

**PRÁCTICO 12**  
**Regresiones espurias y cointegración**

**EJERCICIO 1**

Se cuenta con información proveniente del *Economic Report of the President de 1997* que comprende los años 1948 hasta 2003 (INTDEF.RAW). Se desea analizar la relación entre el tipo de interés y la inflación en el largo plazo. Las variables disponibles son:

**i3**: tipo de interés de las letras del tesoro a 3 meses

**inf**: tasa de inflación anual calculada sobre el IPC.

**Se pide:**

- 1) Analice gráficamente ambas series en niveles y en diferencias.
- 2) Determine el orden de integración de ambas series utilizando el test de Dickey – Fuller aumentado. Comience la prueba especificando la regresión auxiliar solo con constante con la especificación del modelo b (permita que el proceso de reducción de la dinámica se inicie en 10 rezagos).
- 3) Estime una regresión con **i3** como variable dependiente e **inf** como regresor. Explique por qué la prueba de significación del coeficiente de **inf** en esta ecuación no tiene validez.
- 4) Defina el concepto de cointegración y el de regresión espuria.
- 5) Indique si en base a la información disponible es posible afirmar que existe una relación de largo plazo entre el tipo de interés a 3 meses y la inflación. En caso contrario, haga las pruebas necesarias, al 5% de significación, teniendo especial cuidado en los valores críticos utilizados.
- 6) Explique qué se denomina Modelo de Corrección del Error (MCE) y Término de Corrección del Error (TCE) y qué aporta el TCE en una ecuación de predicción para el tipo de interés. ¿Existe alguna hipótesis respecto al signo del coeficiente asociado al TCE? Justifique.
- 7) Estime el MCE incluyendo dos retardos de cada una de las variables dependientes como regresores. Interprete la salida. Obtenga los residuos y estudie su comportamiento. ¿Son ruido blanco?
- 8) ¿Cuál es la relación entre el MCE y el ADL(1,1)?

Tabla de estimaciones para los valores críticos de MacKinnon para cointegración

<i>N</i>	Variant	Level	Obs.	$\beta_{\infty}$	(s.e.)	$\beta_1$	$\beta_2$
1	no constant	1%	600	-2.5658	(0.0023)	-1.960	-10.04
		5%	600	-1.9393	(0.0008)	-0.398	
		10%	560	-1.6156	(0.0007)	-0.181	
1	no trend	1%	600	-3.4336	(0.0024)	-5.999	-29.25
		5%	600	-2.8621	(0.0011)	-2.738	-8.36
		10%	600	-2.5671	(0.0009)	-1.438	-4.48
1	with trend	1%	600	-3.9638	(0.0019)	-8.353	-47.44
		5%	600	-3.4126	(0.0012)	-4.039	-17.83
		10%	600	-3.1279	(0.0009)	-2.418	-7.58

Para obtener los valores críticos a partir de esta tabla:

$$\text{Valor crítico: } \beta_{\infty} + \frac{\beta_1}{T} + \frac{\beta_2}{T^2}$$

Por lo que para nuestra muestra,

	<b>Valores críticos de MacKinnon para T=55</b>		
	<b>1%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>
<b>Sin constante</b>	-2.60	-1.95	-1.62
<b>Con constante</b>	-3.55	-2.91	-2.59

## **EJERCICIO 2**

Se desea contrastar la hipótesis de existencia de una Curva de Phillips de largo plazo, es decir de una relación de equilibrio entre la tasa de desempleo y la inflación en el largo plazo. Para ello se utilizan datos anuales de la tasa de desempleo (unem) y la inflación (inf) para la economía de los EE.UU. en el período 1948-2003. El archivo se llama Phillips.gdt.

**Se pide:**

- 1) Analice gráficamente ambas series en niveles y en diferencias.
- 2) Determine el orden de integración de ambas series utilizando el test de Dickey – Fuller. Comience la prueba especificando la regresión auxiliar solo con constante y 2 rezagos de la variable dependiente.
- 3) Estime una regresión con unem como variable dependiente e inf como regresor. Explique porqué la prueba de significación del coeficiente de inf en esta ecuación no tiene validez.
- 4) Defina el concepto de cointegración y el de regresión espuria.
- 5) Indique si en base a la información disponible es posible afirmar que existe una Curva de Phillips de largo plazo. En caso contrario, haga las pruebas necesarias, al 1% de significación, teniendo especial cuidado en los valores críticos utilizados.
- 6) Dado que no se encuentra una relación de largo plazo contemporáneamente, se plantea

la hipótesis de que es la inflación en t-1 la que determina el valor de equilibrio a largo plazo del desempleo en t. Contraste la presencia de cointegración al 1% entre ambas variables.

