

**Probabilidad II**

**Primer semestre de 2019**

**Ejercicios sobre función característica y fórmula de inversión**

1. Invertigar el valor de:

a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$

b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\sin(t)}{t} \right)^2 dt$

2. Probar que si  $X$  tiene distribución exponencial, su función característica no es integrable.

3. Sea  $X$  con distribución doble exponencial (es decir su densidad es  $f(x) = e^{-|x|}/2$  con  $x \in \mathbb{R}$ , hallar su función característica. Verificar dicho cálculo usando la fórmula de inversión. Deducir la función característica de una variable con distribución de Cauchy.

4. Sean  $X_1, \dots, X_n$  de Cauchy, hallar la distribución de  $\overline{X}_n$ .

5. ¿Es posible encontrar dos variables i.i.d tal que  $X - Y \sim U(0, 1)$  ?

6. Sean  $X$  y  $X' \stackrel{d}{=} X$  variables aleatorias independientes. Llamamos variable aleatoria simetrizada a  $X^s = X - X'$ . Sean  $X$  e  $Y$  dos variables aleatorias independientes. Mostrar que,

$$(X + Y)^s \stackrel{d}{=} X^s + Y^s$$