

**Licenciatura en Estadística**  
**Muestreo y Planificación de Encuestas 2017**  
**Ejercicios Prueba 5**

**Ejercicio 1**

Demostrar que el sesgo del estimador  $\hat{R} = \hat{t}_{y\pi}/\hat{t}_{x\pi}$  como estimador de  $R = t_y/t_x$  verifica

$$\frac{(E(\hat{R}) - R)^2}{V(\hat{R})} \leq \frac{V(\hat{t}_{x\pi})}{t_x^2}.$$

Interpretar el resultado, en particular, que significa cuando  $n$  es suficientemente grande.

**Ejercicio 2**

Proponer un estimador para  $\theta = t_y t_x$ . Analizar su sesgo, calcular su varianza asintótica y proponer un estimador para su varianza.

**Ejercicio 3**

Para estimar la media poblacional de la variable  $y$ ,  $t_y/N$ , se proponen como estimador a

$$\tilde{y}_s = \frac{\hat{t}_{y\pi}}{\hat{N}}.$$

Analizar su sesgo, calcular su varianza asintótica y proponer un estimador para su varianza.

**Ejercicio 4**

Para una población de tamaño  $N = 1000$  se toma una muestra bajo un diseño  $SI$  de tamaño  $n = 100$ . Se dispone del total de una variable auxiliar  $t_x = 54842$ . Para estimar el total de la variable  $y$ ,  $t_y$  se ensayan los estimadores,  $\hat{t}_{y\pi}$  y  $\hat{t}_{y_{ra}}$ .

Calcular el error cuadrático medio estimado para ambos estimadores y comentar el resultado obtenido en base a los siguientes datos obtenidos en la muestra

```
> sum(x)
[1] 4986
> sum(y)
[1] 7351
> sum(x*y)
[1] 485483
> sum(x^2)
[1] 328971
> sum(y^2)
[1] 758220
```

**Ejercicio 5**

Para una población de  $N = 2010$  explotaciones agropecuarias se toma una muestra según un diseño  $SI$  de tamaño  $n = 100$ . Se dispone del área cultivada en cada establecimiento. En particular se sabe que hay 1580 establecimientos con menos de 160 hectáreas (post estrato I) y 430 establecimientos con mas de 160 hectáreas (post estrato II). Se desea estimar el total de área cultivada con cereales  $t_y$ .

Se dispone de los siguientes datos de la muestra

$$n_{s_1} = 70, n_{s_2} = 30, \quad \bar{y}_{s_1} = 19,4, \bar{y}_{s_2} = 51,63, \quad S_{y_{s_1}}^2 = 312, S_{y_{s_2}}^2 = 922$$

1. Calcule  $\hat{t}_{y_\pi}$  y  $\hat{t}_{y_{post}}$ .
2. Indique la distribución conjunta de  $(n_{s_1}, n_{s_2})$ , su vector de medias y su matriz de varianzas y covarianzas.
3. Calcule  $\hat{V}(\hat{t}_{y_\pi})$  y  $\hat{V}(\hat{t}_{y_{post}})$ .