7) Explique qué se denomina Modelo de Corrección del Error (MCE) y Término de Corrección del Error (TCE) y qué aporta el TCE en una ecuación de predicción para el desempleo. ¿Existe alguna hipótesis respecto al signo del coeficiente asociado al TCE? Justifique.

8) Estime el MCE incluyendo dos retardos de cada una de las variables dependientes como regresores. Interprete la salida. Obtenga los residuos y estudie su comportamiento. ¿Son ruido blanco?

Tabla de MacKinnon para esta muestra,

	<b>Valores críticos de MacKinnon para T=55</b>		
	<b>1%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>
<b>Sin constante</b>	-2.60	-1.95	-1.62
<b>Con constante</b>	-3.55	-2.91	-2.59

### **EJERCICIO 3**

Considere dos series de tiempo:  $\{x\}$  y  $\{y\}$ , ambas integradas de orden 1. Estas series evolucionan de acuerdo al siguiente proceso generador de los datos:

$$y_t + \beta x_t = u_t \quad (1)$$

$$y_t + \alpha x_t = e_t \quad (2)$$

$$u_t = u_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (3)$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + \varepsilon_{et} \quad |\rho| < 1 \quad (4)$$

$$\text{Con } \alpha \neq 0, \alpha \neq \beta \text{ y } \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim iid \text{ Normal} \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right]$$

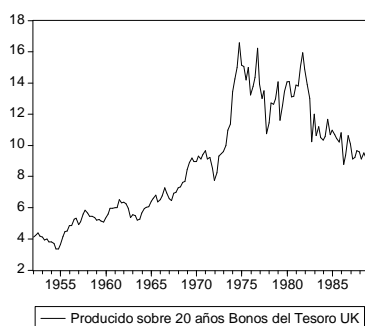
**Se pide:**

- 1) Defina el concepto de “proceso integrado”. Proporcione un ejemplo de un proceso generador del dato que sea un proceso integrado de orden 1.
- 2) Resuelva las ecuaciones [1] y [2] para las variables  $\{x\}$  e  $\{y\}$  en términos de las variables  $\{u_t\}$  y  $\{e_t\}$ . Deduzca y justifique porqué las variables  $\{x\}$  e  $\{y\}$  son clasificadas como variables integradas, I(1).
- 3) Defina el concepto de “cointegración”.
- 4) De las ecuaciones [1] y [2], ¿alguna de ellas es una relación de cointegración?, ¿cuál? Justifique su respuesta.

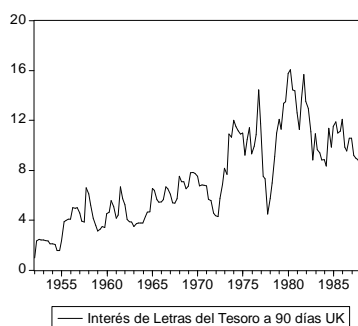
## EJERCICIO 4

Se desea saber si existe una relación de largo plazo entre la rentabilidad de Bonos del Tesoro a 20 años,  $rlp$ , y Letras de Tesorería a 90 días,  $rcp$ . Disponemos de una muestra de 148 observaciones trimestrales de la variables  $rlp$  y  $rcp$  de Bonos y Letras emitidos por el Reino Unido. Los datos son presentados en las Gráficas 1 y 2. Para el estudio expresamos las series en logaritmos y las llamamos  $lrlp$  y  $lrcp$ .

**Gráfica 1**



**Gráfica 2**



**Se pide:**

- 1) Examine si los procesos  $lrlp$  y  $lrcp$  son integrados de orden 1,  $I(1)$ . Utilice la información proporcionada a continuación para sacar conclusiones. Justifique.

i) Con la muestra del proceso  $lrlp$  se estimó por MCO la regresión:

$$(1) \quad lrlp_t = 0.0676 + 0.00015 t + 0.96491 lrlp_{t-1} + e_t$$

(0.0409)            (0.00027)            (0.02706)

(Debajo de los coeficientes estimados de la regresión, entre paréntesis, se presentan los errores estándares estimados de los coeficientes. Esto se repite en todas las regresiones estimadas.)

