestuia.
- Desi reglarea in cascada necesita inversarea, ea poate fi mai putin sensibila la erorile de modelare prin folosirea avantajelor reactiei negative.

## Structura de reglare cu predictor Smith

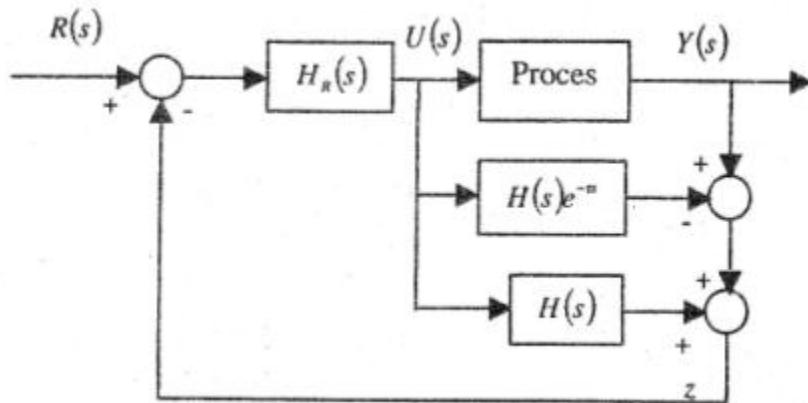
Prezenta timpului mort in modelul procesului face dificila utilizarea unor proceduri de reglare bazate pe inversarea modelului. In acest caz se recomanda o structura de reglare cu scoaterea timpului mort in afara buclei de reglare. In figura de mai jos se prezinta structura de reglare cu predictor Smith.

Ideea de baza in cadrul strategiei de reglare cu predictor Smith este de a construi un model paralel ce compenseaza intarzierea.

Admitem ca procesul este modelat prin:

$$H_p(s) = H(s) e^{-ts}$$

evidențiind rationala  $H(s)$  stabila, proprie și timp mort  $\tau$ .



Regulatorul in acest caz, se poate projecța pe baza funcției de transfer între  $R(s)$  și  $Z(s)$ , care nu conține timpul mort în bucla de reglare:

$$T_{zr}(s) = \frac{H(s)H_r(s)}{1 + H(s)H_r(s)}$$

Funcția de transfer între  $R(s)$  și  $Y(s)$  în acest caz este calculată cu relația:

$$H_0(s) \equiv T(s) = \frac{H(s)H_r(s) e^{-\tau s}}{1 + H(s)H_r(s)}$$

Sau

$$T(s) = e^{-\tau s} T_{zr}(s)$$

## 9-characteristici de frecventa pt sistemele de ordin 1 si 2

### Modele neparametrice

Din categoria modelor neparametrice utilizate pentru analiza si sinteza SRA, cele mai folosite sunt: 1) caracteristicile de frecventa si 2) raspunsul indicial.

#### Raspunsul in frecventa (caracteristici de frecventa)

Consideram un sistem liniar caracterizat printr-o functie de transfer  $H(s)$  supus, la intrare, actiunii unui semnal sinusoidal. Raspunsul la semnale sinusoidale contine informatii suficiente si despre raspunsul la alte semnale.

Acesta poate fi apreciat din analiza Fourier, care arata ca orice semnal definit pe un interval  $[t_0, t_l]$  poate fi reprezentat ca o combinatie liniara de unde sinusoidale cu frecvente  $0, \omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$ , unde  $\omega_0 = 2\pi / (t_l - t_0)$  este cunoscuta cu frecventa fundamentala. Principiul superpozitiei permite a combina raspunsul la unde sinusoidale individuale pentru a obtine raspunsul la o forma de unda compusa.

Pentru sistemul stabil descris prin functia de transfer de forma:

$$H(s) = K \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{s^n + \sum_{j=0}^{n-1} a_j s^j}$$

Consideram o intrare sub forma exponentiala  $e^{s_0 t}$ .

