

Vars. medidas
con error

Var. depen.

$$[M] \quad Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$$

* Y_t no es observable, pero cuento

con $Y_t^* = Y_t + \varepsilon_t \Rightarrow Y_t = Y_t^* - \varepsilon_t$ tal que

i) $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$

ii) $cov(X_t, \varepsilon_t) = 0$

iii) $cov(u_t, \varepsilon_t) = 0$

$$[ME] \quad Y_t^* = \alpha + \beta X_t + u_t^* \quad \text{con } u_t^* = u_t + \varepsilon_t$$

* el error de medida en Y_t se acumula en la perturbación.

* Propiedades de u_t^* :

i) $E(u_t^*) = 0$

ii) $V(u_t^*) = \sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2$

iii) $cov(u_t^*, u_s^*) = 0$

iv) $u_t^* \sim N(0, \sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2)$

* Por lo tanto, puedo estimar α y β sin heteroscedasticidad.

Var. indep.

$$[M] \quad Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t \quad u_t \sim iid(0; \sigma_u^2)$$

* X_t es una estocástica pero no observable,

pero cuenta con $X_t^* = X_t + v_t$ con $v_t \sim iid(0; \sigma_v^2)$

tal que: $cov(u_t, v_t) = cov(u_t, v_s) = cov(u_s, v_t) = 0$

$$[ME] \quad Y_t = \alpha + \beta X_t^* + u_t^* \quad u_t^* = u_t - \beta v_t$$

* Propiedades de u_t^*

$$i) E(u_t^*) = 0$$

$$ii) V(u_t^*) = \sigma_u^2 + \beta^2 \sigma_v^2 \quad (\text{homocedástica})$$

$$iii) cov(u_t^*, u_s^*) = 0$$

$$* cov(X_t^*, u_t^*) = -\beta \sigma_v^2 \quad (X_t^* \text{ es endógena})$$

$$* cov(X_s^*, u_t^*) = 0$$

* Estimación:

$$\hat{\beta}_{MCO} = \frac{\sum X^* Y}{\sum X^{*2}} = \beta + \frac{\sum X^* u^*}{\sum X^{*2}}$$

$$E(\hat{\beta}_{MCO}) = \beta + E\left(\frac{\sum X^* u^*}{\sum X^{*2}}\right) \neq \beta \quad (\text{MCO sesgado})$$

* Props. asintóticas de β_{TICQ} - bajo los supuestos:

1. $\text{plim } (1/T) X'N = 0$
2. $\text{plim } (1/T) X'X = Q_{xx}$
3. $\text{plim } (1/T) N'N = \Omega_v$
4. $\text{plim } (1/T) V'U = 0$
5. $\text{plim } (1/T) X'U = 0$

de esta forma:

i) $\text{plim } (X'X)/(1/T) = Q_{xx} + \Omega_v$

ii) $\text{plim } \hat{\beta}_{TICQ} = \beta - \frac{\beta \sigma_v^2}{\sigma_x^2 + \sigma_v^2} \neq \beta$ (inconsistente)

iii) $S_{\text{asint}}(\hat{\beta}_{TICQ}) = \frac{\beta \sigma_v^2}{\sigma_x^2 + \sigma_v^2}$

* $TICQ$ es sesgado e inconsistente en muestras pequeñas y grandes \Rightarrow se debe estimar VI .

Vars indep y depen.

[TI] $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$ con $u_t \sim \text{iid}(0; \sigma_u^2)$

[TIE] $Y_t^* = \alpha + \beta X_t^* + u_t^*$ con $u_t^* = u_t + \varepsilon_t - \beta \varepsilon_t$
tal que $u_t^* \sim \text{iid}(0; \sigma_u^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \beta^2 \sigma_v^2)$

* $E(X_1^2 | \mu_2^2) = -\beta \sigma_2^2$ es no trivial. ¿por qué?

* X^2 es endógena y, por tanto, se debe estimar = VP

* $Q = X'X(TI) \quad \text{w/ } q = n$
 $Q = V'V(TI) \quad \text{w/ } q = n$

pero cuando $X_1 = 0 \Rightarrow U'V(TI) \quad \text{w/ } q = n$
 $0 = U'X(TI) \quad \text{w/ } q = n$

tal que $\text{cov}(u_1, u_2) = \text{cov}(u_1, u_2) = \text{cov}(u_1, u_2) = 0$
 de este forma:

$Q + XX'Q = (T'X'X'X) \quad \text{w/ } q = n$ (i)

* Propiedades de $\hat{\beta}$
 (i) $E(\hat{\beta}) = \beta$ (no sesgado)

(ii) $V(\hat{\beta}) = \sigma_u^2 + \beta^2 \frac{\sum x_i^2}{\sum 1 + \sum x_i^2}$ (homocedástica)

(iii) $\text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = \frac{\sum x_i}{\sum 1 + \sum x_i^2} = (\text{w/ } q) + \text{trunc}$ (iii)

* $\text{cov}(X_1, \mu_2) = -\beta \sigma_2^2$ es endógena
 en conjunto es inconsistente y debe estimar

* Estimación: IV

$\hat{\beta} = (X'Z)^{-1}Z'Y$

$Y = \alpha + \beta X + u$
 $Z = \alpha + \beta X + u$

$E(\hat{\beta}) = \left(\frac{\sum z_i^2}{\sum 1 + \sum z_i^2} \right) \beta + \left(\frac{\sum z_i u_i}{\sum 1 + \sum z_i^2} \right)$