Universidad de la República, Facultad de Ciencias Económicas y Administración.

ECONOMETRIA II - CURSO 2004

PRACTICO 3
RETARDOS DISTRIBUIDOS Y EXPECTATIVAS

EJERCICIO 1
Se considera el siguiente modelo con retardos distribuidos:

$$Y_t = \alpha + \beta (w_0 X_t + w_1 X_{t-1} + w_2 X_{t-2} + w_3 X_{t-3}) + \varepsilon_t$$

Suponga que las ponderaciones w_i (i= 0, 1, 2, 3) se hallan sobre un polinomio de segundo grado y cumplen las siguientes restricciones: $w_0 + w_1 + w_2 + w_3 = 1$, $w_{-1} = 0$ y $w_4 = 0$.

Se pide:

1. Indique cómo se pueden estimar los coeficientes de este modelo utilizando MCO.
2. ¿Qué problemas en la estimación suele presentar este tipo de modelos?

EJERCICIO 2
Una empresa ha observado que sus ventas (V_t) se relacionan con los gastos de propaganda de la misma empresa (GP_t) según el siguiente modelo:

$$V_t = \alpha V_{t-1} + \beta\, GP_t + \gamma GP_{t-1} + u_t \quad \text{con } \alpha < 1$$

La empresa desea invertir una unidad adicional en gastos de propaganda, pero antes desea conocer en cuánto tiempo se producirá una proporción λ del efecto total que dicho cambio tendrá sobre la variable explicada (V_t).

Se pide:
Indicar un procedimiento para conocer dicho período.

EJERCICIO 3
Suponga el siguiente modelo ya estimado: $\hat{Y}_t = X_t + 0.5\, Y_{t-1}$

Se pide:
1. Obtener los efectos de corto y de largo plazo de una variación de X sobre Y, suponiendo que los retardos se ajustan a un esquema de Koyck.
2. Obtener el retardo hasta el cual se ha producido el 50% del efecto total a largo plazo de la variación de X sobre Y.

EJERCICIO 4
Suponga un modelo de retardos infinitos en una variable explicativa y coeficientes geométricos, w_i para los retardos para i = 0, 1, 2,..., o sea

$$w_i = (1 - \gamma)\, \gamma^i$$

con $0 < \gamma < 1$.

Se pide:
1. Calcular el retardo medio y el retardo mediano. Interpretar los resultados.
2. Identificar las funciones de respuesta al impulso y de respuesta al escalón.
3. Calcular los efectos de corto plazo (multiplicador de impacto) y de largo plazo (multiplicador total).

EJERCICIO 5
Dado el siguiente modelo con retardos distribuidos:

$Y_t = \alpha + w_0 X_t + w_1 X_{t-1} + w_2 X_{t-2} + ... + u_t$

con $w_i = \beta(1-\gamma)\gamma^i \quad \forall i = 0, 1, 2,..., \; 0 < \gamma < 1$, donde el término de perturbación, u_t, se supone independiente de X_t y cumple con las hipótesis clásicas: $E(u_t) = 0$, $E(u_t u_s) = \sigma^2$ para $t = s$ y $E(u_t u_s) = 0$ para $t \neq s$

Se pide:
1. Transformar el modelo aplicando el operador de retardo *L*
2. Examinar la estructura del término de perturbación resultante de la transformación.
3. Considerando los resultados obtenidos en 2. ¿Cuáles son las propiedades de los estimadores por MCO? ¿Qué otros métodos de estimación producen estimadores con mejores propiedades que los estimadores MCO?

EJERCICIO 6
Se desea estimar un modelo explicativo de la demanda de dinero. Para ello, se ensayan varias alternativas de formación de expectativas sobre precios de los agentes económicos, en el entendido de que ellas influyen sobre los saldos reales de dinero que demandan los agentes.

1- Primeramente se plantea el modelo:

$m_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 r_t + \alpha_3 \pi^e_t + u_t$ siendo $u_t \; N(0,\sigma^2)$ (*)

m_t^d = demanda real de dinero

r_t = tasa de interés

π^e_t = variación esperada de precios.