Pentru simplificare, consideram ca toti polii lui  $H(s)$  sunt distincti si nici unul nu este egal cu  $s_0$ . In acest caz raspunsul sistemului se obtine sub forma:

$$Y(s) = \frac{H(s_0)}{s - s_0} + Y_i(s)$$

Unde primul termen este raspunsul permanent dar de intrarea de tip exponential, iar cel de-al doilea termen este raspunsul tranzitoriu.

De notat ca valoarea lui  $H(s)$  la  $s=j\omega$  conduce la un numar complex, care poate fi reprezentat convenabil prin amplitudinea si argumentul sau in coordonate polare.

Raspunsurile in frecventa sunt instrumente foarte utile pentru toate aspectele de analiza, sinteza si proiectare a regulatoarelor si filrelor. Pot fi utilizate ca reprezentari distincte amplitudine-frecventa si faza-frecventa (diagrama Bode) sau in reprezentare polara (locul Nyquist).

Diagramele Bode [34] pot fi obtinute si pe cale experimentală, daca se considera obiectul condus ca sistem liniar la intrarea caruia se aplica semnalul

$$U(t) = U_m \sin \omega t$$

$U_m$  este amplitudinea undei sinusoidale si se alege astfel incat sa se mentina liniaritatea modelului procesului. In cazul conservarii liniaritatii, raspunsul obiectului condus este:

$$Y(t) = Y \sin(\omega t + \varphi)$$

Unde  $Y$  reprezinta amplitudinea iesirii si  $\varphi$  este defazajul iesirii sinusoidale fata de intrarea  $u(t)$ .

Pentru diferite valori ale frecventei, cu  $U_m = \text{const.}$  se obtin valorile  $Y_1(\omega_1), Y_2(\omega_2), \dots, Y_N(\omega_N)$  si respectiv  $\varphi_1(\omega_1), \varphi_2(\omega_2), \dots, \varphi_N(\omega_N)$

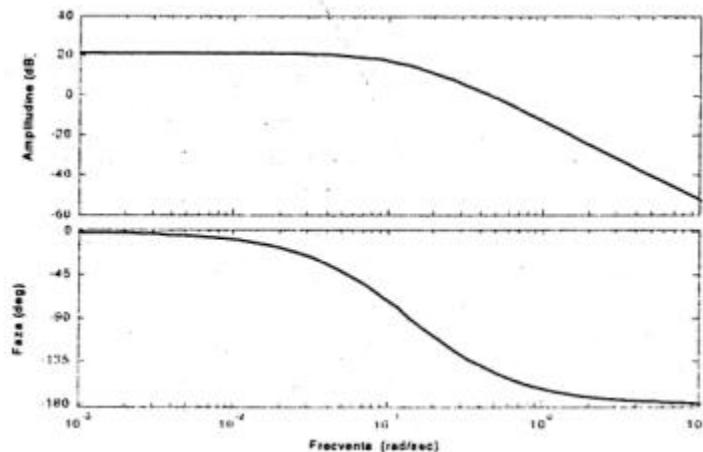
Reprezentarea dependentei  $\frac{Y_i(\omega_i)}{U_m}$  pentru diferite valori ar conduce la caracteristica  $A(\omega)$ , intrucat  $\frac{Y_i(\omega_i)}{U_m} = A_i(\omega_i)$ .

Aceasta caracteristica poate fi reprezentata folosind scala logaritmica si, in consecinta, amplitudinea se masoara in decibeli ( $A_{dB} = 20 \lg A(\omega)$ ), iar axa frecventelor (pulsatiilor) se gradeaza in decale.

