UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y DE ADMINISTRACIÓN

1ª REVISIÓN DE ECONOMETRÍA I 12 de octubre de 2006

EJERCICIO 1 (20 puntos)

- **a.** Plantee la ecuación matricial del modelo de regresión lineal general, estableciendo claramente cada una de sus componentes.
- **b.** Obtenga la expresión del estimador del vector de parámetros por el método de MCO (β_{MCO}), *enunciando* sus propiedades y los supuestos que, paso a paso, utilizó para la obtención de la misma.
- c. Deduzca la matriz de varianzas y covarianzas del vector β_{MCO} , explicitando las hipótesis básicas utilizadas en la deducción.
- d. Aplicación numérica:

Considere el modelo de regresión lineal $y = X\beta + \varepsilon$ donde y y ε son vectores de dimensión 8×1 y β es un vector de parámetros desconocidos de dimensión 3×1 . Se dispone también de la siguiente información:

$$X'X = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \ \hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = 22$$

- i) Indique el tamaño de la muestra, el número de regresores, el número de parámetros del mismo y los grados de libertad de la suma de cuadrados de los residuos, justificando su respuesta.
- ii) Obtenga las estimaciones de las varianzas de los estimadores de los parámetros del modelo.
- iii) ¿Contiene el modelo de regresión considerado un término constante? ¿Qué implicaciones tiene ese resultado para el R²?

EJERCICIO 2 (20 puntos)

Considere el modelo de regresión lineal (con los supuestos clásicos):

$$y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i \ (i = 1, 2 ... N)$$

Una muestra de tamaño 33, condujo a los siguientes resultados:

$$\sum_{i=1}^{i=33} x_{1i}^2 = 2 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} x_{2i}^2 = 10 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} x_{3i}^2 = 1 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} y_i^2 = 35$$

$$\sum_{i=1}^{i=33} x_{1i} x_{2i} = 1 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} x_{2i} x_{3i} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} x_{1i} x_{3i} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{i=33} x_{1i} y_i = 5 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} x_{2i} y_i = 10 \qquad \sum_{i=1}^{i=33} x_{3i} y_i = 4$$

- Estime el vector de parámetros β y σ^2 (varianza común del término de las perturbaciones).
- ii) Si se asume que $\varepsilon_i \sim n(0; \sigma^2)$, ¿el β_2 estimado del modelo es significativamente positivo al 5%?
- iii) Contraste la validez de la siguiente restricción en los coeficientes:

$$\beta_1 + \beta_2 = 2$$

iv) Si se quisiera predecir el valor correspondiente a i = 34, este tendría un error asociado. ¿Cómo sería la forma del intervalo de validez de dicha predicción?

EJERCICIO 3 (10 puntos)

- 1. Defina el concepto de multicolinealidad. Distinga entre multicolinealidad exacta y aproximada.
- **2.** Explique cuáles son los problemas que genera la presencia de multicolinealidad exacta en los estimadores MCO. Indique cómo procedería para estimar el modelo si su objetivo fuera realizar predicciones.
- **3.** Explique cuales son los problemas que genera la presencia de multicolinealidad aproximada en los estimadores MCO. Indique las propiedades de los mismos.
- **4.** Un analista afirma: "Debido a que en el modelo hay dos variables altamente correlacionadas, enfrentamos un problema de multicolinealidad por lo cual recomiendo quitar una de las dos variables para realizar la estimación". ¿Está UD. de acuerdo con dicha opinión? (en caso contrario, explique como procedería, en particular para realizar el contraste de hipótesis sobre la significación de las variables).
- **5.** Defina el Factor de Agrandamiento de la Varianza (FAV) y explique su utilidad.