El investigador quiere probar el mecanismo adaptativo de formación de expectativas como el utilizado por Cagan (1956).

Se pide 1:

1. Explicite la forma resultante del modelo a estimar introduciendo en (*) el tipo de expectativas adaptativas.
2. Justificar el método que Ud. usaría para estimar el modelo al que se llegó en la parte anterior.
3. Una vez estimado se llegó a la siguiente expresión:

$$\hat{m}_t^d = 2.5134 + 0.7132\,\hat{m}_{t-1}^d - 0.193.r_t + 0.1376.r_{t-1} - 0.1894.\pi_t$$

   Expresar a partir de este resultado la estructura estimada de expectativas adaptativas y su significado.

2- En el entendido de que los agentes no realizarían errores sistemáticos al prever el futuro si hicieran uso de toda la información disponible en el momento en que se forman las expectativas, se quiere probar la hipótesis de "expectativas racionales" (Muth, 1961) para π^e_t. Para ello, se supone:

(a) $\pi_t = \beta_1.m_t + \beta_2.\pi^e_t + u_t$ con $u_t \sim N(0, \sigma^2)$

(b) $\pi^e_t = E(\pi_t / I_{t-1})$ donde I_{t-1} es toda la información disponible en t-1.

(c) $m_t = m_{t-1} + \varepsilon_t$ con $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ siendo m_t la variación en la cantidad de dinero de la economía.

Se pide:

1. Deducir una ecuación a estimar a partir de (a) que incorpore la hipótesis de expectativas racionales (b) y las condiciones (c).
2. ¿ Qué método de estimación utilizaría? Justificar.

EJERCICIO 7

En el modelo de regresión $y_t = \beta\, x_t + u_t$ (t= 1,2,3,...,T)
las x_t son fijas y se sabe que:
$u_t = \varepsilon_t + \delta\varepsilon_{t-1}$ $(-1 < \delta < 1)$ siendo $E(\varepsilon_t) = 0$ y $E(\varepsilon_t\varepsilon_s) = \sigma^2$ para t = s y 0 si $t \neq s$.

Se pide:

1. Demostrar que el estimador por MCO de β es insesgado y deducir una expresión para su varianza.
2. Suponiendo que el valor de δ es conocido dar expresiones para el estimador de β por MCG y la varianza del mismo.
3. Si el modelo se modifica a la forma

$$Y_t = \beta Y_{t-1} + u_t \quad (-1 < \beta < 1)$$

   en donde las u_t son iguales a las anteriores, demostrar que puede obtenerse un estimador consistente de β utilizando y_{t-2} como variable instrumental de y_{t-1}.

EJERCICIO 8

Se desea analizar el impacto en el tiempo de diferentes variables en el consumo de nafta de un país. Para ello se especifican dos modelos, uno estático y otro dinámico:

Modelo estático:

$$LCONSUM_t = \alpha_1 + \alpha_2 LPBIPC_t + \alpha_3 LAUTPC_t + \alpha_4 LPRECIO_t + u_t \qquad (1)$$

Modelo dinámico:

$$LCONSUM_t = \beta_1 + \beta_2 LPBIPC_t + \beta_3 LAUTPC_t + \beta_4 LPRECIO_t + \beta_5 LCONSUM_{t-1} + v_t \qquad (2)$$

donde las variables están todas expresadas en logaritmos y significan:
LCONSUM= consumo (en litros) por auto en litros de naftas.
LPBIPC= PBI per cápita.
LPRECIO= precio de la nafta en términos reales.
LAUTPC= autos per cápita en la población.

