

ECONOMETRIA II - CURSO 2016

PRACTICO 3

MODELOS NO LINEALES (MNL)

EJERCICIO 1

Considere una función de producción CES y una función de producción Cobb-Douglas:

$$(1) Y_i = B[\alpha N_i^r + (1 - \alpha) K_i^r]^{\frac{1}{r}} \exp(u_i) \quad CES$$

$$(2) Y_i = A N_i^\alpha K_i^{1-\alpha} \exp(u_i) \quad Cobb - Douglas$$

Donde  $Y_i$  corresponde al producto de la empresa  $i$ ,  $N_i$  la cantidad del factor trabajo y  $K_i$  el capital.

Se pide:

- 1) Interprete los parámetros  $B$ ,  $A$ ,  $\alpha$  y  $r$ .
- 2) ¿Cómo se puede interpretar  $u_i$  en estos modelos?
- 3) ¿Es la función Cobb-Douglas linealizable? ¿y la función CES?
- 4) Estime ambos modelos indicando el método que utiliza (Usar la base CalonMa.dta).
- 5) Exprese la forma de la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores y obténgala.
- 6) Interprete las estimaciones.
- 7) Para qué valores de los parámetros estimados es la función CES igual a la Cobb-Douglas?
- 8) Realice el(los) contraste(s) que considere necesario(s) para decidir qué modelo es más apropiado para ajustar la función de producción de las empresas analizadas.

EJERCICIO 2

(Extraído de Cameron y Trivedi (2010): *Microeconometric Using Stata. Revised Edition. Stata Press*).

Se cuenta con la base de datos "Medical Expenditure Panel Survey" para los Estados Unidos correspondiente al año 2002. En dicha base se incluye una variable correspondiente a personas de entre 25 y 64 años de edad. Se quiere analizar los determinantes de la cantidad de visitas a médicos, por lo cual la variable dependiente a estudiar es *docvis* que mide el número de visitas realizado por cada persona en el año 2002.

Los regresores a incluir en el modelo son:

*private*: variable dummy que vale 1 si la persona tiene un seguro de salud privado

*chronic*: variable dummy que vale 1 si la persona tiene una enfermedad crónica

*female*: variable dummy que vale 1 si la persona es de sexo femenino

*income*: ingreso anual de la persona en miles de dólares

Se estima el modelo suponiendo que la distribución de probabilidad de *docvis* sigue una distribución Poisson. El modelo para la esperanza condicional es:

$$E(y_i | x_i) = \exp(x_i' \beta)$$

Donde,  $y_i = \text{docvis}_i$  y  $x_i = (\text{private}_i, \text{chronic}_i, \text{female}_i, \text{income}_i, \text{constante})'$ .

La función de cuantía está dada por:

$$f(y_i | x_i) = \exp(-\mu_i) \frac{\mu_i^{y_i}}{y_i!} \text{ con } \mu_i = \exp(x_i' \beta)$$

El modelo es primero estimado por Mínimos Cuadrados no lineales y después por Máxima Verosimilitud. Los resultados correspondientes así como otras pruebas se encuentran en el archivo “practica3\_MRNL\_2010.log” disponibles en la página web de Econometría II y en el EVA de la unidad. También puede bajar los archivos “mus10data.dta” que contiene los datos utilizados para las estimaciones y el archivo “practica3\_MRNL\_2010.do” que contiene las instrucciones de estimación en STATA.

**Se pide:**

- 1) Analice las estadísticas descriptivas.
- 2) Establezca las condiciones de primer orden del problema de estimación mediante Mínimos Cuadrados No Lineales.
- 3) Estime la ecuación por MCNL (utilizando el comando nl) e interprete los resultados de la estimación.
- 4) Escriba la función de log-verosimilitud de la muestra suponiendo que la distribución es Poisson. Obtenga las condiciones de primer orden de la estimación por MV.
- 5) Compare los resultados de la estimación Poisson con la de MCNL.
- 6) Obtenga una estimación puntual y un intervalo de confianza para el efecto parcial asociado al ingreso evaluado en la media de los regresores, según ambos métodos de estimación. Someta a prueba la hipótesis de que el ingreso no afecta la cantidad de visitas a los médicos.

### EJERCICIO 3

Se plantea el siguiente modelo para explicar el consumo no duradero:

$$CV_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i^\gamma + u_i, \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Donde  $CV_i$  es el gasto en vivienda del hogar  $i$ ,  $Y_i$  es el ingreso total del hogar, se supone que el error  $u$  es independiente en media de  $Y$ .

