

### Ejercicio 1

Para la población  $U = \{1, 2, 3, 4\}$  se tiene la siguiente información para la variable de interés  $y$  y la variable auxiliar  $x$

$k$	1	2	3	4
$y_k$	33	25,5	51	35,5
$x_k$	22,5	17,5	35	25

1. Implemente un diseño  $\pi ps$  de tamaño de muestra fijo  $n = 2$  con probabilidades proporcionales a la variable auxiliar  $x$ . Para el diseño implementado, calcule la varianza del estimador  $\hat{t}_{y\pi}$ .
2. Calcule la varianza del estimador  $\hat{t}_{y\pi}$  para un diseño  $SI$  de tamaño  $n = 2$ .
3. Calcule la varianza del estimador  $\hat{t}_{y\pi}$  para un diseño  $PO$  con probabilidades de inclusión proporcionales a la variable auxiliar  $x$ .
4. Calcule la varianza del estimador  $\hat{t}_{pwr}$  para un diseño ordenado con  $m = 2$  extracciones y probabilidades de selección por extracción  $p_k$ , proporcionales a la variable auxiliar  $x$ .

### Ejercicio 2

Para una población  $U$  de  $N = 15$  elementos se quiere seleccionar una muestra  $\pi psSY$  de tamaño  $n = 5$  con probabilidades de inclusión proporcionales a la variable auxiliar  $x$ . Los valores de la variable auxiliar se presentan en el siguiente cuadro

$k$	$x_k$
1	2,09
2	29,03
3	6,63
4	2,46
5	13,39
6	1,16
7	11,04
8	7,70
9	5,18
10	62,20
11	4,19
12	3,06
13	3,28
14	0,79
15	10,55

1. Indique las etiquetas de la muestra obtenida si el arranque aleatorio sorteado valió  $r = 5, 23$ .

2. Implemente una función en R que tenga como argumentos el vector de valores de la variable auxiliar  $x$ , un tamaño  $n$  y devuelva las etiquetas seleccionadas.

### **Ejercicio 3**

Si el orden de los elementos en cierta población de tamaño  $N$  puede verse como la realización de una extracción al azar de cada uno de los  $N!$  órdenes posibles, mostrar que:  $E_O(V_{SY}(\hat{t}_{y\pi})) = V_{SI}(\hat{t}_{y\pi})$ , con  $E_O$  la esperanza en los  $N!$  ordenamientos posibles de la población.