Los resultados de la estimación por MCO de ambos modelos son:
Modelo estático:

Dependent Variable: LCONSUM
Method: Least Squares
Sample: 1962 1999
Included observations: 38

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-5.853977	3.102476	-1.886872	0.0677
LPBIPC	-0.690460	0.293370	-2.353548	0.0245
LAUTPC	0.288735	0.277234	1.041485	0.3050
LPRECIO	-0.143127	0.074880	-1.911421	0.0644

R-squared	0.741492	Mean dependent var	-0.256164
Adjusted R-squared	0.718683	S.D. dependent var	0.114062
S.E. of regression	0.060497	Akaike info criterion	-2.673129
Sum squared resid	0.124438	Schwarz criterion	-2.500751
Log likelihood	54.78945	F-statistic	32.50808
Durbin-Watson stat	0.294770	Prob(F-statistic)	0.000000

Modelo dinámico:

Dependent Variable: LCONSUM Method: Least Squares Sample(adjusted): 1963 1999 Included observations: 37 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.523006	1.159368	0.451113	0.6550
LPBIPC	0.050519	0.112743	0.448092	0.6571
LAUTPC	-0.106323	0.100517	-1.057767	0.2981
LPRECIO	-0.072884	0.026673	-2.732510	0.0101
LCONSUM(-1)	0.907674	0.059265	15.31548	0.0000
R-squared	0.970091	Mean dependent var		-0.257909
Adjusted R-squared	0.966352	S.D. dependent var		0.115120
S.E. of regression	0.021117	Akaike info criterion		-4.752406
Sum squared resid	0.014269	Schwarz criterion		-4.534715
Log likelihood	92.91952	F-statistic		259.4758
Durbin-Watson stat	1.319220	Prob(F-statistic)		0.000000

Se pide 1:

1. Estime la elasticidad-precio de ambos modelos, de corto y de largo plazo, si se toma al PBI per cápita como “proxy” del ingreso.
2. En el modelo dinámico, suponga que el residuo v sigue un esquema AR(1) estacionario, indique qué comentario le merece la estimación realizada. De no estar de acuerdo con la misma, ¿qué método de estimación propondría? Descríbalo brevemente y explicite las propiedades de los estimadores por el método propuesto.

Alternativamente a lo anterior se opta por postular un modelo de retardos finitos:

$$LCONSUM_t = \gamma_1 + \gamma_2 LPBIPC_t + \gamma_3 LAUTPC_t + \sum_{i=0}^{6} \lambda_i LPRECIO_{t-i} + w_t \qquad (3)$$

Los resultados de la estimación por MCO fueron:

Dependent Variable: LCONSUM Method: Least Squares Sample(adjusted): 1968 1999 Included observations: 32 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.465417	3.088907	-2.416848	0.0244
LPBIPC	-0.586843	0.283070	-2.073142	0.0501
LAUTPC	0.242152	0.284985	0.849700	0.4046
LPRECIO	-0.026112	0.089583	-0.291479	0.7734
LPRECIO(-1)	-0.152487	0.142900	-1.067094	0.2975
LPRECIO(-2)	-0.137528	0.188186	-0.730811	0.4726
LPRECIO(-3)	0.059066	0.216423	0.272921	0.7875
LPRECIO(-4)	-0.212647	0.218376	-0.973766	0.3408
LPRECIO(-5)	0.226498	0.196299	1.153839	0.2609
LPRECIO(-6)	-0.411423	0.118134	-3.482687	0.0021
R-squared	0.921643	Mean dependent var		-0.275763
Adjusted R-squared	0.889588	S.D. dependent var		0.113702
S.E. of regression	0.037781	Akaike info criterion		-3.463704
Sum squared resid	0.031403	Schwarz criterion		-3.005661
Log likelihood	65.41926	F-statistic		28.75198
Durbin-Watson stat	0.568278	Prob(F-statistic)		0.000000

Se pide 2:

1. Comente la salida anterior indicando especialmente los problemas encontrados.
2. “La estimación por MCO de los modelos de retardos distribuidos finitos son siempre inconsistentes” Comente la afirmación anterior fundamentando.

