Licenciatura en Estadística
Muestreo y Planificación de Encuestas 2014
Sexta Pruebita

Ejercicio 1 En una población con $N = 60$ hay definidos $N_I = 20$ PSUs. Se toma una muestra mediante un diseño SIC con $n_I = 3$. Los datos obtenidos son:

i	k	y_k
3	10	1
3	11	2
3	12	3
5	17	4
17	48	1
17	49	4

1. Calcule el estimador π de t_y.

2. Calcule $\hat{V}_{SIC}(\hat{t}_y)$.

3. Calcule el estimador π de N.

Ejercicio 2 Para estimar el total de números telefónicos ($t_y = \sum_U y_k$) que existen en una guía se realiza el siguiente diseño muestral: Se seleccionan según un diseño *SI* de tamaño $n_I = 3$ carillas de un total de $N_I = 300$; posteriormente, en cada carilla seleccionada se toman, según un diseño *SI*, 2 columnas de las cuatro que hay en cada carilla. El total de números telefónicos en las columnas seleccionadas se presentan en el siguiente cuadro:

Carilla	Columna	y_k
149	1	62
149	3	48
7	2	67
7	4	63
208	4	57
208	3	63

1. Estimar t_y.

2. Estimar $V(\hat{t}_{y\pi})$.

3. Explique en que consisten los supuestos de invarianza e independencia en este caso.

Ejercicio 3 Considere un diseño en dos etapas. Demostrar que el estimador

$$\hat{V}^* = \sum\sum\nolimits_{s_I} \check{\Delta}_{Iij} \frac{\hat{t}_{i\pi}}{\pi_{Ii}} \frac{\hat{t}_{j\pi}}{\pi_{Ij}}$$

es sesgado para

$$V_{2st}(\hat{t}_y) = \sum\sum\nolimits_{U_I} \Delta_{Iij} \frac{t_i}{\pi_{Ii}} \frac{t_j}{\pi_{Ij}} + \sum\nolimits_{U_I} \frac{V_i}{\pi_{Ii}}$$

y su sesgo viene dado por

$$-\sum\nolimits_{U_I} V_i.$$

Ejercicio 4 Considere una población de N elementos donde está definida una variable y. El tamaño de la población N es conocido. Se desea estimar la media poblacional, $\bar{y}_U = \sum_U y_k/N$, y se dispone de una muestra s tomada según un diseño $p(\cdot)$ medible de tamaño n_s, no necesariamente fijo.

1. Plantear el estimador π de $\bar{y}_U$, $\widehat{\bar{y}_{U\pi}}$, y su varianza.

2. Considerando el parámetro $\theta = f(N, t_y) = t_y/N = \bar{y}_U$ y el estimador $\hat{\theta} = f(\hat{N}_\pi, \hat{t}_{y\pi}) = \hat{t}_{y\pi}/\hat{N}_\pi = \tilde{y}_s$, plantee la varianza aproximada de $\tilde{y}_s$ y un estimador para la varianza de $\tilde{y}_s$. Observar que $\frac{1}{N}\tilde{y}_s = \frac{\hat{N}}{N}\widehat{\bar{y}_{U\pi}}$, o sea, tiene la forma de un estimador de razón multiplicado por la constante $\frac{1}{N}$