

**UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y DE ADMINISTRACIÓN**

**2ª REVISIÓN DE ECONOMETRÍA I**  
**16 de diciembre de 2010 – 18 horas**

**Ejercicio 1 (22 puntos)**

Se cuenta con información respecto al peso al nacer de 1191 niños y datos respecto a características de sus familias. Se desea analizar los determinantes del peso del niño al nacer.

Se tiene información sobre las siguientes variables

**peso:** peso en kg. del niño al nacer  
**cigs:** cantidad de cigarrillos que fuma la madre  
**norden:** número de orden del niño, por ejemplo si tiene 2 hermanos mayores *norden* vale 3  
**faminc:** ingreso de la familia  
**motheduc:** años de educación de la madre  
**fatheduc:** años de educación del padre

**Parte I**

Se pide:

1. Explique brevemente en qué consiste el supuesto de homoscedasticidad en el contexto del modelo de regresión neo-clásico (aclaración neo-clásico es el modelo que considera que las X son estocásticas).
2. Señale las propiedades del estimador MCO cuando se cumplen todos los supuestos del modelo de regresión neo-clásico (indique dichos supuestos) excepto el de homoscedasticidad.
3. Describa brevemente UNA técnica adecuada para estimar modelos de regresión cuando se cumplen todos los supuestos del modelo neo-clásico excepto el de homoscedasticidad.
4. Analice brevemente las estadísticas descriptivas que se suministran a continuación. En particular se espera que:
  - a. Comente los hechos que le parece relevante tener en cuenta a la hora de estudiar los determinantes del peso al nacer de los niños.
  - b. Indique si en las estadísticas disponibles encuentra alguna señal de la potencial existencia de heteroscedasticidad asociada a la variable *norden*. Justifique.

**Media, desvío estándar y rango de las variables bajo análisis**

. sum peso cigs norden faminc motheduc fatheduc

Variable	Obs	Media	Desvío Estándar	Min	Max
-----+-----					
peso	1191	3.388613	.5709945	.6520391	7.682721
cigs	1191	1.769102	5.343771	0	40
norden	1191	1.61377	.8746352	1	6
faminc	1191	32.21914	17.9562	.5	65
motheduc	1191	13.1251	2.417437	2	18
fatheduc	1191	13.19144	2.741274	1	18

**Matriz de correlaciones simples entre las variables bajo análisis (\* significa que la correlación es significativa al 5%)**

```
. pwcorr peso cigs norden faminc motheduc fatheduc, star(0.05)
```

	peso	cigs	norden	faminc	motheduc	fatheduc
peso	1.0000					
cigs	-0.1646*	1.0000				
norden	0.0695*	0.0419	1.0000			
faminc	0.0799*	-0.1554*	-0.0567	1.0000		
motheduc	0.0451	-0.2167*	-0.0960*	0.4271*	1.0000	
fatheduc	0.0830*	-0.1803*	-0.0452	0.4477*	0.6435*	1.0000

**Estadísticas del peso del niño al nacer según el valor de la variable *norden*:**

norden	media	varianza	No. observaciones
1	3.355022	.3268088	690
2	3.418714	.3182887	333
3	3.467558	.3093426	124
4 o más	3.465085	.3948524	44
Total	3.388613	.3260347	1191

**Parte II**

Se estimó el siguiente modelo utilizando el estimador MCO:

$$(1) \text{ peso} = \beta_0 + \beta_1 \text{cigs} + \beta_2 \text{norden} + \beta_3 \text{faminc} + \beta_4 \text{motheduc} + \beta_5 \text{fatheduc} + U$$

Los resultados fueron:

**\*REGRESIÓN 1**

```
. reg peso cigs norden faminc motheduc fatheduc
```

Source	SS	df	MS	
Model	15.0335709	5	3.00671417	Number of obs = 1191
Residual	372.947745	1185	.314723836	F( 5, 1185) = 9.55
Total	387.981316	1190	.32603472	Prob > F = 0.0000
				R-squared = 0.0387
				Adj R-squared = 0.0347
				Root MSE = .561

  

	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
cigs	-.0168945	.0031283	-5.40	0.000	-.0230321 -.0107569
norden	.0506777	.0186938	2.71	0.007	.014001 .0873544
faminc	.0015887	.0010365	1.53	0.126	-.0004448 .0036223
motheduc	-.0105021	.0090677	-1.16	0.247	-.0282927 .0072885
fatheduc	.0133922	.0080128	1.67	0.095	-.0023287 .029113
_cons	3.24671	.1056999	30.72	0.000	3.03933 3.45409

