

Clase : Mapas de Karnaugh

Curso de Pensamiento Computacional

"If I have seen further it is by standing on the shoulders of
giants" (*Sir Isaac Newton*)

Darío Creado F. / `dario.creado@colegiolagirouette.cl`

Curso de Pensamiento Computacional

Colegio La Girouette

June, 2022

Repaso

- 1 Compuertas Lógicas (considerar las ecuaciones booleanas y las tablas de verdad *truth tables* para cada una)
- 2 **(Mapa de Karnaugh / kmap) Corresponden a una agrupación de la tabla de verdad en una disposición geométrica que permite aplicar en forma simple y sistemática las reglas de la simplificación**
- 3 La expresión mínima se logra agrupando las celdas (minitérminos) en **subcubos** lo más grande posible y con el mínimo número de ellos.
- 4 En la *web* existen diversos *karnaugh map solver* para apoyar la resolución de problemas (y comprobar resultados)
<https://www.charlie-coleman.com/experiments/kmap/>

Repaso Clase Anterior - Compuertas Lógicas

NOT



$$Y = \bar{A}$$

A	Y
0	1
1	0

BUF



$$Y = A$$

A	Y
0	0
1	1

AND



$$Y = AB$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR



$$Y = A + B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

XOR



$$Y = A \oplus B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND



$$Y = \overline{AB}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR



$$Y = \overline{A + B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XNOR



$$Y = \overline{A \oplus B}$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Repaso Clase Anterior

Para el paso de las ecuaciones booleanas al circuito esquemático equivalente, se recomienda dibujar consistente y obedeciendo ciertas reglas, los hace más legibles y fáciles de interpretar.

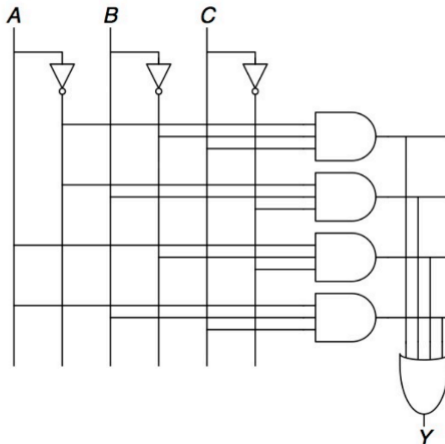
- Las entradas se ubican en la izquierda o arriba.
- Las salidas se ubican a la derecha o abajo.
- Siempre que sea posible, las compuertas deben fluir de izquierda a derecha.
- Conviene dibujar alambres rectos que alambres con esquinas.
- Los alambres siempre conectan en una juntura T
- **Un punto** donde cruzan dos alambres significa que están conectados.
- Dos alambres que se cruzan **sin un punto**, no están conectados.

Repaso Clase Anterior - Compuertas Lógicas

Un ejemplo es el siguiente:

$$Y = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



Minimización de Funciones

Obs. 1

A la lógica en forma de suma de productos se le llama lógica de dos niveles puesto que consiste de un nivel de compuertas AND y luego un nivel de compuertas OR.

Obs.2

Algunas funciones lógicas requieren una enorme cantidad de hardware si se implementan en forma canónica de suma de productos o producto de sumas.

Obs. 3

Existen métodos sistemáticos para lograr una expresión mínima, ya sea de suma de productos o de producto de sumas. Uno de ellos son los Mapas de Karnaugh.

NAND - *Universal Gate*

Compuerta Universal NAND

- La función lógica NAND es conocida por ser universal.
- Se puede usar una puerta NAND para reemplazar una puerta AND, una puerta OR, o una puerta NOT.
- Un circuito lógico implementado con puertas lógicas AOI puede ser reimplementado usando solo puertas NAND.
- El uso de un solo tipo de puerta, en este caso NAND, permite reducir el número de circuitos integrados (IC) necesarios para implementar un circuito lógico, y por lo tanto reducir el costo de implementación.

Demostración en PIZARRA

Ejercicios

Ejercicio 1

Implementar la función lógica OR exclusivo o XOR mediante

- 1 Tabla de Verdad
- 2 Función Binaria (*o lógica*)
- 3 Mapa de Karnaugh
- 4 Circuito Esquemático

Desarrollo en PIZARRA

Ejercicios

Ejercicio 2

Encontrar la **función mínima o simplificada** de las siguientes expresiones utilizando **Mapa de Karnaugh**.

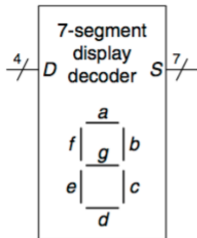
- ① $F(X,Y,Z) = \sum_m(0,2,4,6)$
- ② $F(X,Y,Z) = \sum_m(0,2,4,5,6)$
- ③ $F(X,Y,Z) = \sum_m(1,3,4,5,6)$
- ④ $F(X,Y,Z) = \overline{X}Z + \overline{X}Y + X\overline{Y}Z + YZ$
- ⑤ $F(W,X,Y,Z) = \sum_m(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$
- ⑥ $F(W,X,Y,Z) = \sum_m(0,1,2,5,8,9,10)$

Desarrollo en PIZARRA

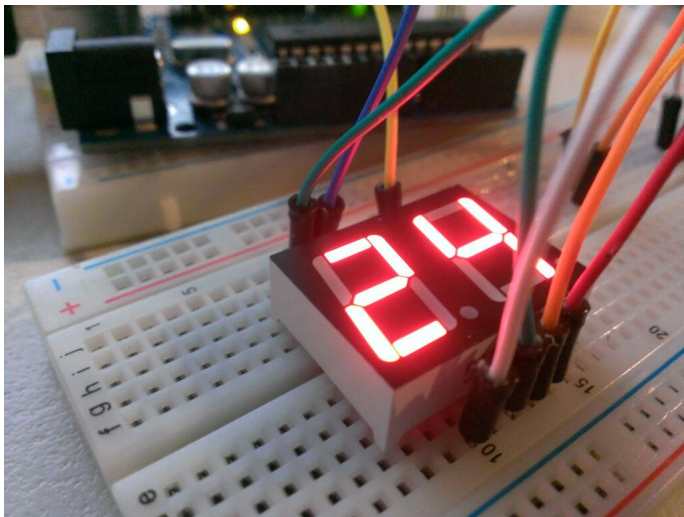
Ejercicios

Ejercicio 3

Ejemplo de aplicación: Diseño de un circuito decodificador de BCD a 7 segmentos. **Desarrollo en PIZARRA**



Ejercicio 3



Material (*link*) - Varios

Links

Los siguientes *links* pueden servir como referencia o consulta.

- 1 3DSage. *How a Computer Works — Visual Learners*.
Disponible en
<https://www.youtube.com/watch?v=z0xB2BLxgdk>
- 2 3DSage. *Puertas lógicas — Aprendices Visuales*. Disponible en
<https://www.youtube.com/watch?v=zcsMHkKJgbE>
- 3 ElectroBOOM. *Haciendo inteligencia con Basic Switch*.
Disponible en
<https://www.youtube.com/watch?v=Kxb8AQVcdac>

For Further Reading I



Marcelo Guarini

Apuntes Sistemas Digitales

PUC, 2018.



D. M. Harris S. L. Harris

Digital Design and Computer Architecture

Elsevier, 2017.