Universidad de la República, Facultad de Ciencias Económicas y Administración.

ECONOMETRIA I - CURSO 2015
PRACTICO 1
Modelo de Regresión Lineal Simple (Repaso de Estadística II)

Ejercicio 1

Dado el modelo de regresión lineal simple, $y_i\big|_{X=x_i} = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $\forall i = 1, 2, \cdots N$, donde los valores x_i e y_i corresponden a N observaciones de las variables X e Y y los ε_t a una perturbación aleatoria no observable:

- **a)** Exprese el modelo en forma matricial.
- **b)** Obtenga las expresiones de $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$, estimaciones por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) de los parámetros α y β.
- **c)** Observe que $\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{\beta}\overline{X}$. Interprete el resultado.
- **d)** Mostrar que las componentes del vector de residuos ($\hat{\varepsilon}_i$) suman cero.

Aplicación en *Gretl*:
Considere el archivo de datos *votos2014.gdt*.

1. Exprese el modelo de regresión lineal simple que explica el porcentaje de votos del candidato A condicionado al nivel de gastos de campaña de ese candidato, como una función lineal de dicho gasto.
2. Calcule las estimaciones MCO de los coeficientes de dicho modelo de regresión lineal simple.
3. Verifique que los valores medios de las variables expendA y votosA verifican la ecuación.
4. Verifique que la suma de los residuos es cero.

Ejercicio 2

Considere el modelo lineal simple sin término independiente, $yi = \beta x_i + u_i$, $\forall i = 1, 2, \cdots N$

- **a)** Exprese el modelo en términos matriciales, obteniendo las expresiones algebraicas correspondientes a $X'X$, $X'y$, $(X'X)^{-1}$ y β_{MCO} (estimación por MCO de β)
- **b)** Mostrar que las componentes del vector de residuos ($\hat{\varepsilon}_i$) no necesariamente suman cero.

Aplicación en *Gretl*:

Considere el archivo de datos *votos2014.gdt*. y el modelo de regresión lineal simple sin término constante que vincula las variables voteA y expendA.

1. Calcule las matrices X'X, X'y $(X'X)^{-1}$ y la estimación MCO del parámetro β.
2. Obtenga la suma de las componentes del vector de residuos de la estimación MCO. Comente el resultado.

Ejercicio 3

a). Considere nuevamente el modelo del **Ejercicio 1**.
Muestre que la estimación β_{MCO} hallada en el ejercicio anterior, basada en las N observaciones disponibles, puede expresarse como $\beta_{MCO} = \dfrac{S_{XY}}{S_X^2} = r_{XY}\dfrac{S_X}{S_Y}$.

b). Repaso: *el coeficiente de correlación lineal*.

Econometría I - Fac. CC. Económicas y de Administración - Univ. de la República

Sean X e Y dos variables aleatorias con varianzas finitas no nulas. El coeficiente de correlación lineal entre ellas se define como:

$$\rho =: \rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X).Var(Y)}}$$

Cuando $\rho = 0$, se dice que las variables X e Y están no correlacionadas. ¿En qué circunstancias será posibe?

Si para cierta constante c, $\mathrm{P}(X = cY) = 1$, entonces ¿qué valor(es) puede tomar ρ en este caso? Justifique.

¿Cuál es el rango de variación de ρ?

Aplicación en *Gretl*:

Considere el archivo de datos *votos2014.gdt*.

1. Teniendo en cuenta el modelo del Ejercicio 1, calcule el coeficiente de correlación lineal de voteA y expendA. Multiplíquelo por el cociente de los desvíos de esas variables y constate que obtiene la estimación MCO del coeficiente β de la ecuación del modelo.

2. Siempre teniendo presente el modelo del Ejercicio 1, calcule la covarianza muestral de voteA y expendA y luego divídala por la varianza muestral de expendA. Verifique que dicho cociente coincide con la estimación MCO del coeficiente β de la ecuación del modelo.