Finalmente, para el modelo (3) se plantea siguiendo a Almon, que los retardos se distribuyen según un polinomio de grado 2 ó 3, obteniéndose:

Dependent Variable: LCONSUM
Method: Least Squares
Sample(adjusted): 1968 1999
Included observations: 32 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-5.061843	2.992780	-1.691352	0.1027
LPBIPC	-0.357690	0.272357	-1.313312	0.2006
LAUTPC	0.023946	0.275570	0.086895	0.9314
PDL01	-0.047815	0.027539	-1.736255	0.0944
PDL02	-0.011300	0.008293	-1.362594	0.1847
PDL03	-0.011403	0.007354	-1.550648	0.1331

R-squared	0.899769	Mean dependent var	-0.275763
Adjusted R-squared	0.880494	S.D. dependent var	0.113702
S.E. of regression	0.039306	Akaike info criterion	-3.467494
Sum squared resid	0.040170	Schwarz criterion	-3.192669
Log likelihood	61.47991	F-statistic	46.68008
Durbin-Watson stat	0.509447	Prob(F-statistic)	0.000000

Dependent Variable: LCONSUM
Method: Least Squares
Sample(adjusted): 1968 1999
Included observations: 32 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.315424	3.024027	-2.419100	0.0232
LPBIPC	-0.573436	0.277103	-2.069401	0.0490
LAUTPC	0.234624	0.279005	0.840931	0.4084
PDL01	-0.042815	0.026067	-1.642497	0.1130
PDL02	0.080668	0.045181	1.785455	0.0863
PDL03	-0.012350	0.006946	-1.778050	0.0876
PDL04	-0.013425	0.006496	-2.066719	0.0493

R-squared	0.914395	Mean dependent var	-0.275763
Adjusted R-squared	0.893850	S.D. dependent var	0.113702
S.E. of regression	0.037045	Akaike info criterion	-3.562727
Sum squared resid	0.034308	Schwarz criterion	-3.242097
Log likelihood	64.00363	F-statistic	44.50638
Durbin-Watson stat	0.676347	Prob(F-statistic)	0.000000

Donde los coeficientes de PDL01,.., PDL04 son los coeficientes correspondientes al modelo transformado de acuerdo a los dos modelos de ALMON.

Se pide 3:
1. Calcule el vector de coeficientes en términos de las variables originales.
2. ¿Cuál de los dos polinomios de Almon utilizaría?. Fundamente.
3. ¿En qué se basa Almon para proponer esta metodología?

EJERCICIO 9
Se considera el siguiente modelo de demanda para un bien dado:

$$Y^*_t = a + bP^*_t + u_t$$

donde Y^*_t es la cantidad "deseada", no observable, en el período t, P^*_t es el precio "esperado", tampoco observable, para el mismo período, y u_t es la variable aleatoria, con media cero y varianza σ^2_u.

Se supone que el precio "esperado" y la cantidad "deseada" se modelan de la siguiente manera:

$$P^*_t = (1-d)P_{t-1} + dP^*_{t-1} \quad (0 < d < 1)$$

y

$$Y_t = (1-g)Y^*_t + gY_{t-1} \quad (0 < g < 1)$$

siendo P_{t-1} e Y_{t-1} el precio y cantidad demandada observados en el período t-1.

Se pide:

1. Exprese el modelo a estimar con los datos observables.
2. Si se supone para simplificar la estimación que:

$$\text{plim } (1/n)(Y_{t-1}v_t) = 0$$
$$\text{plim } (1/n)(Y_{t-2}.v_t) = 0$$

   donde $v_t = u_t - d.u_{t-1}$, proponga cómo estimar "a" y "b" y qué propiedades tienen sus estimadores.
3. Si se tiene en cuenta la estructura del término de perturbación según el resultado de (1), ¿cómo podrían estimarse "g" y "d"?