A continuación se obtuvieron los residuos del modelo ( $\hat{u}$ ) y se calculó su cuadrado ( $\hat{u}^2$ ). Seguidamente se estimaron los siguientes dos modelos para el cuadrado de los residuos.

$$(2) \hat{u}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \text{cigs} + \alpha_2 \text{norden} + \alpha_3 \text{faminc} + \alpha_4 \text{motheduc} + \alpha_5 \text{fatheduc} + V$$

$$(3) \hat{u}^2 = \delta_0 + \delta_1 \hat{y} + \delta_2 \hat{y}^2 + W,$$

$$\text{donde } \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \text{cigs} + \hat{\beta}_2 \text{norden} + \hat{\beta}_3 \text{faminc} + \hat{\beta}_4 \text{motheduc} + \hat{\beta}_5 \text{fatheduc}$$

Los resultados fueron:

### \* REGRESIÓN 2

. reg resi2 cigs norden faminc motheduc fatheduc					
Source	SS	df	MS	Number of obs = 1191	
Model	.562606214	5	.112521243	F( 5, 1185) = 0.19	
Residual	712.143308	1185	.600964817	Prob > F = 0.9675	
Total	712.705914	1190	.598912533	R-squared = 0.0008	
				Adj R-squared = -0.0034	
				Root MSE = .77522	

  

resi2	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
cigs	-.0013763	.0043228	-0.32	0.750	-.0098576	.007105
norden	-.0090813	.025832	-0.35	0.725	-.0597629	.0416002
faminc	-.0002587	.0014323	-0.18	0.857	-.0030688	.0025514
motheduc	.0061064	.0125302	0.49	0.626	-.0184775	.0306903
fatheduc	.0018109	.0110725	0.16	0.870	-.0199129	.0235347
_cons	.234528	.1460609	1.61	0.109	-.0520389	.5210949

### \* REGRESIÓN 3

. reg resi2 ygorro ygorro2					
Source	SS	df	MS	Number of obs = 1191	
Model	.060461038	2	.030230519	F( 2, 1188) = 0.05	
Residual	712.645453	1188	.59986991	Prob > F = 0.9509	
Total	712.705914	1190	.598912533	R-squared = 0.0001	
				Adj R-squared = -0.0016	
				Root MSE = .77451	

  

resi2	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ygorro	.4275061	4.939406	0.09	0.931	-9.263425	10.11844
ygorro2	-.0558214	.7530549	-0.07	0.941	-1.533287	1.421644
_cons	-.4938295	8.095814	-0.06	0.951	-16.37752	15.38986

Se pide:

- Analice breve pero rigurosamente los resultados de la estimación MCO de la REGRESIÓN 1.
- Someta a prueba la hipótesis de existencia de heteroscedasticidad en el modelo estimado utilizando SOLO UNO de los siguientes contrastes: Breusch\_Pagan o White modificado.
  - Indique la hipótesis nula y la alternativa del contraste elegido.
  - Explique cómo se implementa el contraste elegido, cuál es el estadístico utilizado y la región crítica del contraste.
  - Concluya respecto a la existencia o no de heteroscedasticidad en el modelo estimado basándose en la evidencia empírica.
- En base a la información que dispone ¿Qué estimador recomendaría ud. utilizar para analizar los determinantes del peso del niño al nacer? Justifique.

**EJERCICIO 2 (14 puntos) –**  
(extraído de Wooldridge, ejemplo 4.9)

Se cuenta con información respecto del peso al nacer de 1191 niños y datos respecto a las características de sus familias. Se desea contrastar la siguiente hipótesis “**la educación de los padres no afecta el peso del niño al nacer una vez que se ha controlado por la cantidad de cigarrillos que fuma la madre, la cantidad de hermanos menores y el ingreso del hogar**”. (Sugerencia: antes de continuar asegúrese que entendió perfectamente la hipótesis que se desea contrastar)

Se tiene información sobre las siguientes variables

**peso:** peso en kg. del niño al nacer  
**cigs:** cantidad de cigarrillos que fuma la madre  
**norden:** número de orden del niño, por ejemplo si tiene 2 hermanos mayores *norden* vale 3  
**faminc:** ingreso del la familia  
**motheduc:** años de educación de la madre  
**fatheduc:** años de educación del padre

A continuación se presenta una serie de estimaciones realizadas con la información disponible.