In figura de mai jos sunt ilustrate caracteristicile  $A(\omega)$  si  $\varphi(\omega)$  in reprezentare logaritmica si pot fi utilizate pentru determinarea unui model parametric de tipul:

$$H_p(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}$$

Unde coeficientii polinoamelor  $A(j\omega)$  si  $B(j\omega)$  se obtin printr-o procedura de optimizare parametrica.



g) caracteristică de frecvență și restricție de ordinul 4 și

h) Element de intervale de ordin I din domeniul și graficul lui:

$$H(s) = \frac{1}{s+5T} \quad (T > 0) \quad \text{obs. } \sim \frac{(1+5T)}{(s+5T)}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{s+j\omega T} = \frac{-j\omega T}{s+j\omega T^2} = \frac{1}{s+j\omega T^2} + j \frac{-\omega T}{s+j\omega T^2}$$

$$\sqrt{2^2 + V^2} = 0$$

$$(0 - \frac{1}{\omega})^2 + V^2 = (\frac{1}{\omega})^2$$

$$V(j\omega) = \frac{1}{s+j\omega T^2} \quad \text{AV Moleculă } H(j\omega)$$

$$V(j\omega) = \frac{-j\omega T}{s+j\omega T^2}$$



i.a) proprietăți BODE pt. elemente de ordinul I

$$H(j\omega) |_{dB} = |H(j\omega)| |_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = -20 \log (1+\omega^2 T^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\omega \in (0, \infty)$$

$$\omega \propto \frac{f}{T} \Rightarrow \Delta \omega \geq 0$$

$$\omega = \frac{f}{T} \quad A(dB) = -10f \geq -10B \quad \left. \begin{array}{l} \text{correl. creștere} \\ \omega \gg f \end{array} \right\}$$

$$\omega \gg f \Rightarrow \Delta \omega \approx -20 \log \omega T$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{s+j\omega T^2} \quad \begin{aligned} \varphi(\omega) &= -\arctg(\omega T) \\ \omega > 0 & \quad \varphi = 0 \\ \omega \rightarrow \infty & \quad \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\ \omega = 0 & \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

ii. Element de ordinul II

$$H(s) = \frac{10s^2}{s^2 + 2 \cdot \frac{1}{T} \omega_m s + \omega_m^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{10\omega_m^2}{(10\omega_m^2 - \omega^2) + j \cdot 2 \cdot \frac{1}{T} \omega_m \omega} = \frac{1}{(s-x^2) + j \cdot 2 \cdot \frac{1}{T} s x} =$$

$$\underbrace{\omega_m}_{\omega_m = x} = \frac{(x-x^2) - j \cdot 2 \cdot \frac{1}{T} x}{(s-x^2)^2 + 4 \cdot \frac{1}{T^2} x^2}$$

## 10- calculul erorii in regim stationar pt diverse intrari si iesiri

### Erori de modelare. Incertitudini

Cele mai multe modele sunt obtinute prin aproximari liniare ale unor relatii neliniare, cu valabilitate in vecinatatea unui punct de functionare. In alte cazuri, structura modelelor a fost simplificata, neglijand constantele de timp cu valori mici (parazite) al caror efect asupra raspunsului este nesemnificativ in raport cu efectul constantelor de valoare mare.

De cele mai multe ori, modelele liniare se considera modele invariante in timp, desi in realitate parametrii modelului variaza in timp, iar modelele cu parametrii distribuiti sunt approximate cu modele cu parametrii concentrati.

Desigur, toate aceste aproximatii conduc la modele matematica a caror utilizare provoaca rezultate nesatisfacatoare care, in anumite cazuri, sunt departe de realitate. Este evident ca proiectarea unui regulator pe baza unui model simplificat conduce la un rezultat usor implementabil, dar performantele obtinute in realitate pot fi total necorespunzatoare, datorita erorilor de modelare.

Erorile de modelare introduc incertitudini in modelarea proceselor si, in consecinta, pot fi viciate rezultatele analizei sau/si sintezei SRA pe baza modelelor simplificate.

Incertudinile pot fi grupate in doua mari categorii: structurale si nestructurate.

Din cauza cauza incertitudinilor structurate retinem variatia parametrilor fizici al procesului si reducerea dimensiunii modelului matematic.

Pentru a exemplifica aceasta clasa de incertitudini, consideram modelul procesului:

$$H_p(s) = \frac{1}{x^2 + as + 1}$$

Si presunem parametrul a ce variaza in limitele  $a_{\min}, a_{\max}$ .

