

PRACTICO 08
TEORÍA ASINTÓTICA – Wald, ML y RV.

EJERCICIO 1 (Expresión de los contrastes asintóticos por medio de suma de cuadrados de los residuos)

Se considera la hipótesis de restricción sobre el parámetro β , expresada de la forma siguiente:

$$H_0: R\beta = r$$

Parte 1

El valor de $L(\hat{\beta}_{SR}; \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$ es el máximo de la función de verosimilitud sin restricciones. El test de Razón de Verosimilitudes, **RV (LR)**, se define como el cociente entre el máximo de $L(\hat{\beta}_R; \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$ con restricciones y el máximo irrestricto. Para el cálculo de este estadístico el modelo tiene que ser estimado en forma restringida, o sea maximizar $L(\hat{\beta}; \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$ sujeto a la restricción establecida.

Formule este test en términos de los residuos de las dos regresiones, restringida e irrestricta.

Parte 2

El test de Wald, **W**, está basado en maximizar la $L(\hat{\beta}; \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$ sin restricciones de los parámetros β , sometiendo a prueba la restricción. Expréselo en términos de los residuos de dos regresiones, restringida e irrestricta para probar: $H_0 : R\beta = r$

Parte 3

El test de Multiplicadores de Lagrange **ML** (o test de “score”), está basado en la evaluación del vector de “score” (o puntaje) para la estimación restringida de los parámetros β y σ^2 .

Expréselo en términos de los residuos de dos regresiones, restringida e irrestricta para probar la hipótesis considerada.

Parte 4

A partir de las expresiones de los estadísticos por su forma de cálculo en términos de la suma de los cuadrados de los residuos, demuestre la desigualdad $W \geq RV \geq ML$.

EJERCICIO 2

Se considera el siguiente modelo para analizar los determinantes de la cantidad de horas trabajadas para una muestra de 534 mujeres casadas. La base de datos a considerar está en el archivo Ej2_p8.

$$HORAS_i = \beta_0 + \beta_1 edad_i + \beta_2 educacion_i + \beta_3 hijosmenos6_i + \beta_4 hijosmas6_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

HORAS:	horas anuales trabajadas asalariadas
EDAD:	edad en años
EDUCACIÓN:	años de educación
HIJOSMENOS6:	cantidad de hijos con menos de 6 años
HIJOSMAS6:	cantidad de hijos con más de 6 años

Se desea contrastar si la presencia de hijos afecta la oferta en el mercado laboral de las mujeres. Para ello se estiman dos ecuaciones: la primera que se estima es la ecuación (1) sin restricciones.

A continuación se estima otro modelo (2) que considera la siguiente restricción:

$$\beta_3 = \beta_4 = 0$$

Se pide:

- Explique qué significa en términos económico-sociales la restricción considerada.
- Someta a prueba la hipótesis $H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$ con $\alpha = 5\%$
 - 1) Utilizando el test de Razón de Verosimilitudes (RV)
 - 2) Utilizando el test de Wald (W)
 - 3) Utilizando el test de los Multiplicadores de Lagrange (ML)

EJERCICIO 3 (Examen Febrero 2015)

Se dispone de datos del costo de generación (variable Cost) en millones de dólares correspondientes a 123 compañías eléctricas¹. Se desea explicarlo por medio de observaciones correspondientes a las siguientes variables:

- i) Output: producción energética (en miles de Kwh)
- ii) Price_Lab: precio de la mano de obra (en U\$ por año)
- iii) Price_K: precio del capital (en U\$)
- iv) Price_Fuel: precio del combustible fósil (en U\$ por millón de BTUs).

Consecuentemente, se estima la siguiente ecuación:

$$Cost_i = \beta_1 + \beta_2 Output_i + \beta_3 Price_Lab_i + \beta_4 Price_K_i + \beta_5 Price_Fuel_i + \varepsilon_i$$

El resultado de las estimaciones en Gretl se indica en el cuadro:

Modelo 1: MCO, usando las observaciones 1-123
Variable dependiente: Cost

	<i>Coefficiente</i>	<i>Desv. Típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Valor p</i>	
const	-70,4951	12,695	-5,5530	<0,00001	***
Output	0,00473114	0,000109451	43,2260	<0,00001	***
Price_Lab	0,00362675	0,00105533	3,4366	0,00081	***
Price_K	0,280083	0,129488	2,1630	0,03256	**
Price_Fuel	0,78346	0,165789	4,7257	<0,00001	***
Media de la vble. dep.	44,21919	D.T. de la vble. dep.		56,56325	
Suma de cuad. residuos	21936,65	D.T. de la regresión		13,63465	
R-cuadrado	0,943799	R-cuadrado corregido		0,941894	
F(4, 118)	495,4045	Valor p (de F)		9,73e-73	
Log-verosimilitud	-493,3288	Criterio de Akaike		996,6576	
Criterio de Schwarz	1010,719	Crit. de Hannan-Quinn		1002,369	

¹ Datos en electric.gdt correspondientes al conjunto de bases del libro de Koop ("electricity production and costs").

A la luz de los resultados obtenidos, se pide:

- a. Estudie la significación e interprete brevemente las estimaciones de los coeficientes del modelo. (**Modelo 1**)
- b. ¿Es cierto que el coeficiente β_5 es estadísticamente mayor que 0,75? Interprete en el contexto de las compañías eléctricas estudiadas. (Modelo 1).
- c. A continuación, se construye una nueva variable, suma de los precios de los insumos combustible y capital fijo, que sustituirá a esas dos variables en la ecuación original.

c.1. Escriba la nueva ecuación considerada.

c.2. Se realiza una nueva estimación con los mismos datos, esta vez para la nueva ecuación. Los resultados se adjuntan en la tabla correspondiente al **Modelo 2**, líneas abajo. Plantee el contraste sobre la relación entre los coeficientes de ambos modelos que se pretende detectar al considerar también este nuevo modelo. Concluya. Interprete el resultado en términos de las compañías generadoras de energía eléctrica.

Modelo 2: MCO, usando las observaciones 1-123

Variable dependiente: Cost

	<i>Coeficiente</i>	<i>Desv. Típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Valor p</i>	
const	-81,7134	11,8105	-6,9187	<0,00001	***
Output	0,00473433	0,000111191	42,5783	<0,00001	***
Price_Lab	0,00436794	0,00101603	4,2990	0,00004	***
KandFuel	0,480296	0,0935368	5,1348	<0,00001	***
Media de la vble. dep.	44,21919	D.T. de la vble. dep.		56,56325	
Suma de cuad. residuos	22835,45	D.T. de la regresión		13,85260	
R-cuadrado	0,941497	R-cuadrado corregido		0,940022	
F(3, 119)	638,3568	Valor p (de F)		3,77e-73	
Log-verosimilitud	-495,7984	Criterio de Akaike		999,5968	
Criterio de Schwarz	1010,845	Crit. de Hannan-Quinn		1004,166	

d. Con los datos correspondientes a los Modelos 1 y 2, calcule exactamente los contrastes asintóticos para restricciones que le sea posible (Wald, Multiplicadores de Lagrange y Máxima Verosimilitud), de acuerdo con la información disponible. Explique el(los) cálculo(s). Indique la intuición subyacente a cada uno de ellos. Si para alguno de los contrastes no dispone de información suficiente para calcularlo, explique por qué.

EJERCICIO 4

Archivo: Ej4_p8

Se dispone de información sobre familias de USA del año 1991 (5634 observaciones). Se desea, en base a ella, analizar factores que afectan el ingreso familiar (variable *faminc*) tales como:

- la edad del marido (*husage*)
- la edad de la mujer (*age*)
- si el hombre es hispano (*hushisp*)
- si la mujer es hispana (*hispanic*)
- los años completos de educación formal del marido (*huseduc*)
- los años completos de educación formal de la mujer (*educ*)

1. Considere el modelo lineal asociado al problema planteado, y estime por mínimos cuadrados la ecuación correspondiente.
2. Analice la significación individual de las variables explicativas.
3. Considere ahora la posibilidad de eliminar las variables *husage*, *hushisp* y *hispanic*. Escriba la(s) restricción(es) correspondiente(s). Interprete la(s) misma(s).
4. Realice los contrastes de Wald, Razón de Verosimilitudes y Multiplicadores de Lagrange para analizar si efectivamente esa(s) restricción(es) está(n) activa(s). Concluya. Interprete.
5. Realice una submuestra aleatoria de los datos disponibles de tamaño 20. Realice los mismos contrastes pedidos en el punto 4.
6. Compare las conclusiones obtenidas en los puntos 4 y 5. Comente.