PRÁCTICO 5

Ejercicio 1

a Consecuencias:

i) Estimadores sesgados

ii) Matriz Σ "menor" que con modelo correcto

iii) $\hat{\sigma}^2_{\varepsilon}$ sobreestimada

iv) Contrastes F y t no válidos

b Modelo correcto: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \varepsilon_i$

Modelo estimado: $Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_{i2} + \vartheta_i$

b.1) $\vartheta_i = \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \varepsilon_i$

$$E(\vartheta_i) = \beta_3 E(X_3) + \beta_4 E(X_4) \neq 0$$

b.2) Quiero que $\alpha_i = \beta_i \ \forall i$

$$\hat{\alpha}_2 = \frac{cov(X_2;Y)}{V(X_2)} = \frac{\Sigma (X_{i2} - \bar{X}_2)(Y_i - \bar{Y})}{\Sigma (X_{i2} - \bar{X}_2)^2} = \frac{100}{500} = 0{,}2$$

$$(\mathbb{X}'\mathbb{X}) = \begin{bmatrix} \Sigma x_2^2 & \Sigma x_2 x_3 & \Sigma x_2 x_4 \\ \Sigma x_2 x_3 & \Sigma x_3^2 & \Sigma x_3 x_4 \\ \Sigma x_2 x_4 & \Sigma x_3 x_4 & \Sigma x_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 & 0 & 100 \\ 0 & 100 & 40 \\ 100 & 40 & 200 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbb{X}'\mathbb{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}002 & 0 & -0{,}001 \\ 0 & 0{,}010 & -0{,}001 \\ -0{,}001 & -0{,}002 & 0{,}006 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbb{X}'\mathbb{Y}) = \begin{bmatrix} \Sigma x_2 y \\ \Sigma x_3 y \\ \Sigma x_4 y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -200 \\ 300 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{\beta} = (\mathbb{X}'\mathbb{X})^{-1}\mathbb{X}'\mathbb{Y} = \begin{bmatrix} -0{,}2390 \\ -2{,}8780 \\ 2{,}1951 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\alpha}_2 &= 0{,}2 \\ \hat{\beta}_2 &= -0{,}2390\end{aligned}\right\} \text{sesgo} = \hat{\alpha}_2 - \hat{\beta}_2 = 0{,}439$$

b.3)

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{U}} = \frac{SCResi}{n-k} = \frac{5980}{18} = \frac{2990}{9} \simeq 332{,}22$$

$$\hat{\alpha}_1 = \bar{Y} - \hat{\alpha}_2 \bar{X}_2 \Rightarrow \hat{\alpha}_1 = 1{,}8$$

$$SCResi = \Sigma \hat{U}_i^2 = \Sigma (y_i - \hat{\alpha}_2 x_{i2})^2 =$$

$$= \Sigma y_i^2 - 2\hat{\alpha}_2 \Sigma y_i x_{i2} + \hat{\alpha}_2^2 \Sigma x_{i2}^2 = 5.980$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\varepsilon}} = \frac{SCResi}{n-k} = \frac{4.179{,}46}{16} \simeq 261{,}22$$

$$y_i = \hat{\beta}_2 x_{i2} + \hat{\beta}_3 x_{i3} + \hat{\beta}_4 x_{i4} + \hat{\varepsilon}_i \rightarrow \text{(elevo cuad y sumo)}$$

$$\Rightarrow \Sigma y^2 = \hat{\beta}_2^2 \Sigma x_2^2 + \hat{\beta}_3^2 \Sigma x_3^2 + \hat{\beta}_4^2 \Sigma x_4^2 + \underbrace{\Sigma \hat{\varepsilon}_i}_{SCResi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SCResi = \Sigma \hat{\varepsilon}_i^2 = 4.179{,}46$$

Ejercicio 2

Modelo correcto: $D_i = \beta_1 + \beta_2 P_i + \beta_3 Y_i + \varepsilon_i$

Modelo estimado: $\hat{D}_i = 89{,}97 + 0{,}107 P_i$ [A]

DT: (11,85) (0,118)

V: (0,014)

$\hat{D}_i = 92{,}05 + 0{,}142 P_i + 0{,}236 Y_i$ [B]

DT: (5,84) (0,067) (0,031)

V: (0,0005)

$\boxed{a}$

- Si ∃ mult. ⇒ mejor no hacer nada
- Pero si la sol. implementada es omitir variables relevantes ⇒ genero problemas de especificación.
- Si omito var. rel. ⇒ obtengo varianzas menores. Pero

Ejercicio 3

a Dado $\hat{Y}_i = \underset{\hat\beta_1}{310{,}07} - \underset{\hat\beta_2}{85{,}39}X_i + \underset{\hat\beta_3}{26{,}73}X_i^2 - \underset{\hat\beta_4}{1{,}40}X_i^3$

$H_0)\ \beta_3 = \beta_4 = 0$ vs $H_1)\ \beta_3 \neq 0$ y/o $\beta_4 \neq 0$

$RC = \{(Y|X) \mid F_0 > F_{2;26}(0{,}95)\}$

$F_{2;26}(0{,}95) = 3{,}369$

$F_0 = \dfrac{(R_1^2 - R_0^2)/2}{(1-R_1^2)/26} = 60{,}\hat{6}$

$F_0 = 60{,}\hat{6} > 3{,}369 = F_{2;26}(0{,}95) \Rightarrow RH_0 \Rightarrow \beta_3$ y/o β_4 son sig. al 5% $\Rightarrow$ el modelo [E1] esta mal especificado.

⊗ lo cual no implica que el modelo [E2] esté correcto

b $H_0)\ \beta_4 = 0$ vs $H_1)\ \beta_4 \neq 0$

$RC = \{(Y|X) \mid |e| > t_{n-k}(1-\alpha/2)\}$

$t_{n-k}(1-\alpha/2) = t_{26}(0{,}975) = 2{,}056$

$e = \dfrac{\hat\beta_4}{\hat\sigma_{\hat\beta_4}} = -1{,}148$

$|e| = 1{,}148 \not> 2{,}056 = t \Rightarrow$ No $RH_0 \Rightarrow \beta_4$ no es sig. al 5%