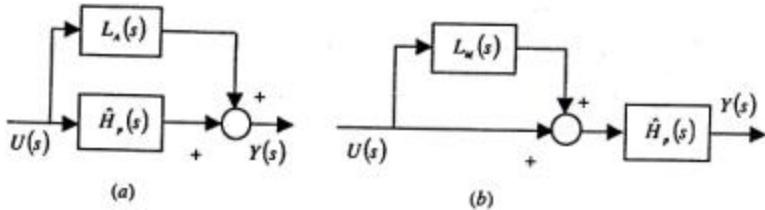
In aceste conditii, spunem ca modelul apartine unei multimi structurate:

$$H_p = \left[ \frac{1}{x^2 + as + 1} : a_{\min} \leq a \leq a_{\max} \right]$$

Iar modelul matematic este parametrizat printr-un numar finit de parametrii  $a_i$  cu valori cuprinse in domeniul mentionat.

Incertudinile nestructurale pot fi definite sub forma aditiva sau sub forma multiplicativa.

In figura de mai jos se prezinta schematic modelul matematic cu incertitudini aditiva si multiplicativa:



O reprezentare mai explicită a incertitudinii multiplicative presupune descompunerea lui  $L_m(s)$  sub forma:

$$L_m(s) = \Delta(s) \cdot W_2(s)$$

Unde  $W_2(s)$  este o funcție de transfer stabila, fixată și reprezintă o pondere, iar  $\Delta(s)$  este o funcție de transfer stabila, variabilă care satisface condiția  $|\Delta| \leq 1$

În toate calculele ce iau în considerație incertitudinea multiplicativă vom considera că  $H_p(s)$  și  $\hat{H}_p(s)$  au același număr de poli de instabilitate (incertitudinea nu introduce poli suplimentari de instabilitate).

Ideeoa acestei reprezentări cu incertitudine multiplicativă este că  $\Delta W_2$  definește perturbații ale procesului normalizat în raport cu unitatea:

$$\frac{H_p}{\hat{H}_p} - 1 = \Delta W_2 \quad (2.157)$$

sau dacă  $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ , atunci:

$$\left| \frac{H_p(j\omega)}{\hat{H}_p(j\omega)} - 1 \right| \leq |W_2(j\omega)|, \forall \omega \quad (2.158)$$

astfel că  $|W_2(j\omega)|$  definește profilul incertitudinii.

Inegalitatea (2.158) descrie un disc în planul complex. La fiecare frecvență, punctul  $H_p/\hat{H}_p$  se situează în cercul de centru 1 și raza  $|W_2|$ . În general,  $|W_2(j\omega)|$  este o funcție crescătoare de  $\omega$ , incertitudinea crește cu creșterea frecvenței. Includerea funcției de transfer  $\Delta$  evidențiază incertitudinea fazelor și acționează ca un factor de scală asupra amplitudinii perturbației ( $|\Delta|$  variază între 0 și 1) [60].

În cazul în care  $\hat{H}_p(s) = \frac{\hat{A}_p(s)}{\hat{B}_p(s)}$ , unde  $\hat{A}_p(s)$  și  $\hat{B}_p(s)$  sunt stabile, coprime, incertitudinea poate fi inclusă în model și sub forma:

$$H_p(s) = \frac{\hat{A}_p(s) + \Delta_1(s)}{\hat{B}_p(s) + \Delta_2(s)} \quad (2.159)$$

unde  $\Delta_1(s)$  și  $\Delta_2(s)$  sunt stabile și alături de  $L_A(s)$  și  $L_M(s)$  reprezintă incertitudini nestructurate.