**\*REGRESION 1**

Se realiza una regresión donde la variable dependiente es *peso* y los regresores *cigs norden faminc motheduc fatheduc*

```
. reg peso cigs norden faminc motheduc fatheduc
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 1191		
Model	15.0335709	5	3.00671417	F( 5, 1185) = 9.55		
Residual	372.947745	1185	.314723836	Prob > F = 0.0000		
Total	387.981316	1190	.32603472	R-squared = 0.0387		
				Adj R-squared = 0.0347		
				Root MSE = .561		

  

	peso	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
cigs		-.0168945	.0031283	-5.40	0.000	-.0230321	-.0107569
norden		.0506777	.0186938	2.71	0.007	.014001	.0873544
faminc		.0015887	.0010365	1.53	0.126	-.0004448	.0036223
motheduc		-.0105021	.0090677	-1.16	0.247	-.0282927	.0072885
fatheduc		.0133922	.0080128	1.67	0.095	-.0023287	.029113
_cons		3.24671	.1056999	30.72	0.000	3.03933	3.45409

```

. matrix Varcovar=e(V)

. matrix list Varcovar

symmetric Varcovar[6,6]
      cigs      norden      faminc      motheduc      fatheduc      _cons
cigs    9.786e-06
norden  -1.259e-06    .00034946
faminc   1.913e-07    4.332e-07    1.074e-06
motheduc 3.330e-06    .00001319   -1.803e-06    .00008222
fatheduc 9.702e-07   -4.159e-06   -2.054e-06   -.00004001    .0000642
_cons   -.00007795   -.00069394    .0000151   -.00052047   -.00025061    .01117246

. matrix INVVarcovar=inv(Varcovar)
.
. matrix list INVVarcovar

symmetric INVVarcovar[6,6]
      cigs      norden      faminc      motheduc      fatheduc      _cons
cigs   119816.16
norden 11543.454  12747.684
faminc 159320.63  193391.77   5147468.4
motheduc 77283.628  79387.06  1670388.3   674006.78
fatheduc 78328.989  80149.633   1691699    671328.24   686929.22
_cons   6694.7583  6106.9413  121925.94   49668.942   49919.956   3784.2701

```

## \*REGRESION 2

Se realiza una regresión donde la variable dependiente es *peso* y los regresores *motheduc* *fatheduc*

```
. reg peso motheduc fatheduc
```

Source	SS	df	MS			
Model	2.722022	2	1.361011	Number of obs =	1191	
Residual	385.259294	1188	.324292335	F( 2, 1188) =	4.20	
Total	387.981316	1190	.32603472	Prob > F =	0.0153	
				R-squared =	0.0070	
				Adj R-squared =	0.0053	
				Root MSE =	.56947	

  

	peso	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
motheduc		-.0033753	.0089211	-0.38	0.705	-.0208781	.0141275
fatheduc		.0192129	.0078672	2.44	0.015	.0037778	.0346481
_cons		3.179468	.0954669	33.30	0.000	2.992166	3.366771

```

. matrix Varcovar2=e(V)

. matrix list Varcovar2

symmetric Varcovar2[3,3]
      motheduc      fatheduc      _cons
motheduc    .00007959
fatheduc   -.00004516    .00006189
_cons      -.00044882   -.0002237    .00911392

. matrix INVVarcovar2=inv(Varcovar2)

```

## \*REGRESION 3

Se realiza una regresión donde la variable dependiente es *peso* y los regresores *cigs* *norden* *faminc*

```
. reg peso cigs norden faminc
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 1191		
Model	14.1288854	3	4.70962847	F( 3, 1187) = 14.95		
Residual	373.852431	1187	.314955713	Prob > F = 0.0000		
Total	387.981316	1190	.32603472	R-squared = 0.0364		
				Adj R-squared = 0.0340		
				Root MSE = .56121		

  

peso	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
cigs	-.0169488	.0030836	-5.50	0.000	-.0229987	-.0108989
norden	.0519441	.018641	2.79	0.005	.0153712	.088517
faminc	.0019012	.0009183	2.07	0.039	.0000994	.0037029
_cons	3.273517	.0469439	69.73	0.000	3.181415	3.36562

### Se calculan los residuos de la regresión 3

```
. predict residuos, resid
. matrix Varcovar2=e(V)
. matrix list Varcovar2
symmetric Varcovar2[4,4]
      cigs      norden      faminc      _cons
cigs  9.508e-06
norden -1.926e-06 .00034749
faminc  4.344e-07  8.711e-07  8.434e-07
_cons -.00002771 -.00058542 -.00002935 .00220373
. matrix INVVarcovar2=inv(Varcovar2)
.
. matrix list INVVarcovar2
symmetric INVVarcovar2[4,4]
      cigs      norden      faminc      _cons
cigs 119727.94
norden 11534.955 12738.299
faminc 159203.34 193249.39 5143678.7
_cons  6689.8294 6102.4453 121836.18 3781.484
```