EJERCICIO 10

Dada la siguiente función de demanda de electricidad (todas las variables en logaritmos):

$$Q_t = a_o + a_1 PE_t + a_2 PC_t + a_3 SD_t + a_4 Y_t + u_t$$

donde: Q - demanda per cápita (por usuario) de electricidad en KWH
PE - precio del KWH
PC - precio de derivados del petróleo
SD - stock deseado de electrodomésticos
Y - ingreso per cápita

Respecto del stock deseado se plantean las siguientes hipótesis alternativas:

i) suponiendo que el stock observado no se ajusta instantáneamente al deseado (las variables también están expresadas en logaritmos),

$$SO_t - SO_{t-1} = c(SD_t - SO_{t-1})$$

donde: SO - stock observado de electrodomésticos

ii) como SD no es observable, se plantea (variables en logaritmos):

$$SD_t = b_o + b_1 PEE_t + v_t$$

donde: PEE - precio esperado de la electricidad

A su vez, $PEE_t - PEE_{t-1} = d(PE_t - PEE_{t-1})$

$$0 < d < 1$$

Se pide:

1. En la opción (i) reformular el modelo de demanda de electricidad con variables observables e indicar el procedimiento que se utilizaría para obtener estimaciones eficientes de los parámetros.
2. Idem para la opción (ii).
3. Asumiendo que en la ecuación de demanda planteada se sustituye el stock deseado por el observado directamente, comparar la elasticidad-precio en ese caso con la correspondiente a la obtenida con la opción (i), asumiendo que el precio se mantiene constante en los distintos períodos.

EJERCICIO 11

Se supone que la demanda de dinero está dada por la relación:

$$M_t = \alpha + \beta\, Y^*_t + \gamma\, R_t$$

donde M es el efectivo real, Y^* es el ingreso real esperado y R la tasa de interés real. Las expectativas se revisan de acuerdo al esquema:

$$Y^*_t = \lambda . Y_{t-1} + (1-\lambda) Y^*_{t-1} + u_t \quad con\ 0 < \lambda < 1$$

Ud. tiene datos sobre Y, M y R, pero naturalmente que Y^* es no observable.

Se pide:

1. Formular el modelo econométrico para estimar los parámetros del modelo anterior (incluído λ). Comente los problemas de estimar individualmente cada uno de los coeficientes y la siguiente afirmación: "Este tipo de modelos nos conducen a los métodos no lineales de estimación".
2. Si se supone que:

$$E(u_t) = 0,\ E(u_t^2) = \sigma^2 \text{ y } E(u_t \cdot u_{t-s}) = 0\ \forall s \neq 0$$

   y, además, Y_{t-1} , R_t , M_{t-1}, R_{t-1} están todos incorrelacionados con u_t,. Explique si los los estimadores por MCO son insesgados y consistentes. Fundamente su respuesta.

3. Suponga que se cumple que:

$$u_t = \rho\, u_{t-1} + \varepsilon_t$$

   donde ε_t cumple las propiedades anteriores.
   Explique si los estimadores MCO ahora son insesgados y/o consistentes.

EJERCICIO 12

La inversión en planta y equipamiento (I) se explica por las ventas esperadas (X^*). La relación "verdadera" se postula:

$$I_t = e^{\delta} (X_t^*)^{\beta} e^{u_t}$$

donde X^*_t son las ventas esperadas en base al siguiente esquema (con X_t, ventas realmente observadas en el momento t):

$$\left(\frac{X_t^*}{X_{t-1}^*}\right) = \left(\frac{X_t}{X_{t-1}^*}\right)^{(1-\alpha)}$$

Se pide:

1. Derivar una expresión estimable del modelo planteado en base a variables observadas. ¿Qué supuesto debe hacer sobre α y por qué?
2. ¿Son los MCO consistentes? ¿Por qué?
3. Ahora suponga que la decisión de invertir se modeliza como:

$$I_t = \beta_0 + \beta X_t + \beta_2 X_{t-1} + \alpha_1 I_{t-1} + u_t$$

Reformule este modelo para poner en evidencia las relaciones de corto y largo plazo entre la Inversión (I) y las ventas (X).