## 11- algoritmi pid de pozitie si incrementali

Algoritmul PID este descris de relatia:

$$u(t) = K_R \left[ \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int \varepsilon(\tau) d\tau + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right]$$

Folosind metoda dreptunghiurilor pentru aproximarea integralei in relatia de mai sus obtinem:

$$u_k = K_R \left[ \varepsilon_k + \frac{I_{k-1}}{T_i} + \frac{T}{T_i} \varepsilon_{k-1} + \frac{T_d}{T} (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) \right]$$

sau

$$u_k = K_R \left[ \varepsilon_k + \frac{I_{k-1}}{T_i} + \frac{T}{T_i} \varepsilon_k + \frac{T_d}{T} (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) \right].$$

De remarcat ca in ambele cazuri, pentru a obtine comanda la pasul curent este necesara cunoasterea componentei  $I_{i-1}$ , deci algoritmul trebuie initializat. Aici,  $I_{k-1}$  reprezinta valoarea integralei pana la momentul  $I_{k-1}$ .

Algoritmulin forma relatiei de mai sus este cunoscut sub denumirea de algoritm PID de pozitie.

Pentru a elibera neajunsul algoritmului de pozitie, care trebuie initializat, vom obtine comanda sub forma incrementalala pornind de la relatia:

$$u_{k-1} = K_R \left[ \varepsilon_{k-1} + \frac{T}{T_i} \sum_{i=1}^{k-1} \varepsilon_i + \frac{T_d}{T} (\varepsilon_{k-1} - \varepsilon_{k-2}) \right]$$

De remarcat faptul ca utilizarea algoritmilor incrementali sau de viteza pentru comanda elementelor de executie de tip integrator asigura controlul vitezei medii sau momentane a elementelor de executie care, prin integrare de catre acestea, devine increment de pozitie.

In cazul elementelor de executie de tip proportional, utilizarea algoritmilor de pozitie asigura controlul pozitiei (iesirii) elementului de executie.

Algoritmul PID incremental poate fi descris si prin functia de transfer:

$$H_R(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

unde  $z^{-1} = e^{-sT}$ , având în vedere (5.

$$H_R(s) = K_R \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Dacă în funcția de transfer:

se introduce  $\frac{1}{s} \equiv \frac{T}{1 - z^{-1}}$ :

$$\begin{aligned} H_R(z^{-1}) &= K_R \left[ 1 + \frac{T}{T_i} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}} + \frac{T_d}{T} (1 - z^{-1}) \right] = \\ &= K_R \left[ \frac{T_i T (1 - z^{-1}) + T^2 + T_d T_i (1 - z^{-1})^2}{T_i T (1 - z^{-1})} \right] \end{aligned}$$

sau

$$H_R(z^{-1}) = \frac{K_R \left( 1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right) - \left( 1 + 2 \frac{T_d}{T} \right) K_R z^{-1} + K_R \frac{T_d}{T} z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

sau

$$H_R(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

unde coeficienții  $q_0$ ,  $q_1$  și  $q_2$  au aceeași semnificație ca în relația (5.12).

Un rezultat similar se obține dacă se utilizează metoda Tustin de aproximare a integralei:

$$H_R(z^{-1}) = K_R \left[ 1 + \frac{1}{T_i} \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} + T_d \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right]$$

sau

$$H_R(z^{-1}) = K_R \left[ \frac{2T_i T (1 - z^{-2}) + T^2 (1 + z^{-1})^2 + 4T_d T_i (1 - z^{-1})^2}{2T_i T (1 - z^{-2})} \right]$$

sau

$$H_R(z^{-1}) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}}$$

unde coeficienții  $q_i$  și  $p_j$  se calculează cu relațiile:

