Vars. Instrumentales

* Requisitos de la VI:

 i) No incluida en el modelo original

 ii) $E(Z;\varepsilon)=0$ incorrelada con error

 iii) $E(X;Z)\neq 0$ correlada con var. endógena

* Z es la matriz de instrumentos, en la cual se mantienen las X que no requieren instrumentarse y se remplazan las que sí, por sus respectivos instrumentos.

 . Propiedad buscada: $\text{plim}\,(1/n)\,Z'\varepsilon=0$

* $\boxed{\hat{\beta}_{VI}=(Z'X)^{-1}Z'Y}$

* Propiedades de $\hat{\beta}_{VI}$:

 i) $\hat{\beta}_{VI}=\beta+(Z'X)^{-1}(Z'\varepsilon)$ no lineal

 ii) $E(\hat{\beta}_{VI})=\beta+E\left[(Z'X)^{-1}(Z'\varepsilon)\right]$ generalmente sesgado

 iii) $\text{plim}(\hat{\beta}_{VI})=\beta$ consistente

Si también asumimos que:

 a- $COV(\varepsilon_t;\varepsilon_s)=0 \quad \forall t\neq s$

 b- $E(Z'\varepsilon)=0$

 c- $\text{plim}\,(1/n)\,Z'Z=Q_{ZZ}$ y $\text{plim}\,(1/n)\,Z'X=Q_{ZX}$

 iv) $\text{plim}\,(1/n)\,Z'\varepsilon=0$

 v) $(1/\sqrt{n})(Z'\varepsilon)\overset{D}{\sim}N(0;\sigma_\varepsilon^2 Q_{ZZ})$

* Distri. Asintótica:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_{VI}-\beta) \overset{D}{\sim} N\left[0, \sigma_\varepsilon^2 Q_{zx}^{-1} \cdot Q_{zz} \cdot (Q_{zx}^{-1})'\right]$$

* Varianza en muestras grandes:

$$V(\hat{\beta}_{VI}) = \left[\sigma_\varepsilon^2 / n\right]\left[Q_{zx}^{-1} Q_{zz} (Q_{zx}^{-1})'\right]$$

$$\boxed{\hat{V}(\hat{\beta}_{VI}) = \hat{\sigma}_{VI}^2 (Z'X)^{-1}(Z'Z)\left[(Z'X)^{-1}\right]'}$$

* Varianza del error:

$$\boxed{\hat{\sigma}_{VI}^2 = \frac{(Y - X\hat{\beta}_{VI})'(Y - X\hat{\beta}_{VI})}{n-k}}$$

- $\hat{\sigma}_{VI}^2$ es consistente de σ_ε^2

* No válidas para modelos con auto-corr
* No válido cuando se tiene más de un instrumento (VER MC2E)

MC2E

* Si se cuenta con más de una VI para alguna de las variables a instrumentar $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ debo usar MC2E

Etapa 1: • Regresar $X|W$ donde X contiene a todas las variables originales, y W contiene a todos los instrumentos.

$$X = W\delta + u \Rightarrow \hat{\delta}_{MCO} = (W'W)^{-1} W'X$$

- Luego obtener $\hat{X} = W\hat{\delta}$

Etapa 2: . Regresar MCO $Y|Z$ donde Z es la matriz de VI $\Rightarrow Z = \hat{X}$

$$Y = \hat{X}\beta + \varepsilon \Rightarrow \boxed{\hat{\beta}_{VI} = [\hat{X}'X]^{-1}[\hat{X}'Y] = \hat{\beta}_{MC2E}}$$

* $V(\hat{\beta}_{MC2E}) = \sigma^2_\varepsilon[(X'W)(W'W)^{-1}(W'X)]^{-1} = \sigma^2_\varepsilon(\hat{X}'\hat{X})^{-1}$

* $\boxed{\hat{\sigma}^2_\varepsilon = \frac{SCResi_{VI}}{n-k}}$

* $\hat{\beta}_{MC2E}$ es el estimador lineal y eficiente de las var. instrumentales.

* El uso de retardos tiene efectos indeterminados:
  - a- Aumenta eficiencia por mayor uso de información.
  - b- Disminuye eficiencia por reducción del tamaño muestral

* Restricciones Múltiples:

$H_0)\ R\beta - r = 0$ versus $H_1)\ R\beta - r \neq 0$

$$RC = \{\text{muestras} \mid F_0 > \chi^2_q(1-\alpha)\}$$

$$F_0 = (1/\hat{\sigma}^2_\varepsilon)(R\hat{\beta}_{MC2E} - r)'[R(\hat{X}'\hat{X})^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta}_{MC2E} - r) \overset{D}{\sim} \chi^2_q$$

$$F_0 = (1/\hat{\sigma}^2_\varepsilon)(SCR^r_{MC2E} - SCR^{sr}_{MC2E}) \overset{D}{\sim} \chi^2_q$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\varepsilon}} = \frac{SCR_{MC2E}}{n-k}$$