Universidad de la República, Facultad de Ciencias Económicas y Administración

ECONOMETRIA I - CURSO 2015

PRACTICO 11
REGRESORES ESTOCÁSTICOS

EJERCICIO 1

Considerando el modelo lineal $Y = X\beta + \varepsilon$ con X estocástica.

Se pide:

1. Demostrar que si $E(\varepsilon|X) = o$, el estimador mínimo cuadrático de β es insesgado y consistente.
2. Bajo el mismo supuesto, y asumiendo que $E(\varepsilon|X) = o \quad E(\varepsilon\varepsilon'|X) = \sigma_\varepsilon^2 I$, plantear la varianza del estimador mínimo cuadrático de β
3. Analizar su respuesta dada en **1.** en el caso de $E(\varepsilon|X) \neq o$.

EJERCICIO 2

Considerando el modelo lineal general $Y = X\beta + \varepsilon$ con $E(\boldsymbol{\varepsilon}|\boldsymbol{X}) = 0$ y $E(\boldsymbol{\varepsilon}\,\boldsymbol{\varepsilon}'\,|\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\sigma}^2\,\mathbf{I}$ y con $\boldsymbol{X}$ estocástica cumpliéndose que el plím $(\boldsymbol{X'X})/\mathbf{n} = \boldsymbol{Q}$, matriz finita invertible definida positiva, se define el siguiente estimador: $\hat{\beta}^* = \beta_{MCO} + C$
donde, $\boldsymbol{C'} = (\boldsymbol{c_1/n}, \boldsymbol{c_2/n}, \boldsymbol{c_3/n}, ..., \boldsymbol{c_k/n})$ siendo $\boldsymbol{c_1}, \mathbf{c_2}, ..., \boldsymbol{c_k}$ constantes conocidas.

Se pide:

1. Obtener la esperanza de dicho estimador y la matriz de varianzas y covarianzas.
2. Demostrar que dicho estimador es consistente.
3. Asumiendo los postulados del ejercicio, demostrar que su distribución en el límite (asintótica) coincide con la del estimador MCO.

EJERCICIO 3

Dado el modelo de regresión múltiple $Y = X\beta + \varepsilon$, donde $\boldsymbol{X}$ es estocástica pero tiene una distribución independiente de la del vector $\boldsymbol{\varepsilon}$, y además se cumplen las siguientes hipótesis:

$E(\boldsymbol{\varepsilon}|\boldsymbol{X}) = 0$
$E(Y/X) = X.\beta + E(\boldsymbol{\varepsilon}|\boldsymbol{X}) = X.\beta$
$E(\boldsymbol{\varepsilon}\,\boldsymbol{\varepsilon}'\,|\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\sigma}^2_\varepsilon \boldsymbol{I}$,
y además: plím $(\boldsymbol{\varepsilon}\,\boldsymbol{\varepsilon}'/\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{\sigma}^2_\varepsilon$
plím $(\boldsymbol{X'X}/\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{Q}$ invertible, finita, definida positiva
plím $(\boldsymbol{X'\varepsilon}/\boldsymbol{n}) = 0$

Se pide:

Demostrar que $\hat{\varepsilon}'\varepsilon/(n-k)$ es un estimador consistente de $\boldsymbol{\sigma}^2_\varepsilon$.

EJERCICIO 4

El archivo *Table_13.2.gdt* proporciona información *hipotética* sobre el gasto de consumo verdadero *Y**, el ingreso verdadero *X**, el consumo declarado *Y* y el ingreso declarado *X*.

Se supone que los datos sobre *X** son conocidos. Las demás variables fueron generadas admitiendo los siguientes supuestos:

1) $E(\varepsilon_i) = E(\omega_i) = E(\nu_i) = 0$

2) $Cov(X^*, \nu) = Cov(X^*, \varepsilon) = Cov(\varepsilon, \omega) = Cov(\nu; \varepsilon) = Cov(\omega; \nu) = 0$

3) $\sigma_\nu^2 = 100$; $\sigma_\varepsilon^2 = 36$; $\sigma_\omega^2 = 36$

4) $Y_i^* = 25 + 0{,}6\, X_i^* + \varepsilon_i$ $Y_i = Y_i^* + \omega_i$ $X_i = X_i^* + \nu_i$

1) Calcule por MCO la estimación del parámetro β bajo el supuesto de ausencia de errores de medición, basándose en: $Y_i^* = \alpha + \beta X_i^* + \varepsilon_i$

2) Considere ahora errores de medición en el ingreso (utilización de un proxy del regresor): $X_i = X_i^* + \nu_i$. Estime el coeficiente asociado a Xi en la nueva ecuación del gasto $Y_i^* = \alpha + \beta X_i + \xi_i$.

3) Calcule la $Cov(X, \xi)$, la verdadera σ_ν^2 y $\sigma_{X^*}^2$. ¿Cuál será la estimación del factor que sesga la estimación de β? Comente.

4) Suponga ahora que no hay errores de medición en el ingreso (X^*), pero sí lo hay en la variable explicada (el gasto en consumo): $Y_i = Y_i^* + \omega_i$. Estime el coeficiente asociado a X_i^* en la nueva ecuación del gasto $Y_i = \alpha + \beta X_i^* + \eta_i$. Comente el resultado, haciendo referencia al apartado 1).