$$q_0 = K_R \left[ 1 + \frac{T}{2T_i} + 2 \frac{T_d}{T} \right]$$

$$q_1 = K_R \left[ \frac{T}{T_i} - 4 \frac{T_d}{T} \right]$$

$$q_2 = K_R \left[ -1 + \frac{T}{2T_i} + 2 \frac{T_d}{T} \right]$$

$$p_1 = -2$$

$$p_2 = 1.$$

11) Algoritmi PID de proiectare

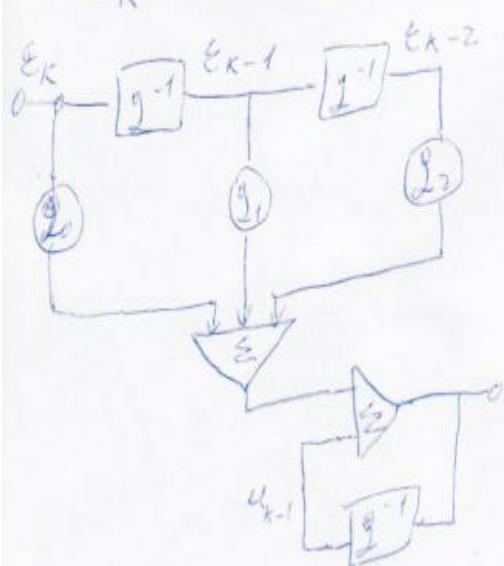
$$u_k = u_{k-1} + q_0 \varepsilon_k + q_1 \varepsilon_{k-1} + q_2 \varepsilon_{k-2}$$

$$q_0 = K_R \left( 1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right)$$

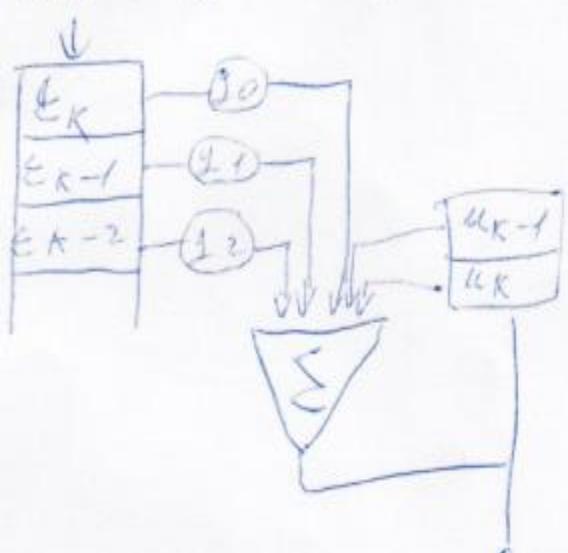
$$q_1 = -K_R \left( 1 + 2 \frac{T_d}{T} \right)$$

$$q_2 = K_R \frac{T_d}{T}$$

$$\varepsilon_k = \delta_k - f_k$$



$$\varepsilon_{k-1} = f^{-1} \cdot \varepsilon_k$$



## 12- structuri de regulatoare pid cu amplificatoare operationale

In cazul utilizarii unui algoritm PID real descris prin functia de transfer:

$$H_R(s) = K_R \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \left( \frac{T_d s + 1}{\alpha T_d s + 1} \right)$$

Echivalentul discret obtinut prin utilizarea metodei dreptunghiurilor este un algoritm recurrent de ordin doi:

unde coeficienii  $q_i$  și  $p_j$  se calculează cu relațiile:

$$q_0 = \frac{K_R (T - T_i)(T - T_d)}{T_i (\alpha T_d - T)}$$

$$q_1 = \frac{K_R T (T_i + T_d) - 2K_R T_i T_d}{T_i (\alpha T_d - T)}$$

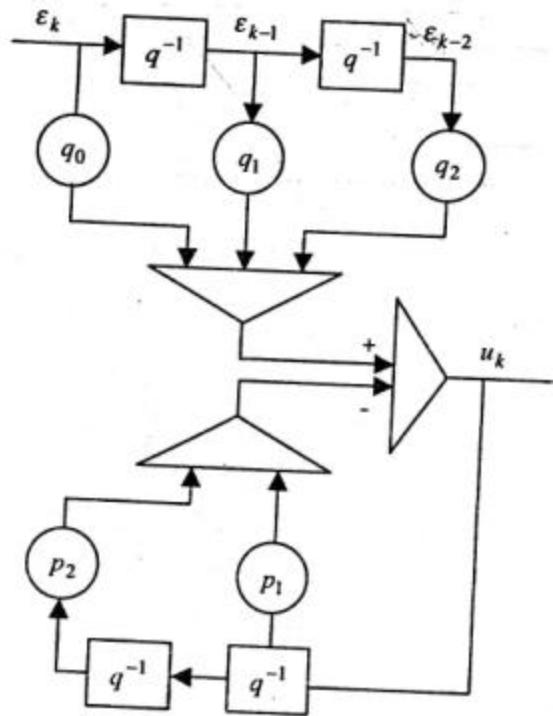
$$q_2 = \frac{K_R T_d}{\alpha T_d - T}$$

