## Оглавление

1	Анализ типов			
	1.1	Что будет, если в нашу систему типов ввести тип Bool?		
		1.1.1 Будет ли анализ более полным?	4	
		1.1.2 Будет ли анализ более точным?	4	
	1.2	1.2 Что будет, если в нашу систему типов ввести тип $Array$ ? .		
		1.2.1 Придумайте правила вывода для новых операторов	4	
		1.2.2 Попробуйте протипизировать программу	5	

### Глава 1

## Анализ типов

# 1.1 Что будет, если в нашу систему типов ввести тип Bool?

Продублируем изначальные правила:

I	[[I]]=int
$E_1 == E_2$	$[[E_1]] == [[E_2]] \wedge [[E_1 \ op \ E_2]] = int$
$E_1 op E_2$	$[[E_1]] == [[E_2]] == [[E_1 \ op \ E_2]] = int$
input	[[input]]=int
X = E	[[X]] = [[E]]
$output\ E$	[[E]]=int
$if(E) \{S_1\}$	[[E]]=int
$if(E) \{S_1\} \ else \ \{S_2\}$	[[E]] = int
$while\ (E)\ \{S\}$	[[E]] = int
$f(X_1,,X_n)$ { $return\ E;$ }	$[[f]] = ([[X_1]],, [[X_n]]) \to [[E]]$
$(E) (E_1,, E_n)$	$[[E]] = ([[E_1]],, [[E_n]]) \rightarrow [[(E)(E_1,, E_n)]]$
&E	[[&E]] = &[[E]]
alloc	$[[alloc]] = \&\alpha$
null	$[[null]] = \& \alpha$
$^*E$	[[E]] = &[[*E]]
*X = E	[[X]] = &[[E]]

Тогда, перво-наперво введём булевый литерал в пару к I - целочисленном литералу:

$$B \Rightarrow [[B]] = boolean$$

Понятно, что возможные значения - это True или False. Следовательно меняется тип выражений в инструкциях, а также у бинарных операторов - теперь стоило бы выделить логические операторы и арифметические операторы, но т.к. в TIP есть только два логических оператора то нет нужды выписывать какой-нибудь log Op.

Ещё одно следствие - мы не знаем тип input и output. Выпишем изменившиеся правила:

I	[[I]]=int
B	[[B]]] = boolean
$E_1 > E_2$	$[[E_1]] == [[E_2]] = int \wedge [[E_1 > E_2]] = boolean$
$E_1 == E_2$	$[[E_1]] == [[E_2]] == [[E_1 == E_2]] = boolean$
$E_1$ op $E_2$	$[[E_1]] == [[E_2]] == [[E_1 \ op \ E_2]] = int$
input	$[[input]] = \alpha$
X = E	[[X]] = [[E]]
$output\ E$	$[[E]] = \alpha$
$if(E) \{S_1\}$	[[E]] = boolean
$if(E) \ \{S_1\} \ else \ \{S_2\}$	[[E]] = boolean
$while\ (E)\ \{S\}$	[[E]] = boolean
$f(X_1,,X_n)$ {return $E$ ;}	$[[f]] = ([[X_1]],, [[X_n]]) \rightarrow [[E]]$
$(E) (E_1,,E_n)$	$[[E]] = ([[E_1]],, [[E_n]]) \rightarrow [[(E)(E_1,, E_n)]]$
&E	[[&E]] = &[[E]]
alloc	$[[alloc]] = \&\alpha$
null	$[[null]] = \& \alpha$
$^*E$	[[E]] = &[[*E]]
*X = E	[[X]] = &[[E]]

#### 1.1.1 Будет ли анализ более полным?

Учитывая, что теперь в инструкциях if и while условие может быть только типа Bool, следовало бы что полнота анализа увеличилась, например можно было бы найти ошибки когда в этих инструкциях условие - это арифметическое выражение, однако семантика языка не совпадает с этим правилом (в обоих инструкциях можно вставить целочисленное значение как условие), поэтому полнота всё-таки упадёт.

#### 1.1.2 Будет ли анализ более точным?

Точность не изменится. Soundness как была такая и осталась.

"...if typable, then no runtime type errors occurs..."

## 1.2 Что будет, если в нашу систему типов ввести тип Array?

По аналогии введём литера массива, а также пустой массив:

$$\begin{array}{c} \{\ \} \Rightarrow [[\{\ \}]] = [\alpha] \\ \{E_1,...,E_n\} \Rightarrow \ [[E_1]] == \ ... \ == [[E2]] \\ E = \{E_1,...,E_n\} \Rightarrow \ [[E]] == [\ [[E_1]] \ ] \end{array}$$

Все элементы массива долнжы иметь один тип, а вообще-то то есть это либо int либо unit (пустой массив), либо также массив, обозначим тип массива как [< typename >].

## 1.2.1 Придумайте правила вывода для новых операторов

Введём операцию взятия индекса:

$$E[E_1] \Rightarrow [[E]] == [\alpha] \ \land \ [[E_1]] == int \ \land \ [[\ E[E_1]\ ]] = \alpha \\ E[E_1] = E_2 \Rightarrow [[E]] == [\alpha] \ \land \ [[E_1]] == int \ \land \ [[\ E[E_1]\ ]] == [[E_2]] \ \land \ E_2 = \alpha$$

Индексация происходит по числу, следовательно тип индекса - это int, также тип присваемого значения должен соответсвовать типу элемента массива, говоря иначе типу выражения, которое возвращает операция взятия индекса.

#### 1.2.2 Попробуйте протипизировать программу

Используя добавленые правила протипизируем программму:

```
\begin{array}{lll} & \min() & \{ & \operatorname{var} \ x, y, z, t \, ; \\ & x = \{2, 4, 8, 16, 32, 64\}; & [[x]] = [\ [[2]] \ ] = [\ \operatorname{int} \ ] \\ & y = x[x[3]]; & [[3]] = \inf^x x = [\inf] = > [[x[3]]] = \inf = > [[x[x[3]]]] = \inf \\ & z = \{\{\}, x\}; & [[\{\}]] = [a]^n [[x]] = [\inf] = > [[x]] = [\inf] \\ & t = x[1]; & [[x]] = [[\inf]]^n [[1]] = \inf = > [[t]] = [\inf] \\ & t[2] = y; & [[y]] = \inf^n [[2]] = \inf^n [[t]] = [\inf] = > [[t]] = \inf \\ & \} \end{array}
```

В результате получаем:

$$\begin{aligned} [[x]] &= [\ int\ ] \\ [[y]] &= int \\ [[z]] &= [\ [\ int\ ]\ ] \\ [[t]] &= int \end{aligned}$$