Ejercicio 4

4.1- La cantidad de riesgo no diversificable de un archivo financiero se estima por medio de la *línea característica del mercado* (SML), que corresponde a la ecuación:

$R_{it} = \alpha + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}$, donde:

R_{mt} es el rendimiento del portafolio de mercado en el momento t.

R_{it} es el rendimiento del activo i en el momento t.

ε_{it} es el término de error en el momento t para el activo i.

α y β_i son parámteros desconocidos.

Pensando en estimaciones por mínimos cuadrados ordinarios, ¿cuál sería la expresión del estimador de β_i?

¿Qué significaría que $\beta_i > 1$? $\beta_i < 1$? $\beta_i = 1$?

4.2- Un *activo libre de riesgo* es aquel que tiene un rendimiento constante en el tiempo. Entonces, ¿cuál será la varianza de su rendimiento?, ¿la covarianza entre su rendimiento y cualquier otro activo del mercado?

4.3- Se dispone de 120 observaciones correspondientes a los rendimientos de acciones de IBM y MOTOROLA. También se dispone de la información referente al portafolio de mercado en el mismo período de los valores de las acciones de las empresas en cuestión. Con esos datos, se estiman los coeficientes β_i que son respectivamente: 0,4422 para IBM y 0,8147 para MOTOROLA: (Suponga que ambos coeficientes resultan estadísticamente significativos para los niveles de significación usuales).

Comente las estimaciones obtenidas. Una persona adversa al riesgo, ¿cuál de los dos tipos de acciones prefiere comprar?

Aplicación en *Gretl*:

Considere el archivo de datos *CAPM.xls*.

En él está la información de los rendimientos de las acciones de IBM, de MOTOROLA, del activo libre de riesgo y del promedio del mercado. Estime los coeficientes αy β para MOTOROLA e IBM.

Econometría I - Fac. CC. Económicas y de Administración - Univ. de la República

Ejercicio 5

Dadas las variables X e Y, y una muestra de 20 pares de observaciones, se calculan las sumas de los productos y se obtienen los valores que se indican en la tabla.

n = 20	X	Y
1	186,2	21,9
X	1948,922	310,289
Y		110,8805

a. Estime los parámetros del modelo de regresión lineal simple de Y sobre X, con constante. Para ello, construya la matriz X'X, su inversa, y aplique las ecuaciones normales en su versión matricial. (Aplicación directa del **Ejercicio 1**).

b. Estime los parámetros del modelo de regresión lineal simple de Y sobre X, sin constante. (Aplicación directa del **Ejercicio 2**).

c. Calcular el R^2 para ambos modelos. Mostrar que en los modelos sin constante, el cálculo del R^2 no tiene sentido.

Ejercicio 6

Sean $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ las estimaciones por MCO para el modelo de regresión lineal simple:

$$y_t = \alpha + \beta X_t + u_t, \ \forall i = 1,2,...T$$

a. Una vez obtenidos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$, se decide multiplicar los valores de X por 10. ¿Qué ocurrirá con el R^2? ¿y con las estimaciones por MCO de α y β?

b. Si en vez de considerar la regresión indicada, se estima $x_t = \gamma + \delta y_t + u_t, \forall t = 1,2,...T$, ¿Cuál sería la relación entre los R^2 y los coeficientes estimados de ambos modelos? (Antes y después del cambio de escala en X).

<u>Aplicación en *Gretl*</u>:

Considere el archivo de datos *CAPM.gdt* creado en el Ejercicio 4.

a. Indique el R^2 de las dos regresiones estimadas en el Ejercicio 4 (aplicación Gretl)

b. Multiplique por 10 los valores de los rendimientos del portafolio de mercado. Calcule las nuevas regresiones para IBM y MOTOROLA. Observe lo que ocurre con las estimaciones MCO de α y β. Calcule los respectivos (nuevos) R^2.

c. Considere los rendimientos del portafolio de mercado como función de IBM y, por otro lado, como función de MOTOROLA. Observe qué ocurre con los respectivos R^2. (antes y después del cambio de escala en los rendimientos del portafolio de mercado).

Econometría I - Fac. C. Económicas y de Administración - Univ. de la República