### \*REGRESION 4

Se realiza una regresión de los residuos de la regresión 3 sobre las variables cigs norden faminc motheduc fatheduc

```
. reg residuos cigs norden faminc motheduc fatheduc
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 1191		
Model	.904685456	5	.180937091	F( 5, 1185) = 0.57		
Residual	372.947748	1185	.314723838	Prob > F = 0.7193		
Total	373.852434	1190	.314161709	R-squared = 0.0024		
				Adj R-squared = -0.0018		
				Root MSE = .561		

  

residuos	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
cigs	.0000543	.0031283	0.02	0.986	-.0060833	.0061919
norden	-.0012664	.0186938	-0.07	0.946	-.0379431	.0354103
faminc	-.0003124	.0010365	-0.30	0.763	-.002346	.0017212
motheduc	-.0105021	.0090677	-1.16	0.247	-.0282927	.0072885
fatheduc	.0133922	.0080128	1.67	0.095	-.0023287	.029113
_cons	-.0268072	.1056999	-0.25	0.800	-.234187	.1805725

```

. matrix Varcovarresi=e(V)

. matrix list Varcovarresi

symmetric Varcovarresi[6,6]
      cigs      norden      faminc      motheduc      fatheduc      _cons
cigs    9.786e-06
norden -1.259e-06    .00034946
faminc  1.913e-07    4.332e-07    1.074e-06
motheduc 3.330e-06    .00001319   -1.803e-06    .00008222
fatheduc 9.702e-07   -4.159e-06   -2.054e-06   -.00004001    .00006421
_cons  -.00007795   -.00069394    .0000151   -.00052047   -.00025061    .01117246

. matrix INVVarcovarresi=inv(Varcovarresi)

. matrix list INVVarcovarresi

symmetric INVVarcovarresi[6,6]
      cigs      norden      faminc      motheduc      fatheduc      _cons
cigs  119816.15
norden 11543.454  12747.684
faminc 159320.63  193391.77   5147468.4
motheduc 77283.628  79387.059  1670388.2   674006.78
fatheduc 78328.989  80149.633   1691699    671328.24   686929.22
_cons  6694.7582   6106.9413  121925.94   49668.942   49919.956   3784.2701

```

Se pide:

- 1) Escriba las ecuaciones del modelo restringido y del modelo no restringido y las hipótesis nula y la alternativa, para someter a prueba la hipótesis “**después de controlar por la cantidad de cigarrillos que fuma la madre, el número de orden del niño y el ingreso del hogar, la educación de los padres no afecta el peso de los niños al nacer**”.
- 2) Realice formalmente la prueba con un nivel de significación del 5% utilizando:
  - a. El contraste de Wald
  - b. El contraste de Ratio de Verosimilitudes
  - c. El contraste de los Multiplicadores de Lagrange
- 3) Concluya respecto a la pregunta de interés.

### EJERCICIO 3 (14 puntos) –

Considere un sistema lineal de ecuaciones simultáneas (MELS) de dos ecuaciones:

$$Y_1 = \alpha_1 Y_2 + \alpha_2 + \alpha_3 X_1 + u_1 \text{ (demanda)}$$

$$Y_2 = \alpha_4 Y_1 + \alpha_5 + \alpha_6 X_2 + \alpha_7 X_3 + u_2 \text{ (oferta)}$$

Las variables intervinientes son:

- $Y_1$  cantidad,  $Y_2$  precio (variables endógenas)
- $X_1$  renta de las personas,  $X_2$  salario,  $X_3$  tipo de interés.

(Las perturbaciones estructurales tienen esperanza cero y covarianza cero con las  $X_i$ ).

1. Escriba el MELS en forma matricial,  $BY = \Gamma X + u$ . Halle la forma reducida del sistema:  $Y = \Pi X + v$ .
2. Estudie la identificabilidad de cada una de las ecuaciones del MELS.

3. A partir de una muestra, se obtuvo una estimación MCO de la matriz de la forma reducida:  $\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 4 & -6 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ . Obtenga, cuando le sea posible, estimaciones consistentes de los coeficientes estructurales del MELS.

Sugerencia: Quizás le sea de utilidad en los cálculos del punto **3.** definir un vector fila que sea combinación lineal de las filas de la matriz de la forma reducida:  $\Pi^* = \Pi_{2\bullet} - \alpha_4 \Pi_{1\bullet}$ . (siendo  $\alpha_4$  el coeficiente estructural de la variable *cantidad* en la ecuación de oferta).