$t$ : variable determinística tendencia, toma el valor 0 para la primera observación

$e$ : residuo de la regresión.

El contraste de la hipótesis nula conjunta: ( $t = 0$ , coeficiente estimado de  $lrlp_{t-1} = 1$ ) dio por resultado: 1.467.

Realice la(s) prueba(s) que considere apropiadas, para responder si  $lrlp$  es un proceso  $I(1)$ . Exprese el o los estadísticos que utilizó, hipótesis nula y alternativa en la(s) prueba(s) y concluya (nivel de significación 5%).

ii) Con la muestra del proceso  $lrcp$  se estimó por MCO la regresión:

$$(2) \quad lrcp_t = 0.2694 + 0.00203 t + 0.78263 lrcp_{t-1} + e_t$$

(0.0544)            (0.00059)            (0.04552)

El contraste de la hipótesis nula conjunta: ( $t = 0$ , coeficiente estimado de  $lrcp_{t-1} = 1$ ) dio por resultado: 12.06

Realice la(s) prueba(s) que considere apropiadas, para responder si  $lr_{cp}$  es un proceso I(1). Exprese el o los estadísticos que utilizó, hipótesis nula y alternativa en la(s) prueba(s) y concluya (nivel de significación 5%).

- 2) Dados los resultados del apartado 1) examine si el proceso  $lr_{cp}$  se puede definir como un proceso “en tendencia estacionario”

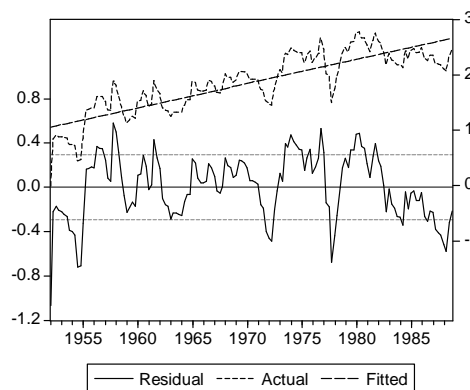
La información proporcionada para el examen es la siguiente:

i) Resultados de la regresión MCO de otra especificación de un modelo para la serie  $lr_{cp}$ :

$$(3) \quad lr_{cp_t} = 1.547 + 0.0109 t + e_t \quad R^2 = 0.72 \quad DW = 0.347$$

(0.048)      (0.00057)

ii) **Gráfica 3** (resultados de la regresión (3) )



(Abajo, dentro de un intervalo de confianza los *residuos* de esta regresión (residual), resultado de la regresión *ajustada* (fitted), los *datos de la serie*  $lr_{cp}$  (actual)).

iii) Con los residuos de la regresión (3) se estimó la regresión:

$$(4) \quad e_t = 0.782 e_{t-1} + \varepsilon_t$$

(0.045)

Realice la(s) prueba(s) que considere apropiadas, para responder si  $lr_{cp}$  es un proceso que puede definirse en “tendencia estacionario”. Exprese el o los estadísticos que utilizó, hipótesis nula y alternativa en la(s) prueba(s) y concluya (nivel de significación 5%). Justifique su respuesta.

- 3) Finalmente abordamos la pregunta inicial: saber si existe una relación de largo plazo, de cointegración entre  $lr_{lp}$  y  $lr_{cp}$ .

La información proporcionada para responder la pregunta es:

i) Estimación MCO de la regresión:

$$(5) \quad lr_{lp_t} = 1.09 lr_{cp_t} + e_t \quad R^2 = 0.54 \quad DW = 0.31$$

(0.012)

## ii) Correlograma de los *residuos* de la regresión (5)

Sample: 1952:1 1988:4

Included observations: 148

Autocorrelation	PartialCorrelation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. *****	. *****	1 0.746	0.746	84.084	0.000
. ****	. *	2 0.588	0.070	136.63	0.000
. ****	. .	3 0.460	-0.001	168.96	0.000
. ***	. .	4 0.371	0.027	190.22	0.000
. **	. .	5 0.304	0.013	204.54	0.000
. **	. .	6 0.255	0.018	214.71	0.000
. *	. .	7 0.191	-0.047	220.45	0.000
. *	. .	8 0.146	0.000	223.85	0.000
. *	. .	9 0.114	0.005	225.92	0.000
. *	. *	10 0.127	0.087	228.53	0.000
. *	. .	11 0.113	-0.023	230.59	0.000
. .	. *	12 0.062	-0.090	231.22	0.000

## iii) Test de Dickey – Fuller aplicado a Residuos de regresión (5)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.568893	0.0000
Test criticalvalues: 1% level	-2.580788	
5% level	-1.943012	
10% level	-1.615270	

Si utiliza algún o algunos estadísticos exprese el o los estadísticos que empleó, hipótesis nula y alternativa en la(s) prueba(s) y concluya (nivel de significación 5%).

