UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y DE ADMINISTRACIÓN

1ª REVISIÓN DE ECONOMETRÍA I
8 de octubre de 2011 – 13 horas

EJERCICIO 1 (30 puntos) –

.A una consultoría dedicada a los estudios econométricos y estadísticos se le encomienda estudiar el comportamiento de las horas extraordinarias trabajadas (Y) por las empleadas femeninas de empresas de un determinado sector.

Se plantea un modelo lineal clásico: $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \beta_4 X_{i4} + \varepsilon_i$
donde: X_2 : salario por hora no extraordinaria en decenas de unidades monetarias
X_3 : salario por hora extraordinaria en cientos de unidades monetarias
X_4 : número de hijos

La información que surge de 48 empresas entrevistadas es la siguiente:

$$\sum_{i=1}^{i=48} Y_i = 305514 \qquad \sum_{i=1}^{i=48} X_{2i} = 5161{,}46 \qquad \sum_{i=1}^{i=48} X_{3i} = 250{,}8 \qquad \sum_{i=1}^{i=48} X_{4i} = 151{,}48$$

Considerando las variables centradas, la información es la siguiente:

$$\sum_{i=1}^{i=48} y_i^2 = \sum_{i=1}^{i=48} (Y_i - \overline{Y})^2 = 2497925{,}28 \quad X_c^{'} X_c = \begin{bmatrix} 467{,}8939 & -188{,}3241 & -113{,}4864 \\ -188{,}3241 & 169{,}4916 & 78{,}5184 \\ -113{,}4864 & 78{,}5184 & 55{,}9585 \end{bmatrix}$$

$$(X_c^{'} X_c)^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}0045 & 0{,}0022 & 0{,}0060 \\ 0{,}0022 & 0{,}0179 & -0{,}0207 \\ 0{,}0060 & -0{,}0207 & 0{,}0591 \end{bmatrix} \qquad \sum_{i=1}^{i=48} y_i x_{4i} = 8743{,}65$$

$$\sum_{i=1}^{i=48} y_i x_{2i} = \sum_{i=1}^{i=48} (Y_i - \overline{Y})(X_{i2} - \overline{X}_2) = -25413{,}35 \qquad \sum_{i=1}^{i=48} y_i x_{3i} = 18077{,}11$$

Se pide:

1. Estimar los parámetros del modelo por MCO.
2. Obtener una medida de la bondad del ajuste.
3. Contrastar la significación global del modelo utilizando el coeficiente de determinación R^2. ($\alpha = 0{,}05$)
4. ¿Puede considerase que el número de hijos es relevante en la decisión de la cantidad de horas extraordinarias trabajadas por las mujeres? ($\alpha = 0{,}10$)
5. Contrastar H_0) $\beta_3 = 90$ y $\beta_2 = 2\,\beta_4$ (simultáneamente) vs la alternativa de que alguna de las dos restricciones no se cumpla. ($\alpha = 0{,}05$)
6. ¿Cuántas horas extraordinarias trabajaría una señora con tres hijos si el salario por ***hora no extraordinaria*** fuera de **1500 *unidades monetarias***, y el salario por

hora extraordinaria fuera de **600** ***unidades monetarias***? Indique la forma del intervalo de confianza al 95% para dicha predicción.

Sugerencia: para realizar el punto **4.,** se recuerda que: $SCExpl = \sum_{i=1}^{i=n} (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2$, por lo que: $\sum_{i=1}^{i=n} (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2 = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_3 & \hat{\beta}_4 \end{bmatrix} X_c^{'} (Y - \overline{Y}\,\mathrm{I})$

EJERCICIO 2 (20 puntos) –

En el análisis de la oferta de determinado sector de la industria, se busca estimar su función de producción. Para ello se dispone de los datos de toneladas producidas (Q), la utilización del factor trabajo en horas (L) y la utilización del factor capital en horas-máquina (K) para las 15 firmas que operaron en el período.

Se asume que la función de producción es Cobb-Douglas, de modo que:

$$Q = \beta_0 L^{\beta_1} K^{\beta_2} \exp(\varepsilon)$$

Para obtener una expresión del modelo que sea lineal en β se plantea:

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + \varepsilon$$

Los datos, una vez centrados, permiten obtener las siguientes matrices:

$$X'X = \begin{bmatrix} 0{,}0210648 & 0{,}1063517 \\ 0{,}1063517 & 0{,}5476632 \end{bmatrix}, \quad (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 3030{,}5 & -589{,}47 \\ -589{,}47 & 116{,}49 \end{bmatrix}, \quad X'y = \begin{bmatrix} 0{,}03591628 \\ 0{,}18336458 \end{bmatrix}$$

$X'X = \begin{bmatrix} 0{,}02101648 & 0{,}1063517 \\ 0{,}1063517 & 0{,}54676632 \end{bmatrix}$, $[(X]'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 3030{,}5 & -589{,}47 \\ -589{,}47 & 116{,}49 \end{bmatrix}$ De este modo, la estimación por MCO será (estadísticos t entre paréntesis):

$$\ln \hat{Q} = \underset{(0{,}112)}{0{,}50} + \underset{(1{,}07)}{0{,}76} \ln L + \underset{(1{,}36)}{0{,}19} \ln \hat{K} \qquad R^2 = 0{,}969$$

Parte 1-

El investigador **A** señala que los resultados reflejan existencia de multicolinealidad en los datos.

(a) *Defina conceptualmente qué es la multicolinealidad aproximada y explique desde el punto de vista económico por qué podría presentarse en este caso.*

(b) *Explique qué elementos del resultado son indicio de multicolinealidad.*

(c) *Muestre empíricamente que la relación existente entre los regresores aporta evidencia clara de multicolinealidad.*

(d) *Dado el resultado anterior, ¿Qué podría esperarse respecto a varianza de los estimadores MCO? Explique utilizando el Factor de Incremento de Varianza.*

Parte 2-

Frente a esta situación, el investigador **A** propone eliminar la variable K, obteniendo:

$$\ln \hat{Q} = \underset{(-7{,}74)}{-5{,}50} + \underset{(18{,}69)}{1{,}7} \ln L \qquad R^2 = 0{,}964$$

Otro investigador (**B**) sostiene que, pese a todo, la variable K es indiscutiblemente relevante para la explicación de la cantidad producida, y que por ende debe ser recogida. En ese sentido, argumenta que el segundo modelo propuesto por **A** adolece de un problema de variable omitida.

a) Explique las consecuencias de la omisión de variables relevantes sobre la esperanza y la varianza de los estimadores, y discuta en particular qué gravedad pueden tener los problemas generados en el caso en que – como aquí – la variable omitida presenta alta correlación con la variable incluida.

Convencido el investigador **A** de retomar el modelo original, se presenta una duda sobre si las 15 empresas tendrán funciones de producción similares, dado que las 4 primeras son filiales de empresas transnacionales (ET) mientras que las restantes son empresas locales.

b) Plantee una estrategia que permita contrastar si existen diferencias significativas en producción asociadas a que las empresas sean filiales de ET o empresas locales. Para ello defina qué variable incorporaría al modelo y brinde una interpretación del coeficiente asociado a dicha variable.

c) Si la estimación de dicho coeficiente resultara significativa ¿sería posible afirmar que los estimadores de los coeficientes del modelo original propuesto en este ejercicio son insesgados?