$$p_1 = \frac{T - 2\alpha T_d}{\alpha T_d - T}$$

$$p_2 = \frac{\alpha T_d}{\alpha T_d - T}.$$

Expresiile evidențiază ca discretizarea prin metoda trapezelor conduce la relații de calcul ale coeficientilor  $p_j$  mai complexe. Structura algoritmului recurrent de ordin doi prezintă flexibilitate redusă la implementare și dificultăți în ceea ce privește evidențierea diferențierelor regimuri de funcționare și moduri de lucru.

Schema de mai jos corespunde unei realizări sistemicе minimale, însă evidențiază modalitatea de a calcula comanda pe baza informațiilor disponibile, modelul utilizat fiind actualizat.

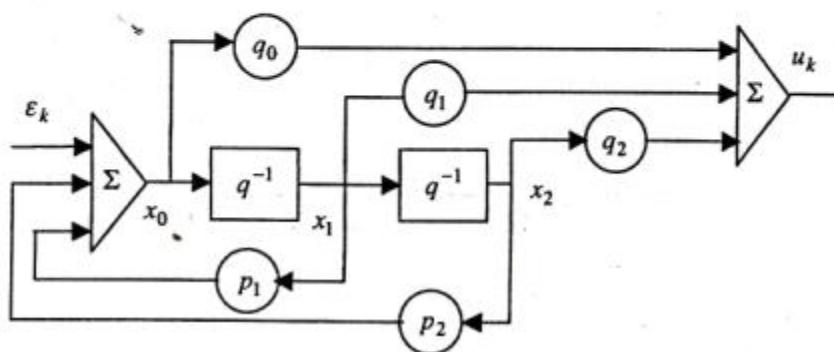


O usoara relaxare a necesarului de memorie se obtine daca apeleaza la ealizarea figurii de mai jos:

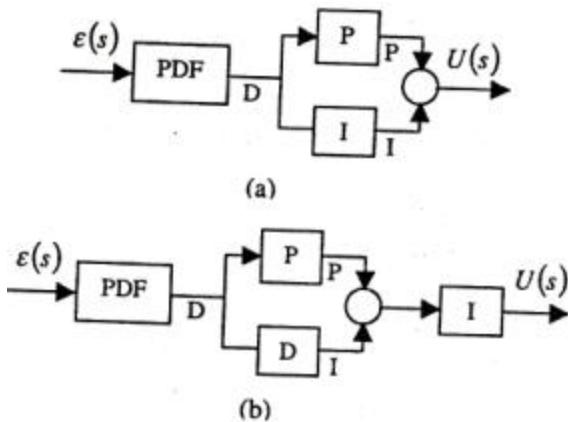
**Relațiile de calcul a variabilelor ce intervin în cadrul algoritmului sunt:**

$$\begin{aligned} u_k &= q_0 x_0 + q_1 x_1 + q_2 x_2 \\ x_0 &= \varepsilon_k - p_1 x_1 - p_2 x_2 \\ x_1 &= x_0 q^{-1} \\ x_2 &= x_1 q^{-1} \end{aligned} \tag{5.22}$$

unde  $q^{-1}$  reprezintă operatorul de întârziere ( $q^{-1}u_k = u_{k-1}$ ).



O alta modalitate de discretizare a algoritmului PID cu filtrare presupune structurarea sub forma unor module standard P, I si PD, cu filtrare.



Utilizarea structurilor modulare a figurilor de mai sus permite obtinerea unui algoritm numeric usor de implementat pe calea numerica cu ridicata flexibilitate si reale facilitati pentru considerarea diferitelor regimuri de functionare si moduri de lucru.