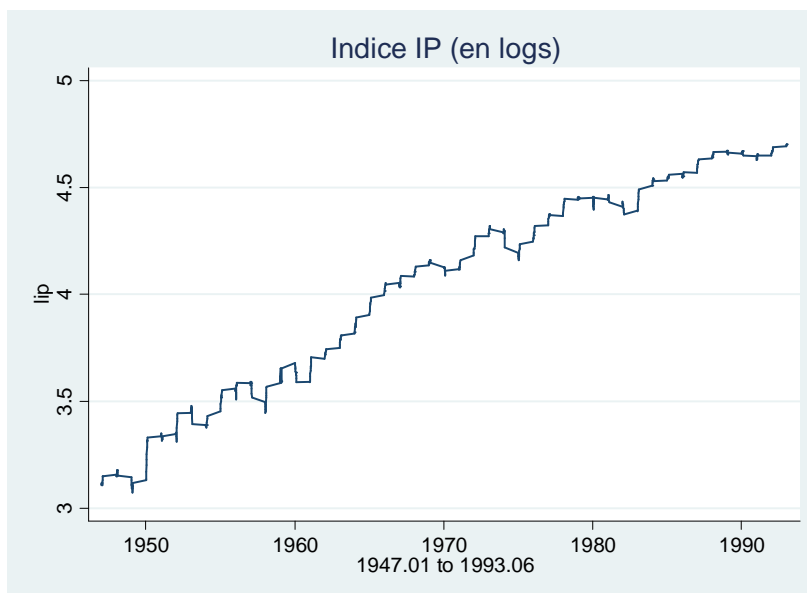
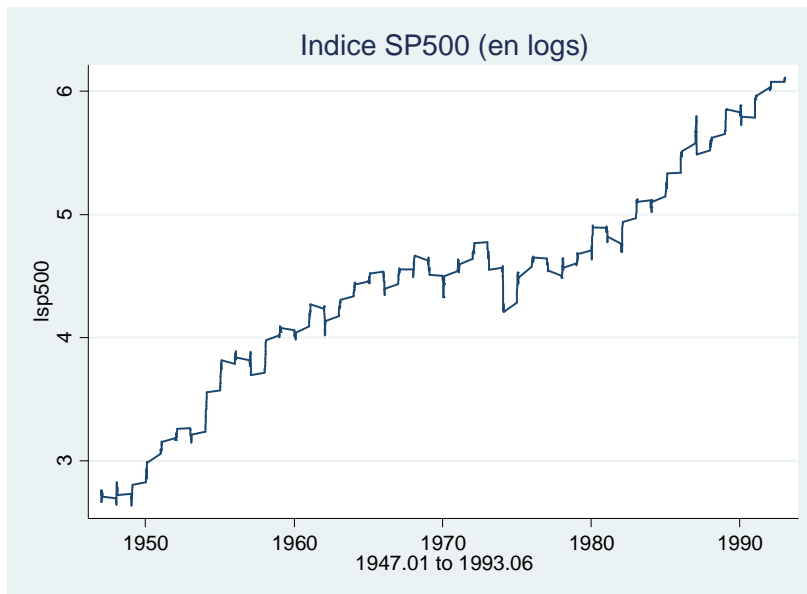
## **EJERCICIO 5**

Se cuenta con datos mensuales respecto al valor del Índice S&P500 (SP500) del valor de las acciones el mercado de valores de Nueva York y un índice de producción industrial para la economía estadounidense (IP) para el período enero 1947 – junio 1993 (558 meses). Se consideran las siguientes variables:

*lsp500*:logaritmo del Índice S&P500

*lip*: logaritmo de IP

Los gráficos son los siguientes:



Contrastes Dickey-Fuller Aumentado para:

1a) variable  $lsp500$

	Cantidad de lags	Valor del estadístico $\tau$
Modelo con constante y sin tendencia	4	-0.79
Modelo con constante y tendencia	4	-2.20

1b) variable  $\Delta lsp500$

	Cantidad de lags	Valor del estadístico $\tau$
Modelo con constante y sin tendencia	3	-10.6
Modelo con constante y tendencia	3	-10.8

2a) variable  $lip$

	Cantidad de lags	Valor del estadístico $\tau$
Modelo con constante y sin tendencia	4	-1.37
Modelo con constante y tendencia	4	-2.52

2b) variable  $\Delta lip$

	Cantidad de lags	Valor del estadístico $\tau$
Modelo con constante y sin tendencia	3	-8.99
Modelo con constante y tendencia	3	-9.04

Se pide 1)

### 1.1 Defina un proceso estocástico $I(d)$ (integrado de orden $d$ )

Se dice que un proceso es integrado de orden  $d$ ,  $I(d)$ , si es necesario realizar  $d$  diferencias para obtener la transformación estacionaria  $I(0)$ .

### 2.2 Determine el orden de integración de

a. la serie  $lsp500$

b. la serie  $lip$

Explique detallada y rigurosamente todos los pasos que realice, escribiendo en cada caso: a) el modelo que se estima (tenga en cuenta tanto la inclusión de la constante y la tendencia y los rezagos correspondientes); b) la hipótesis nula de los contrastes; c) su distribución; d) la región crítica del contraste; e) la conclusión del contraste

## Parte II

A continuación se estimaron dos modelos:

**Modelo 1)**  $lsp500_t = \alpha + \beta lip_t + u_t$

**Modelo 2)**  $lsp500_t = \alpha + \beta lip_t + \delta t + u_t$  donde  $t$  es una tendencia lineal en el tiempo

### Modelo 1: se estima por MCO una regresión de $lsp500$ sobre $lip$

. reg  $lsp500$   $lip$

Source	SS	df	MS	Number of obs = 558		
Model	381.342724	1	381.342724	F( 1, 556) =	5179.05	
Residual	40.9392923	556	.073631821	Prob> F =	0.0000	
				R-squared =	0.9031	
				Adj R-squared =	0.9029	
Total	422.282017	557	.758136475	Root MSE =	.27135	

$lsp500$	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
$lip$	1.694074	.02354	71.97	0.000	1.647835	1.740312
_cons	-2.401727	.0954864	-25.15	0.000	-2.589285	-2.214169

Se calculan los residuos de la regresión y se procede a estimar el estadístico para la prueba de raíz unitaria a dichos residuos, los resultados son:

	Cantidad de lags	Valor del estadístico $\tau$
Modelo con constante y sin tendencia	0	-1.09
Modelo con constante y sin tendencia	2	-1.57

### Modelo 2: se estima por MCO una regresión de $lsp500$ sobre $lip$ y $t$

reg  $lsp500$   $lip$   $t$

Source	SS	df	MS	Number of obs = 558		
Model	389.152474	2	194.576237	F( 2, 555) =	3259.62	
Residual	33.1295424	555	.059692869	Prob> F =	0.0000	
				R-squared =	0.9215	
				Adj R-squared =	0.9213	
Total	422.282017	557	.758136475	Root MSE =	.24432	



```

lsp500 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-----+-----
lip |      .34389   .1199295     2.87   0.004   .1083188   .5794612
    t |      .0041557 .0003633    11.44  0.000   .0034421   .0048694
    _cons |    1.873766   .383551     4.89   0.000   1.120377   2.627155
-----+-----

```

Se calculan los residuos de la regresión y se procede a estimar el estadístico para la prueba de raíz unitaria a dichos residuos, los resultados son:

	Cantidad de lags	Valor del estadístico $\tau$
Modelo con constante y sin tendencia	0	-1.53
Modelo con constante y sin tendencia	2	-1.87

Se pide

- 2.1) Explique conceptualmente el sentido económico que tienen los modelos 1 y 2. Analice los resultados, incluyendo el análisis del coeficiente asociado a *lip* como el R cuadrado de la regresión en ambos modelos.
- 2.2) En base a las estimaciones realizadas ¿puede afirmar que *lsp500* y *lip* están cointegradas? Fundamente rigurosamente su afirmación.