Ejercicio 1

Sea $\phi \sim Ga(\alpha, \beta)$.

1. Obtener la distribución de $\sigma^2 = 1/\phi$.
2. Para $\alpha = \beta = 1$, dibujar la densidad de ϕ y σ^2 en figuras distintas.
3. Simular 10,000 realizaciones de ϕ y usarlas para obtener valores simulados de σ^2. Luego dibujar histogramas de cada conjunto de simulaciones por separado.
4. Repetir el procedimiento para $\alpha = \beta = 2$ y $\alpha = \beta = 0.5$.

Ejercicio 2

Supongamos que $Y_i \overset{iid}{\sim} Po(\lambda)$ con $\lambda \sim Ga(a, b)$, esto es:

$$p(\lambda) = b^a \lambda^{a-1} e^{-b\lambda} / \Gamma(a).$$

Por otro lado, sea $\tilde{y} \sim Po(\lambda)$, es decir una observación futura, que suponemos condicionalmente independiente respecto a y, dado λ.

1. Encuentre la posterior $p(\lambda|y)$ donde $y = (y_1, \ldots, y_n)$.
2. For $y = (4, 4, 5, 8, 3)$ y $a = b = 1$, dibujar previa y posterior de λ.
3. Derivar $p(\tilde{y})$ y $p(\tilde{y}|y)$, la distribución predictiva previa y posterior respectivamente. Dibujar ambas distribuciones en el mismo plot.

Recordar que:

$$\begin{aligned} p(\lambda|y) &\propto p(y|\lambda)p(\lambda) && \text{usar proporcional} \\ p(\tilde{y}|y) &= \int p(\tilde{y}|\lambda)p(\lambda|y)d\lambda && \text{(porque ?)} \end{aligned}$$