

Lógica Digital I

(ÁLGEBRA DE BOOLE & COMPUERTAS LÓGICAS)

Álgebra de Boole

Sean X, Y, Z variables lógicas en donde $X, Y, Z \in \{0, 1\}$, se cumplen las siguientes leyes y propiedades :

1) Conmutatividad

$$X + Y = Y + X \qquad X \cdot Y = Y \cdot X$$

2) Asociatividad

$$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z \qquad X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$$

3) Distributividad

$$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z) \qquad X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$$

4) Elementos Neutros

$$X + 0 = X \qquad X \cdot 1 = X$$

5) Complemento

$$X + \overline{X} = 1 \qquad X \cdot \overline{X} = 0$$

6) Dominación

$$X + 1 = 1 \qquad X \cdot 0 = 0$$

7) Idempotencia

$$X + X = X \qquad X \cdot X = X$$

8) Doble Complemento

$$\overline{\overline{X}} = X$$

9) Absorción

$$X + X \cdot Y = X \qquad X \cdot (Y + X) = X$$

10) DeMorgan

$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y} \qquad \overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

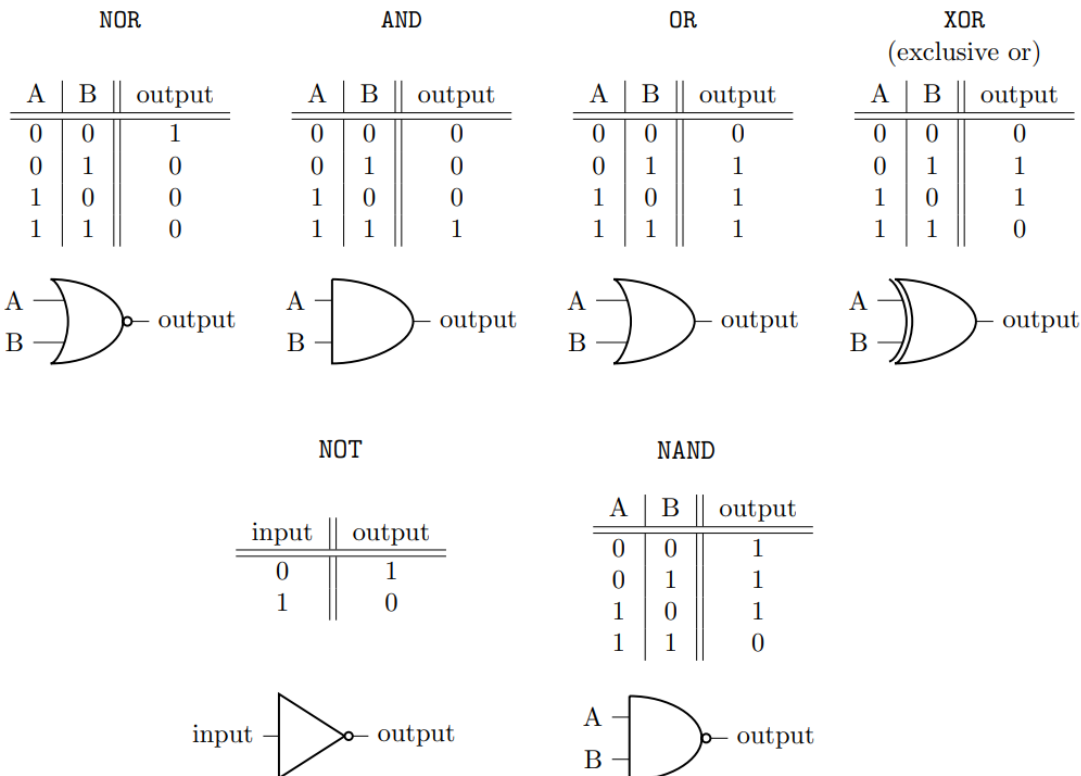
Observación : Algunas propiedades presentadas en este apartado distan de las propiedades utilizadas en el álgebra convencional.

Funciones Lógicas

Una función de n variables lógicas $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ puede ser obtenida a partir de su tabla de verdad en sus forma canónicas :

- 1) Forma Normal Disyuntiva (*Minitérminos*) por medio de la notación $\Sigma_m(0, \dots, n)$, tomando los 1's en la salida y considerando la suma de productos, en donde los productos están dados por los denominados *minitérminos*. Por ejemplo considerando un uno en la salida para la combinación de entradas $X_1, X_2, X_3 = 010$, el minitérmino asociado es $\overline{X}_1 X_2 \overline{X}_3$.
- 2) Forma Normal Conjuntiva (*Maxitérminos*) por medio de la notación $\Pi_M(0, \dots, n)$, tomando los 0's en la salida y considerando el producto de sumas, en donde las sumas están dadas por los denominados *maxitérminos*. Por ejemplo considerando un uno en la salida para la combinación de entradas $X_1, X_2, X_3 = 010$, el maxitérmino asociado es $X_1 + \overline{X}_2 + X_3$.

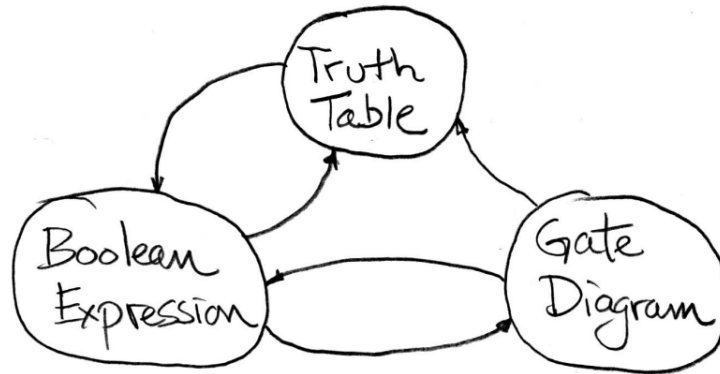
Compuertas Lógicas



Observación : A la compuerta NAND se le conoce como compuerta universal ya que es posible representar a todas las demás compuertas lógicas a partir de esta misma.

Etapas de Diseño

Durante el proceso de diseño de un circuito lógico en este nivel, nos manejaremos utilizando tres formas de representar un sistema (función lógica), estas son la expresión booleana, la tabla de verdad y el circuito o diagrama utilizando compuertas lógicas. Un conjunto de compuertas lógicas conforman lo que se conoce como circuito combinacional, más adelante estudiaremos como afecta el factor tiempo a este tipo de circuitos dando paso a la teoría de circuitos o sistemas secuenciales.



Compuertas Lógicas Reales (*Aproximación*)

En la realidad los estados HIGH == TRUE == 1 o LOW == FALSE == 0 que utilizamos en la teoría de circuitos lógicos digitales no son representativos ya que los niveles de tensión o voltaje 0 y 1, i.e, *apagado* o *prendido* requieren de un **umbral** de voltaje para poder diferenciar entre ambos estados, por lo general se sigue la convención dada por la siguiente tabla :

TRUE	1	HIGH	4.5V (Vdd)
FALSE	0	LOW	0V (GND)

de esta forma cuando en un determinado *nodo* o *terminal* de un circuito arbitrario se mide una tensión de 4.5V se está en presencia del estado HIGH == TRUE == 1, para tensiones menores incluyendo 0 se está en LOW == FALSE == 0. Vdd se conoce como voltaje o tensión de fuente (alimentación del circuito) y GND como tierra de circuito o voltaje 0V.