

PRÁCTICO 9
Enfoque Box-Jenkins, modelos ARIMA

Planteamiento y objetivos de la práctica

En la presente práctica se propone la modelización univariante de una serie temporal por medio del enfoque de Box-Jenkins para modelos ARIMA. La aplicación de esta metodología lleva a recorrer diversas etapas en la construcción de modelo que se pretende que aproxime del mejor modo posible el proceso estocástico generador de los datos:

- Identificación inicial
- Estimación
- Chequeo/validación
- Utilización del modelo

En la etapa de *identificación inicial* se deberá determinar el orden de integración de la serie temporal, es decir cual es el número de diferencias que se requerirán para convertir en estacionaria a la variable objeto de análisis. Para ello se utiliza tanto el análisis gráfico de la serie, que nos revela determinadas características de la misma, como sus correlogramas simple y parcial (en capítulos posteriores del curso se considerarán pruebas específicas para contrastar la no estacionariedad).

Una vez decidido el orden de integración d , habrá que decidir el orden del polinomio autorregresivo (p) y del de medias móviles (q), para lo cual utilizamos como principales instrumentos el correlograma simple y el parcial de la serie. Los criterios generales que deben servir de guía para determinar p y q parten de analizar las estructuras de los correlogramas simple (FAC) y parcial (FAP), y los casos más sencillos se han visto en las clases teóricas. Un resumen se recoge en el cuadro adjunto.

Debe quedar claro que la identificación es siempre tentativa por lo que generalmente se deben sugerir varios modelos como posibles procesos generadores de datos. Una vez que se han sugerido uno o varios modelos se procede a su *estimación*, usualmente por Máxima Verosimilitud condicional o exacta. Posteriormente se debe realizar el *diagnóstico* ó *validación del modelo* y escoger el que parezca más adecuado para la *utilización del modelo*¹.

¹ El modelo puede utilizarse, por ejemplo, para predecir, para describir las propiedades del fenómeno económico en cuestión en cuanto a su tendencia, estacionalidad, oscilaciones (cíclicas) estacionarias, impredecibilidad, para basar sobre él la extracción de señales como el componente estacional, etc.

Características teóricas de la FAC y de la FAP de los procesos estacionarios

Proceso	FAC: ρ_1, \dots, ρ_k	FACP: $\phi_{11}, \dots, \phi_{kk}$
R.B.	Todos los $\rho_k=0$	$\phi_{kk}=0$
AR(1)	Decae exponencialmente hacia cero, en forma directa [si $\phi_1>0$] o alternando signos [si $\phi_1<0$]. $\rho_k=\phi_1^k$	$\phi_{11}=\rho_1=\phi_1$ $\phi_{kk}=0$ para $k\geq 2$
AR(p)	Decae hacia cero, los coeficientes pueden oscilar	$\phi_{kk}\neq 0$ para $k\leq p$ $\phi_{kk}=0$ para $k>p$
MA(1)	$\rho_1<0$ [si $\theta_1>0$] o $\rho_1>0$ [si $\theta_1<0$]	Decae directamente [si $\theta_1>0$] o alternando signos [si $\theta_1<0$]. $Sg(\phi_{11})=Sg(\theta_1)$
ARMA(1,1)	Decae exponencialmente hacia cero a partir del retardo 1, directamente [si $\phi_1>0$] o alternando signos [si $\phi_1<0$]. $Sg(\rho_1)=Sg(\phi_1-\theta_1)$	Decae exponencialmente hacia cero a partir del retardo 1, alternando signos [si $\phi_1>0$] o directamente [si $\phi_1<0$]. $\phi_{11}=\rho_1$. $Sg(\rho_1)=Sg(\phi_1-\theta_1)$
ARMA(p,q)	Decae directa o exponencialmente hacia cero a partir del retardo q	Decae directa o exponencialmente hacia cero a partir del retardo p

Basado en Enders (1995), Tabla 2.1.

Algunos de los criterios más importantes de validación del modelo incluyen el análisis de la autocorrelación y de valores atípicos de los residuos, la significatividad de los parámetros estimados del modelo (así como sus autocorrelaciones), las condiciones de estacionariedad e invertibilidad y distintos criterios de información (como el error estándar de la regresión, el de Akaike o el de Schwarz).

En la etapa de validación se presentan tres bloques de análisis: Un primero referente a los resultados de la estimación, un segundo centrado en el análisis de los residuos y, finalmente, un tercero dedicado a la comparación de modelos alternativos.

- **Análisis de la estimación**

Análisis de la *significatividad individual de los coeficientes* por medio del estadístico t.

Verificación de las condiciones de *estacionariedad e invertibilidad* de los modelos estimados, todas las raíces de los polinomios de retardos deben caer fuera de círculo unitario.

- **Análisis de los residuos**

Se contrasta si los residuos admiten ser considerados ruido blanco, inspeccionando el correlograma de residuos, el estadístico Q de Ljung-Box (grados de libertad $k-p-q$) y el gráfico de residuos.

Normalidad de los residuos: Es importante a la hora de hacer intervalos para la predicción puntual, ya que el cálculo de la amplitud del intervalo de predicción (y por la tanto la incertidumbre asociada a la predicción realizada) dependen del cumplimiento de este supuesto.