**Se pide:**

- 1) Interprete los parámetros del modelo.
- 2) ¿Qué métodos conoce para la estimación de los parámetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\gamma$ ? Descríbalos y opte por el que juzgue que reúne las mejores propiedades. Justifique la elección.
- 3) Derive el efecto parcial asociado a la variable  $Y$  e interprete.
- 4) Utilice los datos del archivo “IngGtos\_UY\_1994.dta” para estimar los parámetros y el efecto parcial.
- 5) Someta a prueba la hipótesis de linealidad del modelo al 5% de significación.
- 6) Adicionando el supuesto de que las  $u_i$  (además de ser independientes) tienen distribución normal, plantee la log-verosimilitud del modelo y calcule la función de verosimilitud concentrada.
- 7) En función de la expresión de la log-verosimilitud concentrada, demostrar que para contrastar la hipótesis de linealidad del modelo, el test de razón de verosimilitud

correspondería a la expresión:  $LR = n \ln \left( \frac{\hat{\sigma}_{uR}^2}{\hat{\sigma}_u^2} \right)$ , siendo  $\hat{\sigma}_{uR}^2$  la varianza muestral de los

residuos del modelo restringido, suponiendo  $\gamma = 1$ . Probar la hipótesis de linealidad con los datos disponibles.

#### EJERCICIO 4

Se desea estudiar la influencia de los gastos en I+D de las empresas en la obtención de patentes por parte de las mismas. Se dispone de información sobre la cantidad de patentes obtenidas en el año por parte de cada empresa, el gasto en I+D, las ventas y el personal ocupado. Un investigador propone estimar el modelo suponiendo que la distribución de probabilidad de obtener patentes sigue una distribución Poisson. El modelo para la esperanza condicional es:

$$E(y_i | x_i) = \exp(x_i' \beta)$$

donde  $y_i = \text{patentes}_i$ ;  $x_i = (I+D_i, \text{ventas}_i, \text{personal\_ocupado}_i, \text{constante})'$

La función de cuantía está dada por  $f(y_i | x_i) = \exp(-\mu_i) \frac{\mu_i^{y_i}}{y_i!}$  con  $\mu_i = \exp(x_i' \beta)$

- 1) Plantee la función de verosimilitud, para una muestra de tamaño  $N$  de observaciones i.i.d. Formule la log-verosimilitud, plantee el problema de maximización y encuentre las condiciones de primer orden para hallar el estimador máximo verosímil de Beta.
- 2) Derive el efecto parcial asociado al gasto en I+D en el modelo e indique como lo evaluaría.
- 3) ¿Qué estimador alternativo al máximo verosímil (MV) conoce para el modelo propuesto? Explique en qué consiste dicho estimador y cuáles son las condiciones de momentos que dan lugar al mismo. ¿Es este estimador alternativo preferible al MV? ¿Por qué?

#### EJERCICIO 5

Considere una función de producción genérica que relaciona el producto en logaritmos ( $y$ ) en función de la cantidad de trabajo ( $N$ ) y el capital ( $K$ ):

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \frac{N_i^\lambda - 1}{\lambda} + \beta_3 \frac{K_i^\lambda - 1}{\lambda} + u_i$$

donde  $\beta$  y  $\lambda$  son parámetros desconocidos y los  $u_i$  son independientes e idénticamente distribuidos de media condicional en  $N$  y  $K$  igual a 0 y varianza condicional constante  $\sigma_u^2$ . (Notar que la función de producción está especificada con el producto en logaritmos y las variables explicativas en niveles.)

Se pide:

- 1) En función de los parámetros, expresar la elasticidad del producto con respecto al trabajo y la elasticidad del producto con respecto al capital.
- 2) Estime el modelo utilizando la base de datos CALonMa.dta (utilice los comandos nl y boxcox).
- 3) ¿Qué significado tiene contrastar las hipótesis  $H_0: \lambda = 0$  y  $H_0: \lambda = 1$ ?

Considere ahora el modelo más general:

$$\frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda} = \beta_1 + \beta_2 \frac{N_i^\lambda - 1}{\lambda} + \beta_3 \frac{K_i^\lambda - 1}{\lambda} + u_i$$

- 4) Estime el modelo utilizando la base de datos CALonMa.dta (utilice el comando boxcox) e interprete los resultados.

## **EJERCICIO 6**

*(Pregunta 3 de la Prueba complementaria de Mayo 2005)*

1-. Escriba la ecuación de un modelo econométrico no lineal, explicando cómo ésta expresa la “no linealidad” del modelo. ¿Es necesario que la dimensión del vector de parámetros coincida con el número de variables explicativas involucradas? (Explique)

2-. Suponga se desean aplicar técnicas de mínimos cuadrados para estimar el vector de parámetros del modelo econométrico no lineal:

- a) ¿cuáles serán las ecuaciones a resolver?
- b) Explique cómo procedería para contrastar un conjunto de restricciones  $R(\theta)=r$ . Detalle qué contraste utilizaría, indicando la forma del estadístico y su distribución asintótica.