

### 1. Des Données

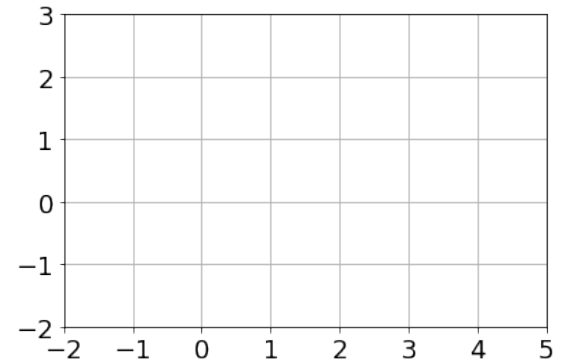
Soit le tableau de données  $X$  ci-contre.

- 1-1) Que valent le nombre  $n$  d'individus et le nombre  $p$  de variables ?
- 1-2) Dessinez le nuage de points correspondant.

$$X = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} X_1 & X_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} {}^t x_1 \\ {}^t x_2 \\ {}^t x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

### 2. Espace des Individus

- 2-1) À quel produit scalaire correspond la dernière valeur 2 du tableau ?
- 2-2) Calculez la norme du 3ème individu ( $x_3$ ).
- 2-3) Comment généraliser à tous les individus par produit matriciel ?
- 2-4) Calculez le vecteur  $u$  unitaire colinéaire au 3ème individu.
- 2-5) Projetez le 2ème individu  $x_2$  sur l'axe défini par  $u$ .
- 2-6) Déduisez la valeur de l'angle entre les deux derniers individus.
- 2-7) Quelle métrique  $M$  a-t-on implicitement utilisée ?
- 2-8) Calculez la distance euclidienne entre le 1er et le 2ème individu.
- 2-9) Calculez le centre  $\bar{x}$  du nuage  $X$ .



HW) Quand vous aurez le tableau  $X'$ , trouvez une métrique  $M$  diagonale telle que les deux derniers individus centrés ( $x'_2$  et  $x'_3$ ) soient orthogonaux.

### 3. Espace des Variables

- 3-1) Quel tableau faut-il soustraire à  $X$  pour le centrer ?
- 3-2) Déduisez le tableau centré  $X'$ .
- 3-3) Soit  $D = \frac{1}{n}I_n$  la matrice de poids des individus. Calculez la  $D$ -norme de la 2ème variable (centrée).
- 3-4) Calculez le  $D$ -produit scalaire entre les deux variables (centrées).
- 3-5) Généralisez à toutes les variables par produit matriciel. Qu'obtient-on ?
- 3-6) Par quel tableau faut-il diviser  $X'$  (élément par élément) pour le réduire ?
- 3-7) Déduisez le tableau centré-réduit  $X''$ .
- 3-8) Calculez  ${}^t X'' D X''$ . Qu'obtient-on ?

### 4. HomeWork : Up 2 U

Si vous avez un/des calcul/s à effectuer, utilisez l'opérateur adéquat : un produit scalaire !

- HW-1) Calculez les angles (en degrés) entre tous les individus centrés.  
 Sans calcul, les pensez-vous égaux ou différents de ceux entre les individus centrés-réduits ?  
 Sans calcul, les pensez-vous égaux ou différents de ceux entre les individus non centrés ?
- HW-2) Calculez les distances euclidiennes usuelles entre les individus centrés.  
 Sans calcul, pensez-vous qu'elles soient égales ou différentes de celles entre les individus non centrés ?  
 Sans calcul, pensez-vous qu'elles soient égales ou différentes de celles entre les individus centrés-réduits ?
- HW-3) Calculez les valeurs des angles (en degrés) entre toutes les variables centrées-réduites.  
 Sans calcul, les pensez-vous différentes de celles entre les variables centrées ?  
 Sans calcul, les pensez-vous différentes de celles entre les variables non centrées ?