- **Comparación de los modelos**

Además de los resultados anteriores, se puede comparar

- el error estándar del modelo
- los criterios de información (Akaike y Hannan-Quinn).

EJERCICIO 1

Simule 300 realizaciones de un Ruido Blanco Gaussiano con media 0 y varianza 4. Considere que el mismo corresponde a observaciones anuales para el período 1711-2010, y llámelo “RBG”.

- 1) A partir de dichas realizaciones genere un proceso Y_1 ARIMA(1,1,0) donde el parámetro de la parte AR es 0,7 y la media de ΔY_1 es igual a 0.
 - a. ¿Presenta Y_1 comportamiento tendencial? En caso que corresponda ¿dicha tendencia es determinística y/o estocástica? ¿Por qué?
 - b. Obtenga el correlograma de Y_1 y extraiga del mismo las conclusiones que considere pertinentes.
 - c. Diferencie la serie Y_1 y analice el comportamiento de la serie diferenciada. ¿Es posible ahora identificar el proceso ARIMA(p,d,q) correspondiente a ΔY_1 a partir del correlograma de dicha serie? ¿Se corresponde lo observado en el correlograma con lo esperado para un proceso ARIMA(1,0,0)?
 - d. Considere ahora que la media de ΔY_1 fuese $c > 0$. ¿Presentaría Y_1 comportamiento tendencial? ¿Dicha tendencia sería determinística y/o estocástica? ¿Por qué?
- 2) A partir de la serie RBG genere un proceso Y_2 ARIMA(0,1,1) donde el parámetro de la parte MA es -0,7 y la media de ΔY_2 es igual a 0.
 - a. ¿Presenta Y_2 comportamiento tendencial? En caso que corresponda ¿dicha tendencia es determinística y/o estocástica? ¿Por qué?
 - b. Obtenga el correlograma de Y_2 y extraiga del mismo las conclusiones que considere pertinentes.
 - c. Diferencie la serie Y_2 y analice el comportamiento de la serie diferenciada. ¿Es posible ahora identificar el proceso ARIMA(p,d,q) correspondiente a ΔY_2 a partir del correlograma de dicha serie? ¿Se corresponde lo observado en el correlograma con lo esperado para un proceso ARIMA(0,0,1) con el parámetro de la parte MA negativo?
 - d. Considere ahora que la media de ΔY_2 fuese $c > 0$. ¿Presentaría Y_2 comportamiento tendencial? ¿Dicha tendencia sería determinística y/o estocástica? ¿Por qué?
- 3) A partir de la serie RBG genere un proceso Y_3 ARIMA(1,0,1) donde el parámetro de la parte AR es 0.7 y el de la parte MA es -0,7 y la media de Y_3 es igual a 1.
 - a. ¿Presenta Y_3 comportamiento tendencial? En caso que corresponda ¿es dicha tendencia es determinística y/o estocástica? ¿Por qué?
 - b. Obtenga el correlograma de Y_3 y extraiga del mismo las conclusiones que considere pertinentes. ¿Es posible ahora identificar el proceso ARIMA(p,d,q) correspondiente a Y_3 a partir del correlograma de dicha serie? ¿Se corresponde lo observado en el correlograma con lo esperado para un proceso ARIMA(1,0,1) con el parámetro de la parte AR igual a 0.7 y MA igual a -0.7?
 - c. ¿Cómo esperaría que cambie el correlograma de Y_3 si el parámetro de la parte AR fuese 0.9? ¿y si fuese 0.1? ¿y si fuese -0.2?
 - d. ¿Cómo esperaría que cambie el correlograma de Y_3 si el parámetro de la parte MA fuese 0.7? ¿y si fuese -0.9? ¿y si fuese -0.2?
 - e. ¿Es recomendable en este caso proceder a diferenciar la serie Y_3 ? ¿Por qué?

EJERCICIO 2

Considere la serie del PIB uruguayo de 1900 a 2015 (archivo: Uruguay - PIB 1900-2015.xls). Realice las transformaciones y análisis gráficos (incluyendo correlogramas) para responder las siguientes preguntas.

1. ¿Sugiere la evidencia analizada que el PIB uruguayo sigue alguno de los siguientes procesos?
 - a. ARIMA(1,1,0)
 - b. ARIMA(0,1,1)
 - c. ARIMA(1,0,1)

Justifique su conclusión. En caso que ninguno de estos procesos le resulte apropiado en base a la evidencia analizada, sugiera un proceso alternativo.

2. ¿Qué procedimientos se realizan en el marco del método Box-Jenkins para seleccionar el modelo ARIMA(p,d,q) más adecuado y para validar el modelo seleccionado como correcto?

EJERCICIO 3

Considere las series de Índice de Precios al Consumo (IPC) y de Gasto Público como porcentaje del PBN per cápita (CG) para Uruguay en el período 1950-2009, tomadas de las *Penn World Tables* (archivo: ipc_cg_uru.xls). Utilizando las herramientas vistas en los ejercicios 1 y 2, ¿qué modelo ARIMA(p,d,q) sugeriría en cada caso?