**Ecuatia diferențială ce caracterizează componenta PDF este:**

$$aT_d \frac{dD}{dt} + D(t) = T_d \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon(t) \quad (5.25)$$

unde  $D(t)$  este ieșirea modulului PDF.

Echivalentul discret al acestui modul (rețea de anticipație-întârziere) se obține apelând la metoda dreptunghiurilor pentru aproximarea integralei:

$$aT_d \frac{D_k - D_{k-1}}{T} + D_k = T_d \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}}{T} + \varepsilon_k \quad (5.26)$$

După unele operații simple (5.26) poate fi pusă sub forma:

$$D_k = D_{k-1} + \frac{T_d}{aT_d + T} (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + \frac{T}{aT_d + T} (\varepsilon_k - D_{k-1}) \quad (5.27)$$

Componenta proporțională este dată de relația:

$$P_k = K_R D_k \quad (5.28)$$

iar componenta integrală se obține prin metoda dreptunghiurilor sub forma:

$$I_k = I_{k-1} + K_R \frac{T}{T_i} D_k \quad (5.29)$$

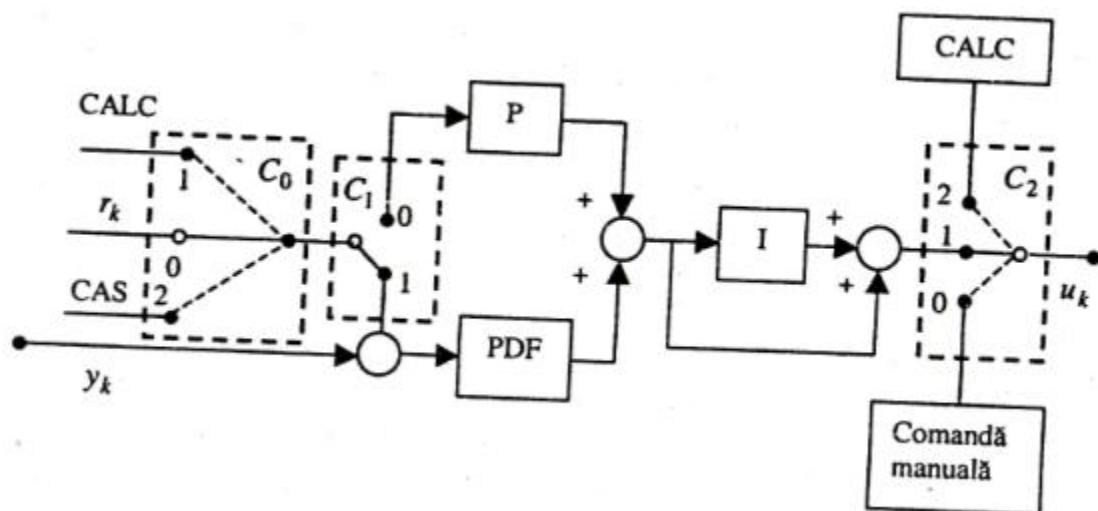
Comanda  $u_k$  se obține ca suma

$$u_k = P_k + I_k \quad (5.30)$$

În funcție de poziția comutatorului  $C_0$  (1, 0, 2) se poate fixa referința de la calculator, prin intermediul operatorului uman sau de la alt regulator în regim de funcționare în cascadă.

Comutatorul  $C_1$  permite utilizarea unui algoritm cu structură variabilă și cu două grade de libertate, ieșirea măsurată  $y_k$  este prelucrată după o lege PID iar referința după o lege PI, dacă poziția comutatorului este „0”, sau cu un singur grad de libertate dacă poziția comutatorului  $C_1$  este „1”.

Comutatorul  $C_2$  permite trecerea mărimii de comandă de la modul de lucru AUTOMAT (poziția „1” a comutatorului) la modul de lucru MANUAL (poziția „0”) sau la modul de lucru CALCULATOR (poziția „2”).



O asemenea structurare a algoritmului evidențiază o ridicată flexibilitate la implementare